Jerzy KUDŁA Katedra Maszyn i Urządzeń Elektrycznych Politechniki Śląskiej

WERYFIKACJA WIARYGODNOŚCI MODELU MATEMATYCZNEGO MASZYNY INDUKCYJNEJ W STANACH NIEUSTALONYCH UWZGLĘDNIAJĄCEGO ZJAWISKO NASYCENIA

Streszczenie. W artykule przedstawiono model matematyczny maszyny indukcyjnej obowiązujący w stanach nieustalonych, w którym uwzględniono zjawisko nasycania się rdzeni magnetycznych maszyny przez pole magnetyczne główne i pola rozproszeń. Wykorzystując parametry elektromagnetyczne maszyny estymowane na podstawie charakterystyk statycznych przeprowadzono badania symulacyjne jej stanów dynamicznych. Wyniki symulacji procesu rozruchu silnika porównano z wynikami pomiaru dokonując w ten sposób oceny wiarygodności modelu.

VERIFICATION OF THE RELIABILITY OF AN INDUCTION MACHINE MATHEMATICAL MODEL IN THE TRANSIENT STATE TAKING INTO ACCOUNT SATURATION EFEECT

Summary. In the paper an induction machine mathematical model in the transient state in which the saturation effect of the machine magnetic cores by the main and leakage magnetic fields has been taken into account is presented. The simulation investigations of the transient state have been performed using the electromagnetic parameters of the machine, which have been estimated basing on steady state characteristics. Results of the simulations and measurements during start-up have been compared and the reliability of the mathematical model has been verified.

1. WPROWADZENIE

Badania oraz analiza właściwości eksploatacyjnych maszyn indukcyjnych pracujących w systemach elektromechanicznych dokonywane są coraz częściej za pomocą komputerów przy wykorzystaniu specjalistycznego oprogramowania. Oprogramowanie to wykorzystując sformułowane w języku algorytmicznym modele matematyczne maszyn indukcyjnych oraz innych elementów badanych systemów umożliwia przeprowadzenie wszechstronnych eksperymentów symulacyjnych odtwarzających różnorodne stany pracy systemów w tym także stany awaryjne.

Przydatność przeprowadzonych badań symulacyjnych zależy od wielu czynników, przy czym do szczególnie ważnych można zaliczyć wiarygodność uzyskanych w taki sposób wyników obliczeń oraz wyciąganych na ich podstawie wniosków.

Wiarygodność badań symulacyjnych, której miarą mogą być wyznaczone dla typowych stanów pracy różnice między wynikami pomiarów a wynikami obliczeń komputerowych zależy przede wszystkim od:

- dokładności odwzorowania w modelach matematycznych maszyn elektrycznych zjawisk elektromagnetycznych decydujących o ich właściwościach eksploatacyjnych,
- dokładności wyznaczenia poprzez pomiar lub obliczenia parametrów elektromagnetycznych występujących w równaniach tworzących ich modele matematyczne.

Do zjawisk, które mają duży wpływ na właściwości maszyny, zaliczyć można zjawisko nasycania się rdzeni magnetycznych stojana i wirnika zarówno w polu magnetycznym głównym, jak i polu rozproszenia. Nieuwzględnienie tego zjawiska może być przyczyną błędów między wynikami badań symulacyjnych i pomiarowych, szczególnie widocznych przy zmianach stanu nasycenia rdzeni magnetycznych maszyny. W niniejszej pracy przedstawiono model matematyczny maszyny indukcyjnej obowiązujący dla stanów nieustalonych oraz dokonano weryfikacji tego modelu wykorzystując w tym celu parametry elektromagnetyczne estymowane z charakterystyk statycznych [4,5].

2. MODEL MATEMATYCZNY MASZYNY INDUKCYJNEJ W STANACH NIEUSTALONYCH

Modele matematyczne maszyn indukcyjnych formułuje się zwykle we współrzędnych naturalnych (fazowych), następnie stosując odpowiednie transformacje przekształca się równania tworzące modele do prostszych postaci w tak zwanych dwuosiowych układach współrzędnych. W dalszej kolejności wielkości elektromagnetyczne występujące w dwuosiowych układach współrzędnych zastępuje się często wektorami przestrzennymi upraszczając końcową postać równań maszyny [6].

Ze względu na to, że wpływ zjawiska nasycenia stosunkowo łatwo jest uwzględnić poprzez modyfikację równań maszyny indukcyjnej, w których wielkości elektromagnetyczne wyrażone są za pomocą wektorów przestrzennych i ich składowych osiowych, w dalszej części pracy równania te będą stanowiły podstawę rozważań.

Zjawisko nasycania się rdzeni ferromagnetycznych stojana i wirnika maszyny indukcyjnej z wirnikiem jednoklatkowym, w którym pomija się zjawisko wypierania prądu, można uwzględnić w jej monoharmonicznym modelu matematycznym przyjmując oprócz tradycyjnych [6] nowe dodatkowe założenia:

- charakterystyki magnesowania rdzeni ferromagnetycznych stojana i wirnika są nieliniowe jednoznaczne,
- zjawiska nasycania się rdzeni magnetycznych maszyny przez pole magnetyczne główne i pola rozproszenia są od siebie niezależne, tak że można je analizować oddzielnie,

wektory przestrzenne sprzężeń magnetycznych pola głównego oraz pól rozproszeń stojana
i wirnika są nieliniowymi funkcjami modułu i argumentu wektorów przestrzennych
odpowiednich prądów: prądu stojana (pole rozproszenia stojana) i prądu wirnika (pole
rozproszenia wirnika) oraz prądu magnesującego (pole główne)

$$\underline{\Psi}_{\sigma s} = \underline{\Psi}_{\sigma s}(I_s, \gamma_s), \quad \underline{\Psi}_{\sigma r}^{\bullet} = \underline{\Psi}_{\sigma r}^{\bullet}(I_r^{\bullet}, \gamma_r), \quad \underline{\Psi}_m = \underline{\Psi}_m(I_m, \gamma_m), \quad (1)$$

 wektory przestrzenne sprzężeń magnetycznych stojana i wirnika z odpowiednimi polami można wyrazić za pomocą nieliniowych syntetycznych charakterystyk sprzężeń magnetycznych zależnych tylko od modułów odpowiednich prądów:

$$\underline{\Psi}_{\sigma\sigma}(I_s, \gamma_s) \cong \Psi_{\sigma\sigma}(I_s) e^{j\gamma_s}, \quad \underline{\Psi}_{\sigma r}^{\bullet}(I_r, \gamma_r) \cong \Psi_{\sigma r}^{\bullet}(I_r^{\bullet}) e^{j\gamma_r}, \\
\underline{\Psi}_m(I_m, \gamma_m) = \Psi_m(I_m) e^{j\gamma_m}.$$
(2)

Przyjmując powyższe założenia równania maszyny indukcyjnej [3] można po przekształceniach doprowadzić do układu równań różniczkowych napięciowo-prądowych o następującej postaci

$$\begin{bmatrix} U_s \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{ss} & R_{sr} \\ R_{rs} & R_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_s \\ I_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{Dss} & L_{Dsr} \\ L_{Dsr}^T & L_{Drr} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_s \\ I_r \end{bmatrix},$$
(3)

$$\frac{J}{p} \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_e - M_m \quad ; \quad M_e = pL_m(I_m) \left(I_{mx} I_{sy} - I_{my} I_{sy} \right). \tag{4}$$

Występujące w tych równaniach wektory i macierze przyjmują postać:

- wektory

$$U_{s} = \begin{bmatrix} U_{sx} & U_{sy} \end{bmatrix}^{T}, \quad I_{s} = \begin{bmatrix} I_{sx} & I_{sy} \end{bmatrix}^{T}, \quad I_{r} = \begin{bmatrix} I^{\bullet}_{rx} & I^{\bullet}_{ry} \end{bmatrix}^{T}, \quad (5)$$

macierze zawierające rezystancje i indukcyjności statyczne

$$R_{ss} = \left[\frac{R_s}{\omega_x \left(L_{\sigma s}\left(I_s\right) + L_m\left(I_m\right)\right)} - \frac{\omega_x \left(L_{\sigma s}\left(I_s\right) + L_m\left(I_m\right)\right)}{R_s}\right],\tag{6}$$

$$R_{rr} = \left[\frac{R_r^{\bullet}}{(\omega_x - \omega)\left(L_{\sigma r}^{\bullet}(I_r^{\bullet}) + L_m(I_m)\right)} - (\omega_x - \omega)\left(L_{\sigma r}^{\bullet}(I_r^{\bullet}) + L_m(I_m)\right)}{R_r^{\bullet}}\right],\tag{7}$$

$$R_{gr} = \begin{bmatrix} 0 & |-\omega_x L_m(I_m)| \\ \omega_x L_m(I_m) & | & 0 \end{bmatrix},$$
(8)

$$R_{rs} = \begin{bmatrix} 0 & | -(\omega_x - \omega) L_m(I_m) \\ \overline{(\omega_x - \omega)} L_m(I_m) & 0 \end{bmatrix},$$
(9)

macierze zawierające nieliniowe indukcyjności dynamiczne

$$L_{Dss} = \begin{bmatrix} L_{Dosx}(I_s, \gamma_s) + L_{Dmx}(I_m, \gamma_m) & L_{Dosxy}(I_s, \gamma_s) + L_{Dmxy}(I_m, \gamma_m) \\ L_{Dosxy}(I_s, \gamma_s) + L_{Dmxy}(I_m, \gamma_m) & L_{Dosy}(I_s, \gamma_s) + L_{Dmy}(I_m, \gamma_m) \end{bmatrix},$$
(10)

$$L_{Drr} = \begin{bmatrix} \frac{L_{Dorx}^{*}(I_{r}^{*},\gamma_{r}) + L_{Dmx}(I_{m},\gamma_{m})}{L_{Dorxy}^{*}(I_{r}^{*},\gamma_{r}) + L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m})} \end{bmatrix} \\ L_{Dory}^{*}(I_{r}^{*},\gamma_{r}) + L_{Dmxy}(I_{m},\gamma_{m}) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$L_{Dsr} = \begin{bmatrix} L_{Dmx}(I_m, \gamma_m) & L_{Dmxy}(I_m, \gamma_m) \\ L_{Dmxy}(I_m, \gamma_m) & L_{Dym}(I_m, \gamma_m) \end{bmatrix}.$$
(12)

Występujące w macierzach indukcyjności statyczne i dynamiczne maszyny dla pola magnetycznego głównego i pól rozproszenia wynoszą

indukcyjności dynamiczne stojana związane z polem głównym

$$L_{Dmx}(I_{m}, \gamma_{m}) = L_{Dm}(I_{m})\cos^{2}(\gamma_{m}) + L_{m}(I_{m})\sin^{2}(\gamma_{m}),$$

$$L_{Dmy}(I_{m}, \gamma_{m}) = L_{Dm}(I_{m})\sin^{2}(\gamma_{m}) + L_{m}(I_{m})\cos^{2}(\gamma_{m}),$$

$$L_{Dmxy}(I_{m}, \gamma_{m}) = \frac{1}{2}(L_{Dm}(I_{m}) - L_{m}(I_{m}))\sin^{2}(2\gamma_{m}),$$
(13)

indukcyjności dynamiczne stojana związane z polem rozproszenia

$$L_{D\sigma sx}(I_{s},\gamma_{s}) = L_{D\sigma s}(I_{s})\cos^{2}(\gamma_{s}) + L_{\sigma s}(I_{s})\sin^{2}(\gamma_{s}),$$

$$L_{D\sigma sy}(I_{s},\gamma_{s}) = L_{D\sigma s}(I_{s})\sin^{2}(\gamma_{s}) + L_{\sigma s}(I_{s})\cos^{2}(\gamma_{s}),$$

$$L_{D\sigma sxy}(I_{s},\gamma_{s}) = \frac{1}{2} (L_{D\sigma s}(I_{s}) - L_{\sigma s}(I_{s}))sin(2\gamma_{s}),$$
(14)

indukcyjności dynamiczne wirnika związane z polem rozproszenia

$$L^{\bullet}_{D\sigmarx}(I^{\bullet}_{r},\gamma_{r}) = L^{\bullet}_{D\sigmar}(I^{\bullet}_{r})\cos^{2}(\gamma_{r}) + L^{\bullet}_{\sigmar}(I^{\bullet}_{r})\sin^{2}(\gamma_{r}),$$

$$L^{\bullet}_{D\sigmary}(I^{\bullet}_{r},\gamma_{r}) = L^{\bullet}_{D\sigmar}(I^{\bullet}_{r})\sin^{2}(\gamma_{r}) + L^{\bullet}_{\sigmar}(I^{\bullet}_{r})\cos^{2}(\gamma_{r}),$$

$$L^{\bullet}_{D\sigmarxy}(I^{\bullet}_{r},\gamma_{r}) = \frac{1}{2} \Big(L^{\bullet}_{D\sigmar}(I^{\bullet}_{r}) - L^{\bullet}_{\sigmar}(I^{\bullet}_{r}) \Big) sin(2\gamma_{r}),$$
(15)

gdzie:

$$L_{Dm}(I_m) = \frac{\partial \Psi_m(I_m)}{\partial I_m}, \quad L_{Dos}(I_s) = \frac{\partial \Psi_{os}(I_s)}{\partial I_s}, \quad L^{\bullet}_{Dor}(I^{\bullet}_r) = \frac{\partial \Psi^{\bullet}_{or}(I^{\bullet}_r)}{\partial I_r}, \quad (16)$$

indukcyjności statyczne stojana i wirnika związane z polem głównym i polem rozproszenia

$$L_m(I_m) = \frac{\Psi_m(I_m)}{I_m}, \quad L_{\sigma s}(I_s) = \frac{\Psi_{\sigma s}(I_s)}{I_s}, \qquad L_{\sigma r}^{\bullet}(I_r^{\bullet}) = \frac{\Psi_{\sigma r}(I_r^{\bullet})}{I_r^{\bullet}}.$$
 (17)

3. PARAMETRY ELEKROMAGNETYCZNE MODELU MATEMATYCZNEGO MASZYNY

Przedstawiony powyżej model matematyczny maszyny indukcyjnej nie jest w pełni modelem parametrycznym. Aproksymując syntetyczne charakterystyki sprzężeń magnetycznych za pomocą funkcji analitycznych o nieznanych współczynnikach:

$$\begin{aligned} \Psi_{\sigma s}(I_s) &= A_{\sigma s} \operatorname{arctg}(B_{\sigma s}I_s) + C_{\sigma s}I_s, \quad \Psi_{\sigma r}^{\bullet}(I_r) &= A_{\sigma r} \operatorname{arctg}(B_{\sigma r}I_r^{\bullet}) + C_{\sigma r}I_r^{\bullet}, \\ \Psi_m(I_m) &= A_m \operatorname{arctg}(B_mI_m), \end{aligned}$$

otrzymuje się w pełni parametryczny model maszyny. W modelu tym wektor parametrów elektromagnetycznych maszyny ma postać:

$$P = \begin{bmatrix} R & P_{\sigma s} & P_{\sigma r} & P_m \end{bmatrix}^T$$
(19)

gdzie:

$$R = \begin{bmatrix} R_s & R_r^{\bullet} \end{bmatrix}^T, \quad P_{\sigma s, r} = \begin{bmatrix} A_{\sigma s, r} & B_{\sigma s, r} & C_{\sigma s, r} \end{bmatrix}^T, \quad P_m = \begin{bmatrix} A_m & B_m \end{bmatrix}^T.$$
(20)

Parametry elektromagnetyczne modelu matematycznego maszyny można estymować na podstawie jej charakterystyk statycznych i dynamicznych [1,2] korzystając przy tym z różnych algorytmów optymalizacyjnych. W pracach [4,5] przedstawiono metodykę estymacji parametrów elektromagnetycznych silnika przy wykorzystaniu charakterystyk mocy czynnej i biernej silnika w funkcji prędkości obrotowej wirnika i zastosowaniu algorytmu genetycznego i gradientowego. Wyniki estymacji w postaci zbioru parametrów silnika indukcyjnego klatkowego o następujących danych znamionowych

$$P_N = 3 \ kW$$
; $U_{sN} = 220 / 380 \ V; I_{sN} = 11.5 / 6.7 \ A;$
 $cos(\phi_{sN}) = 0.82 \ ; n_n = 1430 \ obr / min$

dla dwóch napięć zasilania silnika zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1

Parametry	<i>U</i> _s =380 V	<i>U</i> _s =220 V
$A_{\sigma s} = A_{\sigma r}$	0,137	0,135
$B_{\sigma s} = B_{\sigma r}$	0,0760	0,0616
$C_{\sigma\sigma} = C_{\sigma r}$	0,00372	0,00339
R_s	2,255	2,436
R_r^{\bullet}	1,258	1,251
A_m	1,3	
B_m	0,226	

Wyniki estymacji parametrów

4. WERYFIKACJA MODELU MATEMATYCZNEGO MASZYNY INDUKCYJNEJ UWZGLĘDNIAJĄCEGO ZJAWISKO NASYCENIA

Wyznaczone na podstawie pomiarów parametry elektromagnetyczne nieliniowego modelu matematycznego maszyny indukcyjnej umożliwiają przeprowadzenie badań symulacyjnych właściwości dynamicznych i statycznych maszyny indukcyjnej w różnorodnych stanach jej pracy. Wyniki takich badań można wykorzystać do oceny wiarygodności opracowanego modelu matematycznego maszyny. Weryfikację modelu i jego parametrów przeprowadza się zazwyczaj dla typowych warunków pracy maszyny, rzadziej do stanów awaryjnych. W przypadku nieliniowego modelu matematycznego maszyny indukcyjnej, uwzględniającego zjawisko nasycenia, korzystne jest przeprowadzenie takiej weryfikacji dla różnych stopni nasycenia rdzeni magnetycznych Miarą wiarygodności opracowanego modelu oraz wyznaczonego zbioru parametrów są zwykle różnice pomiędzy przebiegami czasowymi lub charakterystykami maszyny zmierzonymi na obiekcie rzeczywistym oraz obliczonymi za pomocą komputerów przy wykorzystaniu jej modelu matematycznego. W niniejszej pracy taką weryfikację przeprowadzono zarówno dla stanu ustalonego i nieustalonego.

Poniżej w postaci wykresów i charakterystyk przedstawiono wyniki pomiarów oraz wyniki badań symulacyjnych. Pomiary i symulacje wykonano dla dwóch wartości napięcia zasilania maszyny: napięcia znamionowego (380 V) oraz napięcia (220 V), zmieniając w ten sposób stan nasycenia rdzeni magnetycznych maszyny. Wyniki badań przedstawiono na rys.1-4.



Rys.1. Wykresy mocy czynnej i biernej stojana zmierzone (p) i obliczone (m) Fig.1. Plot of the measured (m) and calculated (p) stator active and passive power

Przedstawione na rys. 1 wykresy mocy czynnej i biernej stojana w funkcji prędkości obrotowej wirnika pozwalają ocenić jakość estymacji parametrów elektromagnetycznych silnika oraz wiarygodność modelu matematycznego maszyny w stanach statycznych

Przedstawione natomiast na rys.2 przebiegi czasowe prądu stojana i prędkości obrotowej wirnika podczas rozruchu silnika umożliwiają dokonanie takiej weryfikacji w stanach dynamicznych.



Rys.2. Przebieg czasowy prądu stojana silnika podczas rozruchu silnika zmierzony i obliczony





Rys.3. Przebieg czasowy prędkości obrotowej wirnika podczas rozruchu silnika zmierzony i obliczony

Fig.3. Time waveform of measured and calculated rotational rotor speed during start-up





Fig.4. Time waveform of the measured and calculated stator current during start-up

Z porównania charakterystyk oraz przebiegów czasowych dla różnych napięć zasilania stojana wynika dobra zgodność charakterystyk maszyny rzeczywistej z charakterystykami wyznaczonymi na podstawie modelu. Pojawiające się rozbieżności pomiędzy wynikami symulacji oraz pomiarów, szczególnie widoczne pod koniec rozruchu, związane są według oceny autora, z dynamiką zmian prędkości obrotowej wirnika. Wolniej narastająca prędkość obrotowa wirnika w rzeczywistym silniku indukcyjnym w porównaniu z prędkością obrotową obliczoną z symulacji związana jest z nieuwzględnieniem w modelu matematycznym maszyny zjawisk pasożytniczych, które powodują obniżenie charakterystyki momentu elektromagnetycznego silnika.

5 UWAGI KONCOWE

Przedstawiony w artykule model matematyczny maszyny indukcyjnej uwzględniający zjawisko nasycania się rdzeni magnetycznych maszyny w polu magnetycznym głównym oraz w polach rozproszenia w dostatecznie dokładny sposób odwzorowuje właściwości rzeczywistej maszyny indukcyjnej klatkowej, w której można pominąć zjawisko wypierania w prętach wirnika oraz wpływ wyższych harmonicznych przestrzennych.

Przyjmując upraszczające założenie, że zjawisko nasycenia obwodu magnetycznego dla pola rozproszenia wirnika wpływa jedynie na strumień magnetyczny wspólny dla pręta wirnika glębokożłobkowego lub prętów wirnika dwuklatkowego, rozważany model można rozszerzyć także na silniki dwuklatkowe i głębokożłobkowe

LITERATURA

- Hickiewicz J., Macek-Kamińska K., Wach P.: Algorithmic Methods of Induction Machines Parameters Estimation from Measured Slip-Curves, Archiv fur Elektrotechnik, 1989, no. 72, s. 239-249.
- Hickiewicz J., Macek-Kamińska K., Wach P.: Simulation investigations and parameters estimation of induction machine's model considering saturation of leakage inductances. Proc. of ICEM 1988, s. 271-276.
- Kudła J.: Równania i schematy zastępcze nieliniowego modelu matematycznego maszyny indukcyjnej, Zeszyty Naukowe Pol. Śl. ser. "Elektryka" z.168, Gliwice 1999, s. 21-33.
- Kudła J.: Wykorzystanie algorytmu genetycznego i gradientowego do estymacji parametrów elektromagnetycznych nieliniowego modelu matematycznego maszyny indukcyjnej, Zeszyty Naukowe Pol. Śl. ser. "Elektryka" z 171, Gliwice 2000.
- Kudła J.: Estymacja parametrów elektromagnetycznych modelu matematycznego maszyny indukcyjnej uwzględniającego zjawisko nasycenia Materiały konferencyjne SME2000 (w przygotowaniu do druku)
- 6 Paszek W.: Dynamika maszyn elektrycznych prądu przemiennego, Wyd. Helion, Gliwice 1997.

Recenzent: Dr hab. inż. Jerzy Hickiewicz prof. Politechniki Opolskiej

Wpłynęło do Redakcji dnia 5 maja 2000 r. -

Abstarct

In the paper the nonlinear mathematical model of an induction machine taking into account a saturation effect of the stator and rotor ferromagnetic cores is presented (3). Nonlinear static and dynamic inductances (13,14,15) that appear in the machine voltage equations are expressed by the means of the nonlinear synthetic flux linkage characteristics (2). The set of the machine electromagnetic parameters (19,20) is determined when

approximating the synthetic characteristics by the analytical function with unknown coefficients (18). The results of the parameter estimations for two different stator voltages (380 V, 220 V) are given in the table 1. In order to verify the presented mathematical model the simulation investigations are performed and the results of computations are compared with the results of measurements. Those comparisons are usually made for the typical steady and transient states. Quality of the parameter estimation and reliability of the mathematical model in the steady-state can be determined from the plots of the stator active and passive power versus rotation speed, which are presented in Fig.1. The waveforms of the stator current and rotor speed during a motor start-up which are shown in Fig.2,3,4 enable to make such verifications for the transient states. Comparing these plots and waveforms for different stator voltages one can draw a conclusion that the nonlinear mathematical model of an inductions machine describes the static and dynamic behaviour of this machine with the sufficient accuracy. The parasitic electromagnetic torques, which appear in the actual machine and which are not taken into account in the mathematical model cause the small discrepancies between the results of computations and measurements.

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

\underline{I}_s , \underline{I}_s , $\underline{\gamma}_s$, \underline{I}_r , \underline{I}_r , γ_r ,	– wektory przestrzenne prądu stojana, wirnika oraz ich
$\underline{I}_m, I_m, \gamma_m, \underline{U}_s, U_s$	moduły i argumenty. – wektory przestrzenne prądu magnesującego oraz jego
$\underline{\Psi}_{\sigma\sigma}, \underline{\Psi}_{\sigma r}, \underline{\Psi}_{m},$	moduł i argument, napięcia stojana oraz jego moduł. – wektory przestrzenne sprzężeń magnetycznych pola
$\Psi_{\sigma s}(I_s), \Psi_{\sigma r}^{\bullet}(I_r^{\bullet}), \Psi_m(I_m)$	rozproszenia stojana, wirnika oraz pola głównego. – syntetyczne charakterystyki sprzężeń magnetycznych pola rozproszenia stojana, wirnika, oraz pola głównego.