

Paweł WIEWIÓRSKI

Wojciech BRATEK

Instytut Maszyn Przepływowych
Politechnika Łódzka

OBLICZENIA NUMERYCZNE PEWNEGO PRZEPŁYWU DWUFAZOWEGO OPISANEGO MODELEM OŚRODKA CIĄGŁEGO

Streszczenie: Ogólne równania zachowania dla dwu przenikających się i oddziaływających ze sobą ośrodków ciągłych uproszczono odpowiednio do przypadku przepływu typu gazowe złoże fluidalne. Podjęto próbę rozwiązania numerycznego konkretnego zagadnienia początkowo-brzegowego. Przedstawiono wyniki wstępnych obliczeń.

1. Wprowadzenie

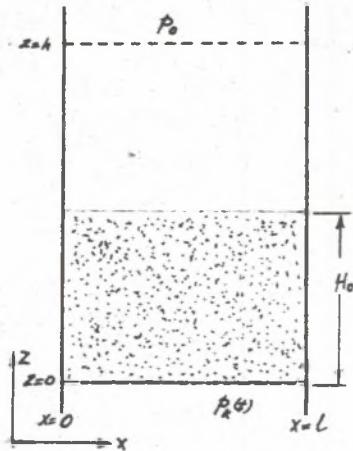
Przepływ typu złoże fluidalne ze względu na swe specyficzne cechy /znaczące rozwinięcie powierzchni międzyfazowej, intensywne mieszanie fazy stałej wywoływane powstawaniem i wznoszeniem się pęcherzy, intensywna zewnętrzna i wewnętrzna wymiana ciepła/ znajduje szerokie zastosowanie w różnych dziedzinach inżynierii procesowej i chemicznej, a także w energetyce. Pomimo szerokich dotychczasowych badań, precyzyjne przewidywanie procesów w złożu /efekt skali/ i ich rozumienie nie jest jeszcze w pełni dostępne. Pewnym szczególnym przypadkiem jest złoże swobodnie pęcherzykujące, w którym mamy do czynienia z tworzeniem się - na skutek niestateczności stanu jednorodnego - pęcherzy gazowych, które są tworami statecznymi, jakkolwiek zwiększającymi swą objętość podczas wznoszenia się przez złoże. Nasuwa się zatem możliwość numerycznej symulacji tego niestacjonarnego procesu. Podjęto taką próbę, a niniejszy artykuł opisuje wstępną część pracy.

2. Model przepływu

Sformułowanie równań zachowania masy, pędu i energii dla układu dwufazowego składającego się z rozproszonych w gazie cząstek fazy stałej wynika z wprowadzenia lokalnie przestrzennie uśrednionych zmiennych pola przepływu, np. [1], [2]. W konsekwencji otrzymuje się układ równań dla dwu przenikających się i oddziaływających ze sobą ośrodków ciągłych /fazy gazowej i fazy cząstek/. Taki sposób opisu bywa nazywany TINC /theory of interacting continua/. Jest zrozumiałe, że ten sposób opisu jest obowiązujący na odległościach większych w porównaniu z rozmiarami niejednorodności układu rzeczywistego /skala mikro/, tj. rozmiarami cząstek wziętymi z ich najbliższym otoczeniem, gdzie zachodzą fluktuacje parametrów hydrodynamicznych. Określa

to skalę "zdolności rozdzielczej" opisu. Jednocześnie ww. skala musi być mała w porównaniu z liniowym rozmiarem obszaru przepływu. Dodatkowo, pojawiające się w równaniach formalne człony muszą zostać określone eksperymentalnie bądź teoretycznie, ale poza TINC.

Przyjęto do rozważań, jak wspomniano na wstępie, przypadek przepływu typu złoża fluidalne. Przedstawia to rys.1. Ograniczono się do rozpatrzenia przepływu w płaszczyźnie $/x, z/$. Pole przepływu jest ograniczone dwoma



Rys.1

pionowymi nieprzepuszczalnymi ściankami oraz dwoma poziomymi ściankami porowatymi /przepuszczalnymi dla gazu - ze znanym oporem - i nieprzepuszczalnymi dla fazy cząstek/. W obszarze powyżej górnej ścianki porowatej panuje stałe ciśnienie p_0 . Przepływ jest wymuszany zmiennym w czasie ciśnieniem $p_k(t)$ panującym w obszarze poniżej dolnej ścianki porowatej. Za stan początkowy układu przyjęto bezruch fazy gazowej $p_k(t=0) = p_0$ oraz bezruch fazy cząstek, przy czym cząstki fazy stałej wypełniają jednorodnie w chwili początkowej dolny obszar pola przepływu o wysokości H_0 , dając tam porowatość θ_0 . Powyżej tego obszaru znajduje się czysty gaz. Fazę stałą stanowią cząstki kuliste o jednakowych średnicach $2r_p$.

Założono: a/Brak międzyfazowej wymiany masy /i stowarzyszonej z nią wymiany pędu i energii/. b/Brak międzyfazowej i zewnętrznej wymiany ciepła.

/W przepływie typu złoża fluidalne mamy zwykle do czynienia z umiarkowaną co do intensywności międzyfazową wymianą masy, która nie rzutuje zasadniczo na procesy hydrodynamiczne, natomiast odwrotnie, procesy hydrodynamiczne - aktywność pęcherzy - istotnie oddziałują na przebieg procesów na powierzchni międzyfazowej. To samo można powiedzieć o wymianie ciepła/.

c/Pominięto siłę wyporu działającą na cząstki /ze względu na znaczną różnicę gęstości ciała stałego i gazu/. d/Cząstki fazy stałej nie znajdują się w stałym kontakcie między sobą, a naciski normalne są przenoszone przez gaz znajdujący się w szczelinach /cząstki, pływają w gazie/. e/Dodatkowo założono, na początek, brak efektywnej lepkości obydwu ośrodków ciągłych /faz/.

To założenie może być dość łatwo usunięte nie komplikując istotnie procedury numerycznej.

W konsekwencji, ogólny układ równań zachowania upraszcza się do 8 równań /w kolejności: równania ciągłości - odpowiednio dla fazy gazowej /indeks "v"/ i fazy cząstek /indeks "d"/, po dwie składowe równania pędu dla poszczególnych faz oraz równania energii dla fazy gazowej i równanie stanu gazu z 8 niewiadomymi $u_v, v_v, u_d, v_d, \rho_v, \theta, p, I_v$, przy czym $\rho_v = \theta \rho_g$, a $\rho_d = (1 - \theta) \rho_s$.

Jak widać, występują dwa mechanizmy sprzęgające pędy obydwu faz, pierwszy związany z makroskopowym gradientem ciśnienia, drugi związany z mikrofluktuacjami pola ciśnienia wokół pojedynczej cząstki - opisany jest makroskopowo przez człon $K(\vec{u}_v - \vec{u}_d)$, związany z poślizgiem prędkości faz /funkcja K - patrz spis oznaczeń/.

$$\frac{\partial p'_i}{\partial t} + \frac{\partial(\rho'_i u_v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho'_i v_z)}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial p'_d}{\partial t} + \frac{\partial(\rho'_d u_d)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho'_d v_d)}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial(\rho'_i u_v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho'_i u_v^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho'_i u_v v_z)}{\partial z} = -\theta \frac{\partial p}{\partial x} - K(u_v - u_d)$$

$$\frac{\partial(\rho'_i v_z)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho'_i u_v v_z)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho'_i v_z^2)}{\partial z} = -\theta \frac{\partial p}{\partial z} - K(v_z - v_d)$$

$$\frac{\partial(\rho'_d u_d)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho'_d u_d^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho'_d u_d v_d)}{\partial z} = -(1-\theta) \frac{\partial p}{\partial x} + K(u_v - u_d)$$

$$\frac{\partial(\rho'_d v_d)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho'_d u_d v_d)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho'_d v_d^2)}{\partial z} = -(1-\theta) \frac{\partial p}{\partial z} + K(v_z - v_d) - \rho'_d g$$

$$\rho'_v \left[\frac{\partial J_v}{\partial t} + \frac{\partial(u_v J_v)}{\partial x} + \frac{\partial(v_z J_v)}{\partial z} - J_v \left(\frac{\partial u_v}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \right] =$$

$$= K[(u_v - u_d)^2 + (v_z - v_d)^2] - p \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [\theta u_v + (1-\theta) u_d] + \frac{\partial}{\partial z} [\theta v_z + (1-\theta) v_d] \right\}$$

$$\frac{p}{\rho} = \theta(x-1)J_v$$

Warunki brzegowe i początkowe są następujące:

$$\left. \begin{aligned}
 u_v \Big|_{z=0} = u_d \Big|_{z=0} = 0 \\
 v_v \Big|_{z=0} = \sqrt{1/A (P_x - P|_{z=0})} \quad , \quad P_x = P_x(t) \\
 v_v \Big|_{z=h} = \sqrt{1/B (P|_{z=h} - P_0)} \quad , \quad P_0 = \text{const} \\
 \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{\substack{x=0 \\ x=L}} = \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{\substack{z=0 \\ z=L}} = \frac{\partial J_v}{\partial x} \Big|_{\substack{x=0 \\ x=L}} = \frac{\partial p_x}{\partial x} \Big|_{\substack{x=0 \\ x=L}} = 0 \\
 \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{\substack{z=0 \\ z=h}} = \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{\substack{z=0 \\ z=h}} = \frac{\partial J_v}{\partial z} \Big|_{\substack{z=0 \\ z=h}} = \frac{\partial p_z}{\partial z} \Big|_{\substack{z=0 \\ z=h}} = 0
 \end{aligned} \right\} \text{ dla } t > 0$$

$$\left. \begin{aligned}
 u_v(x,z) = u_d = v_v = v_d = 0 \\
 \theta(x,z) = \theta_0 \\
 p(x,z) = p_0 \\
 p_v(x,z) = p_{v0} \\
 J_v(x,z) = J_{v0} \\
 p_x = p_0
 \end{aligned} \right\} \text{ dla } t=0$$

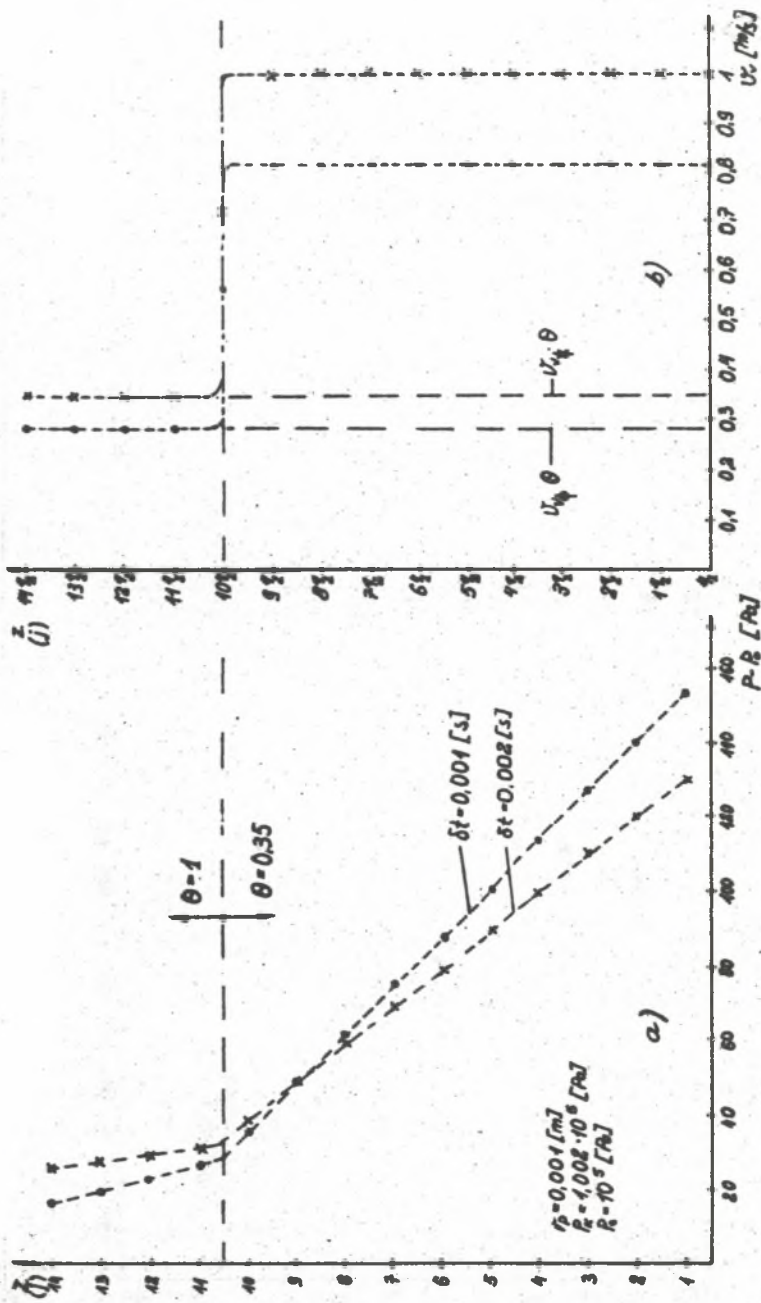
3. Metoda rozwiązania

Dla rozwiązania tak postawionego zagadnienia początkowo-brzegowego użyto metody numerycznej zaproponowanej przez Harlowa i Amsdena [3]. Jest ona typu mieszanego: jawno-niejawna. W części niejawnej dla kolejnego kroku czasowego oblicza się iteracyjnie /jednocześnie we wszystkich komórkach eulerowskich/ parametry przepływu - składowe prędkości fazy gazowej i fazy cząstek, ciśnienia, gęstości fazy gazowej - na podstawie równań algebraicznych powstałych z różnicowych form: równania ciągłości dla fazy gazowej oraz równań pędu. W równaniach pędu, te człony, które nie są bezpośrednio związane z "poślizgiem" prędkości fazy, są wyliczane z wartości znanych w poprzednim kroku czasowym - a więc tylko niektóre człony są "uwikłane" w procedurze iteracyjnej. Procedura iteracyjna oparta jest na metodzie Newtona-Raphsona. Pozostałe parametry hydrodynamiczne - porowatość układu, energia wewnętrzna - są wyliczane w sposób jawny na podstawie wartości znanych z poprzedniej chwili czasu. Metoda ta zatem, nie rezygnując z nieliniowości równań pędowych, nie włącza bezpośrednio tych nieliniowości do części niejawnej obliczeń, co daje potencjalnie wyższą efektywność obliczeń.

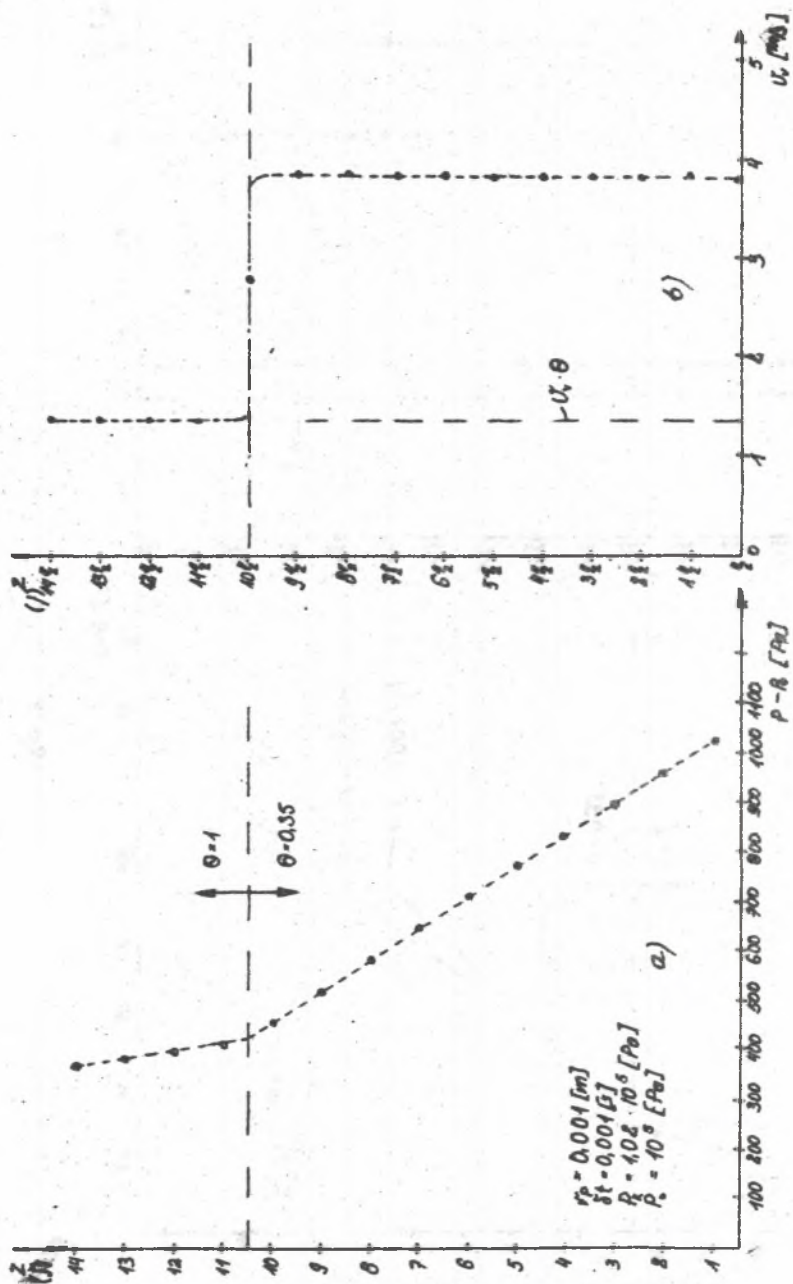
4. Wyniki wstępnych obliczeń i uwagi końcowe

W oparciu o opisaną metodę Harlowa-Amsdena opracowano program obliczeniowy na EMC /Odra 1305/ [4] i wykonano wstępne obliczenia /dla pierwszego kroku czasowego/. Najbardziej interesujące rozkłady prędkości fazy gazowej i ciśnienia przedstawiono na rys.2 i 3.

Widać, że metoda numeryczna "nie boi" się granic oddzielających obszary o drastycznie różnej porowatości i jest w stanie tę granicę przewidywać. Oczekujemy, że za pomocą opracowanego programu będziemy w stanie symulować efekty głęboko nieliniowe /tworzenie się pęcherzy i ich migrację przez złoż/, które pojawiają się w bardziej zaawansowanym czasie. Obliczenia są kontynuowane.



Rys. 2



Rys. 3

Oznaczenia

- A, B - stała oporu ścianki porowatej
 c_D - współczynnik oporu /patrz K/
 g - przyspieszenie grawitacyjne
 I_v - energia wewnętrzna właściwa fazy gazowej
 K - funkcja wymiany pędu między fazami wynikająca z poślizgu prędkości faz
- $$K = \left(\frac{3\varphi_v'(1-\theta)}{2r_p^2\theta^2} \right) \left(3\gamma_v + \frac{r_p c_D |\vec{u}_v - \vec{u}_d|}{4} \right)$$
- p - ciśnienie
 p_k, p_0 /patrz rys.1/
 r_p - promień cząstki fazy stałej / $r_p = 1$ mm/
 t - czas
 $\vec{u}_v(u_v, v_v), \vec{u}_d(u_d, v_d)$ - prędkość odpowiednio fazy gazowej i fazy cząstek
 x, z - współrzędne
 δt - krok czasowy
 α - wykładnik izentropy
 θ - porowatość
 ν_v - lepkość kinematyczna gazu
 φ_v, φ_d - gęstość /mikroskopowa/ odpowiednio fazy gazowej i fazy cząstek
 φ_v', φ_d' - gęstość makroskopowa odpowiednio fazy gazowej i fazy cząstek,
 $\varphi_v' = \varphi_v \theta, \varphi_d' = (1-\theta)\varphi_d$

LITERATURA

[1] T.B.Anderson, R.Jackson: Ind.Eng.Chem.Fundamentals, vol.6 /1967/.
 [2] S.K.Garg, J.W.Pritchett: J.of Applied Phys., vol.46, No.10 /1975/.
 [3] F.H.Harlow, A.A.Amsden: J.of Computational Phys., vol.17 /1975/.
 [4] P.Wiewiórski, W.Bratak, D.Zakrzewska: Arch.Prac Inst.Maszyn Przepływowych Politechniki Łódzkiej, Nr IMP-857 /1983/.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЕ НЕКОТОРОГО ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ
 ОПИСАННОГО ЧЕРЕЗ МОДЕЛЬ СПЛОННОЙ СРЕДЫ

Резюме

Общие уравнения двухфазной сплошной среды сокращено к случаю течения в псевдосжимаемом слое. Предпринято испытание вычислительного решения некоторой начально-краевой задачи. Указано результаты вступительных вычислений.

NUMERICAL CALCULATION OF A CERTAIN TWO-PHASE
FLOW PROBLEM DESCRIBED IN CONTINUUM REPRESENTATION

S u m m a r y

The general governing equations (in continuum representation) for two-phase flow problem were reduced to the gas-fluidised bed problem. A proof was performed to obtain a numerical solution for a certain initial-boundary problem. The results of preliminary calculations are presented.