ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1990

Seria: GÓRNICTWO z. 185 Nr kol. 1072

Gustaw NIEMIEC
Maria ŻYTKA
Walenty ŻYTKA

MODELE NIEZAWODNOŚCI PODSTAWOWYCH SYSTEMÓW PRODUKCYJNYCH W KOPALNI WĘGLA KAMIENNEGO

Streszczenie. Artykuł dotyczy zagadnienia niezawodności pracy transportu głównego urobku na dole kopalni węgla kamiennego oraz podszybia wraz z transportem pionowym. Zbudowany przez Autorów model niezawodności pracy transportu głównego bazuje na wynikach uzyskanych z metod symulacyjnych przy założeniach: dana jest wielkość urobku przeznaczona do transportu w określonym czasie, rozkład czasu pracy oraz rozkład strumienia urobku które są rozkładami normalnymi.

Model niezawodnej pracy podszybia pozwala wyznaczać: średnią długość kolejki na podszybiu, średni czas czekania składu na rozładowanie, średni okres zajętości urządzenia wyciągowego. Wyznaczono również niezawodność wyrobisk górniczych, którą rozumie się, jako gotowość do wypełniania zadanych funkcji w pewnym okresie czasu.

1. WPROWADZENIE

W artykule [2] będącym kontynuacją podjętego w [1] tematu "Niezawodność kopalni jako kompleksu" zawarty jest model niezawodności systemu "ściana" oraz model niezawodności transportu oddziałowego. Są to modele pierwszych dwóch podstawowych systemów przez które "przenika" strumień urobku.

W niniejszym artykule w dalszym ciągu "towarzyszymy" temu strumieniowi poprzez budowę modelu niezawodności transportu głównego i podszybia wraz z transportem pionowym.

2. NIEZAWODNOŚĆ TRANSPORTU GŁÓWNEGO

Niezawodność transportu głównego urobku warunkują takie czynniki jak: sprawność urządzeń transportowych, synchronizacja załadunku składów oraz organizacja pracy transportu.

Przez organizację pracy transportu rozumiemy sposób dysponowania taborem kolejowym (praca dyspozytora ruchu). Znane są próby badania pracy i niezawodności transportu metodami symulacyjnymi. Mając na uwadze rozwój i dostępność sprzętu komputerowego próby te można udoskonalić i na ich podstawie wyznaczyć niezbędną wielkość taboru (typy lokomotyw, pojemność, wagonów, liczbę zestawów) i przepustowość trakcji.

Jest oczywiste, że ze względu na pewną odrębność a przede wszystkim obszerność tego tematu, jego opracowanie proponowanymi wyżej metodami nie może być zawarte w niniejszym artykule. Zbudowany tutaj model niezawodności transportu głównego pozwala jednak wykorzystać wyniki uzyskane metodami symulacyjnymi.

2.1. Założenia przyjęte w modelu

- Dana jest wielkość urobku przeznaczona do transportu w pewnym określonym czasie T_2 (może to być czas jednej zmiany); wielkość tego urobku może być wyznaczona z rozkładu strumienia S spływającego ze ścian transportem oddziałowym do punktów załadowczych. Zgodnie z wynikami zawartymi w [2] wielkość tego urobku należy przyjąć jako E(S). W dalszym ciągu wielkość E(S) oznaczamy jako Q.
- Rozkład czasu pracy transportu przyjmujemy, jako rozkład normalny (nie ma badań na ten temat, jednak tego typu procesy opisuje się zgodnie z ich naturą, rozkładami normalnymi; dla wyznaczenia parametrów rozkładu niezbędne jest zgromadzenie odpowiednich danych i ich statystyczne opracowanie).
- Rozkład strumienia urobku, który zostanie dostarczony w czasie T_z do podszybia jest rozkładem normalnym.

2.2. Konstrukcja modelu

Czas potrzebny do transportu urobku Q wynosi

$$t_c = \frac{Q}{q} \cdot \frac{L}{V_1} \cdot K_1 + \frac{Q}{q} \frac{L}{V_2} \cdot K_2 + (t_{m_1} + t_{m_2}) \frac{Q}{q} \tag{1}$$

gdzie:

Q - wielkość urobku przeznaczona do transportu,

q - pojemność jednego składu wagonów,

V_1 - prędkość pociągu z urobkiem,

V_2 - prędkość pociągu pustego,

L - długość trasy,

t_{m_1}, t_{m_2} - czasy manewru pociągu (na końcach trasy),

Odpowiednio, czas jednego rejsu jest równy

$$t_{rej} = \frac{L}{V_1} \cdot K_1 + \frac{L}{V_2} \cdot K_2 + t_{m_1} + t_{m_2} \tag{2}$$

Zgodnie z założeniem, czas (2) jest wielkością losową o rozkładzie normalnym.

Niech parametry tego rozkładu wynoszą

$$E(t_{rej}) \quad i \quad D^2(t_{rej}).$$

Wartość oczekiwana czasu wszystkich rejsów jest równa

$$E(\frac{Q}{q}\, t_{rej}) = \frac{Q}{q}\, E(t_{rej})$$

i jako suma czasów wszystkich rejsów jest większa od planowanego czasu przewozu T_z. Aby zapewnić wywiezienie urobku Q w czasie co najmniej T_z należy zwiększyć liczbę zestawów tak, by

$$\frac{Q}{k \cdot q} \cdot E(t_{rej}) < T_z \tag{3}$$

gdzie:

k - liczba składów.

Nierówność ta pozwala określić liczbę składów pociągów o danej pojemności, które zapewnią wywiezienie urobku Q w czasie nie przekraczającym T_z.

Wiąże się to z uruchomieniem dodatkowych rejsów dla likwidacji przestojów.

Czas transportu urobku nie przekraczający czasu T_z wynosi więc

$$T_c = \frac{E(t_{rej}) \cdot Q}{k \cdot q} \tag{4}$$

Wielkość urobku przewożonego na jednostkę czasu wyniesie

$$\frac{Q}{T_c}$$

natomiast urobek dostarczony do podszybia w czasie T_z wynosi

$$Q_1 = T_z \cdot \frac{Q}{T_c}$$

Aby wyznaczyć prawdopodobieństwo z jakim ta wielkość Q_1 zostanie odstawiona do podszybia, należy określić rozkład strumienia urobku, który zgodnie z założeniem jest rozkładem normalnym. Niech S_1 będzie losowym strumieniem spływającym do podszybia. Zmienna losowa S_1 wyraża się poprzez zmienną t_{rej} w następujący sposób

$$S_1 = \frac{T_z \cdot k \cdot q}{t_{rej}} \tag{6}$$

Z (6) oraz znanych oszacowań na wartość oczekiwaną i wariancję funkcji zmiennej losowej otrzymujemy

$$E(S_1) \; E\left(\frac{T_z \cdot k \cdot q}{t_{rej}}\right) = T_z \cdot k \cdot q \cdot E\left(\frac{1}{t_{rej}}\right) \approx \frac{T_z \cdot k \cdot q}{E(t_{rej})} \tag{7}$$

$$D^2(S_1) \approx \frac{1}{\left[E(t_{rej})\right]^4} \cdot D^2(t_{rej}) \tag{8}$$

W ten sposób uzyskano parametry strumienia urobku spływającego do podszybia w czasie jednej zmiany.

3. NIEZAWODNOŚĆ PODSZYBIA

W systemie "podszybie wraz z urządzeniem wyciągowym" wyróżniamy dwa główne elementy:

- podszybie z układem bocznic dla wozów pełnych i pustych, zbiornik wyrównawczy oraz urządzenie rozładowcze,
- urządzenie wyciągowe wraz z jego otoczeniem technologicznym a więc obsługą, zaopatrzeniem, zasileniem.

Urządzenie wyciągowe wykonuje wiele różnych zadań, jak: transport załogi, transport urobku i skały płonnej, transport materiałów i urządzeń.

W związku z "odpowiedzialnością" szybu zarówno za bezpieczeństwo, jak i efekt wydogywczy kopalni, niezawodność urządzenia wyciągowego musi być szczególnie wysoka. Można stwierdzić, że bezpieczeństwo przewozu ludzi wymaga tak dużej niezawodności urządzenia wyciągowego, iż dla innych zadań jest ta niezawodność już tymi względami zapewniona.

Wszelkie awarie urządzenia wyciągowego i urządzeń pomocniczych jak również przeglądy, konserwacje, wymiany zużytych elementów odbywają się poza czasem dyspozycyjnym T_d tego urządzenia.

W związku z powyższym niezawodność urządzenia wyciągowego w czasie dyspozycyjnym jest bardzo wysoka. W niniejszym modelu niezawodność podszybia przyjmiemy zatem, że czas rozładowania pociągu (składu) z węglem jest stały (brak losowości ze względu na wysoką niezawodność).

Zadaniem dla systemu "podszybie - urządzenie wyciągowe" jest przewiezienie na powierzchnię strumienia urobku dostarczanego przez transport kołowy przy minimalnych stratach. Straty wielkości wydobycia z powodu podszybia wynikają z przestojów pełnych pociągów czekających na rozładowanie. Jeśli kolejka pociągów czekających na rozładowanie przekracza pojemność podszybia (bocznic dla wagonów pełnych), powoduje to, zakłócenie całego systemu transportowego kopalni.

Z drugiej strony pojemność podszybia z oczywistych względów musi być ograniczona.

Powstawanie kolejek pod szybem jest spowodowane przede wszystkim następującymi przyczynami:

- awariami urządzenia wyciągowego, te pomijamy mając na uwadze wcześniejsze uzasadnienie,
- nierytmicznością pracy transportu i awariami systemu transportowego,
- nadmiarem używanych pociągów,
- zbyt małą wydajnością urządzenia wyciągowego w stosunku do strumienia urobku spływającego do podszybia.

Ze względu na nierytmiczną pracę transportu lub też małą wydajność urządzenia wyciągowego - istnienia kolejki składów pełnych na podszybiu jest w pewnych granicach zjawiskiem pożądanym. Zwłaszcza jeśli nie ma na podszybiu zbiornika wyrównawczego, kolejka składów pełnych spełnia rolę takiego zbiornika.

Kierując się powyższym, jako wskaźniki niezawodnej pracy podszybia wyznacza się:

- średnią długość kolejki na podszybiu i prawdopodobieństwo, że kolejka przekroczy ustaloną długość n_u (długość krytyczną, czyli kiedy przestaje być "pożyteczna"),
- średni czas czekania składu na rozładowanie,
- średni okres zajętości urządzenia wyciągowego.

W zależności od:

- intensywności spływu urobku,
- wydajności urządzenia wyciągowego,
- pojemności podszybia.

3.1. Założenia i oznaczenia przyjęte w modelu

- System "podszybie - urządzenie wyciągowe" rozważamy, jako jednokanałowy system obsługi.
- Zgłoszeniem do systemu jest moment przyjazdu pociągu pełnego.
- Strumień zgłoszeń jest poissonowski.
- Przez obsługę w systemie rozumiemy rozładowanie jednego pociągu, czas obsługi przyjmujemy stały i równy τ (czas τ) będzie różny przy różnych typach pociągów, ale stały dla tego samego typu, nie jest więc wielkością losową.

Oznaczenia:

λ - intensywność procesu zgłoszeń,

τ - stały czas obsługi (czas rozładowania pociągu pełnego),

$\frac{1}{\tau}$ - intensywność obsługi (albo liczba pociągów rozładowanych w jednostce czasu),

$\varrho = \lambda \cdot \tau = \frac{\tau}{\frac{1}{\tau}}$ - stosunek średniego czasu obsługi do średniego odstępu między zgłoszenami,

$X(t)$ - liczba pociągów pełnych w podszybiu w chwili t wraz z pociągiem rozładowanym,

$X(t) = k$ - oznacza, że system jest w stanie k,

$P[X(t) = k] = p_k(t)$ $k = 0,1,2,...$ - prawdopodobieństwo stanu systemu w chwili t,

$P[X(t) = 0] = p_0(t)$ - prawdopodobieństwo, że system w chwili t jest pusty.

3.2. Konstrukcja modelu

Rozpatrzmy przedział czasowa o długości τ. W tym czasie zgłosi się do systemu losowa liczba pociągów i zajdzie jeden z dwóch przypadków:

- system był pusty więc żaden pociąg nie odjedzie,
- w systemie były pociągi i wtedy dokładnie jeden z nich zostanie rozładowany.

Prawdopodobieństwo przebycia r pociągów w czasie τ jest równe

$$e^{-\varrho} \frac{\varrho^r}{r!}$$

(ponieważ strumień jest poissonowski).

Prawdopodobieństwa przejścia systemu ze stanu "j" w chwili t do stanu "k" po upływie czasu τ spełniają związki

- dla $j = 0$ lub $j = 1$ i dla $k = 0,1,2,...$

$$p_{jk}(t,\tau) = e^{-\varrho} \frac{\varrho^k}{k!} \qquad \text{przybyło } k \text{ pociągów}$$

- dla $j = 1,2,3,...$ oraz $k = j-1,j+1,...$

$$p_{jk}(t,\tau) = e^{-\varrho} \frac{\varrho^{k-j+1}}{(k-j+1)!} \qquad \text{przybyło } k-j+1 \text{ pociągów i jeden ubył}$$

- dla pozostałych stanów tzn. $j = 2,3,...$ oraz $k = 0,...,j-1$

$$p_{jk} = 0$$

Prawdopodobieństwa stanu systemu w chwili t i w chwili $t+\tau$ spełniają układ równań

$$p_o(t+\tau) = p_o(t)e^{-\rho} + p_1(t)e^{-\rho}$$

$$p_1(t+\tau) = p_o(t)\rho e^{-\rho} + p_1(t)e^{-\rho} + p_2(t)e^{-\rho}$$

$$\vdots$$

$$p_n(t+\tau) = p_o(t)e^{-\rho}\frac{\rho^n}{n!} + p_1(t)e^{-\rho}\frac{\rho^n}{n!} + p_2(t)e^{-\rho}\frac{\rho^{n-1}}{(n-1)!} +$$

$$+ \dots + p_n(t)e^{-\rho}\cdot\rho + p_{n+1}(t)e^{-\rho} \tag{9}$$

Przyjmijmy założenie, że $\rho < 1$ czyli $\frac{1}{\lambda} > \tau$, a więc średni odstęp czasu między zgłoszeniami jest większy od czasu obsługi (można stwierdzić, że jest to założenie naturalne warunkuje bowiem działalność systemu). Wówczas istnieją granice prawdopodobieństw (9) tzn.

$$\lim_{t\to\infty} p_k(t) = p_k \tag{10}$$

i są to prawdopodobieństwa, że system (niezależnie od czasu) znajduje się w stanie k.

Równania (9) po pomnożeniu obustronnie przez e^{ρ} i uwzględnieniu (10) przyjmują postać:

$$e^{\rho}p_o = p_o + p_1$$

$$e^{\rho}p_1 = p_o\rho_1 + p_1\rho + p_2$$

$$\vdots$$

$$e^{\rho}p_n = p_o\frac{\rho^n}{n!} + p_1\frac{\rho^n}{n!} + p_2\frac{\rho^{m-1}}{(n-1)!} + \dots + p_n\rho + p_{n+1}$$

Do układu (11) dołączamy równanie

$$\sum_{k=0}^{\infty} p_k = 1, \tag{12}$$

które jest warunkiem normującym (oznacza, że prawdopodobieństwa p_k wyczerpują wszystkie możliwe stany systemu). Układ (11) i równanie (12) stanowią układ $(n+1)$ równań o $(n+1)$ niewiadomych.

Po wykonaniu obliczeń uzyskujemy następujące rozwiązanie:

$$
\begin{aligned}
p_o &= 1 - \rho \\
p_1 &= (1 - \rho)(e^{\rho} - 1) \\
&\vdots \\
p_n &= (1 - \rho) \sum_{k=1}^{n-1} (-1)^{n-k} e^{k\rho} \left[\frac{(k \cdot \rho)^{n-k}}{(n-k)!} + \frac{(k \cdot \rho)^{n-k-1}}{(n-k-1)!} \right] + \\
&\quad + (1 - \rho) e^{n\rho} \qquad \text{dla} \quad n = 1,3,\dots
\end{aligned}
\tag{13}
$$

Należy zwrócić uwagę na fakt, że proces $X(t)$ ze względu na przyjęcie stałego czasu obsługi nie jest procesem markowskim. Tutaj jednak jest rozważany system w wybranych chwilach czasu odległych od siebie o τ. Z matematycznego punktu widzenia, zastosowano tu metodę złożonych łańcuchów Markowa. Proces $X(t)$ obserwowany w chwilach $t = k \cdot \tau$ jest procesem markowskim.

Na podstawie powyższego można określić następujące parametry niezawodności systemu "podszybie"

- Rozkład czasu W czekania pociągów w kolejce do rozładowywania

$$
P(W \leqslant w) = (1 - \rho) \sum_{k=0}^{n} e^{\rho\left(\frac{\omega}{\tau} - k\right)} \frac{\left[-\rho\left(\frac{\omega}{\tau} - k\right)\right]^k}{k!}
\tag{14}
$$

gdzie n jest określone nierównością

$$
n \leqslant \frac{\omega}{\tau} < n + 1
$$

- Wartość oczekiwana czasu W

$$
W_q = E(W) = \frac{\rho\tau}{2(1-\rho)}
\tag{15}
$$

Jeżeli ponadto oznaczymy przez L_p średnią liczbę pociągów pełnych znajdujących się w podszybiu, przez L_q średnią liczbę pociągów pełnych oczekujących na rozładowanie, to uzyskamy związki

$$
W_q = \frac{L_q}{\lambda}, \qquad L_p = L_q + \rho
\tag{16}
$$

i wykorzystując (15) otrzymujemy

$$
\begin{aligned}
L_q &= \frac{\rho \cdot \tau \cdot \lambda}{2(1-\rho)} = \frac{\rho^2}{2(1-\rho)} \\
L_p &= \rho + \frac{\rho^2}{2(1-\rho)}
\end{aligned}
\tag{17}
$$

Bezpośrednio z prawdopodobieństw stanów (13) można wyznaczyć prawdopodobieństwo, że kolejka pociągów pełnych przekroczy pewną ustaloną wartość.

Jak wcześniej zauważono, kolejka pociągów pełnych pod szybem może być w pewnych granicach pożyteczna. Niepożądane jest natomiast przekroczenie "długości" tej kolejki powyżej liczby $k = n-n_0$, gdzie n jest liczbą wszystkich pociągów pracujących na poziomie wydobywczym, a n_0 liczbą pociągów niezbędnych dla wytransportowania urobku z punktów załadowczych.

- Prawdopodobieństwo tego, że kolejka nie przekroczy "pożytecznej" długości wynosi

$$P\left[X(t) \leqslant k+1\right] = \sum_{i=0}^{k+1} p_i \tag{18}$$

gdzie p_i prawdopodobieństwa wyznaczone w (13).

- Prawdopodobieństwo, że kolejka przekroczy dopuszczalną długość wynosi

$$P\left[X(t) > k\right] = 1 - p\left[X(t) \leqslant k\right] = 1 - \sum_{i=0}^{k} p_i \tag{19}$$

Dla sumy $\sum_{i=0}^{k} p_i$ uzyskano następujący wzór

$$\sum_{i=0}^{k} p_i = (1-\varrho)e^{\varrho}\left[e^{(k-1)\varrho} - (k-1)\varrho e^{(k-2)\varrho} + \frac{(k-2)^2\varrho^2}{2!} e^{(k-3)\varrho} + \dots + (-1)^{k-1}\frac{\varrho^{k-1}}{(k-1)!}\right] \tag{20}$$

- Pełnej informacji o pracy szybu, o tym czy przepustowość szybu została właściwie dobrana dostarcza średni okres zajętości szybu.
  Znana jest dystrybuanta, a więc i rozkład czasu zajętości szybu Wsz

$$P(Wsz < x) = \sum_{j=1}^{k} e^{-\lambda\tau_j} \frac{(\lambda\tau_j)^{j-1}}{j} \tag{21}$$

gdzie $k = \left[\frac{x}{\tau}\right]$ ($\left[\frac{x}{\tau}\right]$ - oznacza część całkowitą).

Wartość średnia dla okresu zajętości szybu

$$E(Wsz) = \frac{\tau}{1-\lambda\tau} = \frac{1}{\lambda}\cdot\frac{\varrho}{1-\varrho} \tag{22}$$

- Intensywność strumienia zgłoszeń
  Przyjmijmy, że dane są planowane (bądź rzeczywiste wyznaczone na podstawie 1.2) wielkości urobku w punktach załadowczych $Q_1, Q_2, \dots, Q_r$ gdzie r - liczba punktów załadowczych.
  Cały dorobek jednej zmiany, czyli

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_r$$

musi być wytransportowany przez szyb w czasie tej zmiany.

Część urobku danej zmiany nie jest przewieziona do szybu zostaje w punkcie załadowczym w zbiorniku lub wagonach i jest rozładowana na następnej zmianie, część urobku zostaje w wagonach lub zbiorniku pod szybem i to jest zjawisko pozytywne ze względu na możliwość rozpoczęcia rytmicznej pracy szybu na następnej zmianie, zanim nastąpi spływ urobku z aktualnej zmiany.

Zwykle na jeden punkt załadowczy jeżdżę pociągi określonego typu, tzn. o stałej pojemności q, stęd

$$k_i = \frac{Q_i}{q_i}$$

jest liczbę cykli jazdy pociągów niezbędnych dla wywiezienia urobku Q_i z punktu załadowczego "i".

Gdy pociągi do szybu przebywały równomiernie, to średni odstęp czasu między chwilami przyjazdu byłby równy $\frac{I}{n}$. Ale odstępy czasu między przyjazdami kolejnych pociągów są losowe.

Losowność wynika przede wszystkim z losowego czasu trwania jednego rejsu, który w rozdziale 2.2 niniejszego artykułu oznaczono jako t_{rej} oraz z faktu, że w podszybiu gromadzę się pociągi z różnych punktów załadowczych. Zgodnie z założeniem, że ostępy czasu między zgłoszeniami pociągów mają rozkład wykładniczy parametr λ wynosi: $\lambda = \frac{n_r}{T_z}$ gdzie n_r - liczba pociągów do rozładowania w czasie T_z.

Z założenia przyjętego w modelu wynika: prawdopodobieństwo, że w przedziale czasu ΔT_z przybędhie do podszybia k pociągów pełnych jest równe

$$P\left[L_{poc} = k\right] = p_k(\Delta T_z) = \frac{(\lambda.\Delta T_z)^k}{k!} e^{-\lambda \Delta T_z} \tag{23}$$

4. NIEZAWODNOŚĆ WYROBISK GÓRNICZYCH

Przez niezawodność wyrobiska rozumie się jego gotowość do wypełniania zadanych funkcji w pewnym okresie czasu. Uszkodzenie wyrobiska powoduje utratę tej gotowości, a w następstwie straty związane z usuwaniem uszkodzenia, jak i straty wydobycia. Prawidłowa prognoza niezawodności wyrobisk pozwala już w czasie projektowania ocenić ich efektywność podczas eksploatacji kopalni.

4.1. Statystyczne badanie niezawodności wyrobiska

Ilościowo niezawodność wyrobiska można ocenić, jako prawdopodobieństwo bezawaryjnej pracy w danym okresie czasu. Uszkodzenie wyrobiska jest oczywiście zjawiskiem losowym i dla ilościowej oceny niezawodności koniecznym jest zebranie danych statystycznych o pracy ogółu wyrobisk w kopalniach już istniejących.

Mając na uwadze losowy charakter uszkodzeń wyrobisk (w odróżnieniu od, np. uszkodzeń stopniowych) przyjmuje się a priori, że uszkodzenia wyrobisk dają się wystarczająco dobrze opisać rozkładem wykładniczym. Analiza danych ma prowadzić do określenia parametrów przyjętego rozkładu prawdopodobieństwa, a w szczególności do wyznaczenia średniego czasu pracy wyrobiska od uszkodzenia do uszkodzenia. Przy badaniu trafności doboru parametrów rozkładu i samego rozkładu można stosować ogólnie znane testy statystyczne. Sam model może podlegać weryfikacji tak, by stać się modelem wystarczająco "przystającym" do warunków rzeczywistych.

4.2. Model niezawodności wyrobiska

Zgodnie z powyższym przyjmujemy, że znany jest rozkład czasu pracy wyrobiska od uruchomienia do pierwszego uszkodzenia

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

gdzie: $\lambda = \frac{1}{T_0}$, T_0 - średni czas pracy wyrobiska wyznaczony w badaniach statystycznych.

Niech t_1 będzie chwilą, w której nastąpiło pierwsze uszkodzenie. Oczywiście t_1 jest zmienną losową o znanym rozkładzie.

Oznaczmy

$$P(t_1 < t) = F_1(t)$$

gdzie:

$$F_1(t) = F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

Z kolei niech t_2 oznacza czas, w którym nastąpiło drugie uszkodzenie. Podobnie, jak wyżej oznaczamy

$$P(t_2 < t_1) = F_2(t)$$

Funkcję $F_2(t)$ wyznaczamy jako splot $F_1(t)$ i $F(t)$, czyli

$$F_2(t) + \int_0^t \left[1 - e^{-\lambda(t-x)}\right] \lambda e^{-\lambda x} dx$$

Proste rachunki pozwalają efektywnie wyznaczyć funkcję $F_2(t)$ mianowicie

$$F_2(t) = 1 - e^{-\lambda t} - \lambda t e^{-\lambda t} \tag{24}$$

Oznaczając kolejno $P(t_3 < t) = F_3(t)$ wyznaczamy

$$F_3(t) = \int_0^t F_2(t-x)dF(x) = \int_0^t \left[1 - e^{-\lambda(t-x)} - \lambda(t-x)e^{-\lambda(t-x)}\right]$$

$$\lambda e^{-\lambda x}dx = 1 - e^{-\lambda t} - \lambda t e^{-\lambda t} - \frac{(\lambda t)^2}{2} e^{-\lambda t} \tag{25}$$

Kontynuując postępowanie można wyznaczyć funkcję $F_n(t)$ dla dowolnego n. Tak więc

$$P(t_n < t) = F_n(t)$$

gdzie:

$$F_n(t) = 1 - \sum_{i=1}^{n} \frac{(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\lambda t} \tag{26}$$

Nas interesuje określenie niezawodności pracy wyrobiska $P_1(t)$ po kolejnych uszkodzeniach, czyli

$$P(t_n > t) = 1 - P(t_n < t)$$

Dla kolejnych n otrzymujemy więc

$$\begin{aligned} &P_1(t) = e^{-\lambda t} \\ &P_2(t) = e^{-\lambda t} + te^{-\lambda t} \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &P_n(t) = e^{-\lambda} \sum_{i=1} \frac{(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!} \end{aligned} \tag{27}$$

Łatwo zauważyć, że

$$P_1 < P_2 < \ldots < P_n$$

Tę oczywistę, z matematycznego punktu widzenia nierówność uzasadnić można następująco:
z dwóch wyrobisk, która zostały uruchomione w tym samye czasie bardziej niezawodne jest to, które już było uszkodzone i ponownie uruchomione.

Z punktu widzenia praktyki projektowej istotne jest określenie prawdopodobieństwa przewidywanej liczby uszkodzeń wyrobisk w pewnym ustalonym okresie czasu.

Niech $N(t)$ oznacza zaienną losową, która jest liczbą uszkodzeń w czasie t, należy wyznaczyć prawdopodobieństwo

$$P\left[N(t) = n\right]$$

Zauważmy, że

$$P\left[N(t) = n\right] = P\left[N(t) < n+1\right] - P\left[N(t) < n\right]$$

Ponadto

$$\begin{aligned} P\left[N(t) < n+1\right] &= P\left[t_{n+1} > t\right] \\ P\left[N(t) < n\right] &= P\left[t_n > t\right] \end{aligned} \tag{29}$$

Z powyższych warunków uzyskujemy

$$\begin{aligned} P\left[N(t) = n\right] &= P\left[t_{n+1} > t\right] - P\left[t_n > t\right] = \\ &= \left[1 - P(t_{n+1} < t)\right] - \left[1 - P(t_n < t)\right] = \\ &= F_n(t) - F_{n+1}(t) \end{aligned} \tag{30}$$

Korzystając z wyznaczonych wcześniej funkcji k $F_n(t)$ otrzymujemy:

$$P\left[N(t) = n\right] = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t} \tag{31}$$

Zauważmy, że dla $n = 0$ uzyskujemy

$$P\left[N(t) = 0\right] = e^{-\lambda t}$$

a więc niezawodność wyrobiska, inaczej prawdopodobieństwo, że do czasu t nie uległo ono uszkodzeniu i czas jego bezawaryjnej pracy był co najmniej równy t.

5. PODSUMOWANIE

Niezawodność podsystemów produkcyjnych w systemie kopalni węgla kamiennego powinna być uwzględniona na etapie projektowania modelu i struktury kopalni.

Poszczególne podsystemy są determinowane przez strumień urobku od ściany poprzez transport oddziałowy, główny na poziomie oraz transport pionowy.

W niniejszym artykule scharakteryzowano budowę niezawodności transportu głównego na poziomie oraz transportu pionowego z uwzględnieniem pracy podszybia, zbiorników wyrównawczych oraz awaryjności wyrobisk górniczych (uszkodzeń obudowy).

Zależności analityczne między modelami niezawodnościowymi poszczególnych podsystemów produkcyjnych zostaną przedstawione w kolejnym artykule.

LITERATURA

[1] Niemiec G., Żytka M.: Niezawodność kopalni k węgla kamiennego jako kompleksu, ZN Pol. Śl. s. Górnictwo 1987.

[2] Niemiec G., Żytka M., Żytka W.: Niezawodność podstawowych systemów kopalni, ZN Pol. Śl., s. Górnictwo 1988 (w druku).

МОДЕЛИ НАДЕЖНОСТИ ОСНОВНЫХ ПРОИЗВОДСТВСННЫХ СИСТЕМ В КАМЕННОУГОЛЬНЫХ ШАХТАХ

Р е з ю м е

В работе рассматривается проблема надежности работы транспорта главной добычи в каменноугольной шахте, а также в подземной части шахты и околоствольном дворе, а также проблема вертикального транспортирования. Выполненная автором модель надежности главного транспортирования основана на результатах полученных симуляционными методами принимая, что: дана величина выработки предназначенная для транспортирования в определенные сроки, распределения продолжительности работы и потока добычи являются нормальными распределениями.

Модель надежной работы в околоствольном дворе позволяет определить: среднюю продолжительность очереди в околоствольном дворе, среднее время ожидания состава для разгрузки, среднее время занятости конвейера. Также определена надежность горных выработок, которая понимается как готовность к выполнению заданных функций в определенном отрезке времени.

RELIABILITY MODELS FOR BASIC COALMINE PRODUCTION SYSTEMS

S u m m a r y

The paper concerns the operational reliability of the main transport of the output in the underground part of the coalmine and at the shaft bottom including vertical transport. The main transport operational reliability model built by the authors is based on the results obrained from simulation methods on the following assumptions: the quantity of the output intended for transport in a definite time is given, the timetable and the disposition of the output line being normal.

The model of reliable shaft bottom operation allows to determine the following; the mean length of the mine railway car set at the shaft

bootom, the mean waiting time of the car set for unloading, the mean period of winding gear occupancy.

The reliability of mine headings has been determined too, and it means their readiness to perform the functions assigned in a certain period of time.