Seria: ENERGETYKA z. 88

Nr kol. 807

#### Andrzej ZIELIŃSKI

Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Politechnika Wrocławska

# KONCEPCJA BADANIA WPŁYWU OKRESOWEJ NIECIĄGŁOŚCI POLA PRĘDKOŚCI NA PRZEBIEG LINII PRADU W PALISADZIE

<u>Streszczenie:</u> W artykule przedstawiono założenie nowego sposobu analizy przepływu przez palisady meszyn rotodynamicznych. Proponowana koncepcja zakłada wykorzystanie znanych metod analizy przepływu merydionalnego i międzyłopatkowego w ujęciu dwuwymiarowym. Odmienność modelu polega na zrezygnowaniu z uśredniania pola prądu względem współrzędnej obwodowej. Przyjęto, że nieciągłości modułów wektorów prędkości względnej stycznych do obu stron łopatki, musi odpowiadać jednoznacznie nieciągłość ich kierunków. Przewiduje się możliwość uwzględnienia dowolnego kształtu łopatki i dowolnego jej zarysu w przekroju merydionalnym. Zamieszczono wyniki niektórych obliczeń wstępnych.

## 1. Wprowadzenie

Przepływ w kierunku promieniowo-osiowym przez palisadę diagonalną o stosunkowo małej liczbie łopatek jest przepływem, w którym trójwymiarowość zjawiska uwidacznia się najwyraźniej. Palisady, w których przepływ odbywa się w kierunku odśrodkowym lub w kierunku równoległym do osi obrotu, w szczególności palisady o dużej liczbie łopatek, pozwalają na dokonywanie pewnych racjonalnie uzasadnionych uproszczeń w modelach matematycznych opisujących przepływy przez nie.

Równania przepływu trójwymiarowego sformułowane przez Wu [1] przed trzydziestoma laty okazały się w praktyce trudne do rozwiązania numerycznego, pomimo iż ten model przepływu zawiera również istotne uproszczenia. W latach 1966 i 1970 próbowano wyprowadzone przez Wu równania rozwiązać dla powierzchni S<sub>1</sub> (Smith i Frost [2]) i powierzchni S<sub>2</sub> (Marsh [3]). Natomiast aż do połowy lat siedemdziesiątych nie odnotowano próby rozwiązania tych równań równocześnie dla obu wyróźnionych powierzchni prądu [4]. Wykorzystywane w szeregu pracach tzw. przybliżenie quasi-trójwymiarowe ([5],[6] i in.) można uznać za pierwsze przybliżenie rozwiązania podanego przez Wu. Obraz przepływu przez palisadę otrzymuje się przez rozwiązanie:

- opływu palisady profili na obrotowej powierzchni prądu (powierzchnia typu S<sub>1</sub>),
- 2) przepływu wzdłuż średniej leżącej między łopatkami powierzchni prądu

丁のお為

# (powierzchnia S2).

Tylko w szczególnym przypadku przy wprowadzeniu modelu nieskończenie gęstej palisady powierzchnia S<sub>2</sub> jest przystająca do środkowej powierzchni łopatki.

Przyjęcie do rozważań istnienia obrotowej, osiowo-symetrycznej powierzchni prądu oznacza, że albo obie wielkości charakteryzujące pole prądu, tzn. moduł i kierunek wektora prędkości, uważa się za osiowo-symetryczne, albo przynajmniej jedną z nich (kierunek). W rzeczywistości w ogólnym przypadku przy skończonej liczbie łopatek mamy do czynienia z przepływem okresowo-symetrycznym, a powierzchnie łopatki są powierzchniami nieciągłości tak pod względem modułu, jak i kierunku wektora prędkości.

# 2. Metody analizy przepływu miedzyłopatkowego i przepływu merydionalnego.

Analiza przepływu na powierzchni S<sub>1</sub> (w tym na osiowo-symetrycznej powierzchni S<sub>1</sub>) zwana jest często analizą przepływu międzyłopatkowego (blade-to-blade). Ograniczając się do badania przepływów ustalonych, poddźwiękowych i izentropowych płynu nieściśliwego i nielepkiego można ją wykonać dwuwymiarowymi metodami:

- odwzorowania konforemnego,
- punktów osoblir sh.

W obu przypać o frzymuje się dla wybranego punktu pracy pole prędkości indukowane r palisadę na danej powierzchni prądu.

Analizę pr p na powierzchni S<sub>2</sub> przedstawia się przeważnie po zrzutowaniu go na płaszczyznę merydionalną. Zagadnienie to, zwane dlatego analizą przepływu merydionalnego lub analizą od piasty do tarczy (hub-to--shroud), polega na badaniu warunków równowagi cząstek płynu będących na powierzchni S<sub>2</sub>. Można wyróżnić cztery grupy metod analizy tego przepływu: - krzywizny (ciągłości) linii prądu,

- różnic skończonych,
- elementów skończonych,

- wykorzystujące trójwymiarowy model łopatki jako powierzchni wirowej. W wyniku otrzymuje się pole prądu przepływu merydionalnego dla pojedynczej palisady lub zespołu wielostopniowego w oparciu o kształt wybranej uprzednio uśrednionej powierzchni prądu typu S<sub>2</sub>. Analiza przepływu merydionalnego pozwala zatem na racjonalne wyznaczenie położenia obrotowych powierzchni prądu typu S<sub>1</sub>, na których z kolei bada się pole prądu przepływu międzyłopatkowego.

# Proponowana koncepcja badania wpływu okresowej nieciagłości pola predkości w palisadzie.

Quasi-trójwymiarowy model przepływu przez palisadę zawiera w sobie oczywistą sprzeczność: pozwala na wyznaczenie okresowo-symetrycznego pola prądu w palisadzie przy założeniu, że odpowiadają mu obrotowe powierzchnie prądu. Tymczasem wykazano [7], że przepływ przez dowolną palisadę o skończonej liczbie łopatek nie może mieć esiowo-symetrycznych powierzch-

# Koncepcja badania wpływu okresowej nieciągłości,

ni prądu. Zastosowane uśrednianie w kierunku obwodowym, choć może być uzasadnione w szczególnych przypadkach, prowadzi do niepokojąco istotnego zmniejszenia informacji o przepływie. Dotyczy to zwłaszcze przepływu między piastą a tarczą przedstawianego w przekroju merydionalnym. Rejestruje się tu bowiem w istocie fikoyjny przepływ uśredniony na uśrednionych powierzchniach prądu. Wyznaczony obraz linii prądu oraz rozkłady prędkości i ciśnień mogą mieć bardzo mało wspójnego z rzeczywistym przepływem. Tym bardziej że w analizie konkretnego urządzenia najbardziej istotne są parametry pola prądu w bezpośrednim sąsiedztwie ciał stałych - w szczególności łopatek.

W związku z tym ograniczając się nadal do przypadków, w których obowiązuje model Wu, tzn. w których spływ z powierzchni łopatek na powierzchnie tarcz wirnika (i odwrotnie) można zaniedbać, a oderwania na powierzchni łopatki nie występują, proponuje się, aby:

Wychodząc z założenia, że jedynymi powierzchniami prądu typu S<sub>2</sub>,których kształt od początku jest znany,są powierzchnie przylegające do obu stron lopatki, dąży się do spełnienia dla tych powierzchni następujących dwóch warunków:

1) kinematycznego (równania ruchu),

2) geometrycznego (warunku braku oderwania).

Warunek kinematyczny wywodzi się z układu równań hydrodynamicznych Rulera dla przestrzeni trójwymiarowej i dla dowolnej powierzchni prądu typu So może być zapisany w postaci:

$$\frac{dw}{dq} = wA + B + \frac{1}{w} (C + D)$$
(1)

przy czym

ť

$$A = \left(\frac{\sin^2\beta \cdot \sin\epsilon}{s} - \sin\beta \cdot \cos\beta \cdot \sin\epsilon}{s} \frac{\partial\epsilon}{r \cdot \partial v} - \frac{\cos^2\beta}{r}\right) \frac{dr}{dq} - \left(\frac{\sin^2\beta \cdot \cos\epsilon}{s} + \frac{\partial\epsilon}{s}\right) \frac{dr}{dq} - \frac{\sin^2\beta \cdot \cos\epsilon}{s} \frac{dv}{dq} + \frac{\sin\beta \cdot \cos\beta \cdot \cos\epsilon}{r \cdot \partial v} \frac{\partial\epsilon}{dq} - \frac{\sin\beta \cdot \cos\beta \cdot \cos\epsilon}{s} \frac{dv}{dq}$$

$$B = \left( \sin\beta \cos \epsilon \frac{dw_{m}}{dl_{m}} + 2\omega \cos \delta \right) \frac{dr}{dq} + \sin\delta \sin \epsilon \frac{dw_{m}}{dl_{m}} \frac{dz}{dq} + r \cdot \sin\delta \left( - \frac{dw_{u}}{dl_{m}} + 2\omega \cos \epsilon \right) \frac{d\sqrt{dq}}{dq}$$

$$C = o_{I} \cdot \frac{do_{I}}{dq} + \frac{1}{\mu} \cdot \frac{dp_{I}}{dq} - \omega \cdot \frac{d(r_{I} \cdot o_{uI})}{dq}$$

$$D = (-\mathbf{r} \cdot \mathbf{w} \cdot \cos \beta + \mathbf{r}^{2} \omega - \mathbf{r}_{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{c}_{u\mathbf{I}}) \omega \frac{d\mathbf{v}_{\mathbf{h}}}{d\mathbf{q}} + (1 - \mathbf{v}_{\mathbf{h}}) \omega \left[ (-\mathbf{w} \cdot \cos \beta + 2 \cdot \mathbf{r} \cdot \omega) \frac{d\mathbf{r}}{d\mathbf{q}} - \frac{d\mathbf{w}_{u}}{d\mathbf{q}} - \frac{d(\mathbf{r}_{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{c}_{u\mathbf{I}})}{d\mathbf{q}} \right]$$

Warunek geometryczny jest warunkiem styczności wektora prędkości

<u>Zieliński</u>

względnej 🐨 do linii prądu leżącej na łopatce:

$$\vec{w} \times dl = 0$$

Tym samym prędkość względna cząstki w kierunku normalnym do powierzchni łopatki jest zerem.

Powyższe dwa warunki odpowiadają dwum niewiadomym, jakie należy ustalić dla każdej cząstki znajdującej się na badanej powierzchni prądu, tzn. modułowi i kierunekowi jej prędkości.

Równanie (1) jest wykorzystywane w metodzie krzywizny linii prądu. Rozwiązując je wraz z warunkiem ciągłości zapisanym w formie całkowej, otrzymuje się rozkład prędkości względnej wzdłuż dowolnej krzywej q(r,J,z) między piąstą a tarczą palisady. Tym samym wyznacza się obrotowe powierzchnie prądu i towarzyszące im uśrednione pole prędkości. W niniejszym algorytmie, którego szczegółowy opis zawarto w [8], następuje odwrócenie zagadnienia:

Dane jest okresowo-symetryczne pole prędkości otrzymane np. w wyniku analizy palisady metodą dwuwymiarową na szeregu powierzohniach osiowo--symetrycznych. Nachylenie tych powierzchni w przekroju merydionslnym wyrażają odpowiednie wartości kąte £. Wykorzystując zależność (1), należy sprawdzić, osobno dla obu stron łopatki, czy ustalone wyżej pole prędkości spełnia równanie ruchu. Jeżeli tak nie jest, to trzeba ustalić dla danego modułu wektora w nowe, skorygowane wartości kąta £. Powyższe wykonuje się dla wszystkich wyróżnionych punktów obliczeniowych, otrzymując w przekroju merydionalnym dwa nowe, skorygowane, wektorowe pola prędkości. Nieciągłości modułów wektorów prędkości musi bowiem odpowiadać nieciągłość ich kierunków po obu stronach łopatki.

Na rys. 1 przedstawiono schematycznie wzajemny związek między trzema wymienionymi wyżej algorytmami.

#### 4. Zagadnienia szczegółowe,

Sformulowany wyżej w ogólnych założeniach algorytm wymaga rozwiązania szeregu zagadnień szczególowych; w szczególności:

- opis kształtu łopatki w wybranych (i zmieniających się) punktach obliczeniowych, --
- wyznaczanie aktualnej wartości kąta nachylenia linii prądu,
- poszukiwanie skorygowanej wartości kąta ε,
- wyznaczanie linii obliczeniowych w polu kierunkowym,
- ustalenie najkorzystniejszego położenia linii q.

Eształt lopatki (dokładniej: powierzchni prądu typu S<sub>2</sub> przylegającej do lopatki) jest zapisywany w każdym punkcie obliczeniowym za pomocą wartości trzech kątów: n, t i y (rys. 2).

Z danych zależności opisujących kształt łopatki ( $\vartheta = f(r)$  i z = f(r)) wyznacza się w punktach obliczeniowych pierwszego przybliżenia wartości kątów  $\mathcal{S}$ ,  $\varepsilon$  i np.  $\eta$  (co jest najdogodniejsze ze względu na przyjęty sposób wymiarowania rysunków konstrukcyjnych łopatki). Wtedy:

300

(2)

Koncepcja badania wpływu okresowej nieciąglości...

$$f = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left[ \frac{\operatorname{ctg} \beta \cdot \operatorname{tg} \eta}{\operatorname{sins} + \operatorname{tg} \eta \cdot \operatorname{coss}} \right]$$
(3)  
$$\varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\operatorname{tg} f}{\operatorname{tg} \eta}$$
(4)

301

Dla dowolnego punktu obliczeniowego można w toku obliczeń ustalić interpolacyjnie odpowiadające nu wartości η, † i ψ. Poszukiwaną wartość kąta 8, spełniającą warunek styczności wektora prędkości względnej do linii prądu leżącej na łopatce, wyznacza się dla danej wartości & wzorem:

$$\delta = \operatorname{arc ctg} \left[ \frac{\operatorname{tg} f (\sin t + \operatorname{tg} \eta \cos t)}{\operatorname{tg} \eta} \right]$$
 (5)

Algorytm systematycznego przeszukiwania przedziału 0+2%, w którym może znajdować się wartość kąta ε spełniająca równanie ruchu, zamieszczono w [8]. Jeżeli istnieje kilka rozwiązań, to z ich listy otrzymuje się tę wartość, która różni się najmniej od podanej wartości ε przepływu osiowo--symetrycznego. Gdy natomiast dla zadanych parametrów geometrycznych i kinematycznych badanego punktu na łopatce nie istnieje żadna wartość ε spełniająca równanie ruchu, to za rozwiązanie zadania uważana jest ta wartość ε, dla której różnica między obiema wartościami dw/dą (wynikająca z zadanego pola prądu na łopatce i obliczona z równania ruchu) jest najmniejsza. Algorytm obejmuje zarówno przypadek, gdy ∂ε/∂V=0, jak i gdy ∂ε/∂J≠0.

Zagadnienie wyznaczania linii obliczeniowych w polu kierunkowym występuje zarówno w toku analizy przepływu merydionalnego, jak i międzyłopatkowego. Z matematycznego punktu widzenia postawiony problem sprowadza się do rozwiązania zwyczajnego równania róźniczkowego:

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y)$$
(6)

dla dyskretnie zadanych wartości dy/dx z podanym warunkiem początkowym  $y(x_0) = y_0$ . Można tu zastosować jedną z wielu metod numerycznego rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych. Istotna trudność polega natomiast na tym, że dla sieci obliczeniowych o dowolnej w praktyce konfiguracji i dowolnych kierunkach związanych z poszczególnymi węzłami zmienne będące argumentami mogą być w następnym kroku wartościami poszukiwanej krzywej i odwrotnie (rys.3).

Ustalenie optymalnego położenia linii q jest związane z numerycznym uwarunkowaniem zagadnienia, a zatem musi być ono poprzedzone wykonaniem rozpoznawczych obliczeń wstępnych.

# 5. Wykonane obliozenia wstepne.

Obliczenia te zostały przedstawione w [8]. Ich głównym celem było zbadanie dla wybranego punktu łopatki wirnika diagonalnego wrażliwości równania ruchu na zmianę poszczególnych parametrów geometrycznych i ki-



nematycznych. Aby można się było zorientować, w jakim stopniu należałoby zmienić nachylenie linii prądu, aby spełnić to równanie przy zschowaniu wartości pozostałych parametrów, wykreślano wykresy dw/dq=f(z). Zależności te mają charakter czysto matematyczny, ponieważ w rzeczywistości każda zmiana kierunku pola prądu na łopatce jest związana ze zmianą wartości prędkości tego pola i odpowiednich związanych z tym pochodnych. Poszukiwanie ostatecznego rozwiązania będzie więc iteracyjne.

# Koncepcja badania wpływu okresowej nieciągłości...

Przeprowadzona analiza wykazała, że zależność dw/dq=f(t) jest funkcją okresową o okresie równym 2%. Na rys. 4 i 5 przedstawiono przykłedowo wpływ zmian: prędkości względnej na łopatce oraz usytuowania linii q w danym polu prędkości na łopatce na zależność dw/dq=f(t).

# 6. Podsumowar 19.

Przedstawiona koncepcja powiązania analizy przepływu merydionalnego i międzyłopatkowego może być po jej rozwinięciu przydatna do quasi-trójwymiarowej analizy palisad o dużej przelotowości, w których uśrednianie pola prądu w kierunku obwodowym nie jest colowe. Wyniki obliczeń powinny w przyszłości umożliwić wyznaczenie pierwszego przybliżenia powierzchni wirowej modelującej łopatkę w przepływie trójwymiarowym.

# Podziekowanie.

Autor pragnie wyrazić wdzięczność Panu prof. dr hab. inż. Ryszardowi Rohatyńskiemu za cenne uwagi,które przyczyniły się do wzbogacenia treści pracy.

# LITERATURA

- [1] Chung-Hua Wu: A general theory of three-dimensional flow in subsonic and supersonic turbomachines of axial, radial and mixed-flow types. Trans. ASAR, november 1952.
- [2] D.J.L. Smith, D.H. Frost: Calculation of the flow past-turbomachine blades. Proc. of the Institute of Mechanical Engineers, vol 184, paper 27, 1969-1970.
- [3] H. Marsh: A digital computer program for the through-flow fluid mechanics in an arbitrary turbomachine using a matrix method. Aeronautical Research Council, Reports and Memoranda No. 3509 july 1966.
- [4] D. Japikse: Review progress in numerical turbomachinery analysis. Trans. ASME. Journal of Fluids Engineering, december 1976.
- [5] Y. Senoo, Y. Nakase: Teoria przepływu cieczy nielepkiej przez maszynę hydrauliczną. Zastosowanie metody wyznaczania powierzchni prądu do badania przepływów międzyłopatkowych przez wirnik diagonalny. Trans. of the Japan Society of Mechanical Engineers, vol 38, nr 308, april 1972.
- [6] M.J. Schilhansl: Three-dimensional theory of incompressible and inviscid flow through mixed flow turbomachines. Trans. ASME. Journal of Engineering for Power, october 1965, seria A.
- [7] M.H. Vavra: Aero-thermodynamics and flow in turbomachines. J.Viley, New York 1960.
- [8] A. Zieliński: Teoretyczna analiza przepływu merydionalnego przez palisady łopatkowe maszyn wirowych. Praca doktorska. Politechnika Wrooławska, Wrocław-1982.
- [9] R. Rohatyński, A. Zieliński: Theoretical characteristics of pumps and water turbines and their application in design. Konferencja Naukowa "35 years of Turboinstitut". Lublana 1984.
- [10] A. Zieliński: Teoretyczna analiza przepływu merydionalnego przez palisady o dowolnym kształcie łopatek i dowolnym zarysie przekroju merydionalnego. Technologia przepływowych maszyn wirnikowych. V Konferencja Naukowo-Techniczna, Rzeszów, grudzień 1983.

КОНЦЕПЦИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ НЕПОСТОЯНСТВА ПОЛЯ СКОРОСТИ НА ТЕЧЕНИЕ ЛИНИИ ТОКА В РЕШЕТКЕ

#### Резрие

В статье представлены задания нового способа анализа течения через ренетку гидравлических турбомания. Предложенная концепция предполагает нопользовать известные методы меридиального и мелдулопостного анализа течения в двухмерном подходе. Своеобразне моделя заключается в отказе от усреднения поля тока относительно окружностной координаты. Принято, что непостоянство модуля зектора скорости касательных к обены сторонам доласти должно отвечать однозначно мепостоянству их направлений. Предвидится возможность учета любой формы допасти и любого контура в мериднональном сечения. Помещено результаты некоторых вступительных расчетов.

CONCEPTION OF EXAMINATION OF THE VELOCITY FIELD PERIODICAL DISCONTINUITY INFLUENCE ON THE STREAM LINE COURSE IN A PALISADE

#### Summary

In this work they been represented the assumptions of a new way of a flow analysis through the rotodynamic machine paliaades. The proposed conception assumes the utilization of the known analysis methods of the meridional and interblade flow in the two-dimensional confinement. The dissimiliarity of a model depends on the resignation from the mean-making of the stream field in relation of the circumferential co-ordinates. It was assumed that the discontinuity of the direction of the relative velocity vectors tangent to both blade sides had to correspond univocally of discontinuity of their modulno. It is possible to anticipate the regard of any blade shape and that of its profile in the meridional cross-section. They have been placed the results of some preliminary calculations.