

Rudolf MOKROSZ Tadeusz PASZKIEWICZ

**PODSTAWY STATYKI
SIECI CIEPŁOWNICZYCH
Z RUR PREIZOLOWANYCH**

Wydanie 2
poprawione i uzupełnione

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ
GLIWICE 2016

Opiniodawca

Dr hab. inż. Bogumił WRANA, prof. nzw. Politechniki Krakowskiej

Kolegium redakcyjne

REDAKTOR NACZELNY - Prof. dr hab. inż. Andrzej BUCHACZ

REDAKTOR DZIAŁU - Dr hab. inż. Barbara KLEMCZAK

Prof. nzw. w Politechnice Śląskiej

SEKRETARZ REDAKCJI - Mgr Roma ŁOŚ

Wydano za zgodą

Rektora Politechniki Śląskiej

Projekt okładki

Tomasz LAMORSKI

ISBN 978-83-7880-141-2

© Copyright by

Wydawnictwo Politechniki Śląskiej

Gliwice 2016

Książka, którą nabyłeś, jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy, abyś przestrzegał praw, jakie im przysługują. Jej zawartość możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym, ale nie publikuj jej w Internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło, a kopiując jej część, rób to jedynie na użytek osobisty.

Szanujmy cudzą własność i prawo.

Więcej na www.legalnakultura.pl

Polska Izba Książki



SPIS TREŚCI

1. Wprowadzenie	5
2. Stany graniczne sieci ciepłowniczych	7
3. Statyka sieci ciepłowniczych układanych w gruncie	10
3.1. Obciążenia i oddziaływania	10
3.1.1. Obciążenia obwodowe	10
3.1.2. Obciążenia osiowe	16
3.2. Modele obliczeniowe	20
3.3. Siły wewnętrzne	23
3.3.1. Siły wewnętrzne obwodowe	23
3.3.2. Siły wewnętrzne osiowe	25
Bibliografia do rozdziałów 1 – 3	33
4. Sieci ciepłownicze na terenach górniczych	35
4.1. Wpływ eksploatacji górniczej na powierzchnię terenu	35
4.1.1. Przeobrażenia powierzchni wywołane eksploatacją górniczą	35
4.1.2. Górnicza niecka obniżeniowa	35
4.1.3. Kategorie deformacji terenu górniczego	39
4.1.4. Prognozowanie deformacji terenu	40
4.2. Obciążenia i oddziaływania górnicze	41
4.2.1. Obciążenia obwodowe	41
4.2.2. Obciążenia osiowe	42
4.3. Siły wewnętrzne	43
4.3.1. Siły wewnętrzne obwodowe	43
4.3.2. Siły wewnętrzne osiowe	43
Bibliografia do rozdziału 4	51
5. Metoda analizy statycznej ustrojów współdziałających z gruntem	53
5.1. Podstawy matematyczne	54
5.2. Zarys metody obliczeń	56
5.3. Problem początkowy pręta	57
5.4. Problem brzegowy pręta	61
5.5. Analiza konstrukcji	64
5.6. Nieliniowość	64
Bibliografia do rozdziału 5	66

6. Obliczenia sieci według programu RC	68
6.1. Program RC0	68
6.2. Program RC1	69
6.3. Przykład obliczeń	70
6.4. Komentarze.....	78
Suplement: Uwagi do obliczeń wytrzymałościowych	79
Tablica 1. Wzory do wyznaczania naprężeń w prostych rurach	83
Tablica 2. Wzory do wyznaczania naprężeń w łukach i kolanach.....	84

1. WPROWADZENIE

Sieci ciepłownicze z rur preizolowanych tworzą specyficzną grupę obiektów budowlanych. Są to w istocie walcowe naczynia ciśnieniowe o wydłużonym kształcie, pozostające w stałym kontakcie z gruntem.

Pierwotnie sieci układano na podporach (stałych, przesuwnych, kierunkowych). Sieci podziemne prowadzono w kanałach ciepłowniczych zapewniających ochronę izolacji termicznej rur przed zniszczeniem. Wprowadzenie rur preizolowanych o sztywnej izolacji termicznej zabezpieczonej płaszczem ochronnym otworzyło możliwość układania sieci bezpośrednio w gruncie.

Nowa technologia wymagała rozpoznania i uwzględnienia współdziałania sieci z gruntem. Grunt znacznie ogranicza swobodę odkształceń sieci, wpływa na wielkość i rozkład sił wewnętrznych i zwiększa wyężenie konstrukcji sieci.

Początkowo problemem współdziałania sieci z gruntem zajęli się wytwórcy rur preizolowanych. W katalogach produkowanych wyrobów proponowali uproszczone metody obliczeń statycznych oraz podawali przykładowe rozwiązania [21], [23], [26]. Niektórzy wytwórcy deklarowali nawet sprawdzanie obliczeń [26].

Ponieważ oferowane wyroby i proponowane metody obliczeń statycznych nie różniły się wiele, wytwórcy rur preizolowanych z krajów zachodnich zrzeszeni w European District Heating Pipe Manufacturers Association postanowili wydać podręcznik projektowania i budowy sieci ciepłowniczych. Podręcznik taki ukazał się w 1997 roku, a jego polskie wydanie – w 1998 roku [22].

W części dotyczącej projektowania sieci Autor podręcznika nie ustosunkował się do metod obliczeniowych proponowanych przez poszczególnych wytwórców rur preizolowanych. Nie przedstawił też własnej metody obliczeń statycznych. Skoncentrował się na obliczeniach wytrzymałościowych.

Podręcznik nie zyskał akceptacji wytwórców rur, skoro zamieścili oni na jego drugiej stronie następujące oświadczenie:

Korzystanie z niniejszego podręcznika odbywa się na w własną odpowiedzialność. Ani EuPH ani Euroheat & Power unichal, ani też wykonawcy lub podwykonawcy nie udzielają ani wyraźnie sformułowanej, ani domniemanej, gwarancji jakiegokolwiek rodzaju, ani też nie przejmują odpowiedzialności prawnej lub jakiegokolwiek innej odpowiedzialności za dokładność, kompletność lub przydatność informacji, zakresów zastosowania produktów lub metod przedstawionych w niniejszym podręczniku. Nie odpowiadają oni także za jakiegokolwiek szkody (włącznie i bez ograniczeń, z odszkodo-

waniem z tytułu utraconych zysków, awarii systemu, utraty informacji handlowej lub jakiegokolwiek innej straty finansowej), wynikające ze stosowania lub braku możliwości zastosowania niniejszego podręcznika.

Pomimo braku akceptacji podręcznik stał się podstawą do opracowania europejskiej normy projektowania i budowy sieci ciepłowniczych z rur preizolowanych – EN 13941:2003. Norma ukazała się w 2003 roku, a jej przekład na język polski – w 2007 roku [20].

Można wyrazić zdumienie, że Europejski Komitet Normalizacji (CEN) dopuścił tę normę do powszechnego stosowania przy projektowaniu sieci ciepłowniczych. Jej wprowadzenie, bez dokładnego rozpoznania problemu współdziałania sieci z gruntem i podania zasad wykonywania obliczeń statycznych, należy uznać za przedwczesne.

Szczegółowa analiza normy [20] jest przedstawiona w [10].

Niniejsza publikacja dotyczy podstaw statyki sieci ciepłowniczych z rur preizolowanych układanych bezpośrednio w gruncie. Zawiera propozycję metody obliczeń opartej na prostym modelu współdziałania sieci z gruntem oraz program komputerowy służący do ich wykonywania.

Rozdział 2 przedstawia ogólne informacje na temat obowiązujących zasad obliczania obiektów budowlanych obowiązujących obecnie w budownictwie.

Rozdział 3 zawiera charakterystykę obciążeń i oddziaływań sieci ciepłowniczych, opis modeli obliczeniowych, zasad wyznaczania sił wewnętrznych obwodowych i osiowych oraz odkształceń sieci układanych w normalnych warunkach, na terenach geologicznie uspokojonych.

Rozdział 4 dotyczy sieci ciepłowniczych układanych na terenach górniczych. Deformacje terenu wywołane eksploatacją górnictwem stanowią istotne, często dominujące obciążenie sieci. W rozdziale podane są informacje na temat wpływu podziemnej eksploatacji górnictwa na powierzchnię, ustalania deformacji terenu oraz wyznaczania sił wewnętrznych i odkształceń sieci wynikających z tych deformacji.

W rozdziale 5 opisana jest nowa metoda obliczeń statycznych ustrojów prętowych współdziałających z gruntem.

Rozdział 6 przedstawia inżynierski program komputerowy oparty na tej metodzie, służący do wykonywania obliczeń statycznych sieci ciepłowniczych.

Suplement zawiera uwagi na temat obliczeń wytrzymałościowych sieci.

Praca jest ukierunkowana na obliczenia statyczne sieci z rur preizolowanych układanych bezpośrednio w gruncie, ale może też być wykorzystana do obliczeń sieci układanych na podporach stałych i przesuwnych oraz sieci wodociągowych i gazowych, wykonanych zarówno z rur stalowych, jak i z rur z tworzyw sztucznych.

Praca może być przydatna przy programowaniu i prowadzeniu badań (laboratoryjnych i terenowych) parametrów współdziałania sieci z gruntem oraz przy analizie i ocenie wyników tych badań.

2. STANY GRANICZNE SIECI CIEPŁOWNICZYCH

Sieci ciepłownicze z racji pełnionej funkcji oraz właściwości medium grzewczego (wysoka temperatura i ciśnienie) należą do odpowiedzialnych obiektów budowlanych. Powinny być projektowane i wykonane w taki sposób, aby w przewidywanym okresie ich użytkowania z należyтым poziomem niezawodności i bez nadmiernych kosztów:

- przejmowały wszystkie obciążenia i oddziaływania wewnętrzne i zewnętrzne,
- spełniały wymagania użytkowości (były przydatne do użytkowania),
- nie doznawały nadmiernych uszkodzeń na skutek zdarzeń takich jak wybuch, uderzenie i ludzki błąd [11].

Wymaganą niezawodność konstrukcji osiąga się przez odpowiednie projektowanie i wykonawstwo (przy zastosowaniu materiałów i elementów o wymaganych cechach) oraz właściwe użytkowanie, w tym konserwację.

Sprawdzenie niezawodności sieci sprowadza się do analizy wszystkich stanów granicznych – sytuacji obliczeniowych występujących w czasie budowy (próba ciśnienia), podczas normalnej eksploatacji, naprawy, a także w sytuacjach incydentalnych (awarie). Różnicuje się stany graniczne nośności i użytkowości.

Przekroczenie stanów granicznych nośności odpowiada różnym formom zniszczenia sieci:

- wyczerpaniu nośności konstrukcji (lub jej części),
- utracie stateczności (wyboczeniu).

Przekroczenie stanów granicznych użytkowości odpowiada sytuacjom, w których sieć nie spełnia już ustalonych kryteriów użytkowania: doznaje nadmiernych odkształceń lub przemieszczeń, które zakłócają lub utrudniają:

- jej prawidłowe funkcjonowanie,
- normalne użytkowanie terenu w jej bezpośrednim otoczeniu.

Nieprzekroczenia stanów granicznych nośności i użytkowości dowodzi się analitycznie badając wyężenie i odkształcenie konstrukcji. Rozpatruje się wszystkie sytuacje obliczeniowe, w których sieć może się znaleźć w całym przewidywanym okresie jej użytkowania. Analizę przeprowadza się przy użyciu modeli obliczeniowych odzwierciedlających najistotniejsze cechy konstrukcji i gruntu, poddawanych najniekorzystniejszym obciążeniom i oddziaływaniom.

W przypadku stanów granicznych nośności bierze się pod uwagę obciążenia i oddziaływania obliczeniowe, natomiast w stanach granicznych użytkowości – obciążenia i oddziaływania charakterystyczne.

Obliczeniowe wartości obciążeń i oddziaływań uzyskuje się, **mnożąc** ich wartości charakterystyczne przez odpowiednie współczynniki obciążenia (częściowe współczynniki bezpieczeństwa), które uwzględniają możliwość wystąpienia wartości nie korzystniejszych od charakterystycznych.

Wartości charakterystyczne ciężaru własnego konstrukcji, medium, gruntu, nawierzchni oraz obciążenia naziomu przyjmuje się według norm i katalogów. Wartości współczynników obciążenia dla tych obciążeń są rzędu:

- 1,05 – dla ciężaru medium grzewczego (woda),
- 1,10 (0,9) – dla ciężaru własnego konstrukcji (rura preizolowana),
- 1,20 (0,8) – dla ciężaru gruntu nasypowego,
- 1,2 – dla obciążeń użytkowych (równomiernie rozłożonych) naziomu.

Wartości współczynników obciążenia podane w nawiasie stosuje się, gdy zmniejszenie obciążeń zwiększa bezpieczeństwo konstrukcji.

Wartości charakterystyczne obciążeń technologicznych (ciśnienie i temperatura) oraz odpowiednie wartości współczynników obciążenia ustala technolog. Według [12], wartości współczynników obciążenia dla tych obciążeń nie mogą być mniejsze niż 1,1 (0,9).

Wytrzymałość obliczeniową stali przyjmuje się według norm [13], [14]. Dla gatunków stali nieujętych w normie wytrzymałość obliczeniową ustala się indywidualnie, **dzieląc** wytrzymałość charakterystyczną przez współczynnik materiałowy (częściowy współczynnik bezpieczeństwa uwzględniający możliwość wystąpienia wytrzymałości mniejszej od wartości charakterystycznej). Przez wytrzymałość charakterystyczną rozumie się minimalną specyfikowaną przez producenta granicę plastyczności materiału ($R_{e,min}$). Według [13] współczynnik materiałowy jest równy:

- 1,15 – dla stali o $R_e < 355$ MPa,
- 1,20 – dla stali o $335 < R_e < 460$ MPa.

Dla elementów pracujących w temperaturze eksploatacyjnej wyższej od 70°C, lecz nieprzekraczającej 150°C wytrzymałość obliczeniową stali zmniejsza się o 5% [13].

W obliczeniach konstrukcji podlegających obciążeniom wielokrotnie zmiennym uwzględnia się zmęczenie materiału. Obciążenia wielokrotnie zmiennie mogą bowiem powodować zniszczenie najbardziej wyczerpanych elementów konstrukcji przy naprężeniach niższych niż podczas pojedynczej lub kilkakrotnej zmiany obciążeń. Różnicuje się zmęczenie wysokocyklowe – gdy liczba cykli obciążeń (N) w całym okresie istnienia konstrukcji jest większa od 10 000, i niskocyklowe – gdy liczba cykli obciążeń tym okresie zawiera się w przedziale od 1000 do 10 000. Gdy liczba cykli obciążeń jest mniejsza od 1000, obciążenie uznaje się za statyczne.

Obciążenia wielokrotnie zmiennie w sieciach ciepłowniczych są związane głównie ze zmianami temperatury medium grzewczego. Zmiany temperatury w czasie są nieregularne. Randlov [22] proponuje, aby do projektowania przyjmować szacunkową liczbę pełnych cykli oddziaływania odniesioną do liczby wahań w czasie. Przez cykl

oddziaływania rozumie się zmiany temperatury (Δt) lub naprężeń, w określonym zakresie:

- $\Delta t = 110^{\circ}\text{C}$ – 1 raz w roku,
- $\Delta t = 55^{\circ}\text{C}$ – 2 razy w miesiącu,
- $\Delta t = 27,5^{\circ}\text{C}$ – 4 razy w tygodniu,
- $\Delta t = 13,75^{\circ}\text{C}$ – 8 razy dziennie.

W obliczeniach zmęczeniowych operuje się ekwiwalentną liczbą zmian obciążeń odniesioną do maksymalnego zakresu wahań temperatury. Według [22] liczba zmian obciążeń w maksymalnym zakresie temperatur przy założonych 30 latach eksploatacji sieci jest rzędu:

- w ciepłociągach magistralnych – 100 – 250,
- w sieciach rozdzielczych – 250 – 500,
- w przyłączach – 1000 – 2500.

Oznacza to, że obciążenia sieci ciepłowniczych mają generalnie charakter quasi-statyczny. Wystąpienia objawów zmęczenia materiału można się spodziewać jedynie w przyłączach i tylko te fragmenty sieci powinny być sprawdzane na zmęczenie.

Wpływ obciążeń wielokrotnie zmiennych uwzględnia się, dobierając wartość częściowego współczynnika bezpieczeństwa dla trwałej wytrzymałości zmęczeniowej, stosownie do konsekwencji zniszczenia konstrukcji [15].

Sprawdzenie stanów granicznych nośności sprowadza się do wykazania, że obliczeniowe siły wewnętrzne nie przekraczają katalogowych nośności elementów sieci oraz że naprężenia obliczeniowe w ściance rur nie przekraczają obliczeniowej wytrzymałości materiału.

Stany graniczne użyteczności sprawdza się obliczeniowo na obciążenia i oddziaływania charakterystyczne. Wykazuje się, że maksymalne odkształcenia i przemieszczenia konstrukcji nie przekroczą wielkości normowych, a w przypadku braku wielkości normowych – że będą mniejsze od wielkości uznanych za dopuszczalne przez projektanta, inwestora i użytkownika sieci lub użytkownika terenu.

3. STATYKA SIECI CIEPŁOWNICZYCH UKŁADANYCH W GRUNCIE

Celem obliczeń sieci ciepłowniczych jest ustalenie sił wewnętrznych oraz wzajemnych oddziaływań wszystkich elementów mających wpływ na bezpieczeństwo konstrukcji: rur przewodowych, kształtek, armatury, podpór i otoczenia gruntowego. Siły wewnętrzne i wzajemne oddziaływania są wynikiem różnych obciążeń i oddziaływań wewnętrznych i zewnętrznych.

Istotną różnicą pomiędzy obliczeniami tradycyjnych budowli a obliczeniami sieci ciepłowniczych zagłębionych w gruncie są: zasadniczo wyższy i szerszy poziom ich zaawansowania oraz repertuar uwzględnianych wpływów. Wiele czynników tradycyjnie pomijanych w obliczeniach budowli pełni tu ważną funkcję. Stosowane narzędzia analizy muszą być z konieczności bardziej złożone.

3.1. Obciążenia i oddziaływania

Sieci ciepłownicze podlegają działaniu obciążeń technologicznych (ciśnienie, temperatura medium grzewczego) i montażowych (naciąg wstępny), obciążeń masowych (ciężar własny rury i medium grzewczego), a także obciążeń zewnętrznych wynikających z ciężaru gruntu i nawierzchni, użytkowego obciążenia naziomu oraz oddziaływań spowodowanych odporem i oporem gruntu przeciwstawiającym się wymuszonym odkształceniom sieci. Powyższe obciążenia i oddziaływania grupuje się w zestawy obciążeń, na które sprawdza się konstrukcję sieci.

Podstawowe dane wejściowe do projektowania sieci stanowią wartości obciążeń technologicznych i montażowych. Wartości obciążeń masowych oraz obciążeń i oddziaływań zewnętrznych ustala konstruktor, stosownie do warunków terenowych występujących wzdłuż trasy sieci.

Uwzględniając charakter konstrukcji, wyróżnia się obciążenia i oddziaływania **obwodowe** (będące źródłem sił wewnętrznych obwodowych) oraz obciążenia i oddziaływania **osiowe** (będące źródłem sił wewnętrznych osiowych).

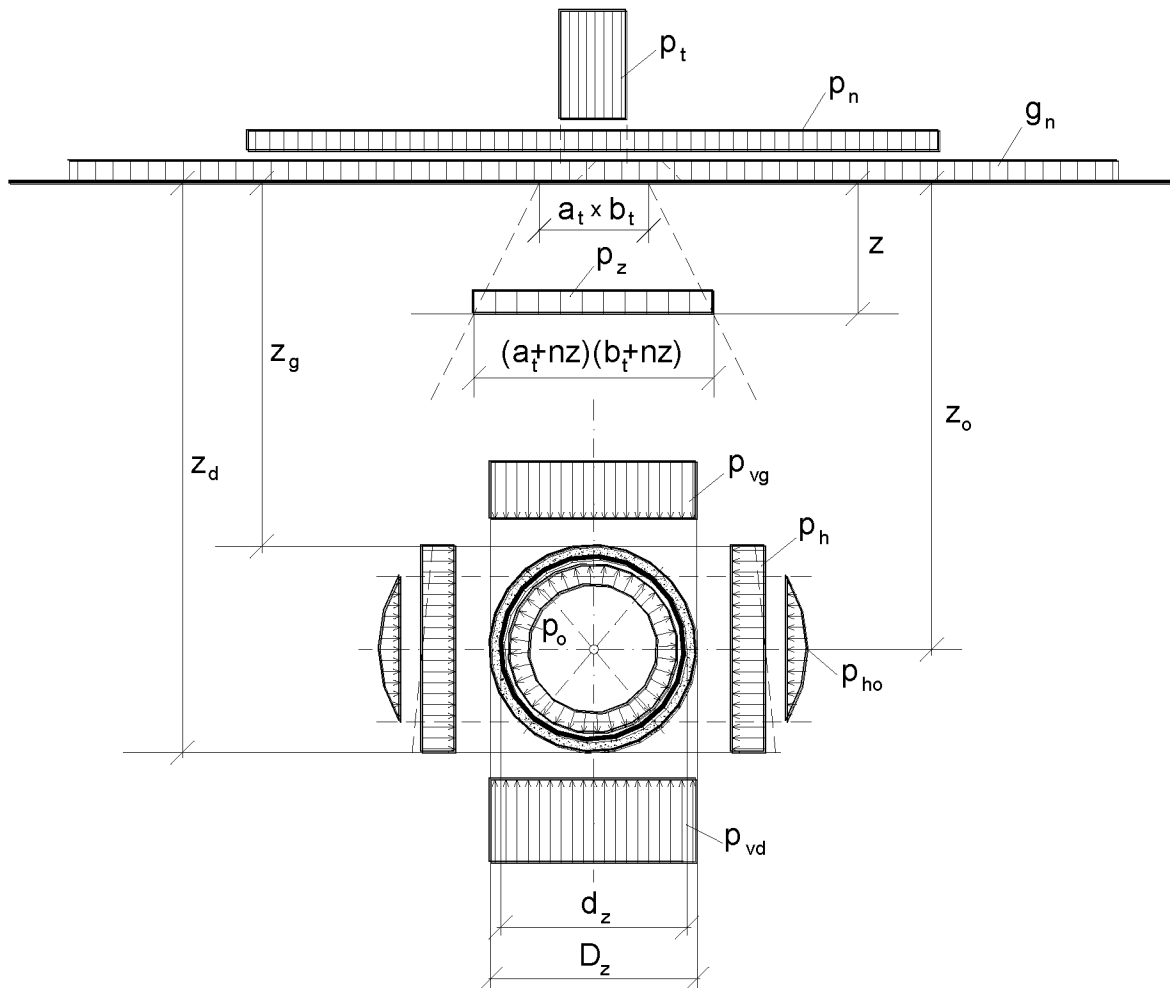
3.1.1. Obciążenia obwodowe

Do obciążeń obwodowych zalicza się: ciśnienie wewnętrzne, temperaturę, ciężar rury i medium grzewczego, ciężar i parcie gruntu, ciężar nawierzchni, obciążenie naziomu oraz odpór gruntu.

Ciśnienie wewnętrzne (p_o) jest obciążeniem równomiernie rozłożonym na wewnętrznej powierzchni rury przewodowej. Przyjmuje się, że temperatura na obwodzie i na grubości ścianki rury przewodowej jest stała.

Przyrost ciśnienia i temperatury skutkuje wydłużeniem obwodu rury przewodowej. Wydłużeniu temu przeciwstawia się odpór otoczenia – izolacji termicznej, płaszcza osłonowego i gruntu. Odpór ten jest obecnie pomijany. Pomija się także wpływ ciężaru rury preizolowanej i medium grzewczego na wielkość i rozkład sił wewnętrznych obwodowych.

Obciążenia zewnętrzne, wynikające z ciężaru i parcia gruntu, ciężaru nawierzchni i obciążenia naziomu, są rozłożone nierównomiernie na obwodzie rury. Wielkość i rozkład obciążeń ustala się na podstawie rozwiązań mechaniki gruntów; obciążenie utożsamia się z naprężeniem pierwotnym występującym w gruncie. Wyróżnia się pionowe i poziome składowe obciążeń (rys. 3.1)



Rys. 3.1. Obciążenia obwodowe rury przewodowej:
 g_n – ciężar nawierzchni, p_n – obciążenie rozłożone, p_t – obciążenie skoncentrowane

Obciążenie pionowe (p_{vg}), równomiernie rozłożone w poziomie górnej tworzącej rury (płaszczka osłonowego), jest sumą: obciążeń wynikających z ciężaru poszczegól-

nych warstw gruntu o łącznej miąższości z_g , ciężaru nawierzchni (g_n) oraz obciążenia naziomu równomiernie rozłożonego w polu o powierzchni nieograniczonej (p_n), a także obciążenia zastępczego (p_{zg}), wynikającego z obciążenia skupionego (p_i) równomiernie rozłożonego w polu o powierzchni ograniczonej (rys. 3.1).

Ciężar objętościowy gruntu ustala się na podstawie badań laboratoryjnych lub przyjmuje się wartości normowe [20]. Na podsypkę i obsypkę rur preferuje się grunty niespoiste – piaski średnie i drobne, ponieważ charakteryzują się małą zmiennością cech fizykomechanicznych w szerokim zakresie temperatur i wilgotności gruntu.

Ciężary objętościowe gruntów niespoistych i spoistych stanowiących zasypkę sieci zestawiono w tab. 3.1 i 3.2.

Tabela 3.1

Średni ciężar objętościowy gruntów niespoistych, [kN/m^3]

Nazwa gruntu	Stan wilgotności	Stan gruntu		
		luźny	średnio zagęszczony	zagęszczony
Piaski grube i średnie	mało wilgotne	16,5	17,0	18,0
	wilgotne	18,0	18,5	19,0
	mokre	19,5	20,0	20,5
Piaski drobne i pylaste	mało wilgotne	16,0	16,5	17,0
	wilgotne	17,0	17,5	18,5
	mokre	18,5	19,0	20,0

Tabela 3.2

Średni ciężar objętościowy gruntów spoistych, [kN/m^3]

Nazwa gruntu		Stan gruntu		
		plastyczny	twardo plastyczny	półzwały
Mało spoiste	żwiry i pospólki gliniaste	21,0	22,0	22,5
	piaski gliniaste	21,0	21,5	22,0
	pyły piaszczyste	20,5	21,0	21,5
	pyły	20,0	20,5	21,0
Średnio spoiste	gliny piaszczyste	21,0	22,0	22,5
	gliny	20,5	21,5	22,0
	gliny pylaste	20,0	21,0	21,5
Zwięzłe spoiste	gliny piaszczyste	20,5	21,5	22,5
	gliny	20,0	21,0	22,0
	gliny pylaste	19,0	20,0	21,5

Ciężar nawierzchni (g_n) przyjmuje się według norm [18], [19], odpowiednio do rodzaju nawierzchni i grubości poszczególnych warstw. Obciążenie użytkowe naziomu przyjmuje się stosownie do sposobu użytkowania terenu. Według [20] długotrwałe obciążenie (p_n) równomiernie rozłożone w polu o powierzchni nieograniczonej (dostatecznie dużej) nie powinno być mniejsze niż 5 kN/m^2 .

Oprócz obciążeń rozłożonych na dużej powierzchni mogą występować także obciążenia skoncentrowane w obszarze ograniczonym. Obciążenie (p_t), równomiernie rozłożone na powierzchni terenu (pod utwardzoną nawierzchnią) w polu o wymiarach $a_t \times b_t$, rozprzestrzenia się w gruncie [20]. Obciążenie zastępcze (p_z) na głębokości (z) wyznacza się ze wzoru:

$$p_z = \frac{a_t b_t}{(a_t + n z)(b_t + n z)} p_t \quad (3.1)$$

gdzie: z – zagłębienie mierzone do powierzchni terenu lub spodu nawierzchni, [m],

n – współczynnik rozprzestrzeniania się obciążeń w gruncie równy:

- 1,1 – dla gruntów mało spoistych,
- 1,2 – dla piasków drobnych i pylastych,
- 1,4 – dla piasków grubych i średnich,
- 1,6 – dla żwirów i pospółek.

W przypadku nawierzchni utwardzonych można przyjąć, że w grubości nawierzchni obciążenie skoncentrowane rozprzestrzenia się pod kątem 45° ($n = 2,0$).

Łączne obciążenie pionowe (p_{vg}) równomiernie rozłożone w poziomie górnej tworzącej rury (płaszcza osłonowego) wyraża się wzorem

$$p_{vg} = \gamma_{sr} z_g + g_n + p_n + p_{zg} \quad (3.2)$$

gdzie: γ_{sr} – średni ciężar objętościowy gruntu (zasypki), [kN/m³],

z_g – zagłębienie mierzone od górnej tworzącej płaszcza osłonowego do powierzchni terenu lub spodu nawierzchni, [m],

g_n – ciężar nawierzchni, [kN/m²],

p_n – obciążenie użytkowe równomiernie rozłożone w polu o powierzchni nieograniczonej, [kN/m²],

p_{zg} – obciążenie zastępcze wynikające z obciążenia skupionego, wyznaczone ze wzoru (3.1) dla $z = z_g$, [kN/m²]

Jeśli przyjąć, że ciężar rury preizolowanej wraz z medium grzewczym jest równy ciężarowi objętościowemu gruntu (w rzeczywistości jest nieco mniejszy), to obciążenie pionowe (p_{vd}) równomiernie rozłożone w poziomie dolnej tworzącej rury (płaszcza osłonowego) będzie równe naprężeniu pierwotnemu występującemu w gruncie na głębokości z_d . Obciążenie to wyrazi się wzorem

$$p_{vd} = \gamma_{sr} z_d + g_n + p_n + p_{zd} \quad (3.3)$$

gdzie: z_d – zagłębienie mierzone od dolnej tworzącej płaszcza osłonowego do powierzchni terenu lub spodu nawierzchni, [m],

p_{zd} – obciążenie zastępcze wynikające ze skoncentrowanego obciążenia naziomu, wyznaczone ze wzoru (3.1) dla $z = z_d$, [kN/m²].

Pozostałe oznaczenia są takie jak we wzorze (3.2).

Obecnie w obliczeniach sieci ciepłowniczych często pomija się obciążenie naziomu lub uwzględnia się tylko obciążenia równomiernie rozłożone w polu o powierzchni nieograniczonej. Stałe długotrwałe obciążenia skoncentrowane w polu o powierzchni ograniczonej, jednoznacznie zlokalizowane, zdarzają się rzadko.

Obciążenie poziome (p_h) wynikające z parcia spoczynkowego gruntu jest proporcjonalne do obciążenia pionowego. Jest rozłożone nierównomiernie na wysokości średnicy rury (rys. 3.1). Do obliczeń przyjmuje się parcie średnie, równomiernie rozłożone, równe obciążeniu występującemu w poziomie osi rury

$$p_h = (\gamma_{sr} z_o + g_n + p_n + p_{zo}) K_o \quad (3.4)$$

gdzie: z_o – zagłębienie mierzone od osi rury przewodowej do powierzchni terenu lub spodu nawierzchni, [m],

p_{zo} – obciążenie zastępcze wynikające z obciążenia skoncentrowanego wyznaczone ze wzoru (3.1) dla $z = z_o$, [kN/m²],

K_o – współczynnik parcia spoczynkowego gruntu (w gruntach niespoistych $K_o = 1 - \sin \varphi$),

φ – kąt tarcia wewnętrznego gruntu.

Pozostałe oznaczenia są takie jak we wzorze (3.2).

Wskutek zróżnicowania wielkości obciążeń pionowych i poziomych, rury o większych średnicach mogą ulegać owalizacji. Owalizacja przekroju wywołuje poziomy odpór gruntu (rys. 3.1). Przyjmując (za [3]), że odpór gruntu jest rozłożony parabolicznie na części obwodu rury, maksymalny odpór gruntu (p_{ho}) występujący w poziomie osi rury wyznacza się ze wzoru

$$p_{ho} = \frac{0,083 (p_{vg} - p_h)}{8 S_R + 0,061 E'_s} \frac{E'_s d_m}{2} \quad (3.5)$$

gdzie: E'_s – moduł sieczny gruntu (obsypki), [kN/m²],

S_R – sztywność obwodowa rury przewodowej, [kN/m²].

Moduł sieczny gruntu jest pojęciem umownym. Jego wartość zależy od rodzaju gruntu i wskaźnika zagęszczenia oraz od wielkości naprężeń w gruncie (przykrycia rury gruntem). Minimalne wartości modułu (za [4]), dla gruntów niespoistych i przykrycia $z_g = 1,0$ i $2,0$ m zestawiono w tab. 3.3.

Tabela 3.3

Minimalne wartości modułu siecznego gruntu E'_s , [kN/m²]

Przykrycie rury gruntem	Wskaźnik zagęszczenia gruntu		
	80%	85%	90%
1,0	700	1100	1500
2,0	900	1300	1800

Sztywność obwodowa prostej rury przewodowej wyraża się wzorem

$$S_R = \frac{E J_s}{d_m^3} \quad (3.6)$$

gdzie: E – moduł sprężystości materiału rury przewodowej, $[\text{kN/m}^2]$,

d_m – średnia średnica rury mierzona do osi ścianki, $[\text{m}]$,

J_s – moment bezwładności ścianki rury $[\text{m}^4/\text{m}]$, równy

$$J_s = \frac{s^3}{12} \quad (3.7)$$

s – grubość ścianki rury, $[\text{m}]$.

Poziomy odpór gruntu wpływa korzystnie na pracę rury: sumując się z parciem spoczynkowym gruntu, prowadzi do wyrównywania obciążeń zewnętrznych działających na obwodzie rury.

Udział odporu gruntu w ogólnym bilansie obciążeń zewnętrznych można przedstawić na przykładzie 4 rur preizolowanych, Dn 200, 400, 600 i 800, ułożonych w gruncie niespoistym (piasek średni, wilgotny, średnio zagęszczony), o ciężarze objętościowym $\gamma_{sr} = 19,0 \text{ kN/m}^3$, przy zagłębieniu $z_g = 1,0 \text{ m}$ poniżej poziomu nieutwardzonego terenu. Przyjęto obciążenie użytkowe naziomu 5 kN/m^2 , moduł sieczny gruntu 1500 kN/m^2 . Wyniki obliczeń zestawiono w tab. 3.4.

Tabela 3.4

Składowe obciążeń zewnętrznych

Parametr/obciążenie	Nominalna średnica rury przewodowej			
	200	400	600	800
Średnica zewnętrzna rury stalowej d_z , [mm]	219,1	406,4	610,0	813,0
Grubość ścianki rury s , [mm]	4,5	6,3	7,1	8,0
Średnia średnica rury stalowej d_m , [mm]	214,6	400,1	602,9	805,0
Średnica zewnętrzna płaszczka D_z , [mm]	315	560	800	1000
Obciążenie pionowe p_{vg} , $[\text{kN/m}^2]$	24,00	24,00	24,00	24,00
Obciążenie pionowe p_{vd} , $[\text{kN/m}^2]$	29,98	34,64	39,20	43,00
Średnie obciążenie poziome p_h , $[\text{kN/m}^2]$	13,49	14,66	15,80	16,75
Sztywność obwodowa rury S_R , $[\text{kN/m}^2]$	157,5	66,69	27,90	16,76
Poziomy odpór gruntu p_{ho} , $[\text{kN/m}^2]$	0,10	0,37	0,98	1,61

Z przedstawionych obliczeń wynika, że w porównaniu do średniego obciążenia poziomego, poziomy odpór gruntu jest stosunkowo niewielki. Może być znaczący dla rur o większych średnicach ($D_n > 500 \text{ mm}$), ułożonych na większej głębokości lub w zagęszczonej obsypce.

Obciążenie zewnętrzne zależy także od warunków układania sieci w gruncie. W przypadku gdy rury są układane w nasypie lub w szerokim wykopie, obciążenie

pionowe może być przejściowo większe (w skrajnych przypadkach nawet o 100%), a w przypadku rur układanych w wąskim wykopie – przejściowo mniejsze (o 50%) od obciążenia określonego według wzorów (3.2) – (3.4) [19]. Z czasem, w wyniku osiadania gruntu i relaksacji naprężeń, obciążenia zewnętrzne zmierzają do wartości zbliżonych do naprężeń pierwotnych występujących w gruncie rodzimym.

3.1.2. Obciążenia osiowe

Do obciążeń i oddziaływań osiowych należą obciążenia technologiczne i montażowe oraz opór gruntu (ogólnie: otoczenia) wywołany odkształceniem sieci.

Ciśnienie wewnętrzne (p_o) działa na zamknięte przekroje rury (zawory, zasuwki, zaślepki) oraz łuki, kolana i odgałęzienia. Wypadkowa ciśnienia wewnętrznego jest określona wzorem

$$P_o = \frac{\pi d_w^2}{4} p_o \quad (3.8)$$

gdzie: d_w – wewnętrzna średnica rury przewodowej, [m].

Na łukach i kolanach działanie ciśnienia przejawia się w postaci obciążenia równomiernie rozłożonego na długości łuku, działającego w jego płaszczyźnie, skierowanego prostopadle do osi rury. Wielkość tego obciążenia wyznacza się ze wzoru

$$p_k = \frac{P_o}{R_o} \quad (3.9)$$

gdzie: R_o – promień łuku mierzony do osi rury przewodowej, [m].

Zmiana temperatury (Δt) powoduje odkształcenie (wydłużenie lub skrócenie) rury przewodowej. Odkształcenie odcinka rury o długości l jest równe

$$\Delta l = l \alpha \Delta t \quad (3.10)$$

gdzie: α – współczynnik rozszerzalności materiału rury, [$1/^\circ\text{C}$].

Przyjmuje się, że zmiana temperatury następuje równocześnie na całej długości rury. Zakłada się, że odkształcenie izolacji i płaszcza osłonowego nadąża za odkształceniem rury przewodowej i nie wpływa na wielkość odkształceń termicznych rury.

Obciążenie montażowe to obciążenie, które powoduje (wymusza) odkształcenie sieci przeciwne do odkształcenia wynikającego z obciążeń technologicznych. Wielkość tego odkształcenia odpowiada zazwyczaj połowie maksymalnych odkształceń termicznych.

Odkształceniu (przemieszczeniu) sieci w gruncie wywołanemu zmianami ciśnienia i temperatury przeciwstawia się opór gruntu. Opór ten jest przekazywany z płaszcza osłonowego przez izolację termiczną na rurę przewodową. W przybliżeniu można przyjąć, że przy małych przemieszczeniach sieci w gruncie opór gruntu jest proporcjonalny do wielkości przemieszczenia (grunt pracuje w fazie sprężystej), natomiast przy dużych przemieszczeniach, którym towarzyszy występowanie granicznych sta-

nów naprężeń gruntu w otoczeniu rury, opór gruntu jest stały, niezależnie od wielkości tego przemieszczenia (grunt zachowuje się jak ośrodek plastyczny).

Różnicuje się opór gruntu w kierunkach równoległym i prostopadłym do osi rury. Jednostkowy opór graniczny (f_u) w kierunku **równoległym** do osi rury jest równy

$$f_u = \pi D_z p_{sr} \mu_g \quad (3.11)$$

Średnie obciążenie normalne (prostopadłe do powierzchni rury) jest rzędu

$$p_{sr} \approx 0,25 (p_{vg} + p_{vd} + 2p_h + p_{ho}) \quad (3.12)$$

Oznaczenia – jak we wzorach (3.2) – (3.5).

Współczynnik tarcia (μ_g) zależy od stanu i rodzaju gruntu, jego wilgotności, temperatury (przemarzanie!), szorstkości powierzchni płaszcza osłonowego, a także od szybkości przemieszczania się rury w gruncie. Występujące tu zależności nie zostały dotąd dokładnie zbadane. Szacuje się [23], że w gruntach niespoistych nieprzemarzniętych wartości współczynnika tarcia zawierają się w przedziale od 0,2 przy przemieszczeniach powolnych, do 0,6 przy przemieszczeniach szybkich. Do obliczeń przyjmuje się najczęściej wartości współczynnika tarcia z przedziału 0,3 – 0,4.

W przypadku wysokiego poziomu zwierciadła wód gruntowych wartości współczynnika tarcia mogą być mniejsze od 0,2, a w gruntach przemarzniętych można się spodziewać wartości większych od 0,6.

Przemieszczenia δ_u , przy których opór gruntu (f_u) w kierunku równoległym do osi rury osiąga wartości graniczne, są stosunkowo niewielkie. Rambol [23] podaje, że w gruntach niespoistych, zagęszczonych, przemieszczenia te są rzędu 1 – 3 mm. Norma czeska (dotycząca rurociągów układanych na terenach górniczych) podaje następujące wartości przemieszczeń wzdłużnych:

2,5 – 4 mm – dla piasków średnich i drobnych,

4 – 7 mm – dla piaskach grubych (o średnicy ziaren do 2 mm).

Borodowkin [21] ocenia, że przemieszczenia te są rzędu 10 mm. Większych wartości przemieszczeń δ_u można się spodziewać w gruntach niezagęszczonych.

Biorąc pod uwagę niewielką ilość danych eksperymentalnych, proponuje się, aby do czasu ustalenia występujących tu zależności przyjmować do obliczeń uśrednioną wielkość przemieszczeń wzdłużnych δ_u z przedziału 3 – 5 mm.

Przy założeniu że opór gruntu aż do osiągnięcia oporu granicznego jest wprost proporcjonalny do wielkości przemieszczenia rury w gruncie, współczynnik sprężystości gruntu (k_u) w kierunku równoległym do jej osi podłużnej wyraża się wzorem

$$k_u = \frac{f_u}{\delta_u} \quad (3.13)$$

Jednostkowy opór graniczny (f_v) w kierunku **prostopadłym** do osi rury jest wielokrotnie większy od oporu granicznego w kierunku równoległym. Przemieszczenie rury w kierunku prostopadłym do jej osi wiąże się z występowaniem granicznych stanów

naprężeń gruntu w szerszym otoczeniu rury niż przy przemieszczeniach wzdłużnych [23].

Ze wstępnych badań autora [8] wynika, że dla rur ułożonych w gruntach niespoistych na głębokości na której nie występuje już wypieranie gruntu na powierzchnię, opór graniczny f_v jest proporcjonalny do wielkości oporu granicznego f_u w kierunku równoległym do osi rury

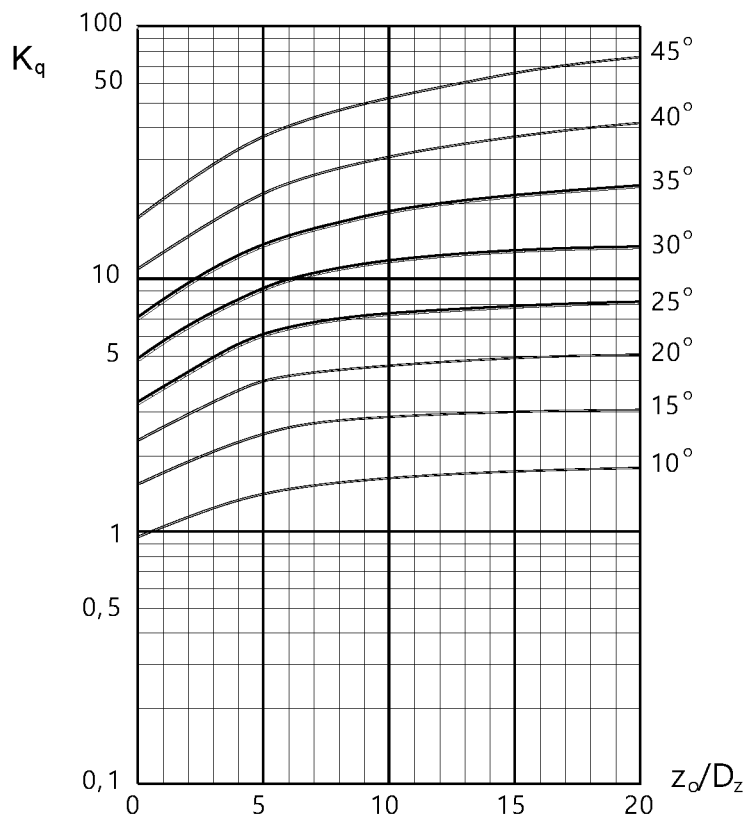
$$f_v = m_v f_u \quad (3.14)$$

Ocenia się, że w gruntach niespoistych średnio zagęszczonych, wartości współczynnika m_v mogą się zawierać w szerokim przedziale od 5 do 20. Wartości te zależą od rodzaju i stopnia zagęszczenia gruntu, a także od gładkości zewnętrznej powierzchni płaszcza osłonowego. Brak jest wyników badań oporu granicznego rur płytko ułożonych w gruncie, gdy przemieszczeniom rur towarzyszy wypieranie gruntu na powierzchnię.

Z [23] wynika, że w gruntach niespoistych opór graniczny f_v zależy od kąta tarcia wewnętrznego gruntu (φ) oraz od wielkości względnego zagłębienia rury w gruncie (z_o/D_z). Opór graniczny odniesiony do jednostki długości rury można wyrazić wzorem

$$f_v = D_z \gamma z_o K_q \quad (3.15)$$

gdzie: K_q – współczynnik przyjmowany z wykresu (rys. 3.2).



Rys. 3.2. Współczynnik K_q dla gruntów niespoistych [20]

Przemieszczenie δ_v , przy którym opór gruntu w kierunku prostopadłym do osi rury osiąga wartość graniczną, jest większe niż przemieszczenie δ_u w kierunku równoległym do osi rury. Według [21] wielkość przemieszczenia δ_v w gruntach niespoistych zależy od średnicy płaszcza rury (D_z) i wielkości zagłębienia osi rury w gruncie (z_o).

Tabela 3.5

Przemieszczenia δ_v w gruntach niespoistych

Średnica płaszcza osłonowego D_z , [m]	δ_v/z_o , [%]	
	piasek luźny	piasek zagęszczony
0,075	4,5	2,7
0,120	3,0	2,0
> 0,3	2,0	1,5

Przy założeniu że opór gruntu aż do osiągnięcia oporu granicznego jest wprost proporcjonalny do wielkości przemieszczenia rury, współczynnik sprężystości gruntu (k_v) w kierunku prostopadłym do jej osi podłużnej wyraża się wzorem

$$k_v = \frac{f_v}{\delta_v} \quad (3.16)$$

Zależność oporu gruntu od wielkości przemieszczenia rury w kierunku prostopadłym do jej osi podłużnej jest w rzeczywistości nieliniowa (przyrost oporu jest wyraźnie większy w pierwszej fazie przemieszczenia). Randlof [23] proponuje, aby linearyzując tę zależność, przyjmować wielkość przemieszczenia δ_v , określonego w tab. 3.5, ze współczynnikiem 0,37, ale dla rur o większych średnicach, ułożonych w zagęszczonej zasypce, przemieszczenie to byłoby wtedy porównywalne z przemieszczeniem δ_u .

Do czasu przeprowadzenia kompleksowych badań i ustalenia występujących tu zależności proponuje się, aby do obliczeń przyjmować wielkości przemieszczeń w kierunku prostopadłym do osi rury według tab. 3.5 ze współczynnikiem 0,5.

Przykładowo dla 4 rozpatrywanych rur preizolowanych i warunków podanych w p. 3.1.1, przy współczynniku tarcia $\mu = 0,40$, $\delta_u = 0,005$ m, $\delta_v = 0,0075 z_o$ i $\varphi = 35^\circ$, wartości oporów granicznych oraz współczynników sprężystości gruntu (według wzorów (3.13) i (3.18) zestawiono w tab. 3.6.

Tabela 3.6

Opory graniczne i współczynniki sprężystości gruntu

Parametr/obciążenie	Nominalna średnica rury przewodowej			
	200	400	600	800
Średnie obciążenie normalne p_{sr} , [kN/m ²]	20,26	22,08	23,94	25,52
Opór graniczny f_u , [kN/m]	8,02	15,54	24,06	32,07
Współczynnik sprężystości k_u , [kN/m ²]	1600	3100	4800	6400
Współczynnik K_q z wykresu na rys. 3.2	11	10	9	8
Opór graniczny f_v , [kN/m]	77	136	178	228
Współczynnik sprężystości k_v , [kN/m ²]	8800	14200	18200	20200

Brak jest danych na temat oporów granicznych i odpowiadających im przemieszczeń rur w przypadku stosowania poduszek amortyzacyjnych oraz prowadzenia sieci w rurach ochronnych. Trzeba je ustalać indywidualnie, stosownie do przyjętych rozwiązań.

Jest oczywiste, że przy zastosowaniu poduszek amortyzacyjnych wartości oporów granicznych i współczynników sprężystości będą inne niż w przypadku rur układanych bezpośrednio w gruncie. Wskutek zmniejszenia parcia i odporu gruntu zmniejszy się nieco średnie obciążenie normalne. Mniejsza będzie także średnia wartość współczynnika tarcia μ_g . W rezultacie mniejszy będzie opór graniczny f_u . Znacznie wzrośnie natomiast przemieszczenie δ_u . W przypadku przemieszczenia δ_v wzrost ten może być rzędu połowy grubości poduszki.

Na odcinkach sieci prowadzonych w rurach ochronnych opór graniczny f_u w kierunku równoległym do osi sieci będzie wynikał z tarcia pierścieni dystansowych o rurę ochronną.

$$f_u = G \mu_p \quad (3.17)$$

gdzie: G – ciężar rury preizolowanej wraz z medium, [kN/m],

μ_p – współczynnik tarcia pierścieni dystansowych o rurę ochronną.

Przemieszczenie δ_u , przy którym opór f_u osiągnie wartość graniczną, zależy od konstrukcji pierścieni dystansowych. Producenci pierścieni dystansowych nie podają jednak danych technicznych na ten temat.

Opór graniczny w kierunku prostopadłym do osi rury jest determinowany przez rurę ochronną. Przemieszczenie δ_v , przy którym opór f_v osiąga wartość graniczną, zależy w pierwszym rzędzie od sposobu ułożenia sieci w rurze ochronnej. jest sumą luzów, podatności pierścieni dystansowych.

Wielkości oporów granicznych f_u i f_v przemieszczeń δ_u , i δ_v oraz współczynników sprężystości k_u i k_v ustala (szacuje) każdorazowo konstruktor sieci.

3.2. Modele obliczeniowe

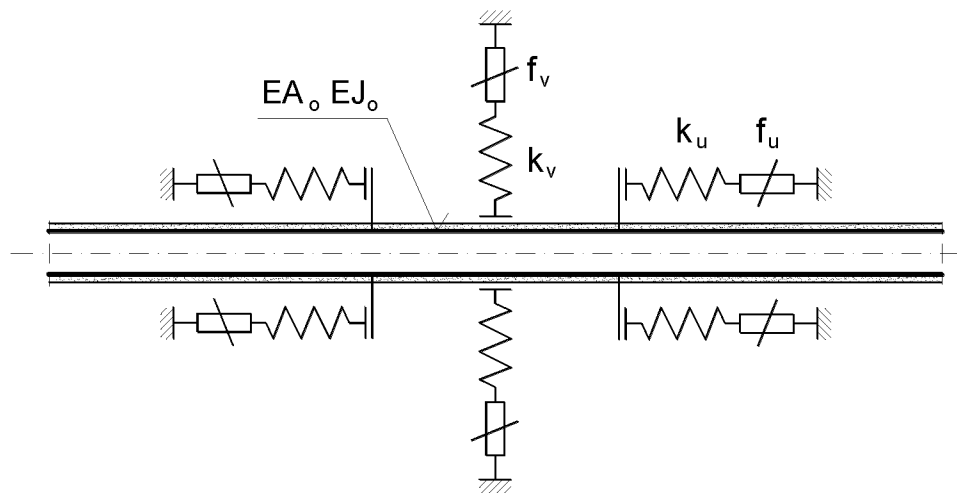
Siły wewnętrzne w sieci wyznacza się, korzystając z modeli obliczeniowych. W przypadku sieci układanych bezpośrednio w gruncie modeluje się zarówno konstrukcję, grunt i obciążenie. Uwzględnia się tylko wybrane, najważniejsze cechy konstrukcji i gruntu: sprężystość ustroju oraz sprężystość gruntu w zakresie niewielkich przemieszczeń oraz plastyczność gruntu w zakresie przemieszczeń większych od granicznych. Modele upraszczają rzeczywistość, ale umożliwiają analizowanie różnych wariantów obciążeń (sytuacji obliczeniowych) w poszukiwaniu ekstremalnych sił wewnętrznych.

Dla sieci ciepłowniczych niezbędne jest przyjęcie dwu modeli obliczeniowych: oddzielnie dla wyznaczania sił wewnętrznych obwodowych i osiowych.

Jako model obliczeniowy do wyznaczania sił wewnętrznych **obwodowych** może służyć sprężysty pierścień kołowy o sztywności na ściskanie i rozciąganie (EA_s) oraz zginanie (EJ_s), współdziałający ze sprężystym ośrodkiem gruntowym. Pierścień może podlegać działaniu obciążeń zewnętrznych lub ciśnienia wewnętrznego, albo jednocześnie działaniu obciążeń zewnętrznych i ciśnienia wewnętrznego. Składowe obciążenia zewnętrznych wynikających z ciężaru, parcia i odporu gruntu występują łącznie.

W przypadku gdy ciężar objętościowy rury preizolowanej wraz z medium grzewczym jest równy ciężarowi objętościowemu gruntu, sieć nie wywiera obciążenia na grunt [6] (zajmuje w nim położenie neutralne).

Jako model obliczeniowy do wyznaczania sił wewnętrznych **osiowych** może służyć sprężysty, nieważki ustrój prętowy lub płaski (quasi płaski) ustrój ramowy o dowolnym kształcie, składający się z odcinków prostych, łuków i kolan, współdziałający ze sprężysto-plastycznym ośrodkiem gruntowym. Współdziałanie ustroju z gruntem odzwierciedlają połączone w szereg elementy sprężyste o parametrach k_u , k_v oraz cierne o parametrach f_u , f_v , równomiernie rozmieszczone wzdłuż sieci. Model współdziałania przedstawia rys. 3.3 [8], [9].



Rys. 3.3. Model współdziałania sieci z gruntem

Ustrój może podlegać działaniu obciążeń technologicznych i montażowych oraz obciążeń **stycznych i normalnych** (odpowiednio: równoległych i prostopadłych do osi sieci) spowodowanych oporem gruntu. Obciążenia technologiczne i montażowe mogą też występować niezależnie. Opór gruntu może się zmieniać na długości sieci.

Sztywność odcinków prostych na ściskanie i rozciąganie (EA_o) oraz zginanie (EJ_o) jest równa sztywności rury przewodowej. Sztywność łuków (kolan) na zginanie w płaszczyźnie łuku (EJ_k) jest mniejsza od sztywności prostej rury [25]. Wyznacza się ją ze wzoru

$$EJ_k = \frac{EJ_o}{k} \quad (3.18)$$

gdzie: k – współczynnik sztywności łuku, określony wzorem

$$k = 1 + \frac{9}{12 \lambda^2 + 1 - j} \quad (3.19)$$

λ – parametr geometryczny łuku

$$\lambda = \frac{s R_o}{r_m^2} \quad (3.20)$$

gdzie: s – grubość ścianki rury przewodowej, [m],

R_o – promień łuku mierzony do osi rury, [m],

r_m – średni promień rury przewodowej (mierzony do osi ścianki rury), [m],

j – współczynnik zależny od parametru λ , przyjmowany z tab. 3.7.

Tabela 3.7

Tablica współczynników j

λ	0	0,05	0,1	0,2	0,3	0,5	0,75	1,0
j	1	0,7625	0,5684	0,3074	0,1764	0,07488	0,03526	0,02026

Ciśnienie wewnętrzne (nadciśnienie) zwiększa sztywność łuku. Według [4] sztywność łuku poddanego działaniu ciśnienia wyraża się wzorem

$$EJ_k = \frac{EJ_o}{k} \left[1 + \frac{6 p_o}{E} \left(\frac{r_m}{s} \right)^{\frac{7}{3}} \left(\frac{R_o}{r_m} \right)^{\frac{1}{3}} \right] = \frac{EJ_o}{k} \alpha_p \quad (3.21)$$

Przykładowo współczynniki k i α_p dla kolan o promieniu gięcia $R = 3d$, wykonanych z rur o charakterystyce podanej w tab. 3.4, zestawiono w tab. 3.8.

Tabela 3.8

Współczynniki sztywności kolan

Parametr/ współczynnik	Nominalna średnica rury przewodowej			
	200	400	600	800
r_m , [m]	0,107	0,200	0,301	0,402
s , [m]	0,0045	0,0063	0,0071	0,0080
R_o , [m]	0,66	1,22	1,83	2,44
λ	0,257	0,192	0,142	0,120
k	6,76	9,08	12,49	14,71
α_p	1,08	1,18	1,33	1,49

Z tab. 3.8. wynika, że sztywność kolan poddanych działaniu ciśnienia wewnętrznego $p_o = 1,0$ MPa jest od 6 do 10 razy mniejsza a niepodlegających działaniu ciśnienia wewnętrznego – od 7 do 15 razy mniejsza od sztywności prostej rury.

Kolana, zwłaszcza „krótkie”, jawią się jako elementy bardzo podatne na zginanie. Rodzi to pokusę traktowania ich jako połączeń przegubowych. Ale wprowadzenie przegubów w miejsce kolan zmienia zasadniczo schemat statyczny konstrukcji, unie-

możliwia wyznaczenie rzeczywistych sił wewnętrznych i ocenę wyężenia tych ważnych elementów sieci.

3.3. Siły wewnętrzne

Do sprawdzania stanów granicznych nośności konstrukcji sieci wymagana jest znajomość uogólnionych sił wewnętrznych, obwodowych i osiowych. W płaskich ustrojach prętowych

siły wewnętrzne obwodowe to:

- siły rozciągające lub ściskające działające w osi ścianki rury,
- momenty zginające ściankę rury.

siły wewnętrzne osiowe to:

- siły rozciągające lub ściskające działające w osi rury,
- momenty zginające rurę,
- siły poprzeczne działające prostopadle do osi rury.

Dla poszczególnych obciążeń i oddziaływań siły te wyznacza się z następujących zależności.

3.3.1. Siły wewnętrzne obwodowe

Wskutek działania ciśnienia wewnętrznego (p_o) ścianka rury przewodowej jest obwodowo rozciągana. Siłę w ściance rury odniesioną do jednostki jej długości wyznacza się z wzoru

$$N_{ps} = - p_o r_w \quad (3.22)$$

gdzie: r_w – promień wewnętrzny rury, [m].

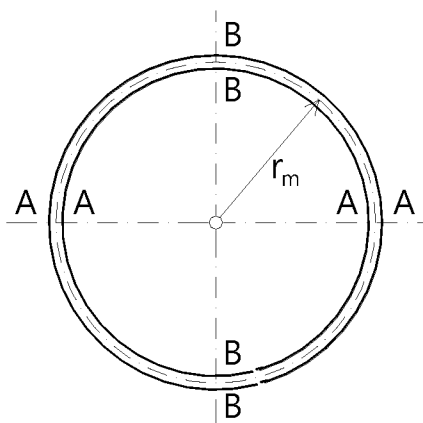
Przykładowo siły obwodowe w ściance rur o parametrach określonych w p. 3.1.1, poddanych działaniu ciśnienia wewnętrznego $p_o = 1,0$ MPa, zestawiono w tab. 3.9.

Tabela 3.9
Siły obwodowe wynikające
z działania ciśnienia wewnętrznego

Siła wewnętrzna	Nominalna średnica rury przewodowej			
	200	400	600	800
N_{ps}	- 105,0	- 196,9	- 297,9	- 398,5

Przyrost ciśnienia (i temperatury) powoduje wydłużenie obwodu rury przewodowej i przyrost jej średnicy, co wywołuje odpór izolacji termicznej, płaszcza osłonowego i gruntu. Odpór ten, zgodnie z założeniem, jest pomijany.

Wskutek działania zróżnicowanych składowych obciążeń zewnętrznych wynikających z ciężaru i odporu gruntu, oraz użytkowego obciążenia naziomu, ścianka rury przewodowej jest ściskana i zginana. Ekstremalne uogólnione siły wewnętrzne występują w przekrojach A-A i B-B (rys. 3.4)



Rys. 3.4. Charakterystyczne przekroje rury przewodowej

Jeśli przyjmie się że sieć nie wywiera pionowego obciążenia na grunt i pominie się wpływ ciężaru rury i medium grzewczego na wielkość sił wewnętrznych, to obciążenie równomiernie rozłożone w poziomie dolnej tworzącej rury będzie równe obciążeniu rozłożonemu w poziomie górnej tworzącej. Ekstremalne siły wewnętrzne – siły obwodowe i momenty zginające - można wówczas wyznaczyć z wzorów

$$N_A = p_{vg} r_m \quad (3.23)$$

$$M_A = -(0,25 p_{vg} - 0,25 p_h - 0,19 p_{ho}) r_m^2 \quad (3.24)$$

$$N_B = (p_h + 0,51 p_{ho}) r_m \quad (3.25)$$

$$M_B = (0,25 p_{vg} - 0,25 p_h - 0,16 p_{ho}) r_m^2 \quad (3.26)$$

gdzie: r_m – promień średni mierzony do osi ścianki rury przewodowej, [m].

Ekstremalne siły wewnętrzne występujące w ściankach przykładowych rur o charakterystyce podanej w tab. 3.4, wynikające z działania obciążeń zewnętrznych, zestawiono w tab. 3.10.

Tabela 3.10

Siły obwodowe wynikające z działania
obciążeń zewnętrznych

Siła/ moment	Nominalna średnica rury przewodowej			
	200	400	600	800
N_A , [kN]	2,57	4,80	7,23	9,66
M_A , [kNm]	- 0,030	- 0,091	- 0,167	- 0,245
N_B , [kN]	1,42	2,97	4,93	7,07
M_B , [kNm]	0,030	0,091	0,170	0,251

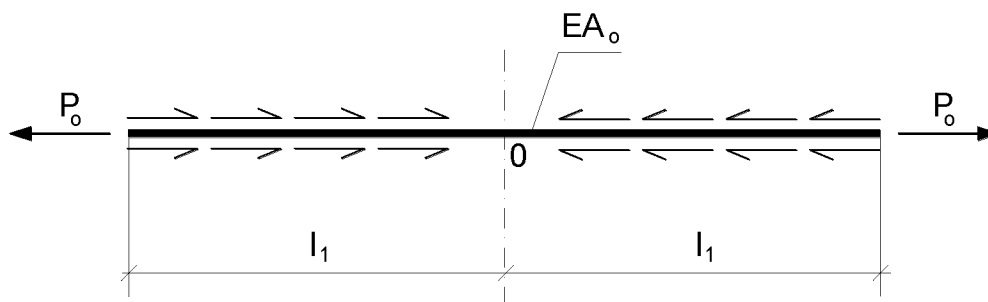
W porównaniu do sił obwodowych wynikających z działania ciśnienia wewnętrznego (tab. 3.9), siły wewnętrzne wynikające z działania obciążeń zewnętrznych są niewielkie ale momenty zginające (choć ich wartości są także niewielkie) mogą mieć

istotny wpływ na wyężenie konstrukcji sieci większych średnic ponieważ wskaźnik wytrzymałości na zginanie ścianek rur przewodowych jest bardzo mały.

3.3.2. Siły wewnętrzne osiowe

Wskutek działania obciążeń technologicznych i montażowych oraz oporu gruntu rura przewodowa, w ogólnym przypadku, może być osiowo rozciągana lub ściskana oraz zginana i ścinana w płaszczyźnie poziomej. Opór gruntu stanowi istotną składową tych obciążeń. Wpływ oporu gruntu jest tym większy im większe jest przemieszczenie sieci w gruncie. Opór gruntu przejawia się w postaci obciążeń stycznych i normalnych, nierównomiernie rozłożonych wzdłuż osi sieci. Wyznaczenie tych obciążeń jawi się jako podstawowe zadanie statyki sieci układanych bezpośrednio w gruncie. Zadanie komplikuje złożony kształt sieci, oraz podatność konstrukcji sieci na odkształcenia. Uzyskanie rozwiązań w postaci zamkniętej możliwe jest tylko w warunkach sprężystej pracy gruntu dla sieci lub jej fragmentów o prostych kształtach, ułożonych w jednorodnym gruncie na jednakowej głębokości, przy równomiernym obciążeniu naziomu.

Prosta rura zaślepiona na końcach, poddana działaniu ciśnienia wewnętrznego p_o jest rozciągana siłami P_o przyłożonymi na jej końcach (rys. 3.5)



Rys. 3.5. Rura poddana działaniu ciśnienia wewnętrznego

$$P_o = \pi p_o r_w^2 \quad (3.27)$$

gdzie: r_w – promień wewnętrzny rury, [m].

Pod działaniem tych sił rura wydłuża się. Wydłużeniu rury przeciwstawia się opór gruntu, który przejawia się w postaci obciążeń stycznych rozłożonych symetrycznie względem środka długości rury. Opór ten jest największy na końcach rury, ponieważ tam przemieszczenia rury względem gruntu są największe. W przekroju środkowym rura nie przemieszczenie względem gruntu. Przekrój ten może być traktowany jako umowny punkt stały (UPS).

Ponieważ wydłużenie rury przewodowej powodowane działaniem ciśnienia wewnętrznego jest małe, opór gruntu jest generalnie niewielki; zazwyczaj nie osiąga wartości granicznych. Grunt pracuje wówczas w fazie sprężystej.

Równanie różniczkowe osi odkształconej (wydłużonej) ma postać [2]

$$EA \frac{d^2 u}{dx^2} - k_u u = 0 \quad (\text{A})$$

Po wprowadzeniu oznaczeń

$$x = \xi L, \quad l_1 = \beta L \quad \text{oraz} \quad L = \sqrt{\frac{EA}{k_u}}$$

równanie przybiera postać

$$\frac{d^2 u}{d\xi^2} - u = 0$$

Całka ogólna równania jednorodnego ma postać

$$u(\xi) = C_1 \cosh \xi + C_2 \sinh \xi$$

Stałe całkowania wyznacza się z warunków brzegowych:

$$\begin{aligned} \xi = 0, \quad u &= 0 \\ \xi = \beta, \quad \frac{du}{d\xi} &= \frac{P_o}{EA} \end{aligned}$$

Po uwzględnieniu, że

$$\frac{du}{d\xi} = C_1 \frac{1}{L} \sinh \xi + C_2 \frac{1}{L} \cosh \xi$$

uzyskuje się

$$C_1 = 0$$

$$C_2 = \frac{P_o}{EA} \frac{L}{\cosh \beta}$$

Równanie osi odkształconej (wydłużonej) przybiera wówczas postać

$$u(\xi) = \frac{P_o L}{EA} \frac{\sinh \xi}{\cosh \beta}$$

dla $\xi = \beta$ jest

$$u(\beta) = \frac{P_o L}{EA} \operatorname{tgh} \beta$$

Równanie sił osiowych ma postać

$$N(\xi) = EA \frac{du}{d\xi} = P_o \frac{\cosh \xi}{\cosh \beta}$$

dla $\xi = 0$ jest

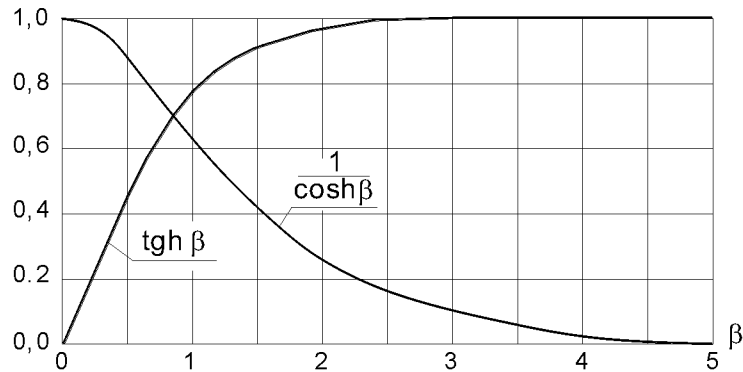
$$N(o) = P_o \frac{1}{\cosh \beta}$$

Równanie obciążeń stycznych ma postać

$$t(\xi) = EA \frac{d^2 u}{d\xi^2} = \frac{P_o}{L} \frac{\sinh \xi}{\cosh \beta}$$

dla $\xi = \beta$ jest

$$t(\beta) = \frac{P_o}{L} \operatorname{tgh} \beta < f_u$$



Rys. 3.6. Wykresy funkcji hiperbolicznych

Z powyższych wykresów wynika że

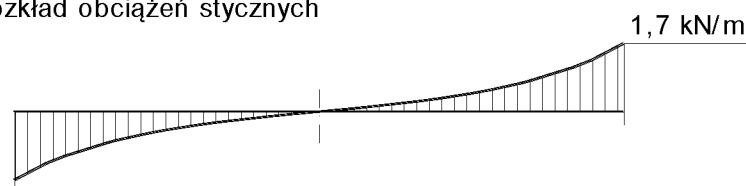
dla $\beta > 2,5$

$$u(\beta) = \frac{P_o L}{EA} \quad t(\beta) = \frac{P_o}{L}$$

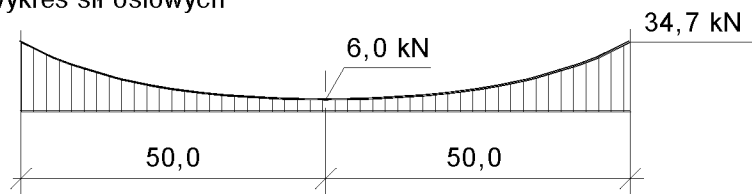
dla $\beta > 5,0$ $N(o) = 0$

Rozkład obciążeń stycznych i sił wewnętrznych w prostej rurze Dn 200 o długości 100 m poddanej działaniu ciśnienia wewnętrznego 1 MPa przedstawia rys. 3.7.

a/ rozkład obciążeń stycznych



b/ wykres sił osiowych



Rys. 3.7. Przykładowy rozkład oporów gruntu i sił osiowych

Wielkość L występująca w powyższych wzorach jest długością charakterystyczną, opisującą współdziałanie rury z gruntem. Dla rozpatrywanych przykładowych rur o parametrach określonych w tab. 3.4, długości L zestawiono w tab. 3.11.

Tabela 3.11

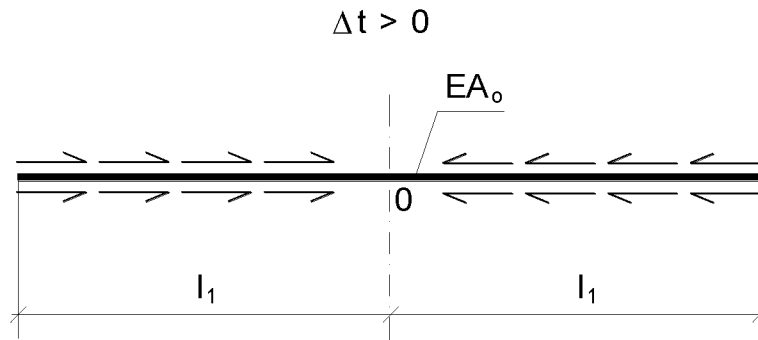
Długości charakterystyczne rur L , [m]

Długość	Nominalna średnica rury przewodowej, [mm]			
	200	400	600	800
L , [m]	19,73	22,88	23,96	25,46

Opór gruntu wynikający z działania ciśnienia wewnętrznego na zaślepienie końce rury (oraz na jej ściankę) jest obecnie pomijany. Jest to równoznaczne z przyjęciem stałej wartości siły osiowej P_0 na całej długości rury.

W przypadku rur o końcach tkwiących w kompensatorach nasuwkowych, siły osiowe P_0 wynikające z działania ciśnienia wewnętrznego są zerowe, natomiast w przypadku zastosowania kompensatorów soczewkowych lub mieszkowych, rura przewodowa jest osiowo ściskana.

Prosta rura poddana działaniu temperatury wydłuża się. Wydłużeniu przeciwstawia się opór gruntu (rys. 3.8). Opór ten przejawia się w postaci obciążeń stycznych symetrycznych względem środka długości rury, nierównomiernie rozłożonych na jej długości. Obciążenia styczne są największe na końcach rury, ponieważ przemieszczenia rury względem gruntu są tam największe.



Rys. 3.8. Rura poddana działaniu temperatury

Dopóki opór gruntu na końcach rury nie przekracza wartości granicznych, grunt pracuje w fazie sprężystej. Równanie osi odkształconej (wydłużonej) ma wówczas postać

$$EA \frac{d^2 u}{dx^2} - k_u u = -k_u \alpha \Delta t (l - x) \quad (\mathbf{B})$$

Po wprowadzeniu oznaczeń

$$x = \xi L, \quad l_1 = \beta L \quad \text{oraz} \quad L = \sqrt{\frac{EA}{k_u}}$$

równanie przybiera postać

$$\frac{d^2 u}{d\xi^2} - u = -L \alpha \Delta t (\beta - \xi)$$

Rozwiązanie równania jest sumą rozwiązań: szczególnego równania niejednorodnego i ogólnego równania jednorodnego

$$(\xi) = u_o(\xi) + C_1 \cosh \xi + C_2 \sinh \xi$$

Całki szczególnej poszukuje się w postaci wielomianu drugiego stopnia

$$u_o(\xi) = a\xi^2 + b\xi + c$$

Po wprowadzeniu powyższego wielomianu do równania osi odkształconej otrzymuje się

$$2a - (a\xi^2 + b\xi + c) = -L \alpha \Delta t (\beta - \xi)$$

Z przyrównania współczynników przy niewiadomych po prawej i lewej stronie równania uzyskuje się

$$a = 0, \quad b = -L \alpha \Delta t, \quad c = L \alpha \Delta t \beta$$

Wówczas

$$u_o(\xi) = \xi L \alpha \Delta t (\beta - \xi)$$

Równanie różniczkowe osi odkształconej przybiera postać

$$u(\xi) = L \alpha \Delta t (\beta - \xi) + C_1 \cosh \xi + C_2 \sinh \xi$$

Stałe całkowania wyznacza się z warunków brzegowych

$$\begin{aligned} \xi = 0, \quad u &= 0 \\ \xi = \beta, \quad \frac{du}{d\xi} &= 0 \end{aligned}$$

Uwzględniając, że

$$\frac{du}{d\xi} = -\alpha \Delta t + C_1 \frac{1}{L} \sinh \xi + C_2 \frac{1}{L} \cosh \xi$$

uzyskuje się

$$\begin{aligned} C_1 &= 0 \\ C_2 &= \frac{L \alpha \Delta t}{\cosh \beta} \end{aligned}$$

Równanie osi odkształconej (wydłużonej) przybiera postać

$$u(\xi) = L \alpha \Delta t \left(\beta - \xi + \frac{\sinh \xi}{\cosh \beta} \right)$$

dla $\xi = \beta$ jest

$$u(\beta) = L \alpha \Delta t \operatorname{tgh} \beta$$

Równanie sił osiowych ma postać

$$N(\xi) = EA \frac{du}{d\xi} = -EA \alpha \Delta t \left(1 - \frac{\cosh \xi}{\cosh \beta} \right)$$

dla $\xi = 0$ jest

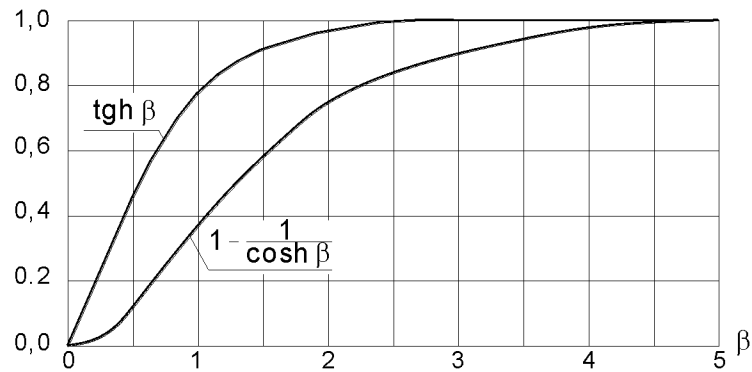
$$N(0) = -EA \alpha \Delta t \left(1 - \frac{1}{\cosh \beta} \right)$$

Równanie obciążeń stycznych ma postać

$$t(\xi) = EA \frac{d^2 u}{d\xi^2} = \frac{EA \alpha \Delta t}{L} \frac{\sinh \xi}{\cosh \beta}$$

dla $\xi = \beta$ jest

$$t(\beta) = \frac{EA \alpha \Delta t}{L} \operatorname{tgh} \beta < f_u$$



Rys. 3.9. Wykresy funkcji hiperbolicznych

Z przedstawionych wykresów wynika, że

dla $\beta > 2,5$

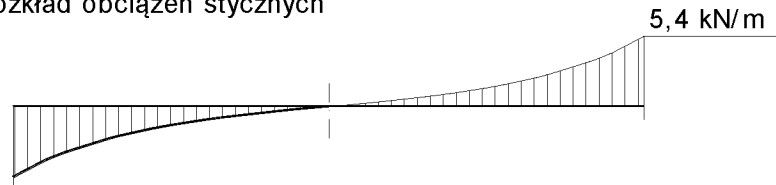
$$u(\beta) = L \alpha \Delta t \quad t(\beta) = - \frac{EA \alpha \Delta t}{L}$$

dla $\beta > 5$

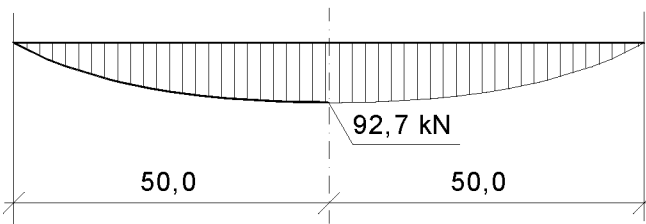
$$N(0) = EA \alpha \Delta t$$

Rozkład obciążeń stycznych i sił osiowych w prostej rurze Dn 200, długości 100 m ułożonej w gruncie i poddanej działaniu temperatury 15°C przedstawia rys. 3.10.

a/ rozkład obciążeń stycznych



b/ wykres sił osiowych



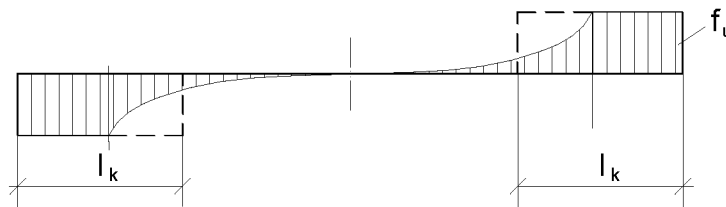
Rys. 3.10. Przykładowy rozkład oporów gruntu i sił osiowych

W przypadku jednoczesnego działania obciążeń technologicznych i montażowych obciążenia styczne i siły osiowe można sumować algebraicznie tylko wtedy gdy grunt pracuje w fazie sprężystej.

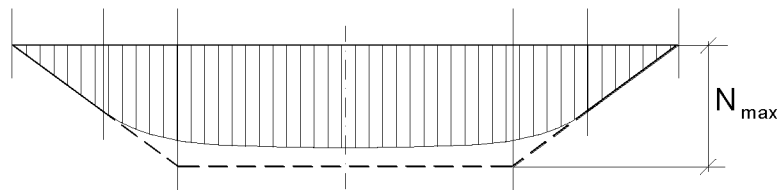
Zadanie staje się trudniejsze, gdy obciążenie naziomu lub warunki ułożenia rury w gruncie nie są stałe na jej długości. Wówczas obciążenia styczne nie są rozłożone symetrycznie a umowny punkt stały przesuwa się poza jej środek. Wyznaczenie wielkości i rozkładu obciążeń stycznych oraz sił osiowych staje się uciążliwe.

Zadanie znacznie się komplikuje, gdy przemieszczenia końców rury w gruncie są tak duże że powodują wystąpienie granicznych oporów gruntu. Grunt pracuje wówczas zarówno w fazie sprężystej (w przyśrodkowej części odcinka) jak i plastycznej (rys. 3.11).

a/ rozkłady obciążeń stycznych



b/ wykresy sił osiowych



Rys. 3.11. Rozkłady obciążeń stycznych i sił osiowych w rurze poddanej działaniu temperatury

W przypadku jednoczesnego działania wielu obciążeń technologicznych i montażowych obciążenia styczne w sprężystej fazie pracy gruntu sumują się algebraicznie natomiast pracującego w fazie plastycznej już nie.

Obecnie zadanie to rozwiązuje się w sposób uproszczony, pomijając sprężystą fazę pracy gruntu. Maksymalną siłę osiową w środku długości rury wynikającą z przyrostu temperatury wyznacza się sumując graniczny opór gruntu f_u z połowy jej długości.

Maksymalna siła osiowa N_{max} w środku długości rury nie może być większa od siły potrzebnej do wywołania jednostkowego odkształcenia (skrócenia) rury równego jej jednostkowemu odkształceniu termicznemu.

$$N_{max} = \alpha \Delta t EA_0 \quad (3.28)$$

gdzie: α – współczynnik rozszerzalności materiału rury przewodowej, [$1/^\circ\text{C}$],

Δt – zmiana (przyrost) temperatury, [$^\circ\text{C}$],

E – moduł sprężystości materiału rury przewodowej, [kN/m^2],

A_0 – pole przekroju poprzecznego rury przewodowej, [m^2].

Do uzyskania siły N_{\max} wystarcza opór graniczny gruntu zsumowany na długości l_k określonej wzorem

$$l_k = \frac{N_{\max}}{f_u} \quad (3.29)$$

Gdy długość rury jest większa od $2 l_k$, w jej środkowej części „zamkniętej przez tarcie” obciążenie styczne jest (z założenia) zerowe a siła osiowa N_{\max} ma wartość stałą (rys. 2.13).

Dla przykładowych rur o parametrach według tab. 3.3, poddanych działaniu temperatury $\Delta t = 50^\circ\text{C}$, wartości maksymalnych sił osiowych N_{\max} oraz długości stref granicznych oporów gruntu l_k zestawiono w tab. 3.12.

Tabela 3.12

Siły osiowe N_{\max} , oraz długości l_k

Siła/ długość	Nominalna średnica rury przewodowej, [mm]			
	200	400	600	800
N_{\max} , [kN]	373	974	1654	2488
l_k , [m]	46,51	62,68	68,74	80,08

Powyższe rozwiązanie (prezentowane jako wzorcowe we wszystkich katalogach producentów rur preizolowanych) nie jest ściśle. Pominięcie sprężystej fazy pracy gruntu daje zawyżone wartości sił osiowych.

Zasadnicza komplikacja obliczeń ma miejsce w przypadku sieci ukształtowanych w postaci ustrojów ramowych. W sieciach tych wskutek działania obciążeń technologicznych i montażowych, oprócz przemieszczeń wzdłużnych (poosiowych), występują także przemieszczenia w płaszczyźnie poziomej skierowane prostopadle do osi sieci. Grunt przeciwstawia się tym przemieszczeniom co przejawia się w postaci obciążeń stycznych i normalnych nierównomiernie rozłożonych na długości sieci. Największe obciążenia normalne występują w rejonach węzłów sieci.

W powyższych przypadkach ustalenie wielkości i rozkładu obciążeń spowodowanych oporem gruntu, wyznaczenie uogólnionych osiowych sił wewnętrznych – sił osiowych, momentów zginających i sił poprzecznych - oraz odkształceń (przemieszczeń) sieci tradycyjnym sposobem staje się bardzo trudne. Rozwiązania w postaci zamkniętej dla kilku elementów o szczególnych kształtach (bez kolan) ułożonych na stałej głębokości w jednorodnym gruncie są przedstawione w [8]. W ogólnym przypadku do wykonywania obliczeń sieci o dowolnych kształtach, dowolnych warunkach ułożenia w gruncie i dowolnym obciążeniu naziomu potrzebna jest specjalna metoda obliczeń.

Taka specjalna metoda obliczeń jest przedstawiona w rozdziale 5. Program komputerowy RC oparty na tej metodzie jest opisany w rozdziale 6.

BIBLIOGRAFIA DO ROZDZIAŁÓW 1 – 3

1. Bęczkowski W.: Rurociągi energetyczne. Cz. II. Sprężystość i wytrzymałość układów. WNT, Warszawa 1965.
2. Borodowkin P.P.: Podziemnyje truboporowody. Nedra, Moskwa 1973.
3. Janson L.E., Molin J.: Projektowanie i wykonawstwo sieci zewnętrznych z tworzyw sztucznych. Wyd. AKA-PRINT A/S, Denmark 1991.
4. Janson L.E.: Plastic Pipes for Water Supply and Sevage Disposal. Wyd. Borealis, Denmark 1999.
5. Madryas C., Kolonko A., Wysocki L.: Konstruowanie przewodów kanalizacyjnych. Oficyna Wyd. Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2002.
6. Mokrosz R.: O obciążeniu ośrodka gruntowego przez budowle. Archiwum Hydrotechniki, t. XVIII, zeszyt 1, 1970.
7. Mokrosz R.: Z badań nad ruchem brył sztywnych w gruncie. Archiwum Hydrotechniki, t. XXIII, zeszyt 3, 1976.
8. Mokrosz R.: Wprowadzenie do mechaniki budowli liniowych zagłębionych w gruncie na terenie górniczym. Wyd. PAN Ossolineum, Wrocław 1985.
9. Mokrosz R., Wyra S.: Work conditions and ribbon structures preservation in mining areas. Thrid International Conference on the Abatement of Drainage, Pitsburg 1994.
10. Mokrosz R., Paszkiewicz T.: Program komputerowy do obliczeń statycznych rurociągów zagłębionych w gruncie. Informacja Instal, nr 9 (163), 1997.
11. Mokrosz R.: Sieci ciepłownicze z rur preizolowanych. Uwagi do normy PN-EN 13941 – Projektowanie i budowa sieci ciepłowniczych z systemu preizolowanych rur zespolonych. Informacja Instal, nr 10, 2006.
12. PN-EN 1990:2004 – Podstawy projektowania konstrukcji.
13. PN-82/B/02000 – Obciążenia budowli. Zasady ustalania wartości.
14. PN-90/B-03200 – Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie.
15. PN-EN 1993: 2008 – Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 4.3. Rurociągi.
16. PN-EN 1993: 2007 – Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 4-9. Zmęczenie.
17. PN-EN 1997-1 – Projektowanie geotechniczne.
18. PN-82/B-02001 – Obciążenia budowli. Obciążenia stałe.
19. PN-82/B-02003 – Obciążenia budowli. Podstawowe obciążenia technologiczne i montażowe.
20. PN-88/B-02014 – Obciążenia budowli. Obciążenie gruntem.
21. PN-EN 13941 – Projektowanie i budowa sieci ciepłowniczych z systemu preizolowanych rur zespolonych.
22. Preizolowane sieci cieplne. System PRIM SA, Lublin.

23. Randlov P.: Podręcznik ciepłownictwa – system rur preizolowanych. European District Heating Pipe Manufactures Association. PNT CIBET, Warszawa 1998.
24. System ZPU Międzyrzecz preizolowanych rur dla podziemnych sieci ciepłowniczych.
25. Wiłun Z.: Zarys geotechniki. WKŁ, Warszawa.
26. Wytyczne ATV – DVWK – A127P – Obliczenia statyczno-wytrzymałościowe kanałów i przewodów kanalizacyjnych., Wyd. Seidel-Przywecki, Warszawa 2000.
27. Zasady projektowania systemu ABB. ABB Zamech Ltd District Heating, 1994.02.
28. Zwierkow B.W.: Raszot i konstruowanie truboprowodow. Leningrad 1979.

4. SIECI CIEPŁOWNICZE NA TERENACH GÓRNICZYCH

4.1. Wpływ eksploatacji górniczej na powierzchnię terenu

4.1.1. Przeobrażenia powierzchni wywołane eksploatacją górniczą

Występujące w kilku rejonach kraju złoża kopalin – rud metali i węgla kamiennego – są przedmiotem podziemnej eksploatacji górniczej. Kopaliny zalegają zazwyczaj w postaci warstw lub pokładów o różnej miąższości, dochodzącej do kilku, a nawet kilkunastu metrów.

Eksploatacja górnicza narusza nadległy górotwór. Inicjuje ruch spękanych skał w kierunku wyrobiska. Jeśli wyrobisko jest odpowiednio duże, procesem tym zostaje objęta także przypowierzchniowa warstwa gruntu. Teren nad wyrobiskiem obniża się nierównomiernie. Powstaje niecka górnicza. Obniżeniom terenu towarzyszą poziome odkształcenia gruntu. Obniżenia terenu są zazwyczaj łagodne a odkształcenia gruntu ciągłe, ale w przypadkach szczególnych, tj.:

- prowadzenia płytkiej eksploatacji (na głębokości mniejszej od 100 m),
- eksploatacji złoża wielopokładowego do wspólnej krawędzi,
- występowania zaburzeń tektonicznych górotworu,
- istnienia płytko zalegających kawern lub niepodszczepionych wyrobisk,

na powierzchni mogą ujawniać się odkształcenia nieciągłe w postaci progów terenowych, rowów, szczelin, uskoków lub zapadlisk. Tego typu deformacje występują sporadycznie i mają na ogół ograniczony zasięg.

Obniżenia terenu mogą powodować zmiany stosunków wodnych (podtopienia, osuszenia). Przemieszczeniom spękanych skał w kierunku wyrobiska mogą towarzyszyć wstrząsy górnicze (parasejsmiczne).

4.1.2. Górnicza niecka obniżeniowa

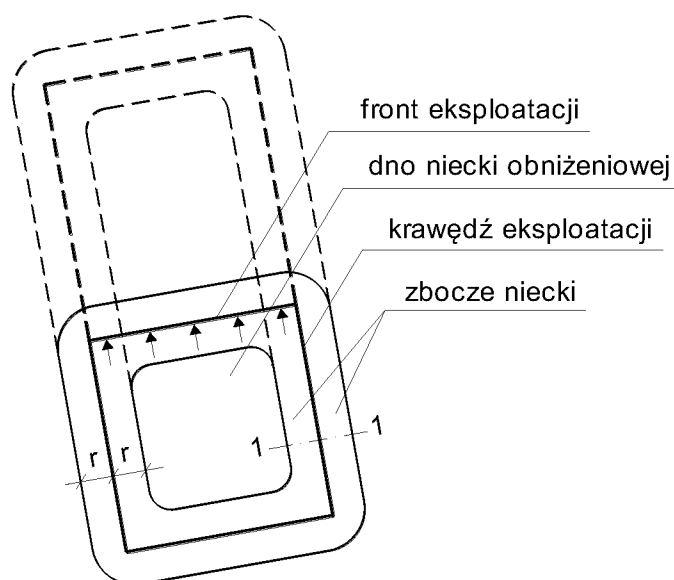
Wybranie dostatecznie dużej partii jednorodnego złoża – przykładowo pokładu węgla kamiennego - powoduje powstanie na powierzchni terenu pełnej górniczej niecki obniżeniowej [10], [11], (rys. 4.1).

Wielkość obniżenia terenu w obrębie dna niecki zależy od grubości wybranego pokładu oraz od sposobu (systemu) eksploatacji.

$$w_{\max} = g a \quad (4.1)$$

gdzie: g – grubość pokładu, [m],

- a – współczynnik eksploatacji przyjmujący wartości:
 0,7 – 0,9 – przy eksploatacji z zawałem stropu,
 0,3 – 0,5 – przy eksploatacji z zastosowaniem podsadzki suchej,
 0,1 – 0,2 – przy eksploatacji z zastosowaniem podsadzki hydraulicznej.



Rys. 4.1. Górnicza niecka obniżeniowa

Największe deformacje terenu występują w obrębie zbocza niecki obniżeniowej związanej z krawędzią wyrobiska lub z frontem eksploatacji w pasie terenu o szerokości $2r$, zależnej od głębokości eksploatacji (H) oraz kąta zasięgu wpływów głównych (β) (rys. 4.2)

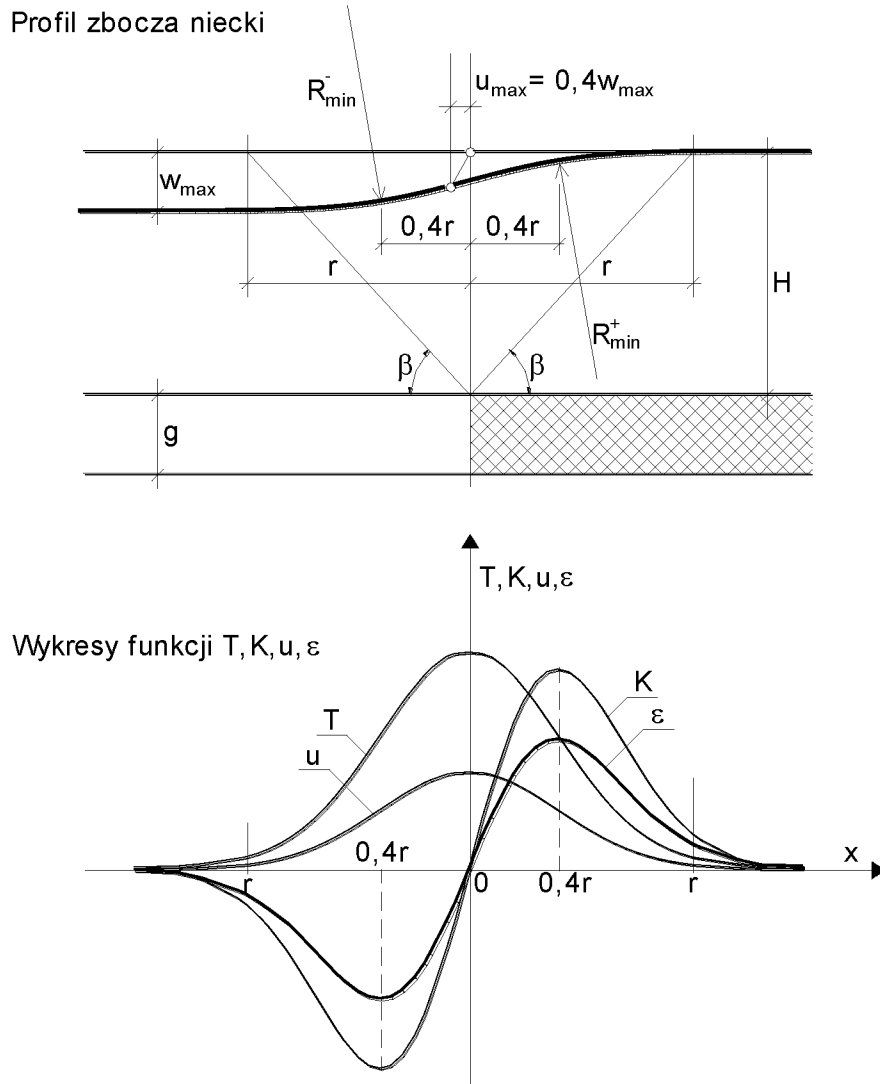
$$r = \frac{H}{\operatorname{tg} \beta} \quad (4.2)$$

gdzie: H – głębokość eksploatacji, [m],

β – kąt zasięgu głównych wpływów eksploatacji górniczej, [°].

Kąt zasięgu głównych wpływów eksploatacji górniczej zależy od budowy geologicznej górotworu i jest charakterystyczny dla poszczególnych obszarów górniczych. Ustala się go doświadczalnie, drogą pomiarów geodezyjnych. Przykładowo dla terenów Górnego Śląska $\operatorname{tg} \beta$ zawiera się w przedziale od 1,5 do 3,5 (zazwyczaj od 2,0 do 2,5).

Deformacje terenu występujące w obrębie zbocza niecki obniżeniowej są przedmiotem badań i analiz mechaniki górotworu [10], [11]. Szczególną uwagę poświęca się zboczowi niecki powstałej nad nieskończone długą krawędzią eksploatacji (zadanie płaskie).



Rys. 4.2. Profil zbocza górniczej niecki obniżeniowej wg [9]

Według teorii Budryka-Knothe'go [9] profil zbocza ostatecznie ukształtowanej niecki obniżeniowej (zadanie płaskie) opisuje równanie

$$w(x) = \frac{w_{\max}}{r} \int_x^{\infty} \exp\left(-\frac{\pi}{r^2} x^2\right) dx \quad (4.3)$$

gdzie: w_{\max} – maksymalne obniżenie terenu określone wzorem (4.1),

r – zasięg wpływów głównych według wzoru (4.2),

x – odległość mierzona od krawędzi lub frontu eksploatacji.

Różniczkując równanie (4.3), wyznacza się deformacje terenu wzdłuż linii spadku zbocza górniczej niecki obniżeniowej:

- nachylenie terenu

$$T(x) = \frac{dw}{dx} = -\frac{w_{\max}}{r} \exp\left(-\frac{\pi}{r^2} x^2\right) \quad (4.4)$$

- krzywiznę terenu

$$K(x) = \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{2\pi x w}{r^3} \exp\left(-\frac{\pi}{r^2} x^2\right) \quad (4.5)$$

Największe nachylenie terenu (T_{\max}) występuje nad krawędzią eksploatacji ($x = 0$)

$$T_{\max} = -\frac{W_{\max}}{r} \quad (4.6)$$

Największe krzywizny terenu (K_{extr}) występują w odległości $x = \pm 0,4r$

$$K_{\text{extr}} \cong \pm 1,52 \frac{W_{\max}}{r^2} \quad (4.7)$$

Największej krzywiznie terenu odpowiada minimalny promień krzywizny (R_{\min})

$$R_{\min} = \frac{1}{K_{\text{extr}}} = 0,66 \frac{r^2}{W_{\max}} \quad (4.8)$$

Przemieszczenie poziome gruntu w kierunku dna niecki osiadania wyraża się wzorem

$$u(x) = -\frac{r}{\sqrt{2\pi}} \frac{dw}{dx} = -\frac{W_{\max}}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\pi}{r^2} x^2\right) \quad (4.9)$$

Największe przemieszczenie poziome gruntu występuje nad krawędzią wyrobiska

$$u_{\max} = -\frac{W_{\max}}{\sqrt{2\pi}} \cong -0,4 W_{\max} \quad (4.10)$$

Odształcenie poziome gruntu w kierunku równoległym do linii spadku zbocza niecki obniżeniowej wyraża się wzorem

$$\varepsilon(x) = \frac{du}{dx} = -\frac{\sqrt{2\pi} x W_{\max}}{r^2} \exp\left(-\frac{\pi}{r^2} x^2\right) \quad (4.11)$$

Największe poziome odształcenia gruntu występują w odległości $x = \pm 0,4r$

$$\varepsilon_{\text{extr}} = \pm 0,6 \frac{W_{\max}}{r} \quad (4.12)$$

Przebieg funkcji charakteryzujących profil zbocza niecki obniżeniowej przedstawia rys. 4.2. Z rysunku wynika, że pole poziomych odształceń gruntu jest niejednorodne; wielkość jednostkowego odształcenia gruntu (ε) jest zmienna na długości zbocza zarówno co do wartości, jak i znaku. Rozluźnieniu gruntu towarzyszy krzywizna wypukła (dodatnia), zagęszczeniu gruntu – krzywizna wklęsła (ujemna).

Wydłużenie terenu zbocza niecki obniżeniowej (rozumiane jako różnica długości profilu zbocza i podwojonego zasięgu wpływów głównych) wyraża się wzorem [3].

$$\Delta l \cong \frac{6}{17} \frac{W_{\max}^2}{r} \quad (4.13)$$

Wydłużenie terenu zbocza jest na ogół niewielkie. Może być znaczące w przypadku wybrania pokładu o znacznej grubości lub wybrania wielu pokładów do wspólnej krawędzi determinowanej uskokiem tektonicznym.

Profil w linii nierównoległej do linii spadku zbocza jest krzywą przestrzenną. Deformacje terenu wzdłuż takiej linii są łagodniejsze, ponieważ są rozłożone na większej długości. Krzywizny poziome, które tutaj występują, są mniejsze od krzywizn pionowych. Ekstremalna krzywizna pozioma powstaje nad krawędzią eksploatacji, gdy rozpatrywana linia tworzy z linią spadku zbocza kąt ok. 35° [5]. Minimalny promień krzywizny poziomej wyraża się wówczas wzorem

$$R_{\min} = 1,04 \frac{r^2}{w_{\max}} \quad (4.14)$$

Szczegółowy opis deformacji terenu wzdłuż linii nierównoległej do linii spadku zbocza niecki obniżeniowej jest przedstawiony w [5].

Teoria Budryka-Knothego opisuje nieskończenie długie zbocze, które powstaje wskutek wybrania poziomo zalegającego pokładu o znacznych wymiarach po upływie dostatecznie długiego czasu, rzędu kilku miesięcy. Eksploatacja górnicza przebiega zazwyczaj w złożonych warunkach; pokład bywa nachylony, jego wymiary mogą być niewielkie, kształt nieregularny, grubość pokładu może być zmienna, w tym samym rejonie w różnym czasie mogą być eksploatowane pokłady zalegające na różnych głębokościach. Obecnie deformacje terenu wyznacza się komputerowo.

4.1.3. Kategorie deformacji terenu górniczego

Intensywność wpływów eksploatacji górnicznej na powierzchnię charakteryzuje się kategorią deformacji terenu górniczego [10], [11]. Zakwalifikowanie terenu do odpowiedniej kategorii następuje na podstawie najniekorzystniejszej wartości jednego z trzech wskaźników deformacji terenu: maksymalnego nachylenia terenu (T), minimalnego promienia krzywizny terenu (R), maksymalnego odkształcenia poziomego gruntu (ε).

Wartości wskaźników deformacji terenu dla poszczególnych kategorii zestawiono w tab. 4.1.

Tabela 4.1

Kategorie deformacji terenu górniczego

Kategoria terenu górniczego	Wartość deformacji		
	nachylenie terenu T, [mm/m]	promień krzywizny R, [km]	odkształcenie gruntu ε , [mm/m]
0	$T < 0,5$	$ R > 40$	$ \varepsilon < 0,3$
I	$0,5 < T < 2,5$	$40 > R > 20$	$0,3 < \varepsilon < 1,5$
II	$2,5 < T < 5,0$	$20 > R > 12$	$1,5 < \varepsilon < 3,0$
III	$5,0 < T < 10,0$	$12 > R > 6$	$3,0 < \varepsilon < 6,0$
IV	$10,0 < T < 15,0$	$6 > R > 4$	$6,0 < \varepsilon < 9,0$
V	$T > 15,0$	$ R < 4$	$ \varepsilon > 9,0$

4.1.4. Prognozowanie deformacji terenu

Obiekty budowlane lokalizowane na terenach górniczych (w tym także sieci ciepłownicze) należy projektować z uwzględnieniem przewidywanych deformacji terenu. Obowiązek uwzględnienia wpływów eksploatacji górniczej wynika z prawa budowlanego oraz z decyzji o warunkach zabudowy i zagospodarowania terenu lub z decyzji o lokalizacji inwestycji celu publicznego, wydawanych inwestorom przez organy administracji terenowej w porozumieniu z właściwym organem nadzoru górniczego. Decyzja powinna określać warunki górnicze i podawać najniekorzystniejsze sytuacje geologiczno-górnice, w jakich może się znaleźć projektowany obiekt z uwagi na wpływy dokonanych, aktualnie prowadzonych lub projektowanych robót górniczych.

W praktyce informacje na temat warunków górniczych zawarte w decyzji organu administracji terenowej ograniczają się do podania kategorii deformacji terenu górniczego. Informacje te nie są wystarczające do prawidłowego zaprojektowania zabezpieczeń obiektu przed szkodami górniczymi. Instrukcja ITB Nr 364 [1] zaleca w takich przypadkach opracowywanie prognoz wpływów eksploatacji górniczej na powierzchnię. Zakres i stopień szczegółowości prognozy dostosowuje się do rodzaju i znaczenia projektowanej inwestycji.

Wyróżnia się prognozę: przybliżoną, podstawową i szczegółową.

Prognoza przybliżona, dopuszczalna tylko w przypadku projektowania drugorzędnych obiektów (przyłączy, sieci rozdzielczych o niewielkiej średnicy), powinna zawierać:

- mapę izolinii obniżeń terenu,
- mapę kategorii deformacji terenu górniczego.

Prognoza podstawowa, wymagana do opracowania projektu budowlanego większości obiektów (sieci rozdzielczych o większych średnicach i ciepłociągów), oprócz mapy izolinii obniżeń terenu powinna zawierać ponadto mapy izolinii wskaźników deformacji terenu:

- ekstremalnych odkształceń poziomych gruntu (ε),
- maksymalnych nachyleń terenu (T),
- ekstremalnych krzywizn terenu (K).

Prognoza szczegółowa, którą sporządza się w uzasadnionych przypadkach, np. dla sieci magistralnych, oprócz map izolinii obniżeń i ekstremalnych wskaźników deformacji terenu powinna podawać:

- wartości ekstremalnych wskaźników deformacji w kierunkach charakterystycznych dla obiektu (równoległym i prostopadłym do osi projektowanej sieci),
- ocenę narastania wartości wskaźników deformacji w czasie,
- miary rozproszenia wskaźników deformacji.

W wyjątkowych przypadkach (sieci magistralne o dużych średnicach, złożona sytuacja geologiczno-górnica, możliwość występowania deformacji nieciągłych)

projekt sieci powinien być poprzedzony opracowaniem ekspertyzy górniczej lub górniczo-budowlanej zawierającej, oprócz informacji jak w prognozie szczegółowej, propozycje przystosowania sieci do przejścia przewidywanych wpływów eksploatacji górniczej. W każdym przypadku bardzo ważna (zarówno dla projektanta, jak i dla wykonawcy sieci) jest znajomość czasu występowania deformacji terenu [6].

Horyzont czasowy prognoz i ekspertyz jest różny. Najbardziej wiarygodne są prognozy obejmujące okresy 1 – 3-letnie, oparte na planach ruchu zakładu górniczego. W miarę wydłużania horyzontu czasowego dokładność prognoz zmniejsza się.

4.2. Obciążenia i oddziaływania górnicze

Na terenach górniczych sieci ciepłownicze mogą podlegać dodatkowym, **jedno lub dwuzwrotnym** oddziaływaniom zewnętrznym, wynikającym z deformacji terenu. Oddziaływania te wchodzi w skład zestawów obciążeń, na które sprawdza się konstrukcję sieci.

Danymi wejściowymi do projektowania sieci na terenach górniczych są wartości wskaźników deformacji terenu. Wartości wskaźników ustala się na podstawie prognozy wpływów eksploatacji górniczej lub ekspertyzy górniczej.

W przypadku prognozy przybliżonej do obliczeń przyjmuje się graniczne wartości wskaźników deformacji, odpowiadające ustalonej kategorii deformacji terenu. Traktuje się je jako wielkości bezkierunkowe. Zakłada się, że graniczne deformacje terenu mogą występować w każdym kierunku i w każdym punkcie terenu zakwalifikowanego do danej kategorii.

W przypadku prognozy podstawowej do obliczeń przyjmuje się najniekorzystniejsze wartości wskaźników deformacji, odpowiadające ustalonej kategorii deformacji terenu. Kierunki deformacji terenu określa się na podstawie map izolinii obniżen terenu.

W przypadku prognozy szczegółowej do obliczeń przyjmuje się wyznaczone wartości wskaźników deformacji w kierunku równoległym i prostopadłym do osi sieci.

Wskaźniki deformacji terenu mają walor obciążeń charakterystycznych.

Obliczeniowe wartości obciążeń górniczych uzyskuje się, mnożąc wartości prognozowane przez częściowe współczynniki bezpieczeństwa [1]:

1,3 – dla odkształceń poziomych ε ,

1,7 – dla krzywizn terenu $K = 1/R$.

Z uwagi na charakter konstrukcji sieci wyróżnia się obciążenia **obwodowe** (będące źródłem sił wewnętrznych obwodowych) oraz **osiowe** (będące źródłem sił wewnętrznych osiowych).

4.2.1. Obciążenia obwodowe

Poziome odkształcenie gruntu w kierunku prostopadłym do osi sieci wpływa na wielkość poziomych składowych obciążeń. **Zagęszczenie** gruntu zwiększa obciążenie poziome ale do wartości nie większej od pacia biernego. W gruntach niespoistych

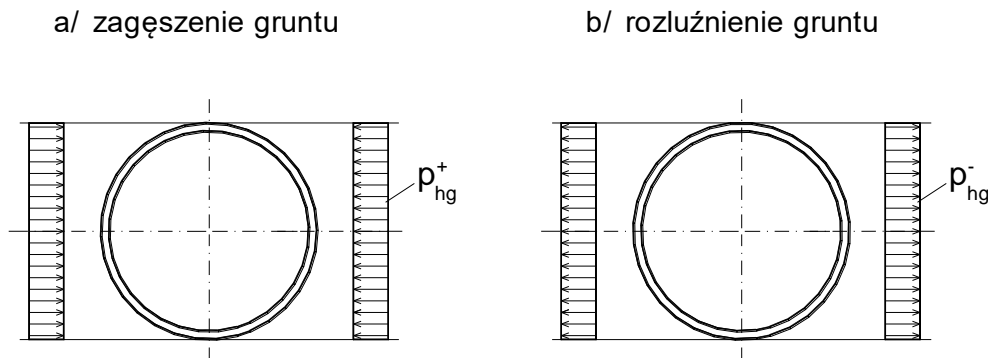
(stanowiących zazwyczaj zasypkę sieci na terenach górniczych), przy odkształceniach $\varepsilon = 16 \text{ mm/m}$, to dodatkowe obciążenie, równomiernie rozłożone na wysokości średnicy rury, odniesione do jednostki jej długości, jest rzędu [2]

$$p_{hg}^+ = 1,65 E_s' \varepsilon \quad (4.15)$$

gdzie: E_s' – moduł sieczny gruntu (patrz p. 3.1.1., tab. 3.3),

ε – jednostkowe odkształcenie gruntu w kierunku prostopadłym do osi sieci, [mm/m].

Obciążenie to sumuje się z parciem spoczynkowym gruntu (rys. 4.3).



Rys. 4.3. Schematy obciążeń poziomych

Rozluźnienie gruntu powoduje szybką redukcję parcia spoczynkowego gruntu do wartości parcia czynnego już przy odkształceniach gruntu rzędu 2 mm/m .

Krzywizna terenu w płaszczyźnie prostopadłej do osi sieci nie powoduje obciążeń poziomych.

4.2.2. Obciążenia osiowe

Poziome odkształcenie gruntu wywołuje odkształcenie sieci. Sieć przeciwstawia się temu odkształceniowi. Opór sieci jest tożsamy z oporem gruntu wywołanym obciążeniami technologicznymi. Jest przekazywany z rury przewodowej poprzez izolację termiczną na płaszczyznę osłonową. Można przyjąć, że przy małych przemieszczeniach gruntu względem sieci opór ten jest w przybliżeniu wprost proporcjonalny do wielkości przemieszczenia, a przy większych przemieszczeniach (którym towarzyszy występowanie granicznych stanów naprężeń gruntu) – że jest stały niezależnie o wielkości przemieszczenia (grunt pracuje wówczas w fazie plastycznej). Współdziałanie sieci z gruntem podlegającym poziomemu odkształceniowi i krzywiznie terenu w płaszczyźnie poziomej charakteryzują te same parametry jak na terenach niegórnich.

Odmiennie przedstawia się sytuacja w przypadku krzywizny terenu w płaszczyźnie pionowej. Ponieważ pod siecią zalega grunt rodzimy a nad siecią grunt nasypowy, należy się tu liczyć ze zróżnicowaniem wielkości współczynników sprężystości i ob-

ciążeń granicznych w kierunku „do góry” i „w dół”. Brak jest danych eksperymentalnych na ten temat. Można jedynie oszacować wielkość oporu granicznego f_w przy przemieszczeniu gruntu względem sieci w kierunku „w dół”; opór ten nie może być większy od siły potrzebnej do wyciągnięcia z gruntu rury preizolowanej o jednostkowej długości.

4.3. Siły wewnętrzne

Do sprawdzenia stanów granicznych konstrukcji sieci na terenach górniczych wymagana jest znajomość sił wewnętrznych obwodowych i osiowych, analogicznie jak na terenach niegórnicych (patrz p. 3.3.). Dla oddziaływań spowodowanych wpływami eksploatacji górniczej siły te wyznacza się z następujących zależności.

4.3.1. Siły wewnętrzne obwodowe

W wyniku zagęszczenia gruntu w kierunku prostopadłym do osi sieci ścianka rury jest ściskana i zginana. W prostej rurze ekstremalne siły wewnętrzne występują w przekrojach A-A i B-B (rys. 3.4).

W sieciach o niewielkich średnicach, niewywierających pionowego obciążenia na grunt, uogólnione siły wewnętrzne – siły obwodowe i momenty zginające wyznacza się, traktując rurę jak sprężysty pierścień kołowy poddany dwustronnym obciążeniom poziomym p_{hg}^+ z wzorów

$$N_A = 0 \quad (4.16)$$

$$M_A = 0,25 p_{hg}^+ r_m^2 \quad (4.17)$$

$$N_B = p_{hg}^+ r_m \quad (4.18)$$

$$M_B = -0,25 p_{hg}^+ r_m^2 \quad (4.19)$$

gdzie: p_{hg}^+ – obciążenie poziome wynikające z zagęszczenia gruntu (odniesione do jednostki długości rury), [kN/m],

r_m – promień średni mierzony do osi ścianki rury przewodowej, [m].

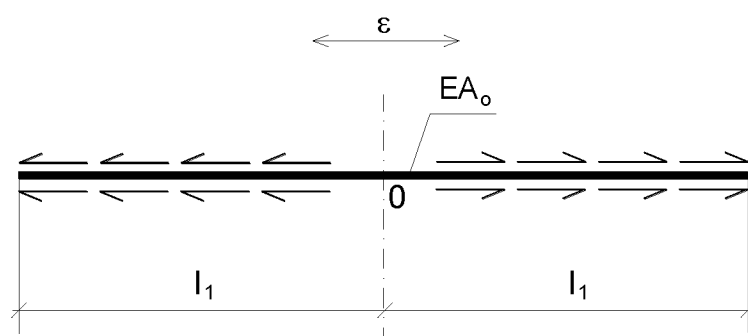
Rozluźnienie gruntu zmniejsza parcie spoczynkowe. W zakresie odkształceń od 0 do 2 mm/m parcie to zmniejsza się liniowo od wartości parcia spoczynkowego do wartości parcia czynnego dla $\varepsilon = 2,0$ mm/m. Dla $\varepsilon > 2$ mm/m parcie gruntu jest równe parciu czynnemu.

4.3.2. Siły wewnętrzne osiowe

Wskutek deformacji gruntu oraz oporu sieci rura przewodowa, w ogólnym przypadku, może być osiowo rozciągana lub ściskana oraz zginana i ścinana. Opór rury stanowi istotną składową tych obciążeń. Jest tym większy im większe jest odkształcenie gruntu. Opór rury przejawia się w postaci obciążeń stycznych i normalnych, nierównomiernie rozłożonych wzdłuż jej osi. Wyznaczenie tych obciążeń jawi się jako

podstawowe zadanie statyki sieci układanych bezpośrednio w gruncie na terenie górniczym. Zadanie komplikuje złożoność deformacji gruntu, złożony kształt sieci, oraz podatność konstrukcji sieci na odkształcenia. Uzyskanie rozwiązań w postaci zamkniętej możliwe jest tylko w warunkach sprężystej pracy gruntu i dla sieci lub jej fragmentów o prostych kształtach, ułożonych w jednorodnym gruncie, który podlega jednorodnemu odkształceniu w ustalonym kierunku względem osi sieci

Prosta rura poddana działaniu jednorodnego, **poziomego odkształcenia gruntu** – rozluźnienia lub zagęszczenia w kierunku równoległym do jej osi podłużnej – doznaje wydłużenia lub skrócenia (rys. 4.4). Rura przeciwstawia się odkształceniom gruntu. Opór rury przejawia się w postaci obciążeń stycznych rozłożonych nierównomiernie, symetrycznie względem środka jej długości



Rys. 4.4. Rura poddana działaniu poziomego rozluźnienia gruntu

Dopóki opór rury na jej końcach nie przekracza wartości granicznych, grunt pracuje w fazie sprężystej. Równanie różniczkowe osi odkształconej ma wówczas postać [12], [13]

$$EA \frac{d^2 u}{dx^2} - k_u u = -k_u \varepsilon x \quad (C)$$

Po wprowadzeniu oznaczeń jak w równaniach *A* i *B*

$$x = \xi L, \quad l_1 = \beta L \quad \text{oraz} \quad L = \sqrt{\frac{EA}{k_u}}$$

równanie przybiera postać

$$\frac{d^2 u}{d\xi^2} - u = -L \varepsilon \xi$$

Rozwiązanie równania jest sumą rozwiązań: szczególnego równania niejednorodnego i ogólnego równania jednorodnego

$$u(\xi) = u_o(\xi) + C_1 \cosh \xi + C_2 \sinh \xi$$

Całki szczególnej poszukuje się w postaci wielomianu drugiego stopnia

$$u_o(\xi) = a\xi^2 + b\xi + c$$

Podstawiając powyższy wielomian do równania osi odkształconej, otrzymuje się

$$2a - (a\xi^2 + b\xi + c) = -L \varepsilon \xi$$

Z przyrównania współczynników przy niewiadomych po prawej i lewej stronie równania uzyskuje się

$$a = 0, \quad b = L \varepsilon, \quad c = 0$$

Wówczas

$$u_0(\xi) = L \varepsilon \xi$$

a rozwiązanie równania przybiera postać

$$u(\xi) = L \varepsilon \xi + C_1 \cosh \xi + C_2 \sinh \xi$$

Stałe całkowania wyznacza się z warunków brzegowych

$$\begin{aligned} \xi = 0, \quad u &= 0 \\ \xi = \beta, \quad \frac{du}{d\xi} &= 0 \end{aligned}$$

Uwzględniając, że

$$\frac{du}{d\xi} = \varepsilon + C_1 \frac{1}{L} \sinh \xi + C_2 \frac{1}{L} \cosh \xi$$

uzyskuje się

$$\begin{aligned} C_1 &= 0 \\ C_2 &= -\frac{\varepsilon L}{\cosh \beta} \end{aligned}$$

Równanie osi odkształconej (wydłużonej) przybiera postać

$$u(\xi) = L \varepsilon \left(\xi - \frac{\sinh \xi}{\cosh \beta} \right)$$

dla $\xi = \beta$ jest

$$u(\beta) = L \varepsilon (\beta - \operatorname{tgh} \beta)$$

Równanie sił osiowych ma postać

$$N(\xi) = EA \frac{du}{d\xi} = EA \varepsilon \left(1 - \frac{\cosh \xi}{\cosh \beta} \right)$$

dla $\xi = 0$ jest

$$N(o) = EA \varepsilon \left(1 - \frac{1}{\cosh \beta} \right)$$

Równanie obciążeń stycznych ma postać

$$t(\xi) = EA \frac{d^2u}{d\xi^2} = -\frac{EA \varepsilon}{L} \frac{\sinh \xi}{\cosh \beta} =$$

dla $\xi = \beta$ jest

$$t(\beta) = -\frac{EA \varepsilon}{L} \operatorname{tgh} \beta < f_u$$

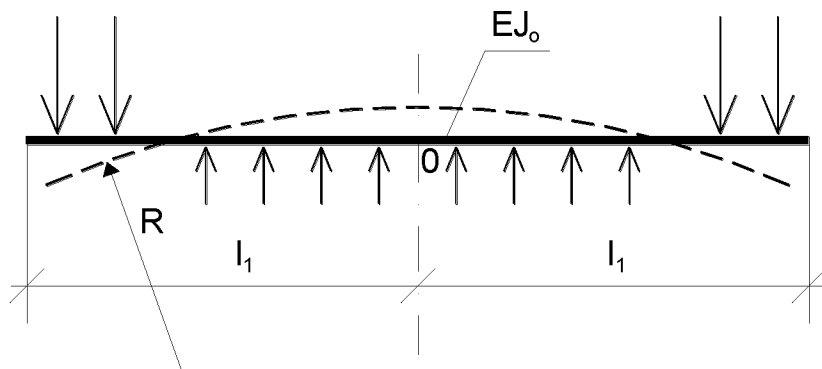
Wykresy funkcji $\operatorname{tgh} \beta$ oraz $1 - 1/\cosh \beta$ przedstawia rys. 3.10. Z wykresów tych wynika, że

$$\begin{aligned} \text{dla } \beta > 2,5 & \quad u(\beta) = \pm L \varepsilon (\beta - 1) & \quad t(\beta) = \mp \frac{EA \varepsilon}{L} \\ \text{dla } \beta > 5 & \quad N(o) = \pm EA \end{aligned}$$

Gdy obciążenia naziomu lub warunki ułożenia rury w gruncie są zmienne na jej długości, to obciążenia styczne są rozłożone niesymetrycznie względem środka długości rury. Wyznaczenie wielkości i rozkładu obciążeń staje się wówczas uciążliwe.

Zadanie znacznie się komplikuje, gdy przemieszczenia gruntu względem rury są tak duże, że powodują wystąpienie granicznych oporów gruntu. Do osiągnięcia oporów granicznych dochodzi stosunkowo szybko ponieważ poziome odkształcenia gruntu są o rząd wielkości większe od odkształceń termicznych. Zadanie można rozwiązać korzystając z programu RC opisanego w rozdziale 6.

Prosta rura poddana działaniu kołowej **krzywizny terenu** o promieniu R doznaje wygięcia (rys. 4.6). Rura przeciwstawia się temu odkształceniu. Opór rury przejawia się w postaci obciążeń normalnych rozłożonych nierównomiernie, symetrycznie względem środka długości rury (rys. 4.5)



Rys. 4.5. Rura poddana działaniu krzywizny terenu

W przypadku, gdy opór na końcach rury nie przekracza wartości granicznych, grunt pracuje w fazie sprężystej. Gdy opory rury w obydwu kierunkach są jednakowe (co ma miejsce w przypadku krzywizn poziomych) równanie osi odkształconej można zapisać w postaci [8], [9]

$$EJ \frac{d^4 v}{dx^4} - k_v v = -\frac{k_v}{6R} (l_1^2 - 3x^2) \quad (D)$$

Wprowadzając oznaczenia

$$x = \xi L, \quad l_1 = \beta L \quad \text{oraz} \quad L = \sqrt[4]{\frac{4 EJ}{k_v}}$$

równanie osi odkształconej przybiera postać

$$\frac{d^4 v}{d\xi^4} - 4v = -\frac{2L^2}{3R}(\beta^2 - 3\xi^2)$$

Rozwiązanie równania jest sumą rozwiązań: szczególnego równania niejednorodnego i ogólnego równania jednorodnego

$$v(\xi) = v_o(\xi) + A_1 \cos \xi \cosh \xi + A_2 \sin \xi \sinh \xi$$

Całki szczególnej poszukuje się w postaci wielomianu czwartego stopnia

$$v_o(\xi) = a\xi^4 + b\xi^3 + c\xi^2 + d\xi + e$$

Podstawiając powyższy wielomian do równania osi odkształconej, otrzymuje się

$$24a - 4(a\xi^4 + b\xi^3 + c\xi^2 + d\xi + e) = -\frac{2L^2}{3R}(\beta^2 - 3\xi^2)$$

Z przyrównania współczynników przy niewiadomych po prawej i lewej stronie równania uzyskuje się

$$a = 0, \quad b = 0, \quad c = -\frac{L^2}{2R}, \quad d = 0, \quad e = \frac{L^2 \beta^2}{6R}$$

Wówczas

$$v_o(\xi) = \frac{L^2}{6R}(\beta^2 - 3\xi^2)$$

a rozwiązanie równania przybiera postać

$$v(\xi) = \frac{L^2}{6R}(\beta^2 - 3\xi^2) + A_1 \cos \xi \cosh \xi + A_2 \sin \xi \sinh \xi$$

Stałe całkowania wyznacza się z warunków brzegowych:

$$\xi = \beta, \quad \frac{d^2 v}{d\xi^2} = 0$$

$$\xi = \beta, \quad \frac{d^3 v}{d\xi^3} = 0$$

Wówczas

$$-A_1 \sin \beta \sinh \beta + A_2 \cos \beta \cosh \beta = 0$$

$$-A_1(\cos \beta \sinh \beta + \sin \beta \cosh \beta) + A_2(\cos \beta \sinh \beta - \sin \beta \cosh \beta) = 0$$

Z rozwiązania tego układu równań uzyskuje się

$$A_1 = \frac{L^2}{2R} \frac{\cos \beta \sinh \beta - \sin \beta \cosh \beta}{\sinh \beta \cosh \beta + \sin \beta \cos \beta} = \frac{L^2}{2R} \omega_1$$

gdzie:
$$\omega_1 = \frac{\cos \beta \sinh \beta - \sin \beta \cosh \beta}{\sinh \beta \cosh \beta + \sin \beta \cos \beta}$$

$$A_4 = \frac{L^2}{2R} \frac{\cos \beta \sinh \beta + \sin \beta \cosh \beta}{\sinh \beta \cosh \beta + \sin \beta \cos \beta} = \frac{L^2}{2R} \omega_4$$

gdzie:
$$\omega_4 = \frac{\cos \beta \sinh \beta + \sin \beta \cosh \beta}{\sinh \beta \cosh \beta + \sin \beta \cos \beta}$$

Uwzględniając powyższe, całka ogólna równania przybiera postać

$$v(\xi) = \frac{L^2}{6R} (\beta^2 - 3\xi^2 + 3\omega_1 \cos \xi \cosh \xi + 3\omega_4 \sin \xi \sinh \xi)$$

dla $\xi = 0$ jest

$$v(0) = \frac{L^2}{6R} \left(\beta^2 - 3 \frac{\cos \beta \sinh \beta - \sin \beta \cosh \beta}{\sinh \beta \cosh \beta + \sin \beta \cos \beta} \right) = \frac{L^2}{6R} (\beta^2 - 3\omega_1)$$

dla $\xi = \beta$ jest

$$v(\beta) = -\frac{L^2}{6R} \left(2\beta^2 - 3 \frac{\sinh \beta \cosh \beta - \sin \beta \cos \beta}{\sinh \beta \cosh \beta + \sin \beta \cos \beta} \right) = -\frac{L^2}{6R} (2\beta^2 - 3\psi_1)$$

gdzie:
$$\psi_1 = \frac{\sinh \beta \cosh \beta - \sin \beta \cos \beta}{\sinh \beta \cosh \beta + \sin \beta \cos \beta}$$

Strzałkę ugięcia odcinka rury określa wzór

$$f = v(0) - v(\beta) = \frac{L^2}{2R} (\beta^2 + \omega_1 - \psi_1)$$

Kąt ugięcia końców odcinka wyznacza się z zależności

$$\theta(\beta) = -\frac{L}{R} \left(\beta - \frac{\sinh^2 \beta + \sin^2 \beta}{\sinh \beta \cosh \beta + \sin \beta \cos \beta} \right) = -\frac{L}{R} (\beta - \psi_2)$$

gdzie
$$\psi_2 = \frac{\sinh^2 \beta + \sin^2 \beta}{\sinh \beta \cosh \beta + \sin \beta \cos \beta}$$

Wielkości statyczne: moment zginający (M), siłę poprzeczną (Q) oraz obciążenie normalne (q) powodujące odkształcenie odcinka według krzywizny terenu, wyznacza się z zależności

$$M(\xi) = -\frac{EJ}{R} (1 + \omega_1 \sin \xi \sinh \xi - \omega_4 \cos \xi \cosh \xi)$$

dla $\xi = 0$ jest

$$M(0) = \frac{EJ}{R} (1 - \omega_4)$$

$$Q(\xi) = \frac{EJ}{LR} [\omega_1 (\cos \xi \sinh \xi + \omega_4 \sin \xi \cosh \xi) - \omega_4 (\cos \xi \sinh \xi + \omega_1 \sin \xi \cosh \xi)]$$

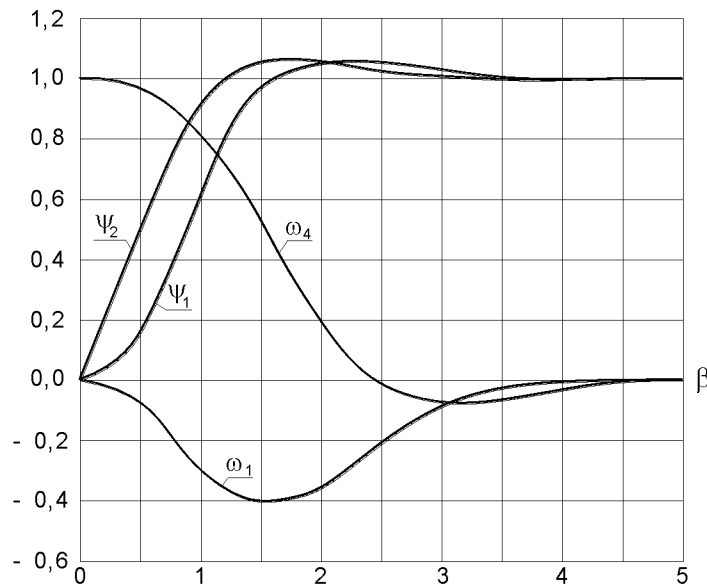
$$q(\xi) = \frac{2 EJ}{L^2 R} (\omega_1 \cos \xi \cosh \xi - \omega_4 \sin \xi \sinh \xi)$$

dla $\xi = 0$ jest

$$q(\xi) = \frac{2 EJ}{L^2 R} \omega_1$$

dla $\xi = \beta$ jest

$$q(\beta) = \frac{2 EJ}{L^2 R} \psi_1 < f_v$$



Rys. 4.6. Wykresy funkcji ω_1 ω_4 ψ_1 ψ_2

Wielkość L występująca w powyższych wzorach jest długością charakterystyczną, określającą współdziałanie rury z jednorodnym gruntem odkształconym według krzywizny terenu o promieniu R .

Obliczone dla przykładowych rur (o parametrach podanych w tab. 3.4) długości charakterystyczne L zestawiono w tab. 4.2.

Tabela 4.2

Długości charakterystyczne L dla przykładowych rur, [m]

Długość	Nominalna średnica rury przewodowej			
	200	400	600	800
L , [m]	1,13	1,74	2,30	2,85

Z wykresów przedstawionych na rys. 4.6 wynika, że rury dla których $\beta < 0,5$ można traktować jako nieodkształcalne. Ich odkształcenie nie ma bowiem wpływu na wielkość i rozkład momentów zginających. Moment zginający w środku długości rury oraz obciążenia w przekrojach charakterystycznych rury wyznacza się wówczas ze wzorów

$$M(0) = \pm \frac{k_v l_1^4}{24 R} \quad (4.20)$$

$$q(0) = \pm \frac{k_v l_1^2}{6 R} \quad (4.21)$$

$$q(l) = \mp \frac{k_v l_1^2}{3 R} < f_v \quad (4.22)$$

Rury dla których $\beta > 0,5$ należy traktować jako odkształcalne. Gdy $\beta > 4,5$ ich odkształcenie w partii przyśrodkowej będzie zgodne z krzywizną terenu. Moment zginający w środku długości rury oraz obciążenia w przekrojach charakterystycznych wyznacza się wówczas z wzorów

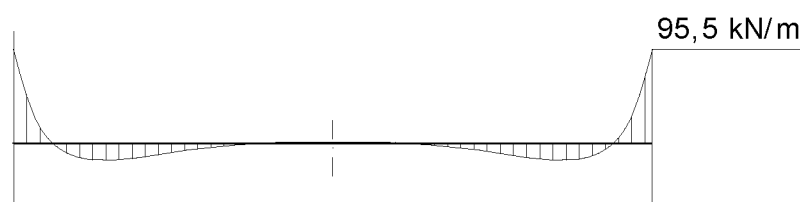
$$M(0) = \pm \frac{EJ}{R} \quad (4.23)$$

$$q(0) = 0 \quad (4.24)$$

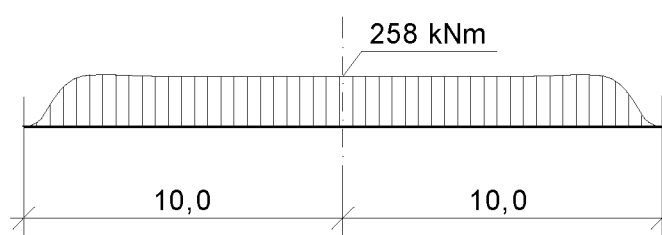
$$q(l) = \mp \frac{2 EJ}{L^2 R} \quad (4.25)$$

Rozkład obciążeń normalnych i momentów zginających dla rury Dn 600 o długości 20 m poddanej działaniu poziomej krzywizny terenu o promieniu 500 m przedstawia rys. 4.7.

a/ rozkład obciążeń normalnych



b/ wykres momentów zginających



Rys. 4.7. Rozkład oporów gruntu i momentów zginających

Rury ciepłownicze charakteryzują się stosunkowo niewielką sztywnością na zginanie. Na ogół dobrze dostosowują się do krzywizn terenu występujących na terenach górniczych o deformacjach ciągłych. Maksymalne momenty zginające są zbliżone do wartości określonych dla długich odcinków. Jedynie na końcowych fragmentach odcinków ich krzywizna odbiega od krzywizny terenu (promień krzywizny jest większy). Powyższe uwagi odnoszą się także do krzywizn pionowych.

Deformacje terenu mogą przebiegać w różnych kierunkach względem osi sieci. W poszukiwaniu ekstremalnych wartości sił wewnętrznych należy uwzględnić wszystkie najniekorzystniejsze sytuacje obliczeniowe jakie mogą wystąpić na zboczu górniczej niecki obniżeniowej.

Oddziaływania górnicze wchodzi w skład zestawów obciążeń (sytuacji obliczeniowych), na które sprawdza się stany graniczne konstrukcji sieci. Często są to oddziaływania dominujące. Należy je zawsze rozpatrywać łącznie z obciążeniami technologicznymi.

BIBLIOGRAFIA DO ROZDZIAŁU 4

1. Instrukcja Nr 364/2007 – Wymagania techniczne dla obiektów budowlanych wznoszonych na terenach górniczych. Instytut Techniki Budowlanej, Warszawa 2007.
2. Kwiatek J.: Obiekty budowlane na terenach górniczych. Główny Instytut Górnictwa, Katowice 2007.
3. Linek J.: Praca statyczna fundamentów ławowych poddanych działaniu poziomych sił od pełzania gruntu. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Budownictwo, z. 22, Gliwice 1968.
4. Mokrosz R.: Wydłużenie terenu zbocza górniczej niecki osiadania. II Konferencja Naukowa Instytutu Inżynierii Lądowej Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 1981.
5. Mokrosz R.: Warunki techniczne projektowania sieci ciepłowniczych z rur i elementów preizolowanych na terenach górniczych. Centralny Ośrodek Badawczo-Rozwojowy Techniki Instalacyjnej INSTAL, Warszawa 1996.
6. Mokrosz R.: Oczekiwania dotyczące prognoz wpływów eksploatacji górniczej dla celów projektowania obiektów budowlanych. Prace naukowe GIG, Górnictwo i Środowisko, nr 4/1/2010.
7. Mokrosz R.: Działanie wygiętego podłoża górniczego na odkształcalne budowle i obiekty inżynierskie o charakterze liniowym. Ochrona Terenów Górniczych, nr 40, 1977.
8. Mokrosz R.: Wprowadzenie do mechaniki budowli liniowych zagłębionych w gruncie na terenie górniczym. Wyd. PAN, Ossolineum, Wrocław 1985.

9. Mokrosz R.: Wpływ ciągłych deformacji terenu na rurociągi podziemne. I konferencja „Budownictwo na terenach górniczych”. PZITB Katowice, 2014
10. Praca zbiorowa pod redakcją prof. M. Boreckiego: Ochrona powierzchni przed szkodami górniczymi. Wyd. „Śląsk”, Katowice 1980.
11. Praca zbiorowa pod redakcją prof. J. Kwiatka: Ochrona obiektów budowlanych na terenach górniczych. Wyd. GIG, Katowice 1997.
12. Szumierz W.: Wpływ poziomych deformacji górniczych podłoża na pracę budowli liniowych. Archiwum Inżynierii Lądowej, t. XXII, z. 4, 1976.
13. Szumierz W.: Statyka budowli liniowych poddanych działaniu sił poziomych od pełzania podłoża górniczego. Prace GIG, Katowice 1980.

5. METODA ANALIZY STATYCZNEJ USTROJÓW WSPÓLDZIAŁAJĄCYCH Z GRUNTEM

Istnieje wiele różnych metod obliczeń statycznych konstrukcji budowlanych. Niestety, nie są one przydatne do obliczeń sieci ciepłowniczych z rur preizolowanych, ponieważ ważne dla mechaniki sieci zagadnienia, jak współpraca elementów załamanych i zakrzywionych z otoczeniem sprężystym, które może się uplastyczyć lub odkształcić (jak to występuje na terenach górniczych), są tam pomijane lub przedstawiane w wielkim uproszczeniu. Poniżej opisano metodę obliczeń, która pozwala te czynniki uwzględnić. Zastosowano ją w programie RC, przedstawionym w rozdziale 6. Metoda ta opiera się na nieco innym podejściu do mechaniki pręta, jak też nieco innym aparacie matematycznym niż powszechnie przyjęty. W szczególności metoda ta obejmuje:

- wszystkie wielkości przekrojowe, a nie tylko wybrane,
- dotyczy elementów o dowolnym kształcie osi (załamana i wygięta)

Analiza elementu polega na:

- założeniu pewnych działań (sił, przemieszczeń itp.) na początku elementu konstrukcyjnego,
- badaniu ich skutków – krok po kroku, z uwzględnieniem wszystkich zmian parametrów i obciążeń – aż do końca elementu,
- przekształceniu wyników w rozwiązanie opisujące relacje między działaniami na obu końcach elementu,
- zbudowaniu układu równań opisujących pracę całej konstrukcji.

Pozwala to na stosowanie jednego i tego samego postępowania dla elementów różnego typu – prostych, zakrzywionych współpracujących z otoczeniem lub nie, o przekroju stałym lub zmiennym itp. Opisana tu metoda zawiera procedury pozwalające na mechaniczne przetwarzanie danych, bez konieczności rozwiązywania wyłaniających się po drodze zagadnień. Technika ta jest już z powodzeniem stosowana od ponad 50 lat (od początku lat 60. w systemie PROBUS i od połowy lat 80. w systemie CADR).

Poniższy opis, mimo skrótów i uproszczeń, może wydawać się obszerny; jest to jednak konieczne, ponieważ metoda ta nie została dotychczas opublikowana, a projektant konstrukcji powinien mieć świadomość wykorzystywanych metod obliczeń. Podajemy też zarys zastosowanego tu rachunku macierzowego.

5.1. Podstawy matematyczne

Równania i macierze. Zostanie tu przedstawiony skrótowy opis stosowanych w bieżącym rozdziale metod obliczeniowych. Opisane postępowania należą do podstawowych kursów matematyki, ale najczęściej traktowane są jako nieprzydatne w praktyce.

Rozpatrzmy układ równań

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ \vdots & \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned} \quad (5.1)$$

zapisany w pewnej skróconej formie symbolicznej

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{Bmatrix} \quad (5.2)$$

lub jeszcze krócej

$$A \cdot x = b$$

Taki zapis pozwala na odseparowanie współczynników równania a_{ij} od zmiennych x_i czy wyrazów wolnych b_i i traktowanie ich osobno. Tablica współczynników ujętych w nawiasy prostokątne [] jest nazywana *macierzą*, a liczby w nawiasach klamrowych { } są nazywane *wektorem*. Macierze składają się z poziomych wierszy i oraz pionowych kolumn j .

W sytuacji, w której znane są wartości b_i , wartości x_i uzyskuje się przez *rozwiązanie układu równań* (5.1). Jeżeli chcemy mieć tabelę takich współczynników, by mnożąc je przez odpowiednie zestawy b_i , otrzymać wartości x_i , postępujemy następująco: zakładamy dla kolejnych i wartości $b_i = 1$ przy pozostałych zerowych i rozwiązujemy ten układ równań. Otrzymujemy wtedy kolumnę c_{ij} , która pomnożona przez b_i daje wielkości x_i od niej pochodzące. Te kolumny złożone w tablicę C nazywa się macierzą odwrotną do A i zapisuje:

$$C = A^{-1}$$

wtedy

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{Bmatrix} \quad (5.3)$$

Gdy w równaniu (5.1) są znane wartości x_i , wartości b_i uzyskuje się przez mnożenie i dodawanie (nazywa się to *mnożeniem macierzy A przez wektor x*). Jeżeli drugim argumentem jest nie wektor, ale druga macierz, mnoży się kolejne kolumny jak wektory.

$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \\ \vdots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ \vdots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Oczywiście liczba wierszy drugiej macierzy musi być równa liczbie kolumn pierwszej. To postępowanie nazywa się *mnożeniem macierzy przez macierz*. Inną operacją macierzową jest *transpozycja*. W macierzy poddanej tej operacji (*transponowanej*) kolumny zapisuje się wierszami, a przedstawia symbolicznie jako

$$C = A^T$$

Operacji wykonywanych na macierzach jest więcej. Stanowią część tzw. *algebry liniowej* i są opisywane w wielu podręcznikach. Co więcej, kalkulatory inżynierskie są wyposażone w te operacje.

Ciągi iteracyjne. Rozpatrzmy funkcję

$$y = \sqrt{x}, \quad (5.5)$$

której wartość, oprócz metod znanych ze szkoły podstawowej, można wyznaczyć przez następujące postępowanie:

$$\begin{aligned} y &\leftarrow x, & \text{dla } i = 0 \\ y &\leftarrow (x + y/x)/2, & \text{dla } i = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (5.6)$$

co oznacza:

zakładamy na wstępie, że $y = x$,
zmienną wynikowej y nadajemy nową wartość.

Obliczmy w ten sposób wartość $y = \sqrt{2}$, co w rezultacie daje ciąg

```
2,000000000000000
1,500000000000000
1,416666666666667
1,41421568627451
1,41421356237469
1,41421356237310
1,41421356237310
```

Jak widać, już po piątym kroku mamy 15-cyfrową dokładność. Podobnie ma się rzecz z innymi zależnościami. Oznacza to, że za pomocą odpowiedniego ciągu iteracyjnego można zdefiniować funkcję.

Równania różniczkowe. Jak podano wcześniej, równania różniczkowe opisują relacje pomiędzy pewnymi wielkościami z intensywnością ich zmian. Przykładem może być nachylenie drogi v jako zmiana jej poziomu y zależnie od zmiany v położenia wzdłuż drogi x . Taką relację zapisujemy

$$v = \frac{dy}{dx}$$

Podobnymi, ale nieco bardziej złożonymi równaniami można opisać reguły wiążące ze sobą takie wielkości, jak obciążenia, przemieszczenia i budowę elementu konstrukcyjnego. Tematem tego rozdziału jest sposób przekształcenia uwikłanych zależności w jednoznaczne rozwiązanie.

5.2. Zarys metody obliczeń

Zasadniczym modelem elementów tworzących konstrukcję rurociągu jest **pręt** (element o parametrach sprowadzonych do osi) na podłożu sprężystym (taką nazwę się stosuje, mimo że przedmiotem analizy jest *otoczenie sprężyste*), zwane też *podłożem Winklera*.

Model pręta. Rozpatrywany tu element prętowy ma nieco bardziej złożoną strukturę niż w standardowych obliczeniach konstrukcji.

Pręt składa się z szeregu *segmentów*, każdy o stałej krzywiznie, przekroju i innych parametrach.

Segment składa się co najmniej z jednego *przedziału*.

Przedział to fragment segmentu, na którym nie ma obciążeń skupionych.

Taki zapis pozwala na uwzględnienie zagadnień występujących w sieciach ciepłowniczych, jak np. kompensatory mieszkowe, mimośrodowe połączenia, różnorodne obciążenia fragmentów elementu itp., bez komplikacji obliczeń. Tok postępowania dla zwiększenia czytelności będzie ilustrować element belkowy, pomijający wpływy takie jak załamanie osi pręta, jej skrócenie lub wydłużenie. Uwzględnienie tych czynników znacznie zwiększa liczbę równań i rozmiar tekstu.

Metoda obliczeń. Zwracamy tu uwagę, że w przedstawionym niżej procesie obliczeniowym nie ma zagadnień, które trzeba dopiero rozwiązywać. Podaje się tok postępowania, w którym za pomocą prostych operacji (takich jak dodawanie, odejmowanie, mnożenie czy dzielenie) dochodzi się do dokładnych (w sensie technicznym) wyników. Nie ma tu też katalogu dziesiątków szczególnych przypadków z podanymi rozwiązaniami, a takie podejście jest stosowane w dostępnych publikacjach. Poniżej zostanie opisany mechanizm pracy podstawowego fragmentu konstrukcji – przedziału – następnie segmentu i pręta.

Podstawową techniką jest uzyskanie rozwiązania tzw. *problemu początkowego*, w którym znane są wielkości na początku, a wyliczane na końcu drogi całkowania.

W ten sposób, posuwając się przedział po przedziale i segment po segmencie, wylicza się potrzebne wartości na końcu pręta, zarówno wielkości obciążeń przy węźle końcowym, jak i wpływ przemieszczeń węzła początkowego na końcowy.

Znając wielkości na początku i końcu, wykonuje się przekształcenie tego rozwiązania w rozwiązanie *problemu brzegowego*, w którym znane są jedynie pewne wielkości na początku i końcu, a rozwiązaniem są wielkości pozostałe. Okazało się, że można to zrobić jedną uniwersalną i zarazem prostą procedurą.

Ustalenie oddziaływań wzajemnych różnych węzłów wymaga zbudowania i rozwiązania układu równań tzw. *metody przemieszczeń* – o wielu niewiadomych. Tu zostanie pominięty proces budowy i rozwiązania tego układu, jako że jest on opisany w literaturze [9]. Zostanie omówiony jedynie tok postępowania podczas analizy pręta. Na koniec zostanie szkicowo podana metoda analizy nieliniowej.

5.3. Problem początkowy pręta

Transfer wektora stanu. Wektor stanu to wektor zawierający wartości przemieszczeń, sił przekrojowych i parametrów obciążeń zmiennych (wzdłuż osi pręta) w pewnym punkcie. Operacje prowadzące do wyznaczenia wartości takiego wektora w innym punkcie nazwano transferem wektora stanu. Taki transfer wykonuje się sukcesywnie od początku do końca pręta, a następnie przekształca w taki sposób, by uzyskać potrzebne wielkości. Ten proces zostanie opisany dalej.

Analiza przedziału. Dla prostoty wywodów będzie rozważany przedział, będący częścią pręta na sprężystym podłożu (otoczony sprężystym ośrodkiem), poddany tylko zginaniu i ścinaniu w jednej płaszczyźnie. Przy uwzględnieniu pozostałych wpływów tok postępowania jest analogiczny.

Dla zachowania przejrzystości wzorów przyjęto zmienne c_1 i c_2 , symbolizujące podatności przekroju o wartościach

$$\begin{aligned} c_1 &= 1/GA_s \\ c_2 &= 1/EJ \end{aligned} \quad (5.7)$$

gdzie: G – moduł sprężystości poprzecznej (*Kirchhoffa*),

A_s – powierzchnia pracująca na ścinanie,

E – moduł sprężystości podłużnej (*Younga*),

J – moment bezwładności przekroju,

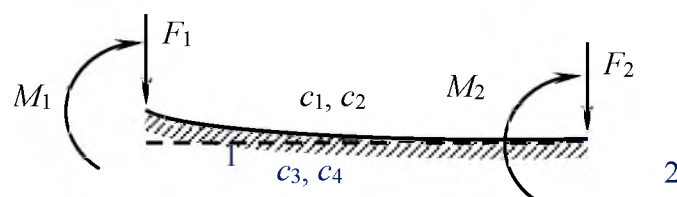
oraz parametry otoczenia (grunt, izolacja itp.):

c_3 – współczynnik Winklera – reakcja otoczenia na przesunięcie,

c_4 – współczynnik Własowa – reakcja otoczenia na obrót (dokładniej o tym w [2]).

Przedział nieobciążony. Przyjęto model przydatny do badania sztywności pręta. Siły i momenty przedstawione na rysunku to siły i momenty *przekrojowe* (tzw. siły

wewnętrzne), pochodzące spoza przedziału – od przedziałów sąsiednich czy obciążeń skupionych, przyłożonych w punktach pomiędzy przedziałami.



Pracę pręta w przedziale można zapisać w formie układu równań różniczkowych zawierających zależności wzajemne przemieszczeń i sił. Dla prostoty wzorów założono tu, że zarówno podatności pręta, jak i oddziaływania otoczenia sprężystego czy sił masowych są przyłożone w osi pręta. Wektor y – uporządkowany zbiór takich parametrów pracy w pewnym punkcie, jak przemieszczenia, siły przekrojowe, intensywności obciążeń czy deformacji otoczenia – będzie nazywany *stanem pręta*. Równanie pracy pręta można zapisać w postaci

$$\begin{aligned} D' &= R + c_1 \cdot F \\ R' &= c_2 \cdot M \\ F' &= c_3 \cdot D \\ M' &= -F + c_4 \cdot R \end{aligned} \quad (5.8)$$

co oznacza:

D' – pochodna ugięcia D po długości pręta: suma nachylenia R i deformacji poprzecznej $c_1 \cdot F$,

R' – pochodna nachylenia R po długości pręta: wpływ zginania $c_2 \cdot M$,

F' – pochodna siły poprzecznej F po długości pręta: wpływ podłoża $c_3 \cdot D$,

M' – pochodna momentu M po długości pręta: różnica reakcji podłoża na obrót $c_4 \cdot R$ i siły poprzecznej F .

W zapisie macierzowym ten układ ma postać

$$\begin{Bmatrix} D \\ R \\ F \\ M \end{Bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_2 \\ c_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_4 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D \\ R \\ F \\ M \end{Bmatrix} \quad (5.9)$$

lub symbolicznie

$$y' = A \cdot y \quad (5.10)$$

Taki układ równań rozwiązuje się łatwo przy zastosowaniu ciągów iteracyjnych. We wzorach poniżej znak \Leftarrow oznacza wpisanie wartości jednego wektora do drugiego lub w miejsce poprzedniego argumentu. Znak równości ($=$) mógłby tu być źródłem nieporozumień. Początkowe ustalenia to

$$t \leftarrow y_1, \quad y_2 \leftarrow 0 \quad (5.11)$$

po czym następuje iteracja

$$\begin{aligned} t &\leftarrow A \cdot t && \text{dla } i = 1, 2, 3, \dots \\ y_2 &\leftarrow y_2 + t \cdot x / i \end{aligned} \quad (5.12)$$

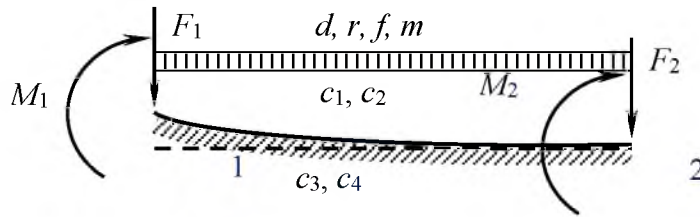
gdzie: y_1 – wartość wektora stanu w punkcie x_1 , a rezultatem – wartość wektora stanu y_2 w punkcie x_2 , $x = x_2 - x_1$, a t to wektor pomocniczy.

Jest to iteracja szybko zbieżna, dająca dokładny wynik zwykle po kilku lub kilkunastu krokach.

Transformacja wektora y_1 w wektor y_2 jest pewną funkcją wektorową zmiennej x , nazywaną *transferem*. Jeżeli wykonamy tę operację na kolejnych kolumnach macierzy jednostkowej I , otrzymamy kolejne wektory, stanowiące *kolumny macierzy przeniesienia* (transferu) T . Stan na końcu przedziału y_2 będzie iloczynem macierzy T i wektora y_1

$$y_2 = T \cdot y_1 \quad (5.13)$$

Przedział obciążony. W przypadku działania obciążeń równomiernie rozłożonych schemat będzie następujący



o obciążeniach rozłożonych:

- d – wymuszonym przemieszczeniem poprzecznym,
- r – wymuszonym wygięciem,
- f – siłą,
- m – momentem.

Obciążenie wymuszoną deformacją poprzeczną może się wydawać dziwaczne; tu przyjęto je z dwu powodów: pierwszy – to zachowanie kompletu obciążeń, drugi – zastosowanie go do symulacji deformacji otoczenia gruntowego. Podane w poprzednim punkcie równanie przybiera postać

$$\begin{aligned} D' &= R + c_1 \cdot F + d \\ R' &= c_2 \cdot M + r \\ F' &= c_3 \cdot D + f \\ M' &= -F + c_4 \cdot R + m \end{aligned} \quad (5.14)$$

lub, w zapisie macierzowym

$$\begin{Bmatrix} D \\ R \\ F \\ M \end{Bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_2 \\ c_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_4 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} D \\ R \\ F \\ M \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} d \\ r \\ q \\ m \end{Bmatrix} \quad (5.15)$$

Jest to tzw. *równanie niejednorodne*. Można je przekształcić do postaci jednorodnej, traktując wartości obciążeń rozłożonych jako dodatkowe zmienne, na równi z wielkościami przekrojowymi. Równanie takie przybierze postać

$$\begin{Bmatrix} D \\ R \\ F \\ M \\ d \\ r \\ f \\ m \end{Bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & c_1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} D \\ R \\ F \\ M \\ d \\ r \\ f \\ m \end{Bmatrix} \quad (5.16)$$

Zera w dolnej części macierzy to rezultat przyjęcia, że obciążenia są rozłożone równomiernie, a ich pochodna jest równa zero. Przykładowo pochodna obciążenia ciągłą deformacją poprzeczną (ściananiem) po długości pręta d to

$$d' = 0 \cdot D + 0 \cdot R + 0 \cdot F + 0 \cdot M + 0 \cdot d + 0 \cdot r + 0 \cdot f + 0 \cdot m = 0$$

czyli bez względu na dowolne wielkości przekrojowe zawsze jest zerowa. To samo dotyczy pozostałych wielkości – r , f oraz m . Obciążenia rozłożone mogą być również nierównomierne. Wektor obciążeń wydłuża się wtedy o obciążenia rozłożone, a macierz A odpowiednio się rozrasta.

Rurociągi oblicza się jako konstrukcje prętowe (ramowe), uwzględniając również inne czynniki, jak np. wpływ pominiętego wyżej ściskania. Nie przytacza się tu pełnej postaci wzorów ze względu na ich objętość: w obliczeniach płaskich ustrojów prętowych, składających się z prętów prostych i zakrzywionych o obciążeniach rozłożonych, których rozkład opisuje funkcja kwadratowa, wektor stanu y zawiera 42 elementy, a macierz A ma wymiar 42×42 . Pełny opis analizy będzie przedmiotem odrębnego opracowania.

Analiza segmentu. Mając narzędzie opisujące pracę przedziału, można przedstawić analizę segmentu następująco:

- wektor stanu y jest transformowany do układu współrzędnych na początku segmentu,
- aktualizowane są parametry równania (podatności przekroju i sprężystość otoczenia),

- następnie dla kolejnego przedziału:
 - dodawane są obciążenia skupione,
 - za pomocą iteracji (5.12) obliczany jest stan na końcu przedziału aż do końca bieżącego segmentu.

Na końcu segmentu wektor stanu jest transformowany do układu globalnego.

5.4. Problem brzegowy pręta

Analizę pręta, jako części ustroju obliczanego metodą przemieszczeń, wykonuje się w celu uzyskania:

- macierzy sztywności pręta,
- wartości sił zamocowania,
- wielkości przekrojowych (przemieszczeń i sił) w zadanych przekrojach,
- położenia punktów zmiany parametrów pręta (w przypadku analizy nieliniowej).

We wszystkich czterech przypadkach stosowana jest podobna technika, która zostanie opisana w kolejnych podrozdziałach.

Macierz sztywności to tabela współczynników pozwalających wyliczyć siły przywęzłowe wynikłe z przemieszczenia węzłów, którą tworzy się przez transfer macierzy jednostkowej I od początku pręta do przekroju końcowego, segment po segmencie, według schematu:



po czym wynik przekształca się w macierz sztywności. Kolejne wartości wektora stanu będą następujące (przyjęto, że macierz T_i zawiera wzory transformacyjne do i z lokalnego układu współrzędnych)

$$\begin{aligned}
 y_1 &= T_1 \cdot y_0 \\
 y_2 &= T_2 \cdot y_1 \\
 y_3 &= T_3 \cdot y_2 \\
 &\dots\dots \\
 y_n &= T_n \cdot y_{n-1}
 \end{aligned}
 \tag{5.17}$$

co można uogólnić

$$y_n = \prod_{i=1}^n (T_i) \cdot y_0 = T \cdot y_0
 \tag{5.18}$$

Przedstawione wzory wynikają z prostego przekształcenia algebraicznego. Pozwoliło to uzyskać jednolitą metodę postępowania dla wielu różnorodnych problemów oraz rozwiązań, w sytuacjach gdy występuje równocześnie kilka różnych czynników, jak krzywizna, asymetria przekroju, mimośrodowe oddziaływanie podłoża sprężystego itp. Przedstawiona metoda ułatwia analizę nieliniową wówczas, gdy zmienność parametrów można aproksymować linią łamaną (proces ten zostanie opisany w p. 5.6).

Macierz przeniesienia T przedstawia *przemieszczenia i siły przekrojowe w przekroju końcowym y_n jako funkcję stanu początkowego y_0 .*

$$y_n = T \cdot y_0 \Leftrightarrow \begin{Bmatrix} d_n \\ f_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 \\ T_3 & T_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} d_0 \\ f_0 \end{Bmatrix} \quad (5.19)$$

W zapisie tym d to elementy wektorów stanu – wartości uogólnionych przemieszczeń, f - uogólnione siły, natomiast T_i to podmacierze o wymiarach $m \times m$, gdzie m to liczba stopni swobody rozpatrywanej konstrukcji (np. dla płaskiej ramy jest $m = 3$, dla przestrzennej $m = 6$). Zatem T_1 to wpływ przemieszczeń węzła początkowego d_0 na przemieszczenia węzła końcowego d_n , T_2 to wpływ sił początkowych f_0 na przemieszczenia na końcu f_n itd.

Macierz sztywności S wyraża *siły przekrojowe obu przekrojów brzegowych jako funkcję ich przemieszczeń* i ma ogólną postać:

$$f = S \cdot d \Leftrightarrow \begin{Bmatrix} f_0 \\ f_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ S_3 & S_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} d_0 \\ d_n \end{Bmatrix} \quad (5.20)$$

Macierz S wynika wprost z macierzy T . Jej poszczególne składniki, podmacierze S_i o wymiarach $m \times m$, wyznacza się ze wzoru, który można zapisać w formie rozwiniętej

$$\begin{aligned} S_2 &= T_2^{-1} \\ S_1 &= -S_2 \cdot T_1 \\ S_3 &= T_3 + T_4 \cdot S_1 \\ S_4 &= -T_4 \cdot S_2 \end{aligned} \quad (5.21)$$

Komentarz. Ponieważ literatura nie podaje sposobu przekształcenia macierzy przeniesienia w macierz sztywności, podaje się tu wyprowadzenie. Wzór (5.21) można napisać w formie

$$\begin{aligned} d_n &= T_1 \cdot d_0 + T_2 \cdot f_0 \\ f_n &= T_3 \cdot d_0 + T_4 \cdot f_0 \end{aligned}$$

Mnożąc lewostronnie obie strony pierwszego równania przez T_2^{-1} otrzymujemy

$$T_2^{-1} \cdot d_n = T_2^{-1} \cdot T_1 \cdot d_0 + f_0$$

czyli

$$T_2^{-1} \cdot d_n - T_2^{-1} T_1 \cdot d_0 = f_0$$

Podstawiając $S_2 = T_2^{-1}$ i $S_1 = -S_2 \cdot T_1$ oraz porządkując, otrzymujemy

$$f_0 = S_1 \cdot d_0 + S_2 \cdot d_n$$

Po wstawieniu tego wyniku do drugiego równania otrzymujemy po uporządkowaniu wzór

$$f_n = T_3 \cdot d_0 + T_4 \cdot (S_1 \cdot d_0 + S_2 \cdot d_n)$$

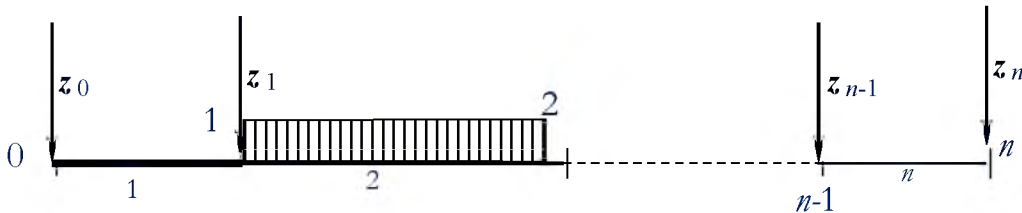
Po wstawieniu $S_3 = T_3 - T_4 \cdot S_1$ i $S_4 = T_4 \cdot S_2$ wzory (5.14) przybierają końcową postać

$$f_0 = S_1 \cdot d_0 + S_2 \cdot d_n$$

$$f_n = S_3 \cdot d_0 + S_4 \cdot d_n$$

co jest zgodne ze wzorem (5.21).

Wartości zamocowań to siły w przekrojach przywęzłowych pręta obciążonego, ale o nieprzemieszczalnych węzłach. Oblicza się je następująco: zakłada się, że na początku pręta, z lewej strony przekroju, w punkcie 0 wektor stanu ma wartość $y_0 = 0$. Analizę rozpoczyna się od dodania do tego stanu wektora obciążeń z prawej strony tego przekroju, z_0 . Stan na końcu pręta y_n tworzy proces jak dla elementu nieobciążonego (wzór (5.17)). Jako końcowy stan pręta otrzymujemy przemieszczenia i siły, będące rezultatem obciążeń (przy braku obciążeń – oczywiście zerowe).



Analizę ciągu segmentów można przedstawić w postaci następującej

$$\begin{aligned} y_0 &= z_0 \\ y_1 &= T_1 \cdot y_0 + z_1 \\ y_2 &= T_2 \cdot y_1 + z_2 \\ y_3 &= T_3 \cdot y_2 + z_3 \\ &\dots \\ y_n &= T_n \cdot y_{n-1} + z_n \end{aligned} \quad (5.22)$$

Finalny wektor stanu y_n zawiera zarówno przemieszczenia, jak i siły na końcu pręta d_n i f_n . Aby uzyskać wartości zamocowań w węzłach nieodkształconych, \underline{f}_0 i \underline{f}_n , należy odjąć wpływ tego przemieszczenia

$$\begin{aligned} \underline{f}_0 &= -S_1 \cdot d_2 \\ \underline{f}_n &= \underline{f}_n - S_4 \cdot d_2 \end{aligned} \quad (5.23)$$

co daje wartości sił zamocowania.

Końcowe wartości przywęzłowe. Po zbudowaniu i rozwiązaniu całego układu równań powtórnie analizuje się pręt. Tu stanem początkowym jest suma sił przekrojowych pręta nieprzemieszczonego i sił spowodowanych deformacją ustroju. Posuwając się wzdłuż pręta, jak we wzorze (5.22), otrzymujemy wielkości wynikowe.

5.5. Analiza konstrukcji

Stosuje się tu *metodę przemieszczeń*. Proces obliczeniowy, wykorzystujący opisaną wyżej analizę pręta, można szkicowo przedstawić następująco. Dla każdego pręta wylicza się jego *sztynność* (siły przekrojowe powstające w wyniku wzajemnych jednostkowych przemieszczeń jego końców), a następnie *siły zamocowania*, jakie w wyniku obciążeń działałyby na jego końce, gdyby były sztywno zamocowane.

Warunek koniecznych identycznych przemieszczeń dla końców wszystkich prętów zbiegających się w każdym węźle oraz warunek równowagi (zerowania się sum sił przekrojowych, zewnętrznych obciążeń i reakcji) każdego węzła prowadzą do układu równań. Rozwiązanie tego układu daje wartości przemieszczeń węzłów (obszerniejszy komentarz – patrz praca zbiorowa [10]). Przemieszczenia te pomnożone przez macierze sztywności dają w rezultacie siły przywęzłowe – efekt współpracy pręta z resztą konstrukcji. Te siły zsumowane z wielkościami wyliczonymi przy założeniu węzłów nieprzemieszczalnych stanowią ostateczne wielkości przekrojowe.

5.6. Nieliniowość

Opisane wyżej postępowanie jest właściwe dla pracy *liniowej*, gdy siły i przemieszczenia są wzajemnie proporcjonalne. Mechanika sieci ciepłowniczych jest natomiast, ogólnie rzecz biorąc, *mechaniką nieliniową*. Oznacza to, że przemieszczenia i siły przekrojowe wynikające z obciążeń technologicznych nie są proporcjonalne do obciążeń. Wyników obliczeń nie można sumować, a każdy zestaw obciążeń należy rozpatrywać indywidualnie.

Tu przyjęto oddziaływanie podłoża bardziej ogólne niż winklerowskie. Oddziaływanie f wylicza się według wzoru

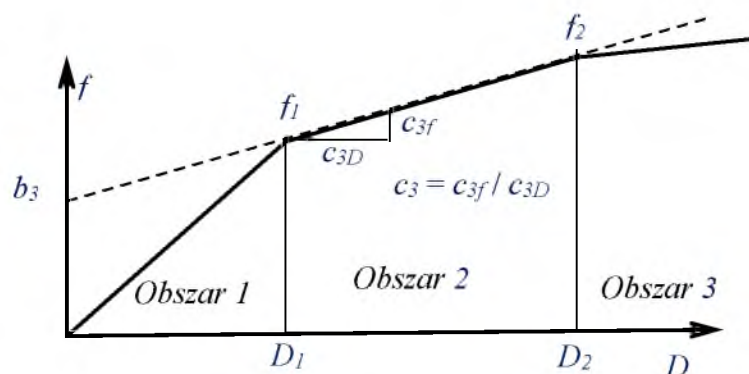
$$f = b_3 + c_3 \cdot D \quad (5.24)$$

gdzie: b_3 i c_3 – pewne stałe opisujące grunt,

D – przemieszczenie,

f – oddziaływanie.

Zależności *przemieszczenie – reakcja podłoża* można przedstawić następująco.



Taki model przedstawia:

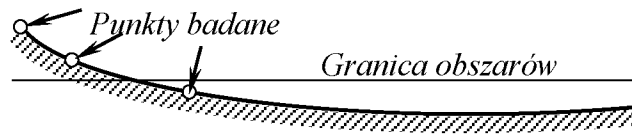
- gdy $b_3 = 0$ i $c_3 = 0$ – brak podłoża sprężystego,
- gdy $b_3 = 0$ i $c_3 \neq 0$ – model winklerowski,
- gdy $b_3 \neq 0$ i $c_3 = 0$ – otoczenie uplastycznione,
- gdy $b_3 \neq 0$ i $c_3 \neq 0$ – stany pośrednie.

Pozwala to za pomocą jednej procedury analizować przedziały w różnych obszarach pracy: sprężystym, sprężysto-plastycznym i plastycznym. Pracę takiego pręta opisuje zmodyfikowane równanie (5.16)

$$\begin{pmatrix} D \\ R \\ F \\ M \\ d \\ r \\ b_3 \\ m \end{pmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & c_1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} D \\ R \\ F \\ M \\ 0 \\ 0 \\ b_3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.25)$$

które jest rozwiązywane standardowo (wielkości d , r i m są tu zawsze zerowe).

Jest to model quasi-liniowy. Przyjmuje on, że konstrukcja pracuje w fazie liniowej, o parametrach przedziałami różnych. Nieliniowość sprowadza się tu do wyszukiwania punktów zmiany parametrów. Wyszukiwanie to jest przeprowadzane metodą prób i błędów. Podczas analizowania każdego przedziału, gdy znane są: przemieszczenie, nachylenie i krzywizna osi pręta, szacowany jest punkt przejścia przez granicę dzielącą obszary o różnych parametrach. Zakładany jest wtedy pośredni punkt i wyliczany jest wektor stanu we wszystkich trzech punktach. Wtedy, przy założeniu parabolicznego kształtu odkształconej osi, wyliczane jest następne przybliżenie.



Zdarza się, że wszystkie trzy punkty są w tym samym obszarze, ale pochodne w punktach pierwszym i trzecim mają różne znaki. Oznacza to, że między punktami krzywa może się „zanurzyć” w drugim obszarze, a następnie wrócić do poprzedniego. Konieczne jest wówczas wyszukanie ekstremum funkcji przemieszczeń i ustalenie, czy jest stałe w tym samym obszarze.

W przypadku przekroczenia granicy uplastycznienia zakładany jest tam inny segment, o nowych parametrach, i analiza jest kontynuowana aż do momentu, w którym oddziaływanie powróci do obszaru sprężystego. Ten proces dla poprawnie zaprojektowanej konstrukcji jest zbieżny. (W przypadku, w którym dochodzi do zniszczenia konstrukcji – oczywiście nie).

Analiza całej konstrukcji jest realizowana metodą kolejnych przybliżeń. W pierwszym przybliżeniu przyjmuje się liniowo-sprężyste podpory i sprężysty ośrodek gruntowy i obliczenia wykonuje się jak dla ustroju liniowo-sprężystego. Potem, w miejscach, w których opory ośrodka przekroczyły wartości graniczne, zakładane są nieco mniejsze współczynniki sprężystości otoczenia i obliczenia są powtarzane, ale już w innych warunkach. W każdym kroku, równoległe z tworzeniem wyników, tworzony jest plik danych następnego przybliżenia. W trakcie analizy poszczególnych prętów badane jest oddziaływanie otoczenia gruntowego; jego parametry są zapisywane w danych do kolejnych obliczeń. Współczynnik sprężystości gruntu w sferze plastycznej jest stale zmniejszany, ale nigdy nie jest on zerowy. Przyjęcie zerowego współczynnika prowadzi często do obliczeń niestabilnych: wielkich przemieszczeń w każdej iteracji w innym miejscu.

BIBLIOGRAFIA DO ROZDZIAŁU 5

1. Arnold W.I.: Równania różniczkowe zwyczajne. PWN, Warszawa 1975.
2. Biernatowski K. i inni: Fundamentowanie. Arkady, Warszawa 1987.
3. Hall A.S., Woodhead R.W.: Frame Analysis. John Wiley & Sons, New York and London 1961.
4. Hetenyi M.: Beams on Elastif Foundation. The University of Michigan Press, Ann Arbor 1958.
5. Kosma Z.: Podstawy Metod numerycznych. WSI, Radom 1996.
6. Sawyer W. W.: Algebra liniowa dla inżynierów. PWN, Warszawa 1976.
7. Szmelter J.: Metody komputerowe w mechanice. PWN, Warszawa 1980.

8. Smirnow A. F. i inni: Obliczenia konstrukcji za pomocą maszyn cyfrowych. Arkady, Warszawa 1970.
9. Paszkiewicz T.: PROBUS pakiet programów do analizy statycznej ustrojów inżynierskich. Wyd. Instytutu Dróg i Mostów Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1977.
10. Praca zbiorowa: Mechanika budowli. Ujęcie komputerowe. Arkady, Warszawa 1991.

6. OBLICZENIA SIECI WEDŁUG PROGRAMU RC

Na podstawie metody obliczeń opisanej w poprzednim rozdziale przygotowany został pakiet programów **RC** (Rurociągi Ciepłownicze) służący do wykonywania obliczeń statycznych sieci ciepłowniczych z rur preizolowanych. Pakiet składa się z dwu programów:

RC0 – uniwersalny program do obliczeń zaawansowanych,

RC1 – specjalistyczny program do obliczeń standardowych.

Obliczenia statyczne można realizować programem uniwersalnym RC0, jak też przy pomocy programu specjalistycznego RC1. Program uniwersalny wymaga drobiazgowego opisanie zadania obliczeniowego. Program specjalistyczny służy do przygotowania danych do obliczeń w programie uniwersalnym.

Poniżej przedstawia się opis programów, pozwalający wykonawcy obliczeń zorientować się, z jakim narzędziem ma do czynienia, do czego narzędzie to się nadaje i do jakich problemów musi się ustosunkować.

6.1. Program RC0

Jest to narzędzie do analizy płaskich ustrojów prętowych. Jako analizę rozumie się tu wyznaczenie sił wewnętrznych (przekrojowych) - sił osiowych, momentów zginających i sił poprzecznych - oraz odkształceń konstrukcji o znanych obciążeniach. Rury, jak też inne elementy (kształtki, kompensatory, armatura), traktowane są równorzędnie jako *pręty* o wszystkich cechach sprowadzonych do osi. Pomija się wpływ pracy powłokowej, jako należący do etapu wymiarowania. Program rozpatruje ustrój o dowolnej konfiguracji (zarówno pojedyncze ciągi, struktury rozgałęzione, jak i o zamkniętych obwodach), oparty na podporach lub ułożony bezpośrednio w gruncie, poddany działaniu dowolnych obciążeń wewnętrznych i zewnętrznych, w tym wynikających z odkształcenia podłoża. Do realizacji takiego zadania program wykorzystuje metodę opisaną w rozdziale 5 a do analizy całości – klasyczną metodę przemieszczeń.

Zadanie obliczeniowe opisuje się za pomocą tabel zawierających: współrzędne pewnych punktów nazywanych węzłami, parametry materiałów, przekrojów, otoczenia gruntowego, listę elementów (prętów) podającą węzły, które element łączy i inne cechy, takie jak wykazy podpór oraz obciążeń działających na węzły i na elementy.

Po zainstalowaniu programu na komputerze i uruchomieniu programu RC0.exe pojawia się ekran sterujący pracą programu. Naciśnięcie klawisza **Dane** wywołuje

standardowy dialog otwarcia pliku. Naciśnięcie klawisza Licz rozpoczyna właściwe obliczenia statyczne. W lewej górnej części ekranu wyświetlane są komunikaty o przebiegu obliczeń.

Wynikiem obliczeń są wykresy przemieszczeń i sił przekrojowych oraz oporów stycznych i normalnych. Można je wywołać, przełączając odpowiednio klawiszami. Skalę wykresów przemieszczeń, wielkości statycznych i oporów można dowolnie zmieniać. Można też dowolnie opisywać wykresy.

Za pomocą myszy można wybrać dowolny fragment wykresu (klikając lewym przyciskiem w lewy górny róg, a prawym – w prawy dolny) i obserwować przebieg interesujących wielkości w powiększeniu. Rysunki są zapisywane w podfolderze RC0\Rysunki. Można je wydrukować.

Wyniki obliczeń w postaci tabeli przemieszczeń węzłów, sił osiowych, sił poprzecznych i momentów zginających oraz przemieszczeń w kierunkach równoległym i prostopadłym do osi pręta w zadanych przekrojach są zapisywane na dysku w podfolderze RC0\Wyniki. Można je – po przejrzaniu i zaakceptowaniu – wydrukować.

Program nie zawiera narzędzi do automatycznego doboru grubości ścianek rur, promieni łuków oraz miejsc i sposobów podparcia. Te zadaje się jako wartości wejściowe.

Program może być eksploatowany praktycznie na każdym komputerze typu PC, pod kontrolą systemu Windows95 lub późniejszego, w dwu trybach:

- **standardowym**, stosowanym w przypadku prostych, jednogłęziowych sieci poddanych działaniu obciążeń technologicznych, w którym parametry wejściowe wpisuje się w tabelach widocznych na ekranie komputera i które program RC1 przetwarza w plik danych do obliczeń,

- **zaawansowanym**, stosowanym w przypadku ustrojów wielogłęziowych lub poddanych złożonym obciążeniom, gdy plik danych wygenerowany w trybie standardowym uzupełnia się o dodatkowe elementy lub tworzy się nowy plik danych za pomocą edytora tekstowego.

Program RC należy do stale rozszerzającej się rodziny o wspólnych konwencjach, podobnym sposobie obsługi i podobnych problemach w czasie eksploatacji. W miarę potrzeb program może być rozbudowany.

6.2. Program RC1

Jak wspomniano, opis zadania przeznaczonego do obliczeń programem uniwersalnym RC0 jest obszerny i skomplikowany. Pomocne są tu programy specjalistyczne, zakładające pewien typ konstrukcji i wykonujące pewne obliczenia wstępne. Takim programem jest RC1.

Po wywołaniu programu RC1 pojawia się formularz z wprowadzonymi parametrami ostatnio liczonej sieci (pozwala to na łatwe modyfikowanie i wariantowanie wykonanych poprzednio obliczeń). Formularz ten można poprawić, zmienić lub wypełnić nową treścią.

Ważne są tu pewne konwencje. Długości podawanych odcinków trasy dotyczą *zarysu osiowego*. Punkty początkowe i końcowe łuków i kolan są wyliczane przez program. Kąt załamania trasy i promień łuku należą do odcinka *poprzedzającego załamanie*. Jeżeli trasa rozpoczyna się w innym kierunku niż kierunek osi x, należy umieścić pierwszy odcinek o długości równej zero i o odpowiednim kącie załamania. Promień łuku jest wtedy też równy zero.

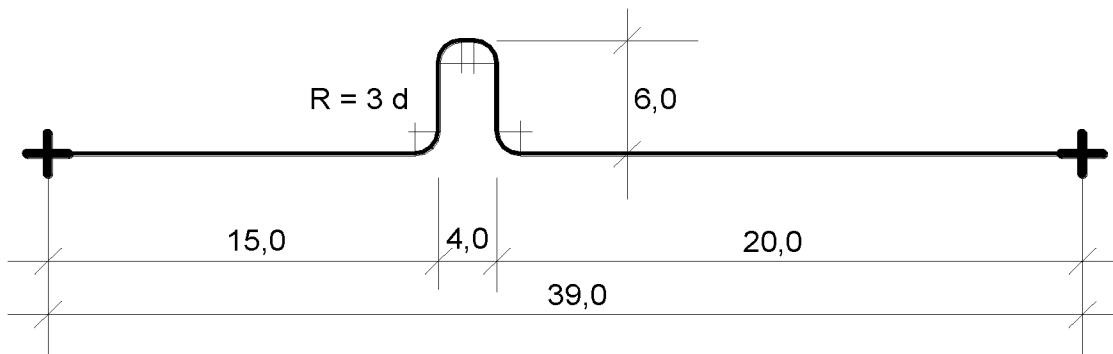
Po naciśnięciu przycisku OK program przetwarza te parametry (dzieli sieć na odcinki, oblicza współrzędne ich końców, wyznacza momenty bezwładności przekroju rur prostych, łuków i kolan oraz ustala obciążenia) w obszerny plik tekstowy, będący zbiorem odpowiednio uszeregowanych liczb. W pierwszej kolejności program sprawdza, czy dane są formalnie poprawne (kompletne i niesprzeczne). W przypadku braków program przedstawia swoją diagnozę (powody, dla których tekst danych jest błędny) i przerywa pracę. Gdy dane są poprawne, kontynuuje przetwarzanie, a wynik zapisuje w programie RC0, w podfolderze RC0\Dane.

Zasady wypełniania tabel oraz tworzenia plików danych podaje instrukcja stanowiąca integralną część programu RC. Pewne wyniki pomocnicze są zapisywane w folderze Echo. Wyniki te to geometria trasy oraz parametry wytrzymałościowe przekrojów.

6.3. Przykład obliczeń

Proces obliczeniowy wykonywany za pomocą programu RC zostanie przedstawiony na przykładzie fragmentu sieci. Przytoczony przykład ilustruje czynności związane z komputerową realizacją obliczeń. Zadanie zredukowano, aby ograniczyć objętość wydruków komputerowych.

Rozpatruje się wycinek sieci Dn 400 o schemacie jak na rys. 6.1.



Rys. 6.1. Schemat wycinka sieci

Rura preizolowana Dn 400 - $d_z = 406,4$ mm, $g = 6,3$ mm (patrz rozdz. 3)

$$f_u = 15,54 \text{ kN/m}, \quad k_u = 3100 \text{ kN/m}^2$$

$$f_v = 136 \text{ kN/m}, \quad k_v = 19100 \text{ kN/m}^2$$

Sieć jest ułożona w jednorodnym gruncie niespoistym, na głębokości 1,0 m.

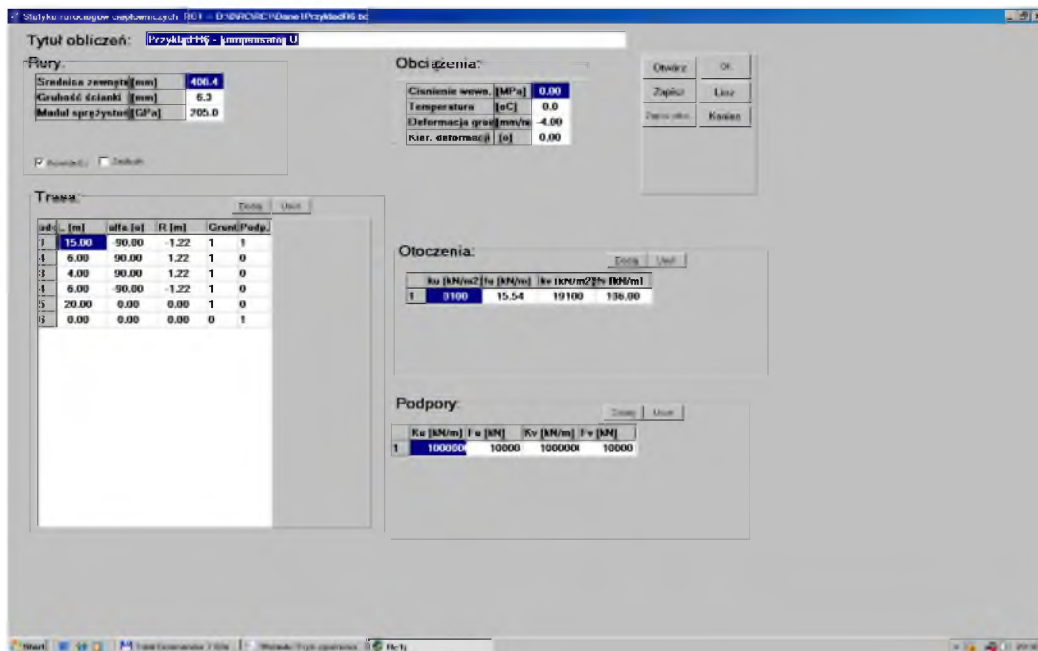
Obciążenia i wpływy:

ciśnienie wewnętrzne $0,0 \text{ kN/m}^2$,

temperatura medium grzewczego bez zmian,

deformacja terenu $\varepsilon = -4 \text{ mm/m}$ (zagęszczenie gruntu).

Parametry sieci wpisuje się oknie programu RC1 do odpowiednich tabel formularza (rys. 6.2).



Rys. 6.2. Okno programu RC1

Zadanie obliczeniowe definiują tabelki opisujące: ogólne warunki pracy sieci, parametry typów odcinków, wykaz odcinków i wykaz podpór oraz warunki pracy. Po naciśnięciu klawisza OK pojawia się rysunek pozwalający sprawdzić schemat wygenerowanej sieci.

Zapisanie wartości z tabel do pliku pozwala na ich późniejsze wczytanie, modyfikację i dodatkowe przeliczenia. W rozpatrywanym przypadku plik ten ma postać

Przykład R6 - kompensator U

406.4
6.3
205.0
0.00
0.0
-4.00

0.00

1					
1	3100	15.54	19100	136.00	
6					
1	15.00	-90.00	-1.22	1	1
4	6.00	90.00	1.22	1	0
3	4.00	90.00	1.22	1	0
4	6.00	-90.00	-1.22	1	0
5	20.00	0.00	0.00	1	0
6	0.00	0.00	0.00	0	1
1					
1	1000000	10000	1000000	10000	
1					
0					

Po wykonaniu przeliczeń plik ten tworzy właściwy tekst danych, który jest automatycznie zapisywany w folderze RC0\Dane.

Przykład R6 - kompensator U

33	Xj	Yj				
1	0.000000	0.000000				
2	0.100000	0.000000				
3	4.660000	0.000000				
4	9.220000	0.000000				
5	13.780000	0.000000				
6	14.157001	-0.059711				
7	14.497098	-0.232999				
8	14.767001	-0.502902				
9	14.940289	-0.842999				
10	15.000000	-1.220000				
11	15.000000	-4.780000				
12	15.059711	-5.157001				
13	15.232999	-5.497098				
14	15.502902	-5.767001				
15	15.842999	-5.940289				
16	16.220000	-6.000000				
17	17.780000	-6.000000				
18	18.157001	-5.940289				
19	18.497098	-5.767001				
20	18.767001	-5.497098				
21	18.940289	-5.157001				
22	19.000000	-4.780000				
23	19.000000	-1.220000				
24	19.059711	-0.842999				
25	19.232999	-0.502902				
26	19.502902	-0.232999				
27	19.842999	-0.059711				
28	20.220000	0.000000				
29	24.915000	0.000000				
30	29.610000	0.000000				
31	34.305000	0.000000				
32	39.000000	0.000000				
33	39.100000	0.000000				

1	Eu	Ew	Gv			
1	205000000	205000000	82000000			

11	Au	Iw	Av	Cr	Dz	Gs	Mt=1
1	0.00791879	0.00015849	0.00527920	0.000000	406.4	6.3	
2	0.00791879	0.00015849	0.00527920	0.000000	406.4	6.3	
3	0.00791879	0.00001754	0.00527920	-0.819672	406.4	6.3	
4	0.00791879	0.00015849	0.00527920	0.000000	406.4	6.3	
5	0.00791879	0.00001754	0.00527920	0.819672	406.4	6.3	
6	0.00791879	0.00015849	0.00527920	0.000000	406.4	6.3	
7	0.00791879	0.00001754	0.00527920	0.819672	406.4	6.3	
8	0.00791879	0.00015849	0.00527920	0.000000	406.4	6.3	
9	0.00791879	0.00001754	0.00527920	-0.819672	406.4	6.3	
10	0.00791879	0.00015849	0.00527920	0.000000	406.4	6.3	
11	0.00791879	0.00015849	0.00527920	0.000000	406.4	6.3	

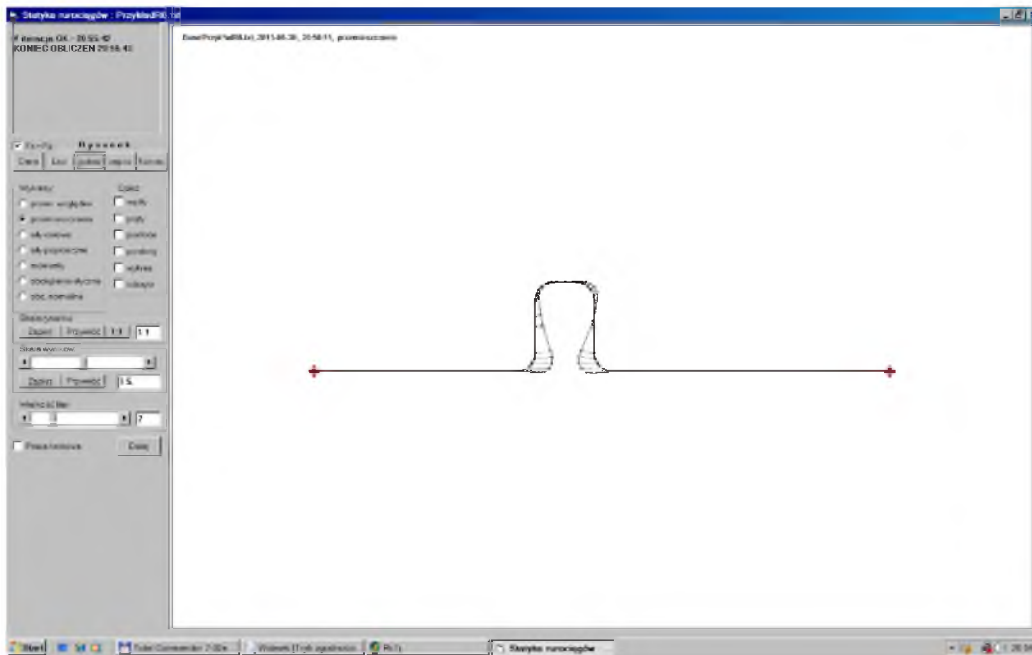
2	ku	fu	kv	fv
1	3100	15.5	19100	136.0
2	1000000	100000.0	1000000	100000.0

32	Lj	Rj	Cn	Fn	Pt	
1	1	2	1	2	0	{ 1 }
2	2	3	2	1	2	{ 1 }
3	3	4	2	1	2	{ 1 }
4	4	5	2	1	2	{ 1 }
5	5	6	3	1	1	{ 1 }
6	6	7	3	1	1	{ 1 }
7	7	8	3	1	1	{ 1 }
8	8	9	3	1	1	{ 1 }
9	9	10	3	1	1	{ 1 }
10	10	11	4	1	2	{ 2 }
11	11	12	5	1	1	{ 2 }
12	12	13	5	1	1	{ 2 }
13	13	14	5	1	1	{ 2 }
14	14	15	5	1	1	{ 2 }
15	15	16	5	1	1	{ 2 }
16	16	17	6	1	2	{ 3 }
17	17	18	7	1	1	{ 3 }
18	18	19	7	1	1	{ 3 }
19	19	20	7	1	1	{ 3 }
20	20	21	7	1	1	{ 3 }
21	21	22	7	1	1	{ 3 }
22	22	23	8	1	2	{ 4 }
23	23	24	9	1	1	{ 4 }
24	24	25	9	1	1	{ 4 }
25	25	26	9	1	1	{ 4 }
26	26	27	9	1	1	{ 4 }
27	27	28	9	1	1	{ 4 }
28	28	29	10	1	2	{ 5 }
29	29	30	10	1	2	{ 5 }
30	30	31	10	1	2	{ 5 }
31	31	32	10	1	2	{ 5 }
32	32	33	10	2	0	{ 6 }
0 {odcinki specjalne}						
0 { podpory }						
0 {obciążenia węzłów}						
0 {obciążenia odcinków}						
1	Lc	Eu	Bw			
1	1	-0.0040	0.00			
::						

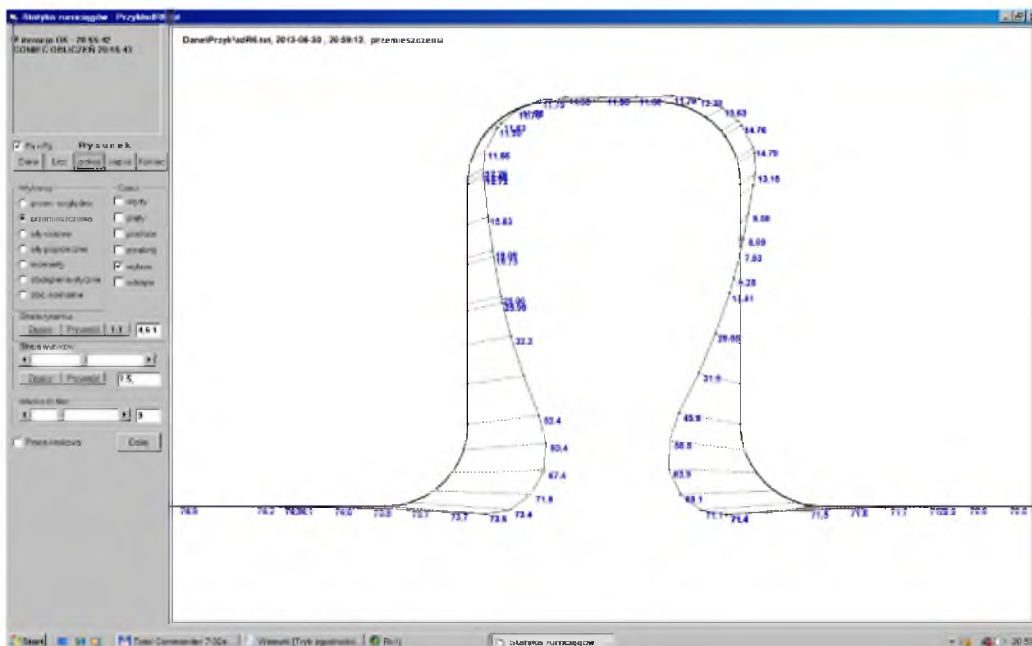
Znaczenie nagłówków kolumn jest następujące:

- X_j, Y_j – współrzędne węzłów,
- Eu, Ew, Gv – moduły sprężystości dla ściskania, zginania i ścinania,
- Au, Iw, Av, Mt – powierzchnie i moduł bezwładności przekroju, materiał,
- ku, fu, kv, fv – współczynniki podatności podłoża i opory graniczne,
- L_j, R_j, C_n, F_n, P_t – numery węzłów (lewego i prawego) każdego odcinka, numery przekroju i podłoża oraz liczba działek. Liczby w nawiasach klamrowych (np. {2}) podają, do jakiego odcinka trasy należą wyspecyfikowane działki,
- M_b, D_s, C_d, V_L, L_c – numer obciążonego odcinka, dystans od początku pręta, kod obciążenia, wartość obciążenia oraz numer stanu obciążenia.

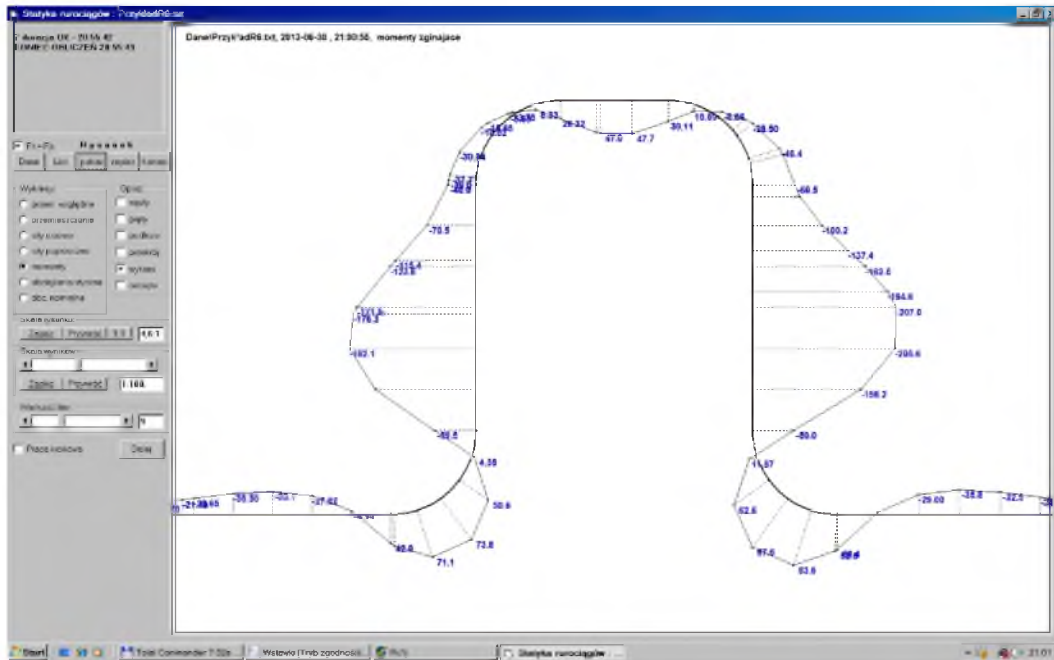
Po uruchomieniu programu RC0, wybraniu pliku danych i wykonaniu obliczeń uzyskuje się wykresy przemieszczeń, sił osiowych i momentów zginających – rys. 6.3. Po zaznaczeniu interesującego fragmentu wykresu myszą i ustawieniu skali można odczytać wyniki obliczeń wprost z wykresu – rys. 6.4. Wybrany fragment można powiększyć i opatrzyć wartościami. Można też wywołać inne wykreślane wielkości (tu np. moment zginający) – rys. 6.5.



Rys. 6.3. Okno programu RC0 – wykres przemieszczeń



Rys. 6.4. Fragment wykresu przemieszczeń



Rys. 6.5. Fragment wykresu momentów zginających

Wyniki obliczeń w postaci tekstowej są zapisane na dysku w podfolderze RC0\Wyniki. Plik ten w rozpatrywanym przykładzie ma następującą postać

PROGRAM RC0 - Rurociągi ciepłownicze
TADEUSZ PASZKIEWICZ, Kwiecień 2005

Obliczenia sieci: PRZYKŁAD R6 - KOMPENSATOR U

PRZEMIESZCZENIA WEZŁOW [mm, mrad]

Wezel	stan	dX	rZ	dY
1	1	77.437	0.001	0.000
2	1	77.418	0.001	0.000
3	1	75.886	-0.004	0.010
4	1	74.549	-0.032	-0.265
5	1	73.412	2.286	5.528
6	1	73.235	-3.972	5.398
7	1	71.710	-11.934	2.786
8	1	67.359	-18.786	-1.342
9	1	60.154	-21.900	-4.887
10	1	52.061	-19.089	-6.128
11	1	11.409	-5.351	-5.626
12	1	10.147	-1.552	-5.741
13	1	10.100	1.107	-5.686
14	1	10.591	2.414	-5.120
15	1	11.001	2.285	-4.234
16	1	11.082	0.491	-3.607
17	1	10.942	-1.537	-4.386
18	1	11.103	-3.694	-5.483
19	1	11.771	-3.800	-6.873
20	1	12.563	-1.803	-7.752
21	1	12.546	2.215	-7.838
22	1	10.691	7.957	-7.652
23	1	-45.052	24.444	-8.185
24	1	-55.119	26.803	-6.640

25	1	-63.841	22.627	-2.340
26	1	-69.061	14.377	2.629
27	1	-70.901	4.990	5.815
28	1	-71.117	-2.409	6.087
29	1	-72.351	0.050	-0.280
30	1	-73.797	0.002	0.012
31	1	-75.453	0.000	0.000
32	1	-77.316	0.000	0.000
33	1	-77.339	0.000	0.000

S I L Y W E W N E T R Z N E I P R Z E M I E S Z C Z E N I A

Odc.	u	N	Q	M	du	dv	pu	pv
2	0.00	569.68	0.04	0.00	-0.38	0.00	1.19	0.00
	0.10	569.74	0.04	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
	1.47	559.14	0.01	-0.05	5.00	0.00	-15.50	-0.04
	2.28	546.64	-0.03	-0.04	7.95	0.00	-15.50	-0.08
	4.56	511.29	-0.40	0.39	16.33	0.01	-15.50	-0.20
3	0.00	511.25	-0.40	0.39	16.33	0.01	-15.50	-0.20
	0.97	496.18	-0.52	0.86	19.91	0.00	-15.50	0.01
	2.28	475.90	0.06	1.30	24.75	-0.06	-15.50	1.08
	4.56	440.53	7.07	-4.98	33.23	-0.26	-15.50	5.05
4	0.00	440.40	7.07	-4.98	33.23	-0.26	-15.50	5.05
	1.54	416.45	13.12	-21.49	39.00	0.00	-15.50	0.00
	2.28	405.03	9.45	-30.30	41.76	0.59	-15.50	-11.36
	4.56	369.65	-109.69	41.99	50.33	5.53	-15.50	-105.58
5	0.00	369.44	-109.69	41.99	50.33	5.53	-15.50	-105.58
	0.04	371.97	-103.21	45.75	50.37	7.12	-15.50	-136.00
	0.38	387.36	-41.86	71.11	47.47	21.10	-15.50	-136.00
6	0.00	387.34	-41.90	71.12	47.47	21.10	-15.50	-136.00
	0.38	383.61	27.63	73.82	40.03	32.52	-15.50	-136.00
7	0.00	383.60	27.55	73.83	40.03	32.52	-15.50	-136.00
	0.38	358.59	92.51	50.57	29.43	38.23	-15.50	-136.00
8	0.00	358.59	92.42	50.59	29.43	38.23	-15.50	-136.00
	0.38	314.76	146.47	4.37	17.54	38.16	-15.50	-136.00
9	0.00	314.76	146.36	4.39	17.54	38.16	-15.50	-136.00
	0.38	256.41	184.24	-59.55	6.13	33.86	-15.50	-136.00
10	0.00	256.42	184.14	-59.54	6.13	33.86	-15.50	-136.00
	1.69	230.27	-45.31	-176.60	5.87	7.12	-15.50	-136.01
	1.78	228.83	-57.10	-171.80	5.86	6.10	-15.50	-116.54
	2.46	218.28	-94.42	-115.77	5.77	0.00	-15.50	0.01
	3.56	201.23	-19.20	-40.39	5.63	-6.76	-15.50	129.15
11	0.00	201.21	-19.03	-39.96	5.63	-6.79	-15.50	129.70
	0.05	199.70	-20.53	-39.01	5.37	-7.12	-16.64	136.00
	0.11	197.61	-22.19	-37.68	5.00	-7.54	-15.50	136.00
	0.11	197.60	-22.20	-37.68	5.00	-7.54	-15.50	136.00
	0.38	188.47	-28.26	-30.74	3.05	-9.21	-9.44	136.00
12	0.00	188.47	-28.24	-30.74	3.05	-9.21	-9.44	136.00
	0.38	176.55	-33.40	-18.81	0.39	-9.14	-1.20	136.00
13	0.00	176.56	-33.38	-18.82	0.39	-9.14	-1.20	136.00
	0.09	173.90	-34.09	-15.65	0.00	-8.74	0.00	136.00
	0.38	166.31	-35.06	-5.60	-1.52	-7.43	4.71	136.00
14	0.00	166.31	-35.03	-5.60	-1.52	-7.43	4.71	136.00
	0.05	165.05	-35.02	-3.75	-1.58	-7.12	4.90	136.01
	0.38	157.09	-39.80	8.33	-2.33	-5.21	7.23	99.49
15	0.00	157.09	-39.79	8.33	-2.33	-5.21	7.23	99.49
	0.38	144.97	-55.38	26.32	-2.24	-3.61	6.94	68.89
16	0.00	144.97	-55.38	26.32	-2.24	-3.61	6.94	68.89
	0.57	146.96	-17.19	47.00	0.00	-3.45	0.00	65.98
	0.78	146.70	-3.38	49.15	0.81	-3.52	-2.52	67.23
	1.56	141.05	54.36	30.11	3.86	-4.39	-11.97	83.77
17	0.00	141.05	54.36	30.11	3.86	-4.39	-11.97	83.77
	0.38	152.42	49.52	10.69	3.57	-6.92	-11.05	132.25
18	0.00	152.42	49.52	10.69	3.57	-6.92	-11.05	132.25
	0.02	153.06	49.71	9.61	3.52	-7.12	-10.90	136.00
	0.38	164.96	51.83	-8.85	2.08	-10.00	-6.43	136.00
19	0.00	164.97	51.85	-8.86	2.08	-10.00	-6.43	136.00
	0.29	176.32	50.76	-23.90	0.00	-11.87	0.00	136.00
	0.38	180.19	49.84	-28.50	-0.73	-12.19	2.26	136.00

20	0.00	180.20	49.87	-28.50	-0.73	-12.19	2.26	136.00
	0.38	197.89	42.67	-46.41	-4.33	-12.03	13.43	136.00
21	0.00	197.90	42.70	-46.42	-4.33	-12.03	13.43	136.00
	0.07	201.24	40.81	-49.28	-5.00	-11.66	15.50	136.00
	0.38	215.31	29.83	-60.49	-7.65	-8.49	15.50	136.00
22	0.00	215.31	29.86	-60.50	-7.65	-8.49	15.50	136.00
	0.17	217.96	53.09	-67.58	-7.67	-7.12	15.50	136.00
	0.95	230.05	108.29	-137.39	-7.78	0.00	15.50	0.00
	1.55	239.33	69.42	-194.60	-7.87	7.12	15.50	-136.00
	1.78	242.91	38.01	-207.00	-7.90	10.43	15.50	-136.00
	3.56	270.51	-204.18	-59.13	-8.18	47.25	15.50	-136.00
23	0.00	270.54	-204.53	-58.90	-8.18	47.25	15.50	-136.00
	0.38	334.47	-161.31	11.85	-23.95	52.23	15.50	-136.00
24	0.00	334.50	-161.44	11.88	-23.95	52.23	15.50	-136.00
	0.38	381.99	-100.57	62.56	-40.16	51.30	15.50	-136.00
25	0.00	382.03	-100.70	62.59	-40.16	51.30	15.50	-136.00
	0.38	408.43	-28.11	87.54	-54.48	42.83	15.50	-136.00
26	0.00	408.47	-28.23	87.57	-54.48	42.83	15.50	-136.00
	0.38	411.18	49.00	83.61	-64.52	27.08	15.50	-136.00
27	0.00	411.22	48.91	83.63	-64.52	27.08	15.50	-136.00
	0.37	391.41	120.05	52.53	-68.41	7.12	15.50	-136.00
	0.38	389.96	123.40	50.43	-68.44	6.09	15.50	-116.27
28	0.00	389.99	123.36	50.44	-68.44	6.09	15.50	-116.27
	2.35	426.44	-10.52	-32.48	-59.64	0.61	15.50	-11.69
	3.06	437.48	-14.17	-23.20	-56.98	0.00	15.50	0.01
	4.70	462.87	-7.13	-4.70	-50.89	-0.28	15.50	5.36
29	0.00	463.19	-7.13	-4.70	-50.89	-0.28	15.50	5.36
	2.35	499.62	0.10	1.41	-42.20	-0.05	15.50	0.95
	3.51	517.69	0.56	0.91	-37.90	0.00	15.50	0.00
	4.69	536.04	0.38	0.33	-33.56	0.01	15.50	-0.22
30	0.00	536.26	0.38	0.33	-33.56	0.01	15.50	-0.22
	2.35	572.67	0.02	-0.05	-24.97	0.00	15.50	-0.06
	3.93	597.21	-0.02	-0.04	-19.21	0.00	15.50	0.00
	3.96	597.75	-0.02	-0.04	-19.08	0.00	15.50	0.00
	4.69	609.08	-0.02	-0.02	-16.43	0.00	15.50	0.01
31	0.00	609.21	-0.02	-0.02	-16.43	0.00	15.50	0.01
	2.35	645.61	0.00	0.00	-7.95	0.00	15.50	0.00
	3.17	658.32	0.00	0.00	-5.00	0.00	15.50	0.00
	4.56	669.11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	4.69	669.01	0.00	0.00	0.48	0.00	-1.50	0.00

Znaczenie nagłówek kolumn tabeli przemieszczeń jest następujące:

dX , rZ , dY – przemieszczenia węzłów w kierunku osi X, [mm]; obrót wokół osi Z, w miliradianach [mrad] oraz przemieszczenia w kierunku osi Y, [mm].

Znaczenie nagłówek kolumn tabeli sił przekrojowych to:

Odc, u – numer kolejny odcinka i rzędna przekroju,

N – siła osiowa, [kN],

Q – siła poprzeczna (ścinająca), [kN],

M – moment zginający, [kNm],

du , dv – przemieszczenia przekroju, osiowe i normalne do osi, [mm],

pu , pv – siły rozłożone działające na rurę, [kN/m].

Dalsze przykłady obliczeń są zapisane w programie RC1 a ich schematy są przedstawione w oddzielnym pliku.

6.4. Komentarze

Przygotowanie danych do obliczeń wymaga wycucia pracy konstrukcji, skupienia się na czynnikach decydujących oraz rezygnacji z czynników nieistotnych. Do interpretacji wyników obliczeń, oceny ich wiarygodności, identyfikacji i eliminacji ewentualnych pomyłek potrzebna jest znajomość statyki budowli oraz metod obliczeń realizowanych przez program.

Korzystanie z każdego programu komputerowego kryje istotne niebezpieczeństwa; fascynując się możliwościami programu, można pominąć pewne istotne czynniki (przykładowo rzeczywiste podatności podpór), co może prowadzić do wyników dalekich od stanu faktycznego.

Inną pułapką jest analiza zbyt dużej sieci jako całości. O ile w obliczeniach hydraulicznych obliczenia kilkukilometrowej sieci są uzasadnione, o tyle w analizie wytrzymałościowej jest to zbędne a nawet niebezpieczne. Proces obliczeń przestaje być stabilny, może dochodzić do oscylacji i uzyskania zupełnie nonsensownych wyników. Najlepiej jest wtedy dzielić sieć na fragmenty, przez wprowadzenie umownych podpór stałych (UPS) usytuowanych wstępnie w połowie długości odcinków prostych, i analizować ich pracę oddzielnie. Różne wartości sił osiowych po obydwu stronach UPS-ów wskazują na potrzebę korekty ich usytuowania (przesunięcia w kierunku większej siły osiowej).. Można nie zmieniać ich usytuowania, ale wtedy trzeba zamienić podpory umowne na podpory stałe (PS) obliczone na różnicę sił osiowych.

Kompensatory mieszkowe (lub dławicowe) przerywają ciągłość konstrukcji sieci - dzielą sieć na elementy. Pracę tych elementów należy analizować oddzielnie. Kompensatory mieszkowe można zastąpić podporami sprężystymi (lub ciernymi) o parametrach dostosowanych do ich charakterystyki oraz siłami osiowymi przyłożonymi na końcach elementów, gdy sieć podlega działaniu ciśnienia.

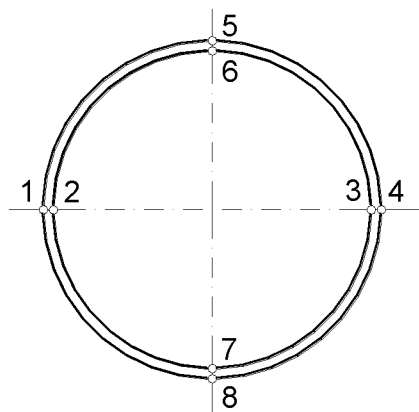
Suplement: UWAGI DO OBLICZEŃ WYTRZYMAŁOŚCIOWYCH

Obliczenia statyczne stanowią podstawę obliczeń wytrzymałościowych sieci. Znajomość uogólnionych sił wewnętrznych jest niezbędna do sprawdzenia poprawności przyjętych rozwiązań konstrukcyjnych.

Sprawdzenie stanów granicznych nośności konstrukcji sprowadza się do:

- porównania wartości ekstremalnych obliczeniowych sił wewnętrznych z nośnością katalogową elementów (kolan, odgałęzień, armatury i wyposażenia), wytwarzanych fabrycznie,
- wyznaczenia ekstremalnych obliczeniowych naprężeń składowych obwodowych i osiowych oraz maksymalnych obliczeniowych naprężeń zredukowanych występujących w ściance rury przewodowej,
- porównania maksymalnych obliczeniowych naprężeń zredukowanych z obliczeniową wytrzymałością materiału.

Maksymalnych naprężeń zredukowanych poszukuje się w rejonach środków długości odcinków prostych, w miejscach usytuowania podpór oraz w rejonach łuków w 8 punktach charakterystycznych leżących na zewnętrznej i wewnętrznej powierzchni ścianki rury przewodowej (rys. S.1).



Rys. S.1. Punkty charakterystyczne ścianki rury przewodowej

Naprężenia składowe można wyznaczyć dokładnie tylko na odcinkach prostych i na łukach o dużym promieniu gięcia (większym od około 3 - 5 d). W przypadku łuków i kolan o małym promieniu gięcia, poddanych zginaniu w ich płaszczyźnie, rozkład naprężeń osiowych staje się nieregularny. Stopień nieregularności zależy od parametru geometrycznego łuku określonego wzorem

$$\lambda = \frac{s R_o}{r_m^2} \quad (\text{S.1})$$

gdzie: s – grubość ścianki rury przewodowej, [m],

R_o – promień łuku mierzony do osi rury przewodowej, [m],

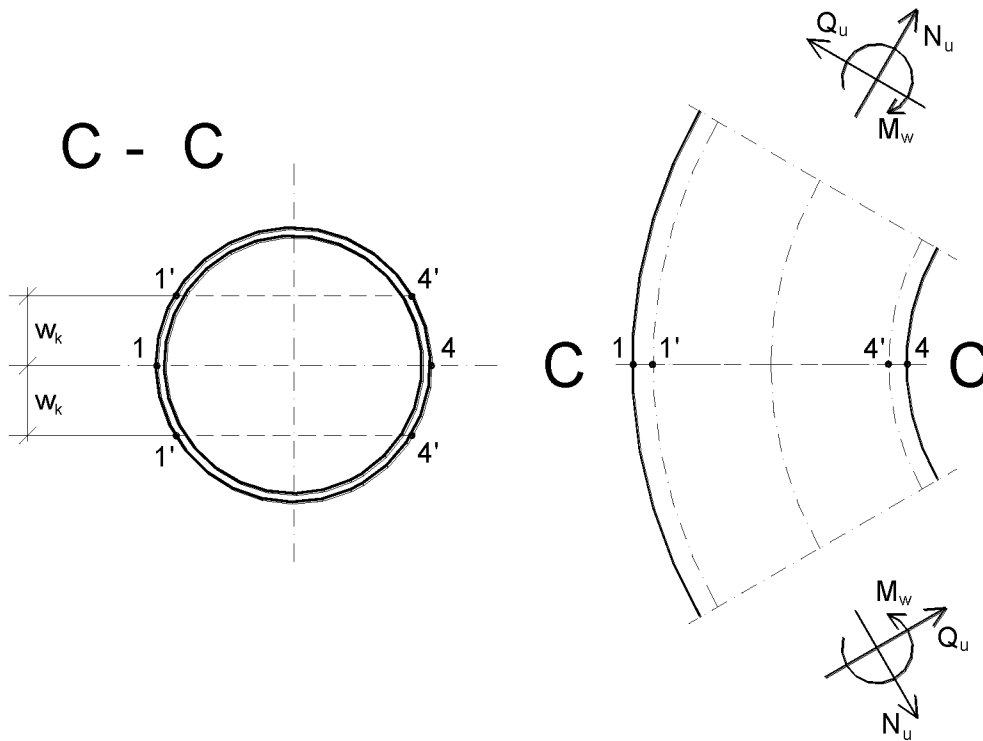
r_m – średni promień rury przewodowej mierzony do osi ścianki rury, [m].

Gdy $\lambda > 1,472$, ekstremalne naprężenia składowe występują w tych samych 8 punktach rury co na odcinkach prostych.

Gdy $\lambda < 1,472$, punkty występowania ekstremalnych naprężeń osiowych i obwodowych nie pokrywają się. Trajektorie ekstremalnych naprężeń osiowych wynikających z działania momentu zginającego M_w występują wówczas w punktach 1' i 4' (rys. S.2), oddalonych od płaszczyzny łuku o

$$|w_k| = r_z \sqrt{\frac{13 - 6\lambda^2}{18}} \quad (\text{S.2})$$

gdzie: r_z – zewnętrzny promień rury przewodowej, [m].



Rys. S.2. Miejsca występowania ekstremalnych naprężeń osiowych na łuku, dla $0,5 < \lambda < 1,472$

Gdy $1,0 < \lambda < 1,472$, naprężenia osiowe w punktach 1 – 4, wynikające z działania momentu zginającego, są niewiele mniejsze od naprężeń w punktach 1' – 4' (w przybliżeniu można przyjąć, że są równe naprężeniom w punktach 1' – 4').

Gdy $0,5 < \lambda < 1,0$, naprężenia osiowe w punktach 1 – 4 są wyraźnie mniejsze od naprężeń w punktach 1' – 4'.

Gdy $\lambda < 0,5$, naprężenia osiowe w punktach 1 – 4, wynikające z działania momentu zginającego M_w , są równe zero.

Na łukach i kolanach działanie momentu zginającego M_w oprócz naprężeń wzdłużnych (jak na odcinkach prostych) generuje także powstanie naprężeń obwodowych σ_t . Naprężenia te sumują się z naprężeniami wynikającymi z działania obciążeń obwodowych.

Na wielkość naprężeń składowych na łukach „krótkich” ma także wpływ odpór i opór gruntu. Problem ten nie został dotąd zbadany.

Wzory przydatne do szacowania ekstremalnych naprężeń składowych w rurociągach ciepłowniczych zestawiono w tablicach 1 i 2 [2].

Znając ekstremalne naprężenia obwodowe i osiowe, naprężenia zredukowane wyznacza się według hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego [3]

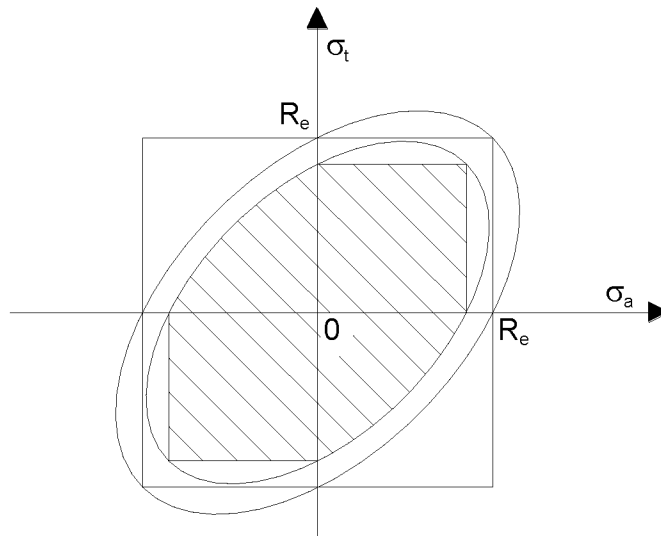
$$\sigma_{\text{red}} = \sqrt{\sigma_t^2 + \sigma_a^2 - \sigma_a \sigma_t + 3\tau^2} \quad (\text{S.3})$$

gdzie: σ_t – naprężenie obwodowe,

σ_a – naprężenie osiowe,

τ – naprężenie styczne.

Pole dopuszczalnych wartości naprężeń składowych przedstawia rys. S.3.



Rys. S.3. Pole dopuszczalnych naprężeń składowych

Szczególnej uwagi wymagają przypadki, w których naprężenia obwodowe i osiowe są różnych znaków. Dzieje się tak często na terenach górniczych. Wówczas szybko dochodzi do wyczerpania nośności konstrukcji.

Uznaje się, że stan graniczny nośności konstrukcji jest spełniony, gdy ekstremalne obliczeniowe siły wewnętrzne występujące w elementach sieci i w armaturze są mniej-

sze od nośności katalogowej tych elementów oraz gdy maksymalne obliczeniowe naprężenia zredukowane w żadnym punkcie ścianki rury przewodowej nie przekraczają obliczeniowej wytrzymałości materiału.

Gdy parametr łuku λ jest mniejszy od 1,0 do wyznaczania naprężeń w kolanach „krótkich” i trójnikach powinny być stosowane komputerowe metody obliczeń (MES). Jako wielkości wejściowe do obliczeń, mogą służyć przywęzłowe siły przekrojowe wyznaczone programem RC.

Na wielkość i rozkład naprężeń w kolanach „krótkich” duży wpływ ma technologia ich wytwarzania. W toku produkcji często dochodzi do owalizacji przekroju oraz do zróżnicowania grubości ścianki rury po zewnętrznej i wewnętrznej stronie łuku, tym większego, im mniejsza jest grubość ścianki oraz im mniejszy jest promień gięcia łuku. Rzeczywiste naprężenia wewnętrzne mogą znacznie odbiegać od wartości wyliczonych komputerowo. Z tego powodu kolana (i trójniki) produkowane fabrycznie, z przeznaczeniem dla sieci ciepłowniczych układanych bezpośrednio w gruncie powinny być traktowane jako elementy katalogowe. Ich nośność powinna być określona eksperymentalnie (z uwzględnieniem parcia i oporu gruntu) i gwarantowana przez producenta.

BIBLIOGRAFIA

1. Bęczkowski W.: Rurociągi energetyczne. Cz. II. Sprężystość i wytrzymałość układów. WNT, Warszawa 1965.
2. PN-79/M-34033 – Rurociągi pary i wody gorącej. Obliczenia grubości ścianek rur.
3. Rżysko J.: Statyka i wytrzymałość materiałów. PWN, Warszawa 1971.

Tablica 1

Wzory do wyznaczania naprężeń w prostych rurach
(według PN-79/M-34033)

Naprężenie składowe	Siła wewnętrzna	Punkt ścianki rury (rys. S.1)							
		1	2	3	4	5	6	7	8
Naprężenie obwodowe σ_t	Siła obwodowa N_s	$\pm \frac{N_s}{A_s}$							
	Moment obwodowy M_s	$\pm \frac{M_s}{W_s}$							
Naprężenia osiowe σ_a	Siła osiowa N_u	$\pm \frac{N_u}{A_o}$							
	Moment zginający M_w	$\pm \frac{M_w}{W_z}$	$\pm \frac{M_w}{W_w}$	$\mp \frac{M_w}{W_w}$	$\mp \frac{M_w}{W_z}$	0			
	Moment zginający M_v	0				$\pm \frac{M_v}{W_z}$	$\pm \frac{M_v}{W_w}$	$\mp \frac{M_v}{W_w}$	$\mp \frac{M_v}{W_z}$
Naprężenia styczne τ	Siła poprzeczna Q_{uv}	0				$\frac{Q_{uv}}{A_t}$			
	Siła poprzeczna Q_{uw}	$\frac{Q_{uw}}{A_t}$				0			

Tablica 2

Wzory do wyznaczania naprężeń w łukach i kolanach
(według PN-79/M-34033)

Naprężenia składowe	Siły wewnętrzne	Punkt ścianki rury wg rys. S.2							
		1	2	3	4	5	6	7	8
Naprężenie obwodowe σ_t	Siła obwodowa / N_p	$\pm \frac{N_s}{A_s}$							
	Moment zginający M_s	$\pm \frac{M_s}{W_s}$							
	Moment zginający M_w	$\mp \frac{M_w}{W_z} n_1$	$\pm \frac{M_w}{W_w} n_1$	$\mp \frac{M_w}{W_z} n_1$	$\pm \frac{M_w}{W_z} n_4$	$\mp \frac{M_w}{W_w} n_3$	$\pm \frac{M_w}{W_z} n_4$		
Naprężenia osiowe σ_a	Siła osiowa / N_u	$\pm \frac{N_u}{A_o}$							
	Moment zginający M_w	$\pm \frac{M_w}{W_z} m$	$\pm \frac{M_w}{W_w} m$	$\mp \frac{M_w}{W_w} m$	$\mp \frac{M_w}{W_z} m$	0			
	Moment zginający M_v	0				$\pm \frac{M_v}{W_z} m$	$\pm \frac{M_v}{W_w} m$	$\mp \frac{M_v}{W_w} m$	$\mp \frac{M_v}{W_z} m$
Naprężenia styczne τ	Siła poprzeczna Q_{uw}	0				$\frac{Q_{uw}}{A_t}$			
	Siła poprzeczna Q_{uv}	$\frac{Q_{uv}}{A_t}$							

Oznaczenia do tablic 1 i 2

$$A_s = 1 s \text{ [m}^2\text{]} \quad A_o = \frac{\pi}{4} (d_z^2 - d_w^2) \text{ [m}^2\text{]}, \quad A_t = 2(d_z - s) s \text{ [m}^2\text{]},$$

$$W_s = \frac{1 s^2}{6} \text{ [m}^3\text{]} \quad W_z = \frac{\pi (d_z^4 - d_w^4)}{32 d_z} \text{ [m}^3\text{]} \quad W_w = \frac{\pi (d_z^4 - d_w^4)}{32 d_w} \text{ [m}^3\text{]}$$

$$n_1 = \frac{18 \lambda}{1 + 12 \lambda^2} \quad n_2 = \frac{r_m}{R_o} \frac{2 + 12 \lambda^2}{1 + 12 \lambda^2} \quad n_3 = n_1 + n_2 \quad n_4 = n_1 - n_2 \quad \lambda = \frac{s R_o}{r_m^2}$$

$$m = \frac{12 \lambda^2 - 2}{12 \lambda^2 + 1} \quad \text{dla } \lambda \geq 1,472 \quad m = \frac{2}{3} k \sqrt{\frac{5 + 6 \lambda^2}{12}} \quad \text{dla } \lambda < 1,472 \quad k = 1 + \frac{9}{12 \lambda^2 + 1 - j}$$

λ	0	0,05	0,1	0,2	0,3	0,5	0,75	1,0
j	1,00000	0,76250	0,56840	0,30740	0,17640	0,07488	0,03526	0,02026

KONTAKT

dr inż. Rudolf MOKRO)SZ

rmokrosz@interia.pl

tel. 32 271 82 55

mgr inż. Tadeusz PASZKIEWICZ

tel. 22 490 45 87

tel. kom. 609 97 62 97

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

ul. Akademicka 5, 44-100 Gliwice

tel. (32) 237-13-81, faks (32) 237-15-02

www.wydawnictwopolitechniki.pl

Sprzedaż i Marketing

tel. (32) 237-18-48

wydawnictwo_mark@polsl.pl

Nakł. 100 + 50

Ark. wyd. 7

Ark. druk. 5,375

Papier offset 70x100,80 g

Oddano do druku

Podpisano do druku

Druk ukończono

Wydrukowano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach, ul. Kujawska 1
zam.