

Jan ZYCH

METODA PROGNOZOWANIA DEFORMACJI W GÓROTWORZE  
UWZGLĘDNIAJĄCA ASYMETRYCZNY PRZEBIEG PROCESU DEFORMACJI

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono nową metodę prognozowania wpływów eksploatacji górniczej w górotworze uwzględniającą asymetryczny przebieg procesu deformacji. Podano założenia metody oraz wzory na wskaźniki deformacji dla eksploatacji w kształcie nieskończonej półpłaszczyzny. W końcowej części omówiono parametry metody oraz sposób ich wyznaczania.

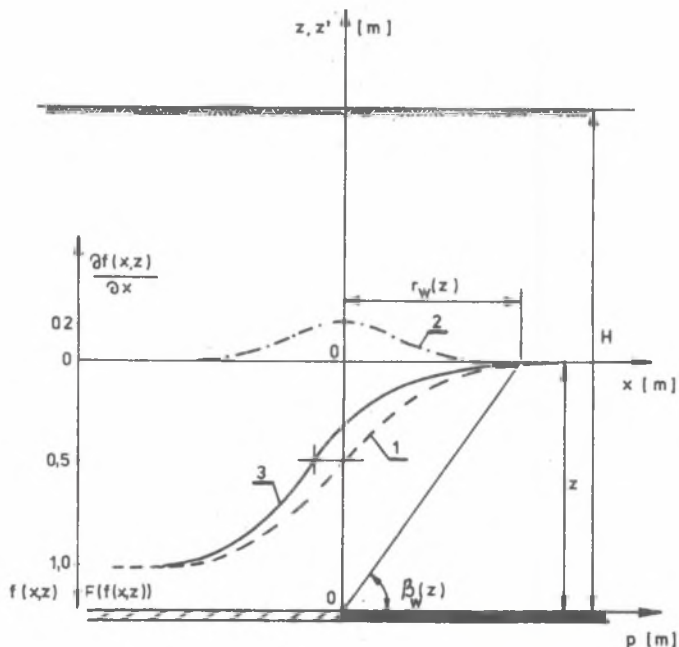
## 1. WSTĘP

Prognozowanie wpływów eksploatacji w górotworze jest problemem bardziej złożonym i mniej rozeznaczonym niż prognozowanie wpływów eksploatacji na powierzchnię terenu. Składa się na to wiele przyczyn, a m.in. dużo mniejsze rozeznanie tego problemu za pomocą pomiarów geodezyjnych. Większość ze stosowanych teorii w pierwszej wersji opracowana była dla celów prognozowania wpływów na powierzchni a następnie dostosowywana za pomocą parametrów do górotworu.

W ostatnim czasie została opracowana przez autora [4, 5] metoda prognozowania wpływów eksploatacji górniczej na powierzchnię terenu uwzględniającą asymetryczny przebieg procesu deformacji. Ze wstępnych badań wynika, że metoda ta może być również zastosowana do obliczania wpływów eksploatacji w górotworze.

## 2. ZAŁOŻENIA METODY

Założenia metody, najprościej można przedstawić dla eksploatacji w kształcie nieskończonej półpłaszczyzny. W tym celu przyjmijmy układ współrzędnych prostokątnych  $(p, s, z)$ , którego początek znajduje się w stropie poziomo zalegającego pokładu nad krawędzią eksploatacji (rys. 1). Oś  $z$  jest skierowana pionowo ku górze, oś  $p$  jest prostopadła, zaś oś  $s$  jest równoległa do krawędzi eksploatacji. Przyjmijmy też drugi układ  $(x, y, z')$  związany z punktami na danym horyzoncie  $z_1$ . Oś  $z'$  tego układu pokrywa się z osią  $z$ , a osie  $x$  i  $y$  są odpowiednio równoległe do osi  $p$  i  $s$ .



Rys. 1. Schemat eksploatacji do wyprowadzenia wzoru na funkcję osiadania w górotworze

1 - funkcja osiadania -  $f(x,z)$ , 2 - człon delinearizujący funkcję osiadania -  $A_1 \left[ \frac{\partial f(x,z)}{\partial x} \right]^2$ , 3 - funkcja osiadania nieliniowa -  $F(f(x,z))$

Fig. 1. Exploitation scheme to formulate the subsidence function on the strata

1 - subsidence function -  $f(x,z)$ , 2 - unit delinearizing the subsidence function -  $A_1 \left[ \frac{\partial f(x,z)}{\partial x} \right]^2$ , 3 - nonlinear subsidence function -  $F(f(x,z))$

Przemieszczenia pionowe pod wpływem takiej eksploatacji wyrażone są wzorem:

$$w(x,z,\dots) = -agF(f(x,z,\dots)) \quad (1)$$

gdzie:

- $a$  - współczynnik osiadania zależny od sposobu kierowania stropem,
- $g$  - grubość pokładu,

$F(f(x,z,\dots))$  - nieliniowa funkcja osiadania (rys. 1) wyrażona wzorem:

$$F(f(x,z,\dots)) = f(x,z,\dots) - A_1(z) \left[ \frac{\partial f(x,z,\dots)}{\partial x} \right]^2 \quad (2)$$

$f(x, z, \dots)$  - funkcja pierwotna osiadania symetryczna względem punktu przegięcia (rys. 1) o takiej własności, że:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x, z, \dots) = 0 \qquad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x, z, \dots) = 1$$

$A_1(z)$  - współczynnik ujmujący stopień asymetrii wpływów.

Nieliniowa funkcja osiadania  $F(f(x, z, \dots))$  opisana za pomocą wzoru (2) posiada następujące korzystne cechy:

- całkując po faktycznie wyeksploatowanej powierzchni punkt przegięcia tej funkcji znajduje się nad przestrzenią wybraną, w pewnej odległości od krawędzi eksploatacji, zależnej od współczynnika  $A_1(z)$ ; nie ma więc potrzeby stosowania obrzeża,
- jest niesymetryczne względem punktu przegięcia,
- charakteryzuje się dużym zasięgiem wpływów eksploatacji górniczej, zgodnym z obserwowanym w praktyce.

Przeprowadzone pomiary geodezyjne wykazały, że przemieszczenia poziome w obecnie stosowanych teoriach geometryczno-całkowych opisywane są mniej dokładnie od przemieszczeń pionowych. Z badań tych [4] wynika również, że nie jest spełniony również związek przyjęty przez S.G. Awierezyna [1] o proporcjonalności przemieszczeń poziomych do pochodnej z przemieszczeń pionowych.

Przemieszczenia poziome wyrażone są za pomocą wzoru:

$$u(x, z, \dots) = \text{agB}_0(z) \frac{\partial Q(q(x, z, \dots))}{\partial x} \quad (3)$$

gdzie:

$Q(q(x, z, \dots))$  - nieliniowa funkcja dla opisu przemieszczeń poziomych wyrażona wzorem:

$$Q(q(x, z, \dots)) = q(x, z, \dots) - A_2(z) \left[ \frac{\partial q(x, z, \dots)}{\partial x} \right]^2 \quad (4)$$

$q(x, z, \dots)$  - funkcja pierwotna tego samego typu, co funkcja  $f(x, z, \dots)$  tylko o innych parametrach,

$B_0(z)$  - współczynnik proporcjonalności,

$A_2(z)$  - współczynnik ujmujący stopień asymetrii wpływów.

Za funkcje  $f(x, z, \dots)$  i  $q(x, z, \dots)$  mogą być przyjęte funkcje osiadania w zasadzie każdej ze stosowanych teorii geometryczno-całkowych.

W proponowanej przez autora metodzie za funkcje te została przyjęta funkcja osiadania teorii S. Knothego o odpowiednich parametrach. Dla nieskończonej półpłaszczyzny mają one postać:

$$f(x, z, \dots) = \frac{1}{r_w(z)} \int_x^{+\infty} \exp \left[ -\pi \left( \frac{\lambda}{r_w(z)} \right)^2 \right] d\lambda \quad (5)$$

$$q(x, z, \dots) = \frac{1}{r_u(z)} \int_x^{+\infty} \exp \left[ -\pi \left( \frac{\lambda}{r_u(z)} \right)^2 \right] d\lambda \quad (6)$$

gdzie:

$r_w(z), r_u(z)$  - parametry rozproszenia wpływów głównych dla ruchów pionowych i poziomych.

### 3. WZORY SZCZEGÓŁOWE NA WSKAŹNIKI DEFORMACJI POD WPŁYWEM EKSPLOATACJI W KSZTAŁCIE NIESKOŃCZONEJ PÓŁPŁASZCZYZNY

Dla prostszego przedstawienia wzorów, a także ułatwienia obliczeń, wprowadzone zostały w miejsce współczynników  $A_1(z)$ ,  $A_2(z)$  i  $B_0(z)$  współczynniki  $A(z)$ ,  $B_2(z)$  i  $B_1(z)$ , przy czym związki między tymi współczynnikami opisane są wzorami:

$$A_1(z) = A(z)r_w^2(z) \quad (7)$$

$$B_0(z) = B_1(z)r_u(z) \quad (8)$$

$$A_2(z) = B_2(z)r_u^2(z) \quad (9)$$

Uwzględniając powyższe, wzory na poszczególne wskaźniki deformacji mają postać:

- osiadanie:

$$w(x, z) = - \operatorname{sg} \left\{ \frac{1}{r_w(z)} \int_x^{+\infty} \exp \left[ -\pi \left( \frac{\lambda}{r_w(z)} \right)^2 \right] d\lambda - A(z) \exp \left[ - 2\pi \left( \frac{x}{r_w(z)} \right)^2 \right] \right\} \quad (10)$$

- nachylenie profilu niecki:

$$T(x, z) = \frac{\operatorname{sg}}{r_w(z)} \left\{ \exp \left[ -\pi \left( \frac{x}{r_w(z)} \right)^2 \right] - 4\pi A(z) \frac{x}{r_w(z)} \exp \left[ - 2\pi \left( \frac{x}{r_w(z)} \right)^2 \right] \right\} \quad (11)$$

- krzywizna profilu niecki:

$$K(x, z) = - \frac{2\pi a g}{r_w^2(z)} \left[ \frac{x}{r_w(z)} \exp\left(-\pi \frac{x^2}{r_w^2(z)}\right) + 2A(z) \left(1 - 4\pi \frac{x^2}{r_w^2(z)}\right) \exp\left(-2\pi \frac{x^2}{r_w^2(z)}\right) \right] \quad (12)$$

- przemieszczenia poziome:

$$u(x, z) = - B_1(z) a g \left\{ \exp\left[-\pi \left(\frac{x}{r_u(z)}\right)^2\right] - 4\pi B_2(z) \frac{x}{r_u(z)} \exp\left[-2\pi \left(\frac{x}{r_u(z)}\right)^2\right] \right\} \quad (13)$$

- odkształcenia poziome:

$$\varepsilon_x(x, z) = B_1(z) \frac{2\pi a g}{r_u} \left[ \frac{x}{r_u(z)} \exp\left(-\pi \frac{x^2}{r_u^2(z)}\right) + 2 B_2(z) \left(1 - 4\pi \frac{x^2}{r_u^2(z)}\right) \exp\left(-2\pi \frac{x^2}{r_u^2(z)}\right) \right] \quad (14)$$

- odkształcenia pionowe:

$$\varepsilon_z(x, z) = - \frac{a g}{r_w^2(z)} \exp\left(-\frac{\pi x^2}{r_w^2(z)}\right) \left[ x - 4\pi A \frac{x^2}{r_w(z)} \exp\left(-\frac{\pi x^2}{r_w^2(z)}\right) \right] \frac{\partial r_w(z)}{\partial z} \quad (15)$$

Do obliczenia wskaźników deformacji w górotworze potrzebna jest zatem znajomość odpowiednich parametrów i współczynników.

#### 4. PARAMETRY WYSTĘPUJĄCE WE WZORACH PROPONOWANEJ METODY

W oparowanej przez autora metodzie prognozowania wpływów eksploatacji górniczej występują następujące parametry:

a - współczynnik osiadania,

$r_w(z)$  - parametr rozproszczenia wpływów głównych dla ruchów pionowych,

$A(z)$  - współczynnik bezwymiarowy,

$B_1(z)$  - współczynnik bezwymiarowy,

$r_u(z)$  - parametr rozproszczenia wpływów głównych dla ruchów poziomych,

$B_2(z)$  - współczynnik bezwymiarowy.

Potrzeba przyjęcia dwóch parametrów rozproszczenia wpływów głównych  $r_w(z)$  i  $r_u(z)$ , wynika z dokonanych analiz pomiarów geodezyjnych. Występowanie dwóch parametrów rozproszczenia wpływów głównych można wytłumaczyć, np. pionową działaniem siły ciężkości, anizotropową budowę górotworu itp.

Współczynnik  $A(z)$  decyduje o stopniu asymetrii niecki osiadania, a także o przesunięciu jej w kierunku wybranej przestrzeni. Przy odpowiednio dużych wartościach współczynnika  $A(z)$  można teoretycznie uzyskać nawet wypiętrzenie punktów nad calizną. Współczynnik  $A(z)$  decyduje również o miejscu występowania punktów przegięcia niecki osiadania oraz miejscu występowania ekstremalnych nachyłań i krzywizn pionowych.

Współczynnik  $B_1(z)$  decyduje o wartości przemieszczeń i odkształceń poziomych.

Współczynnik  $B_2(z)$  spełnia podobną rolę, jak współczynnik  $A(z)$ . Decyduje on o stopniu asymetrii przemieszczeń poziomych, a także o miejscu występowania ekstremalnych przemieszczeń oraz odkształceń poziomych.

Wszystkie wymienione wyżej parametry i współczynniki można wyznaczyć na podstawie wyników pomiarów geodezyjnych. Najłatwiej i najprościej można je wyznaczyć na podstawie wyników pomiarów geodezyjnych, gdy kształt eksploatacji można uznać za nieskończoną półpłaszczyznę, a linia uystuwana jest prostopadłe do krawędzi eksploatacji. Do wyznaczenia wszystkich parametrów i współczynników potrzebne są wyniki pomiarów osiadań oraz przemieszczeń poziomych dla niecki statycznej.

## 5. SPOSÓB WYZNACZANIA PARAMETRÓW PROPONOWANEJ METODY DLA EKSPLOATACJI W KSZTAŁCIE NIESKOŃCZONEJ PÓŁPŁASZCZYZNY

### 5.1. Współczynnik osiadania - a

Współczynnik osiadania  $a$  przyjmuje się, jako stały dla danej eksploatacji i można go wyznaczyć z pomierzonych osiadań według znanych z literatury metod lub obliczyć z odpowiednich wzorów empirycznych [2, 3].

### 5.2. Parametr rozproszczenia wpływów głównych dla ruchów pionowych - $r_w(z)$

Nachylenie niecki osiadania na danym horyzoncie  $z$  dla punktu położonego nad krawędzią eksploatacji, tj. dla  $x = 0$  na podstawie wzoru (11) wynosi:

$$T_x(0, z) = \frac{ag}{r_w(z)} \quad (16)$$

stąd można obliczyć:

$$r_w(z) = \frac{ag}{T_x(0, z)} \quad (17)$$

Znając wysokość horyzontu  $z$  nad stropem pokładu możemy wyznaczyć parametr  $\text{tg}\beta_w(z)$  ze wzoru:

$$\text{tg}\beta_w(z) = \frac{z}{r_w(z)} \quad (18)$$

Wyznaczony ze wzoru (17) parametr rozproszenia wpływów głównych  $r_w(z)$  będzie zawsze większy od parametru  $r(z)$  wyznaczonego z maksymalnych nachyleń niecki osiadania, gdyż nachylenie niecki nad krawędzią jest zawsze mniejsze od maksymalnych nachyleń występujących w punkcie przecięcia niecki nad wybraną przestrzenią. W związku z tym parametr  $r_w(z)$  należy nieco inaczej interpretować, niż dotychczasowy parametr  $r(z)$ .

Z powyższego wynika, że znając z pomiarów geodezyjnych nachylenie nad krawędzią eksploatacji na danym horyzoncie  $z$  możemy wyznaczyć parametr  $r_w(z)$ . Dla pokładów nie zalegających poziomo należy przy ustalaniu pomierzonych nachyleń uwzględnić dziewięć wpływów ze względu na upad pokładu.

### 5.3. Współczynnik - $A(z)$

Osiadanie punktu położonego nad krawędzią eksploatacji, tj. dla  $x = 0$  na podstawie wzoru (10) wynosi:

$$w(0, z) = -ag(0,5 - A(z)) \quad (19)$$

stąd możemy obliczyć współczynnik  $A(z)$ :

$$A(z) = 0,5 + \frac{w(0, z)}{ag} \quad (20)$$

Z powyższego wynika, że mając zmierzone osiadania nad krawędzią eksploatacyjną oraz maksymalne osiadania na danym horyzoncie możemy wyznaczyć współczynnik  $A(z)$ .

### 5.4. Współczynnik - $B_1(z)$

Przemieszczenie poziome punktu położonego na danym horyzoncie  $z$  nad krawędzią eksploatacji, tj. dla  $x = 0$  na podstawie wzoru (13) wynosi:

$$u(0, z) = - B_1(z)ag \quad (21)$$

stąd możemy obliczyć współczynnik  $B_1(z)$ :

$$B_1(z) = - \frac{u(0, z)}{ag} \quad (22)$$

Z powyższego wyniku, że znając przemieszczenia poziome nad krawędzią eksploatacyjną oraz maksymalne osiadania na danym horyzoncie możemy wyznaczyć współczynnik  $B_1(z)$ .

#### 5.5. Parametr rozproszenia wpływów głównych dla ruchów poziomych - $r_u(z)$

Na podstawie wzorów (3) i (8) możemy dla danego horyzontu  $z$  napisać:

$$\int_{+\infty}^{-\infty} u(x, z) dx = agB_1(z)r_u(z) \quad (23)$$

stąd parametr  $r_u(z)$  wynosi:

$$r_u(z) = \frac{\int_{+\infty}^{-\infty} u(x, z) dx}{B_1(z)ag} \quad (24)$$

Z powyższego wyniku, że mając pomierzone przemieszczenia poziome oraz maksymalne osiadania na danym horyzoncie można wyznaczyć parametr rozproszenia wpływów głównych  $r_u(z)$ .

#### 5.6. Współczynnik - $B_2(z)$

Na podstawie wzorów (3), (4), (6), (8) i (9) dla punktu położonego na danym horyzoncie  $z$  nad krawędzią eksploatacji, tj.  $x = 0$  możemy napisać:

$$\int_{+\infty}^0 u(x, z) dx = agB_1(z)r_u(z) (0,5 - B_2(z)) \quad (25)$$

stąd współczynnik  $B_2(z)$  wynosi:

$$B_2(z) = 0,5 - \frac{\int_{+\infty}^0 u(x, z) dx}{B_1(z)agr_u(z)} \quad (26)$$

Z powyższego wyniku, że mając pomierzone przemieszczenia poziome na danym horyzoncie możemy wyznaczyć współczynnik  $B_2(z)$ .



## 6. WNIOSKI KOŃCOWE

Na podstawie wyprowadzonych wzorów oraz dotychczas wykonanych analiz wyników pomiarów geodezyjnych, a także rozważań teoretycznych można sformułować następujące wnioski:

1. Istnieje możliwość zastosowania metody prognozowania wpływów eksploatacji uwzględniającej asymetryczny przebieg procesu deformacji do obliczania wskaźników deformacji w górotworze.
2. Do obliczania wskaźników deformacji w górotworze potrzebna jest znajomość zmienności parametrów rozpatrywanej metody w górotworze.
3. Parametry metody uwzględniającej asymetryczny przebieg procesu deformacji można wyznaczyć na podstawie wyników pomiarów geodezyjnych prowadzonych w górotworze w różnych warunkach geologiczno-górnicznych.
4. Dla szerokiego stosowania opracowanej metody w praktyce potrzebne są dalsze badania.

## LITERATURA

- [1] Awierżyn G.: Sdwiżeniye gornych porod pri podzejmnykh razrabotkach. Ugletechizdat 1947.
- [2] Praca zbiorowa - Opracowanie ostatecznej wersji wytycznych prognozowania wpływów na górotwór i powierzchnię terenu eksploatacji górniczej na dużych głębokościach. Prace IPBK10P Pol. Śl. - niepublikowana. Gliwice 1982.
- [3] Zych J.: Zmienność parametrów teorii St. Knothego i T. Kochmańskiego w świetle badań geodezyjnych. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. Górnictwo z. 134. Gliwice 1985.
- [4] Zych J.: Metoda prognozowania wpływów eksploatacji górniczej na powierzchnię terenu uwzględniająca asymetryczny przebieg procesu deformacji. Zeszyty Naukowe Pol. Śl., Górnictwo z. 164. Gliwice 1987.
- [5] Zych J.: Metoda nieliniowa prognozowania deformacji powierzchni terenu pod wpływem eksploatacji górniczej. Ochrona Terenów Górniczych nr 85, 1989.

МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДЕФОРМАЦИИ ГОРНОГО МАССИВА  
С УЧЕТОМ АСИММЕТРИИ ПРОЦЕССА ДЕФОРМАЦИИ

## Р е з ю м е

В работе представлен новый метод прогнозирования влияния горной эксплуатации с учетом асимметрии прохождения процесса деформации. Даны принципы данного метода и формулы показателей деформации при выборке в форме бесконечной полуплоскости.

В заключительной части обсуждаются параметры метода и способ их определения.

THE METHOD OF PREDICTING MINING EXPLOITATION INFLUENCES ON  
THE STRATA TAKING INTO ACCOUNT THE ASYMMETRY OF DEFORMATION  
PROCESS

S u m m a r y

A new method of predicting mining exploitation influences on the strata, taking into account the asymmetry of deformation process has been presented in the paper. Principles of the method and formulae for calculating deformation indices for an infinite half - plane have been given. In the final part parameters of the method and way of their determination have been discussed.