ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1984

Seria: ENERGETYKA z. 88 Nr kol. 807

Janusz WALCZAK
January RYBARCZYK
Ryszard PIĄTKOWSKI
Leszek CICHOŃ

Instytut Techniki Cieplnej i Silników Spalinowych
Politechnika Poznańska

STRUMIEŃ SWOBODNY PŁYNU DWUFAZOWEGO POWIETRZE-WODA

Streszczenie: W referacie omówiono metodę rozwiązania pionowego przepływu swobodnego strumienia płynu dwufazowego powietrze-woda. Zadaniem tego strumienia jest wywołanie cyrkulacji i wynoszenie cieplejszych wód dennych na powierzcnię, w celu zapobiegania tworzeniu się pokrywy lodowej.

Niniejszy temat został wywołany potrzebami zabezpieczenia przed tworzeniem się pokrywy lodowej w bezpośrednim sąsiedztwie urządzeń hydrotechnicznych wbudowanych w jazy, śluzy czy zapory hydroelektrowni. Jednym ze sposobów uzyskania ww. efektu jest wytworzenie cyrkulacji pionowej wody, wywołanej jej napowietrzaniem. Wprowadzony /w kierunku pionowym- ku górze/ do wody strumień powietrza powoduje wynoszenie na jej powierzchnię określonych ilości masy wody z poszczególnych głębokości. Ponieważ w okresie zimowym, w szczególnym przypadku, temperatura wody na powierzchni lustra może wynosić w przybliżeniu 0^oC, a w pobliżu dna około 4^oC, zatem wynoszenie wody z głębszych warstw zabezpiecza przed tworzeniem się pokrywy lodowej na jej powierzchni. Na powierzchnię należy wynosić tyle wody, aby utrzymać tam temperaturę nieco wyższą od 0^oC. Dla utrzymania tej temperatury ilość ciepła wynoszona z głębszych warstw wody musi nieco przewyższać straty ciepła do otoczenia. Z drugiej strony zasoby ciepła w wodzie, zależne od rozkładu temperatury w funkcji głębokości i od samej głębokości zbiornika, muszą być wystarczające na pokrycie strat do otoczenia.

Powietrze doprowadza się do wody przez dysze zabudowane na rurociągu umieszczonym blisko dna zbiornika wodnego. W wyniku doprowadzenia powietrza z dużą prędkością tworzy się struga swobodna płynu dwufazowego /gaz - woda/, która zwiększając swą średnicę pobiera z nieruchomej wody pewne ilości jej masy o temperaturach wyższych od 0^oC, wynosząc ją na powierzchnię. Strukturę strumienia swobodnego płynu dwufazowego podano na rys.1. Ponieważ średnia gęstość płynu dwufazowego jest niższa od gęstości otaczającej wody, w obliczeniach strumienia należy uwzględnić siłę Archimedesa a także siły masowe.

Do rozwiązania całego problemu zabezpieczenia przed tworzeniem się pokrywy lodowej należy ustalić:
- ilości ciepła tracone z powierzchni wody do otoczenia w określonych warunkach atmosferycznych,
- zasoby ciepła zawarte w wodzie zależne od rozkładu temperatury wzdłuż głębokości,

- dobrać strumień płynu dwufazowego poprzez dobór średnicy dyszy oraz ciśnienia powietrza w rurociągu, tak aby zachować bilans cieplny, czyli zabezpieczyć temperaturę na powierzchni wody nieco powyżej 0^oC, jednocześnie nie doprowadzając do zbytniego przechłodzenia wody w zbiorniku, co doprowadziłoby do tworzenia lodu w całej objętości.

Zasadniczym zadaniem jest rozwiązanie przepływu w dwufazowym strumieniu swobodnym, to znaczy określenie szerokości strumienia wzdłuż wysokości oraz ilości wody i ciepła wynoszonego na powierzchnię lustra.

Powietrze wypływa przez otwór o średnicy d_1/rys.1 /. Strumień rozszerzając się pociąga z otoczenia wodę i tworzy się w zewnętrznej części strumienia mieszanina wody i powietrza. Do wysokości H_p/odcinek początkowy/prędkość powietrza w osi nie ulega zmianie i wynosi c_1. Za tym odcinkiem w całym przekroju strumienia znajduje się już mieszanina wody i powietrza/płyn dwufazowy/. W tym odcinku przejściowym o wysokości H_{prz}-przyjmując, że ciśnienie dynamiczne mieszaniny na osi x - $p_{dm} = \frac{1}{2}\rho_{mo} c^2_{mo}$ nie ulega zmianie, natomiast gęstość mieszaniny ρ_{mo} rośnie, stąd prędkość c_{mo} musi maleć - $c_{mo2} < c_{mo1}$. Przybliżone rozwiązanie w odcinku początkowym i przejściowym /do wysokości H_2/, z pominięciem siły Archimedesa i masowej, jest podane w literaturze [1] . Wyniki tego rozwiązania są następujące:

$$H_p = 0{,}925\ d_1\ ;\quad d_p = 1{,}8\ d_1$$
$$H_2 = 2{,}5\ d_1\ ;\quad b_2 = r_2 = 1{,}2 \cdot d_1\ ;\quad c_{mo2} \cong \frac{c_1}{k_r} \qquad /1/$$

gdzie współczynnik $k_r \cong 1{,}45$. Współczynnik masowej koncentracji powietrza w osi strumienia na wysokości H_2 :

$$g_{po2} \cong \frac{1}{k_r^2} \qquad /2/$$

Rozwiązanie przepływu w odcinku głównym strumienia, powyżej wysokości H_2, przedstawiono poniżej.

Współczynnik masowej koncentracji powietrza w mieszaninie:

$$g_p = \frac{m_p}{m_p + m_w} \qquad /3/$$

gdzie: m_p, m_w - masa powietrza i wody.

Współczynnik masowej koncentracji wody w mieszaninie:

$$g_w = 1 - g_p = \frac{m_w}{m_p + m_w} \qquad /4/$$

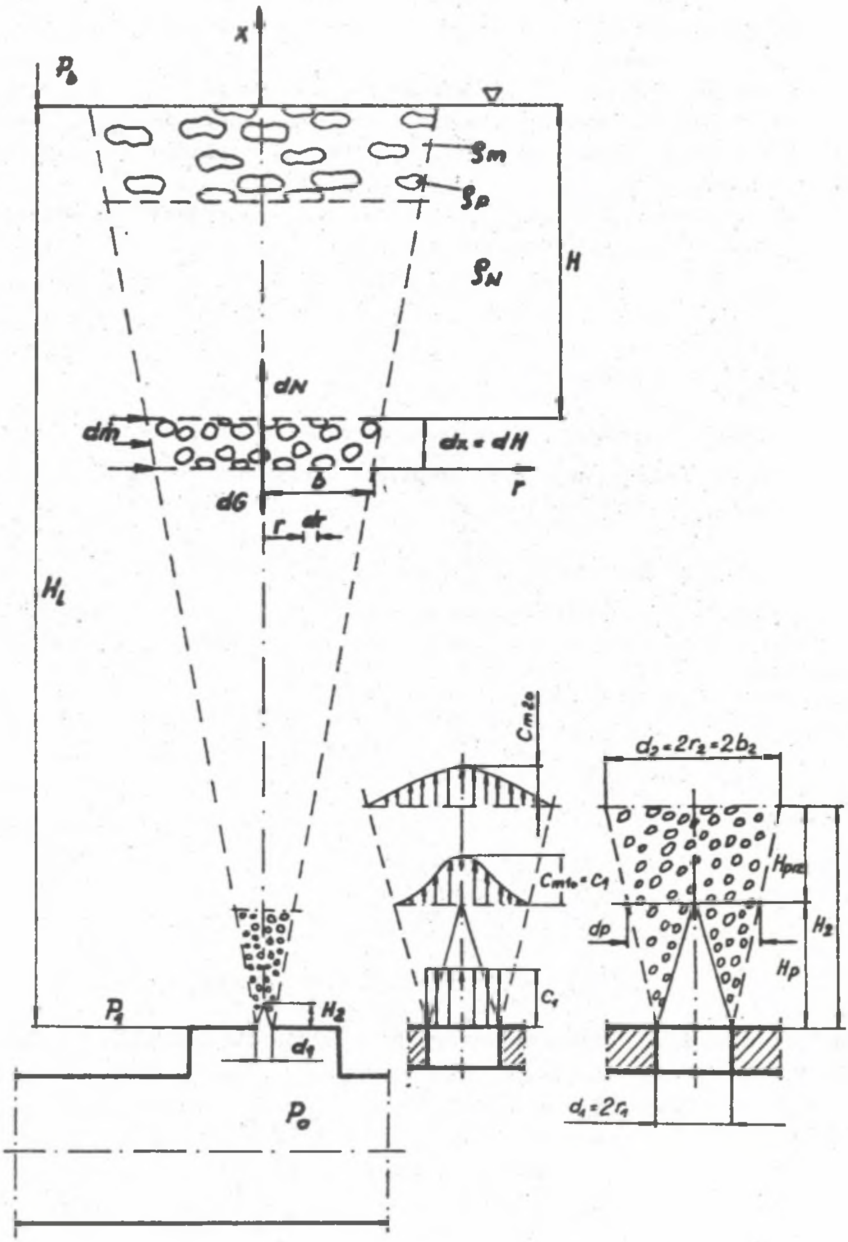
Objętość mieszaniny V_m równa jest sumie objętości powietrza V_p i wody V_w:

$$V_m = V_p + V_w \qquad /5/$$

Stąd:

$$\frac{m_m}{\rho_m} = \frac{m_p}{\rho_p} + \frac{m_w}{\rho_w} \qquad /6/$$

Z tego wzoru średnia gęstość mieszaniny w danej objętości V_m będzie równa:



Rys.1. Schemat swobodnego strumienia mieszaniny wody-powietrza.

$$\varrho_m = \frac{m_p + m_w}{\frac{m_p}{\varrho_p} + \frac{m_w}{\varrho_w}} = \frac{\varrho_p}{g_p + (1-g_p)\frac{\varrho_p}{\rho_w}} \qquad /7/$$

W odcinku początkowym $/H_p/$ współczynnik masowej koncentracji powietrza zmienia się w granicach $0 \le g_p \le 1$.
Wartość zero przyjmuje na granicy strumienia, a wartość 1 zbliżając się do środka strumienia /na stożku - rys.1/. W odcinku przejściowym $/H_{prz}/$ znajduje się już tylko mieszanina wody i powietrza, a uwzględniając gęstości powietrza i wody - $g_p \ll 1$.

W odcinku głównym strumienia przyjęto następujące rozkłady prędkości i współczynnika koncentracji powietrza [1]:

$$\frac{c_m}{c_{mo}} = \left(1 - \bar{r}^{1,5}\right)^2 \qquad /8/$$

$$\frac{g_p}{g_{po}} = \sqrt{\frac{c_m}{c_{mo}}} = 1 - \bar{r}^{1,5} \qquad /9/$$

gdzie: - indeks "o" odnosi się do osi strumienia - $\bar{r} = \frac{r}{b}$ /rys.1./.

Zasadnicze równanie opisujące przepływ w strumieniu wynika z zasady zachowania pędu, uwzględniając siłę Archimedesa i siłę ciężkości:

$$\left[\int_0^A (\varrho_w - \varrho_m) g \, dA\right] dx = d\left(\int_0^A \varrho_m c_m^2 \, dA\right) \qquad /10/$$

Wprowadzając do powyższego równania przyjęte funkcje rozkładów prędkości /8/ i współczynnika koncentracji powietrza /9/, wprowadzając wielkości bezwymiarowe

$$A = \pi b^2 \; ; \quad dA = 2\pi r\,dr$$

$$\frac{dA}{A} = \frac{2\pi r\,dr}{\pi b^2} = 2\bar{r}\,d\bar{r} \; ; \; \bar{r} = \frac{r}{b} \; , \qquad /11/$$

oznaczając

$$a = \frac{\varrho_p}{\varrho_w g_{po}} \, , \qquad /12/$$

po przekształceniach, równanie [10] przyjmie postać:

$$1 - 2aA_1 = \frac{1}{g b^2} \frac{d}{dx}\left(c_{mo}^2 \, b^2 \, 2A_2\right) \qquad /13/$$

gdzie przez A_1 i A_2 oznaczono następujące całki, dla których przyjęto funkcje aproksymujące:

$$A_1 = \int_0^1 \frac{\bar{r}\,d\bar{r}}{1 - \bar{r}^{1,5} + a} = \frac{1}{2a + 0,842} \qquad /14/$$

$$A_2 = \int_0^1 \frac{(1-\bar{r}^{1,5})^4 \, \bar{r}\,d\bar{r}}{1 - \bar{r}^{1,5} + a} = \frac{1}{17,3 + 14,3a} \qquad /15/$$

Dla strumieni o dużych różnicach gęstości płynu w strumieniu i otaczającym ośrodku proponuje się [1] następującą zależność na narastanie promienia:

$$\frac{db}{dx} = 0{,}5 \cdot C \frac{c_{mo} \int_0^b \varrho_m dr}{\int_0^b \varrho c_m dr} \qquad /16/$$

gdzie współczynnik C = 0,22.
Zapisując powyższą zależność w postaci bezwymiarowej /11/ oraz wprowadzając funkcje /8/ i /9/, otrzymuje się:

$$\frac{db}{dx} = 0{,}11 \frac{\int_0^1 \frac{d\bar{r}}{1-\bar{r}^{1{,}5}+a}}{\int_0^1 \frac{(1-\bar{r}^{1{,}5})^2 d\bar{r}}{1-\bar{r}^{1{,}5}+a}} = 0{,}11 \frac{A_3}{A_4} \qquad /17/$$

gdzie całki A_3 i A_4 aproksymowano następującymi funkcjami:

$$A_3 = \frac{1}{a+0{,}6}\ , \qquad A_4 = \frac{1}{2{,}22a+1{,}8} \qquad /18/$$

Ostatecznie zależność /17/ przyjmie postać:

$$\frac{db}{dx} = \frac{1+1{,}23a}{2{,}96+5{,}02a} \qquad /19/$$

Trzecie równanie wynika z zasady zachowania masy powietrza wypływającego z dyszy $\dot{m}_p$ i w strumieniu:

$$\dot{m}_p = \int_0^A g_p \varrho_m c_m dA \qquad /20/$$

Zapisując prawą stronę w postaci bezwymiarowej oraz wprowadzając funkcje /8/ i /9/, otrzymuje się:

$$\dot{m}_p = \varrho_p \cdot c_{mo} \cdot \pi b^2 \cdot 2A_5 \qquad /21/$$

gdzie całkę A_5 aproksymowano funkcją:

$$A_5 = \int_0^1 \frac{(1-\bar{r}^{1{,}5})^3 \bar{r} d\bar{r}}{1-\bar{r}^{1{,}5}+a} = \frac{1}{12{,}5a-4{,}7} \qquad /22/$$

stąd:

$$\dot{m}_p = \varrho_p \cdot c_{mo} \cdot \pi b^2 \frac{2}{12{,}5a-4{,}7} \qquad /23/$$

gdzie: ϱ_p - jest gęstością powietrza na danej głębokości x.
Zakładając, że za odcinkiem początkowym H_p/rys.1./ powietrze ma ciśnienie panujące w wodzie na głębokości H_2, a temperatura powietrza zbliżona jest do temperatury wody, gęstość powietrza wyniesie:

$$\varrho_p = \frac{P_b + g\varrho_w(H_L - x)}{RT} \qquad /24/$$

Z układu równań /13/, /19/, /23/ i /24/ można uzyskać rozwiązanie przepływu w strumieniu, czyli zależność $c_{mo}(x)$, $b(x)$, $a(x)$ i $\varrho_p(x)$ przy założeniu odpowiednich warunków początkowych, które wygodniej było ustalić na wysokości H_p, czyli za odcinkiem początkowym. Mamy tam:

- współczynnik a:

$$a = \frac{\varrho_p}{\varrho_w \, g_{po}} = \frac{\varrho_p}{\varrho_w}$$

ponieważ współczynnik masowej koncentracji powietrza w osi $g_{po} = 1$,

- szerokość strumienia b wynika z równania /19/ i musi być zbieżna z zależnością /1/ $H_p = 0{,}925\ d_1$,
- gęstość powietrza wynika z równania /24/ .
- strumień masy powietrza $\dot{m}_p$ wypływający z rurociągu poprzez dysze /otwory/ liczony jest z zależności /2/ :

$$\dot{m}_p = \mu_{**}\, q_1\, \dot{m}_{1t,*} \qquad /25/$$

gdzie oznaczono:

μ_{**} - współczynnik przepustowości dyszy, wyznaczany eksperymentalnie, będący funkcją:

$$\mu_{**} = f(\text{geometrii dyszy}, Re \text{ i } Ma) \qquad /26/$$

q_1 - uogólniona funkcja zredukowanego strumienia masy:

$$q_1 = \left(\frac{\varkappa+1}{\varkappa}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}} \xi^{\frac{1}{\varkappa}} \sqrt{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}} \sqrt{1-\xi^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}} \qquad /27/$$

$\dot{m}_{1t,*}$ - maksymalny strumień masy przepływający przez dyszę w warunkach przemiany izentropowej:

$$\dot{m}_{1t,*} = \sqrt{\varkappa\left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}}\ \frac{1}{\sqrt{R}}\ A_1\ \frac{P_{c,o}}{\sqrt{T_{c,o}}} \qquad /28/$$

ξ - funkcja pomocnicza

$$\xi = \frac{\varepsilon_a - \varepsilon_{**} + (1-\varepsilon_a)\varepsilon_*}{1-\varepsilon_{**}} \qquad /29/$$

gdzie: $\varkappa$ - wykładnik adiabaty,

R - indywidualna stała gazowa powietrza,

A_1 - pole przekroju wylotowego dyszy,

$\varepsilon_a = \frac{P_1}{P_c}$ - stosunek ciśnień,

$P_{c,o}$ - ciśnienie całkowite przed dyszą,

P_1 - ciśnienie za dyszą,

ε_* - krytyczny stosunek ciśnień de Lavala, tzw. pierwsza liczba krytyczna

$$\varepsilon_* = \left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}},$$

ε_{**} - tzw. druga liczba krytyczna, wyznaczona eksperymentalnie - $\varepsilon_{**} < \varepsilon_*$

$T_{c,o}$ - temperatura całkowita przed dyszą,

- prędkość powietrza w osi na końcu odcinka początkowego c_{mo} wyznaczona jest z rozwiązania przepływu na wylocie z dyszy oraz informacji eksperymentalnych. Badania wskazują, że dla $\varepsilon_{*} < \varepsilon_{a} < \varepsilon_{**}$ liczba Macha liczona ze średniej prędkości c_1 na wypływie z dyszy osiąga wartości większe od jedności ($Ma_1 > 1$) przy lokalnej wartości Ma_1 w osi dyszy zbliżonej do 1. Średnia prędkość c_1 na wypływie z dyszy otrzymana jest z rozwiązania równania ciągłości przepływu i równania energii. Wyniki badań rozkładów prędkości na wypływie z dysz uzasadniają więc przyjęcie dodatkowych warunków:

- jeśli $Ma_1 > 1$, wtedy przyjmujemy:

$$c_{m,o} = a_1 = \sqrt{\varkappa R T_1}$$

co odpowiada liczbie $Ma_1 = 1$ w osi dyszy,

- jeśli $Ma_1 < 1$, wtedy $c_{m,o} = c_1$.

Mając rozwiązany układ równań /13/, /19/, /23/ i /24/ można określić strumień masy mieszaniny a dalej ilość wody i ciepła pobieranych z poszczególnych głębokości i wynoszonych na powierzchnię lustra. Strumień masy mieszaniny na danej głębokości x wynosi:

$$\dot{m}_m = \int_0^A \varrho_m c_m \, dA \qquad /30/$$

Tak jak poprzednio, zapisując tę zależność w postaci bezwymiarowej i wprowadzając funkcje /8/ i /9/, otrzymuje się:

$$\dot{m}_m = 2\pi b^2 a \varrho_w c_{mo} A_6 \qquad /31/$$

gdzie całkę A_6 aproksymowano funkcją:

$$A_o = \int_0^1 \frac{(1-\bar{r}^{1,5})^2 \bar{r} \, d\bar{r}}{1-\bar{r}^{1,5}+a} = \frac{1}{2,5a+2} \qquad /32/$$

Ostatecznie:

$$\dot{m}_m = \frac{6,28 \, b^2 a \varrho_w c_{mo}}{4,68 + 8,27a} \qquad /33/$$

a ilość pobieranej wody:

$$\dot{m}_w = \dot{m}_m - \dot{m}_p \qquad /34/$$

Na odcinku głębokości Δ x ilość pobieranej wody wynosi:

$$\Delta \dot{m}_w = (\dot{m}_w)_x - (\dot{m}_w)_{x-\Delta x} \qquad /35/$$

a ilość ciepła względem temperatury $0^{\circ}C$:

$$\Delta \dot{Q} = \Delta \dot{m}_w \cdot c_w \cdot t(x) \qquad /36/$$

gdzie: c_w - ciepło właściwe wody,
$t(x)$ - temperatura wody na danej głębokości x.

Sumaryczna ilość ciepła wynoszona na powierzchnię lustra:

$$\dot{Q}_c = \sum_{X=X_2}^{X=X_1} \Delta\dot{Q} \qquad /37/$$

Z badań [3] rozkładów temperatur w różnych zbiornikach wodnych, wynika że w warunkach zimowych, przy utrzymaniu temperatury wody na powierzchni lustra w pobliżu 0^oC, temperatura na dnie wynosi około 4^oC, a rozkład temperatur można w przybliżeniu przyjąć liniowy:

$$t(x) = t_1\left(1 - \frac{x}{H_L}\right) \qquad /38/$$

gdzie t_1 jest temperaturą na dnie zbiornika wodnego.

W warunkach naturalnych dominującą pozycję w bilansie strumieni ciepła wymienianych pomiędzy lustrem wody i otoczeniem jest strumień ciepła związany z odparowaniem.

Wartość tego strumienia zależy od różnicy temperatur lustra wody i otaczającego powietrza, prędkości wiatru oraz wilgotności powietrza. Jednostkowy strumień oddawanego ciepła określa zależność [5,6]:

$$\dot{q} = \sigma\left(i_{1+x_{\vartheta}} - i_{1+x}\right) \qquad /39/$$

lub dla dowolnej powierzchni wymiany ciepła A:

$$\dot{Q}_{ot} = A \cdot \dot{q} \qquad /40/$$

gdzie: σ - współczynnik odparowania

$$\sigma = f\left(Re, Nu, c_{p1+x}\right)$$

$i_{1+x_{\vartheta}}$ - entalpia powietrza nad lustrem wody,

i_{1+x} - entalpia powietrza otaczającego.

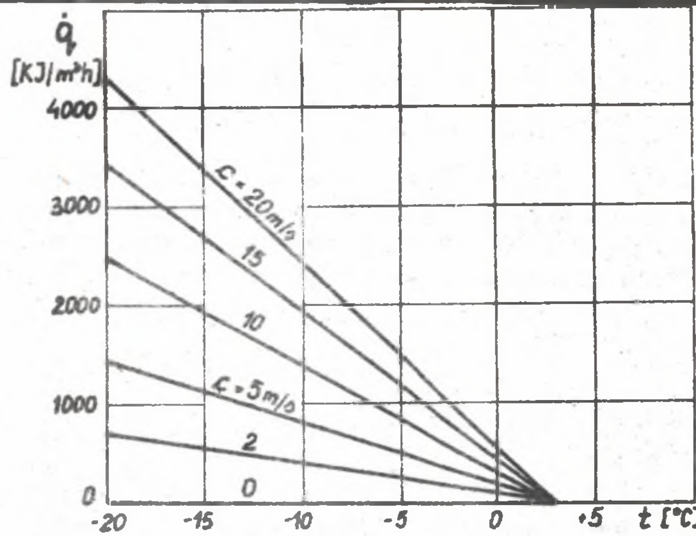
Dla rozpatrywanego przypadku, którego celem jest utrzymanie pewnej powierzchni zbiornika wodnego wolnej od pokrywy lodowej, przyjęto następujące parametry jako stałe:

- temperaturę lustra wody $\vartheta = 0^oC$
- wilgotność względną powietrza $\varphi = 0,6$
- wymiar charakterystyczny $l = 15$ m

Jako zmienne przyjęto:

- temperaturę otoczenia $t = +5$ do -20^oC
- prędkość wiatru $c = 0$ do 20 m/s

Wyniki obliczeń przedstawiono w postaci graficznej na rys.2., z którego w zależności od parametrów otoczenia można określić jednostkowy strumień ciepła oddawanego przez 1 m^2 lustra wody. Równoważny strumień ciepła należy doprowadzić w wynoszonej wodzie dennej dla utrzymania powierzchni wolnej od pokrywy lodowej.



Rys.2. Zależność $\dot{q} = f(t,c)$ dla $\vartheta = 0^{o}C$, $\varphi = 0{,}6$, $l = 15$ m.

Aby na powierzchni wody nie tworzyła się pokrywa lodowa, musi być spełniony warunek:

$$\dot{Q}_c > \dot{Q}_{ot} \qquad /41/$$

Dobierając odpowiednio średnicę otworu dyszy oraz ciśnienie powietrza w rurociągu można metodą kolejnych przybliżeń doprowadzić do spełnienia powyższego warunku.

Utworzony z powyższych zależności algorytm został rozwiązany numerycznie [4]. Wyniki obliczeń oraz badań zostaną przedstawione na konferencji.

LITERATURA

[1] Abramowicz G.H. - Teorija turbulentnych struj. Fizmatgis, Moskwa 1960.
[2] Dejcz M.E.- Techniczeskaja gazodynamika. Energia, Moskwa 1974.
[3] Choiński A.- Zarys limnologii fizycznej Polski. Skrypt UAM-1984.
[4] Marlewski A. - Obliczenia numeryczne. Materiały wewnętrzne Instytutu Matematyki P.P.
[5] DaniłowaG. - Zbiór zadań i obliczeń z przepływu ciepła. WNT, Warszawa 1965.
[6] Hobler T.- Ruch ciepła i wymienniki. WNT, Warszawa 1968.

СВОБОДНАЯ СТРУЯ ДВУХФАЗНОЙ ЖИДКОСТИ ВОЗДУХ-ВОДА

Р е з ю м е

В реферате говорится о методе решения вертикального течения свободной струи двухфазной жидкости воздух – вода. Задачей этого потока является возникновение циркуляции и вынесение глубинных теплейших вод на поверхность с целью предотвращения образования ледового покрова.

TWO - PHASE AIR - WATER FREE JET

S u m m a r y

In this paper a method of calculation of a two - phase air - water jet has been presented. This jet was used for the induction of circulation and for elevation of the warmer layers of bottom water to the surface for the ice cover protection.