2000 Nr kol.1466

Aleksander ŻYWIEC, Michał TOKARZ Katedra Maszyn i Urządzeń Elektrycznych Politechniki Śląskiej

## JEDNOFAZOWY STEROWNIK NAPIĘCIA PRZEMIENNEGO O PRZEWODZENIU WIELOKROTNYM

Streszczenie. W artykule przedstawiono analizę i badania przekształtnikowego układu sterownika napięcia przemiennego o przewodzeniu wielokrotnym łączników energoelektronicznych, przy obciążeniu R-L. Układ taki umożliwia nastawianie wartości skutecznej napięcia odbiornika przy ograniczonej zawartości wyższych harmonicznych w przebiegu napięcia i prądu odbiornika. Przedstawiono charakterystyki statyczne układu oraz wyniki badań symulacyjnych. W badaniach wykorzystano profesjonalne programy: Matlab-Simulink oraz Mathcad.

# SINGLE-PHASE AC CHOPPER WITH SYMMETRICAL PULSE WIDTH MODULATION

Summary. In this paper the analysis and researches of a single-phase ac chopper with symmetrical pulse width modulation (PWM) of the output voltage at R-L load are presented. Such circuit enables to control the rms output voltage at the limited harmonic content in the output voltage and load current waveforms. The steady-state characteristics and results of simulation researches of the ac chopper are presented as well. In the researches the professional programs such as Matlab-Simulink, Mathcad have been used.

#### 1. WPROWADZENIE

Sterownik napięcia przemiennego jest to układ przekształtnikowy włączony pomiędzy sieć zasilającą napięcia przemiennego a odbiornik. Przez sterowanie czasem pracy w stanie przewodzenia przyrządów półprzewodnikowych, tworzących łączniki energoelektroniczne sterownika napięcia przemiennego, uzyskuje się płynne nastawianie wartości skutecznej napięcia odbiornika. Wyróżnia się sterowniki napięcia przemiennego o przewodzeniu jednokrotnym oraz o przewodzeniu wielokrotnym łączników energoelektronicznych w okresie napięcia zasilającego. W sterownikach o przewodzeniu jednokrotnym częstotliwość przełączania łączników energoelektronicznych jest równa częstotliwości sieci zasilającej, zaś

w sterownikach o przewodzeniu wielokrotnym częstotliwość przełączania łączników energoelektronicznych jest większa od częstotliwości sieci.

Obecnie są powszechnie stosowane sterowniki napięcia przemiennego o jednokrotnym przewodzeniu łączników energoelektronicznych, w których (najczęściej) rolę łączników pełnią tyrystory SCR (rys.1a). W takich układach nastawianie wartości skutecznej napięcia odbiornika jest możliwe przez zmianę kąta załączania tyrystorów, zaś minimalny kąt załączania jest zależny od współczynnika mocy  $\cos \varphi$  odbiornika. Tyrystory pracują w stanie przewodzenia do chwili, w której prąd odbiornika zmniejszy się do wartości mniejszej od prądu podtrzymania przewodzenia tyrystora. Tyrystorowe sterowniki napięcia przemiennego znalazły zastosowanie w wielu urządzeniach, jako: regulatory oświetlenia, regulatory ogrzewania, urządzenia łagodnego rozruchu i zatrzymywania silników indukcyjnych itp. Informacje na temat tyrystorowych sterowników napięcia przemiennego można znaleźć w wielu publikacjach (np. [5]) i dlatego w niniejszej pracy układy te nie są omawiane.

W sterownikach napięcia przemiennego o przewodzeniu wielokrotnym stosuje się łączniki energoelektroniczne w pełni sterowalne (tranzystory mocy, tyrystory GTO, tyrystory SCR z układem wyłączającym). Przy przewodzeniu wielokrotnym poszczególne łączniki, tworzące sterownik napięcia przemiennego, są cyklicznie załączane i wyłączane z częstotliwością znacznie większą od częstotliwości sieci zasilającej. Nastawianie wartości skutecznej napięcia wyjściowego jest możliwe np. przez zmianę czasu przewodzenia łączników przy nie zmienionej częstotliwości przełączeń (zmiana współczynnika wypełnienia). Dzięki przewodzeniu wielokrotnemu łączników uzyskuje się mniejszą zawartość wyższych harmonicznych w przebiegu napięcia wyjściowego oraz lepszy współczynnik mocy układu.

W niniejszej pracy przedstawiono analizę i badania jednofazowego sterownika napięcia przemiennego o przewodzeniu wielokrotnym łączników energoelektronicznych, pracującego przy obciążeniu R-L. Przedstawiono charakterystyki statyczne sterownika, niezbędne przy projektowaniu tego typu układów (charakterystyki sterowania napięcia i prądu odbiornika, charakterystyki określające zawartość wyższych harmonicznych w przebiegu napięcia i prądu odbiornika). W badaniach wykorzystano programy: Matlab-Simulink, Mathcad.

## 2. SCHEMAT IDEOWY STEROWNIKA JEDNOFAZOWEGO ORAZ RÓWNANIA PRZEBIEGÓW NAPIĘCIA I PRĄDU ODBIORNIKA

Układy sterowników napięcia przemiennego powinny zapewniać zasilanie odbiornika napięciem i prądem (odkształconym), zwykle bez składowej stałej, o nastawianej wartości skutecznej. Z tego powodu sterowniki napięcia przemiennego buduje się opierając się na parze przeciwrównolegle połączonych przyrządów energoelektronicznych (tyrystorów lub tranzystorów), sterowanych symetrycznie, która to para jest nazywana łącznikiem energoelektronicznym. Schemat jednofazowego tranzystorowego sterownika napięcia przemiennego o przewodzeniu wielokrotnym, zasilającego odbiornik typu R-L, jest przedstawiony na rys.1b, zaś na rys.1a przedstawiono schemat konwencjonalnego sterownika napięcia przemiennego, w którym rolę łącznika energoelektronicznego (S) pełni para przeciwrównolegle połączonych tyrystorów SCR (bez układu wyłączającego).



Rys.1. Jednofazowy sterownik napięcia przemiennego: a) tyrystorowy, b) tranzystorowy Fig.1. Single-phase ac chopper: a) thyristor, b) transistor

Sterownik napięcia przemiennego o przewodzeniu wielokrotnym (rys.1b) składa się z dwóch łączników energoelektronicznych (S1, S2), pełniących rolę łączników bezstykowych. Każdy z łączników zbudowany jest z pary przeciwrównolegle połączonych tranzystorów mocy IGBT i diod. Łączniki umożliwiają dwukierunkowy przepływ prądu w odbiorniku. Przewodzenie łączników S1 i S2 odbywa się na przemian.

W analizie właściwości sterownika napięcia przemiennego o przewodzeniu wielokrotnym łączniki energoelektroniczne traktuje się jako idealne, tzn. w stanie przewodzenia rezystancja łączników jest równa zero (pomija się spadek napięcia na przewodzącym łączniku), zaś w stanie nieprzewodzenia rezystancja jest nieskończenie wielka. Okres  $T_z$  przełączeń łączników może być dowolny, ale najczęściej, ze względu na mniejszą zawartość wyższych harmonicznych w napięciu odbiornika, jest całkowitą podwielokrotnością okresu T napięcia zasilającego  $u_z(t)$ , którą definiuje się jako (rys.2):

$$n = \frac{T}{T_z} = \frac{f_z}{f},\tag{1}$$

gdzie:

f – częstotliwość napięcia sieci zasilającej,

 $f_z$  – częstotliwość przełączania łączników energoelektronicznych.

Rozpatruje się zasilanie układu przedstawionego na rys.1b z sieci napięcia sinusoidalnie przemiennego:

$$u_{\tau}(t) = U_{\tau m} \sin(\omega t),$$

 $U_{zm}$  – amplituda napięcia sieci zasilającej,

$$\omega$$
 – pulsacja sieci zasilającej,  
 $\omega = 2\pi f$ . (3)

Dla *k-tego* pulsu pracy sterownika napięcia przemiennego o przewodzeniu wielokrotnym, w zależności od stanu pracy łączników S1 i S2, obowiązują następujące równania (rys.2):

• po wysterowaniu łącznika S1 do stanu przewodzenia, przy nieprzewodzącym łączniku S2, (czyli dla  $(k-1)T_z \le t \le (k-1)T_z + t_z$ ):

$$R i(t) + L \frac{di(t)}{dt} = U_{zm} \sin(\omega t),$$

$$u'(t) = u_z(t) = U_{zm} \sin(\omega t),$$
(4)
(5)

z których otrzymuje się następujące wyrażenie określające prąd odbiornika:

$$i'(t) = \frac{U_{zm}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \left\{ \sin(\omega t - \varphi) - \sin[(k-1)T_z \omega - \varphi] \exp\left(-\frac{t - (k-1)T_z}{\tau}\right) \right\} + i_k'(0) \exp\left(-\frac{t - (k-1)T_z}{\tau}\right),$$
(6)

przy czym:

 $\varphi$  - kąt fazowy odbiornika,

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\omega L}{R} = \operatorname{arctg}(\omega \tau), \tag{7}$$

 $\tau$  - stała czasowa odbiornika,

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\omega},\tag{8}$$

 $i_{k}'(0)$  - wartość początkowa prądu odbiornika w chwili  $t = (k-1)T_{*}$  wysterowania łącznika S1,

$$i_{k}'(0) = i''(t = (k-1)T_{z}),$$
<sup>(9)</sup>

• po wysterowaniu łącznika S2 do stanu przewodzenia, przy nieprzewodzącym łączniku S1, (czyli dla  $(k-1)T_z + t_z \le t \le kT_z$ ):

$$R\,i(t) + L\frac{di(t)}{dt} = 0\,,\tag{10}$$

$$u''(t) = 0$$
, (11)

z których otrzymuje się:

$$i''(t) = i_k''(t_z) \exp\left(-\frac{t - (k - 1)T_z - t_z}{\tau}\right),$$
(12)

przy czym:

 $i_k''(t_z)$  - wartość początkowa prądu odbiornika w chwili  $t = (k-1)T_z + t_z$ wysterowania łącznika S2,

gdzie:

Jednofazowy sterownik napięcia przemiennego o przewodzeniu wielokrotnym

$$i_{k}^{''}(t_{z}) = i'(t = (k-1)T_{z} + t_{z}).$$
<sup>(13)</sup>

Na rys.2 przedstawiono przebiegi napięć  $u_z(t)$  i u(t) oraz prądu i(t) w k-tym pulsie pracy sterownika z rys. 1b, przy obciążeniu rezystancyjno-indukcyjnym, wynikające z powyższych równań. Na rysunku tym zaznaczono algorytm pracy łączników S1 i S2, przy czym sygnał różny od zera odpowiada stanowi przewodzenia łączników.



- Rys.2. Przykładowe przebiegi napięcia i prądu w układzie z rys.1b w k-tym pulsie pracy przy wielokrotnym przewodzeniu łączników
- Fig.2. Exemplary waveforms of voltage and current in the circuit from Fig.1b for the k-th pulse at multiple conducting of the power switches

Z równań (6) i (12) wynika, że przy nieprzewodzącym łączniku S1 prąd odbiornika i''(t) zanika wykładniczo ze stałą czasową  $\tau$ . Zatem w zależności od charakteru obciążenia ( $\cos \varphi$ ) możliwe są dwa przypadki pracy jednofazowego sterownika napięcia przemiennego o przewodzeniu wielokrotnym:

- przewodzenie przerywne, wówczas w czasie wysterowania łącznika S2 prąd i''(t)odbiornika maleje do zera przed chwilą ponownego wysterowania łącznika S1 (czyli czas przewodzenia prądu przez łącznik S2 jest mniejszy niż czas  $t_2 = T_z - t_z$ ); taka praca jest możliwa przy obciążeniu rezystancyjnym ( $\tau = 0$ ),
- przewodzenie nieprzerywne, wówczas w czasie wysterowania łącznika S2 prąd i''(t)odbiornika jest różny od zera (czyli czas przewodzenia prądu przez łącznik S2 jest równy czasowi  $t_2 = T_z - t_z$ ); taka praca jest możliwa przy obciążeniu rezystancyjnoindukcyjnym ( $\tau > 0$ ).

W niniejszym artykule rozpatruje się odbiornik typu R-L i dlatego będzie przeprowadzona analiza właściwości jednofazowego sterownika napięcia przemiennego o przewodzeniu wielokrotnym jedynie przy przewodzeniu nieprzerywnym.

# 3. ANALIZA PRZEBIEGÓW NAPIĘCIA I PRĄDU ODBIORNIKA PRZY PRZEWODZENIU NIEPRZERYWNYM

Znając wyrażenia określające przebiegi napięcia i prądu odbiornika (równania (5) i (11) oraz (6) i (12)) można dokonać analizy tych przebiegów. W niniejszej publikacji ograniczono się do wyznaczenia wartości skutecznej oraz amplitud harmonicznych prądu i napięcia odbiornika.

Zgodnie z definicją wartość skuteczna napięcia odbiornika jest określona następującą zależnością:

$$U_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^{t=T} u^2(t) dt} .$$
(14)

Stąd po wprowadzeniu równań (5) i (11), określających przebieg napięcia odbiornika w *k-tym* pulsie pracy sterownika napięcia przemiennego (rys.1b), otrzymuje się po przekształceniach:

$$U_{RMS} = \frac{U_{zm}}{2} \sqrt{\frac{1}{\pi}} \left\{ 2\pi\varepsilon - \sum_{k=1}^{\frac{\gamma}{2}} \sin[2\omega T_z(k-1+\varepsilon)] + \sum_{k=1}^{\frac{\gamma}{2}} \sin[2\omega T_z(k-1)] \right\} = \frac{U_{zm}}{\sqrt{2}} \sqrt{\varepsilon}$$
(15a)

lub w jednostkach względnych:

$$U_{RMS(r)} = \frac{U_{RMS}}{\frac{U_{zm}}{\sqrt{2}}} = \sqrt{\varepsilon + \frac{1}{2\pi} \left\{ \sum_{k=1}^{n/2} \sin[2\omega T_z(k-l)] - \sum_{k=1}^{n/2} \sin[2\omega T_z(k-l+\varepsilon)] \right\}} = \sqrt{\varepsilon} \quad (15b)$$

przy czym ɛ jest współczynnikiem wypełnienia zdefiniowanym następująco:

Jednofazowy sterownik napięcia przemiennego o przewodzeniu wielokrotnym

$$\varepsilon = \frac{t_z}{T_z}.$$
(16)

Na podstawie równania (15a) stwierdza się, że wartością skuteczną napięcia wyjściowego można sterować przez zmianę współczynnika wypełnienia  $\varepsilon$  zmieniając np. czas przewodzenia  $t_z$  łącznika S1 przy stałym czasie  $T_z$  trwania pulsu. Przy algorytmie sterowania łączników S1 i S2 przedstawionym na rys.2, otrzymuje się zmianę wartości skutecznej napięcia odbiornika w zakresie:  $0 \div \frac{U_{zm}}{2}$ , jeśli współczynnik wypełnienia  $\varepsilon$ 

zmienia się w zakresie: 0 ÷ 1.

Z równań (5) i (11) oraz (6) i (12) wynika, że napięcie i prąd odbiornika mają charakter odkształcony. Przebiegi napięcia i prądu można zapisać w postaci nieskończonego szeregu harmonicznych rzędu  $\nu$ :

$$u(t) = \sum_{\nu=1}^{\infty} U_{\nu m} \sin(\nu \omega t + \varphi_{u\nu}), \qquad (17a)$$

$$i(t) = \sum_{\nu=1}^{\infty} I_{\nu m} \sin(\nu \omega t + \varphi_{i\nu}).$$
(17b)

Z zasad rozkładu funkcji w szereg Fouriera otrzymuje się następujące zależności określające:

amplitudę podstawowej harmonicznej napięcia odbiornika:

$$U_{1m} = \frac{U_{zm}}{2\pi} \sqrt{A_1^2 + B_1^2}$$
(18a)

lub w jednostkach względnych:

$$U_{1m(r)} = \frac{U_{1m}}{U_{zm}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{A_1^2 + B_1^2} , \qquad (18b)$$

amplitudy wyższych harmonicznych napięcia odbiornika:

$$U_{\nu m} = \frac{2}{\nu^2 - 1} \cdot \frac{U_{zm}}{\pi} \sqrt{\left[A_{1\nu} - A_{2\nu}\right]^2 + \left[B_{1\nu} - B_{2\nu}\right]^2}$$
(19a)

lub w jednostkach względnych:

$$U_{\nu m(r)} = \frac{U_{\nu m}}{U_{zm}} = \frac{2}{(\nu^2 - 1) \cdot \pi} \sqrt{[A_{1\nu} - A_{2\nu}]^2 + [B_{1\nu} - B_{2\nu}]^2} , \qquad (19b)$$

amplitudy harmonicznych prądu odbiornika:

$$I_{vm} = \frac{U_{vm}}{\sqrt{R^2 + (v\omega L)^2}}$$
(20a)

lub w jednostkach względnych:

$$I_{\nu m(r)} = \frac{I_{\nu m}}{U_{zm}/\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = U_{\nu m(r)} \sqrt{\frac{1 + tg^2 \varphi}{1 + tg^2 \varphi_{\nu}}},$$
 (20b)

w których tangens kata fazowego odbiornika dla v-tej harmonicznej wynosi:

$$\operatorname{tg}\varphi_{v} = \frac{v\omega L}{\bar{R}} = v\operatorname{tg}\varphi, \qquad (21)$$

179

zaś współczynniki  $A_1, A_{1\nu}, A_{2\nu}, B_1, B_{1\nu}, B_{2\nu}$  są zdefiniowane następującymi wyrażeniami:

$$\begin{split} \mathcal{A}_{1} &= \left\{ \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \cos[2\omega T_{x}(k-1)] - \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \cos[2\omega T_{x}(k-1+\varepsilon)] \right\}^{-1} = \\ &= 2 \frac{\sin(\pi) \cdot \sin(\omega T_{x} \varepsilon) \cdot \sin[\omega T_{x}(\frac{n}{2} + \varepsilon - 1)]}{\sin(\omega T_{x})} = 0 , \end{split} \tag{22} \\ \mathcal{B}_{1} &= \left\{ 2\pi\varepsilon - \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \sin[2\omega T_{x}(k-1+\varepsilon)] + \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \sin[2\omega T_{x}(k-1)] \right\}^{-1} = \\ &= 2\pi\varepsilon - 2 \frac{\sin(\pi) \cdot \sin(\omega T_{x} \varepsilon) \cdot \cos[\omega T_{x}(\frac{n}{2} + \varepsilon - 1)]}{\sin(\omega T_{x})} = 2\pi\varepsilon , \end{aligned} \tag{23} \\ \mathcal{A}_{1\nu} &= \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \cos[\omega T_{x}(k-1+\varepsilon)] \cdot \cos[\nu\omega T_{x}(k-1+\varepsilon)] + \\ &+ \nu \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \sin[\omega T_{x}(k-1+\varepsilon)] \cdot \sin[\nu\omega T_{x}(k-1+\varepsilon)] = \\ &= \frac{1}{2} (\nu+1) \frac{\cos[(\nu-1)\omega T_{x}(\frac{n}{4} + \varepsilon - \frac{1}{2})] \cdot \sin[(\nu-1)\omega T_{x}\frac{n}{4}]}{\sin[\frac{1}{2}(\nu-1)\omega T_{x}]} , \end{aligned} \tag{24} \\ \mathcal{A}_{2\nu} &= \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \cos[\omega T_{x}(k-1)] \cdot \cos[\nu\omega T_{x}(k-1)] + \\ &+ \nu \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \sin[\omega T_{x}(k-1)] \cdot \cos[\nu\omega T_{x}(k-1)] + \\ &+ \nu \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \sin[\omega T_{x}(k-1)] \cdot \sin[\nu\omega T_{x}(k-1)] + \\ &+ \nu \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \sin[\omega T_{x}(k-1)] \cdot \sin[\nu\omega T_{x}(k-1)] = \\ &= \frac{1}{2} (\nu+1) \frac{\cos[(\nu-1)\omega T_{x}(\frac{n}{4} - \frac{1}{2})] \cdot \sin[(\nu-1)\omega T_{x}\frac{n}{4}]}{\sin[\frac{1}{2}(\nu-1)\omega T_{x}]} , \end{aligned} \tag{25} \\ \mathcal{B}_{1\nu} &= \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \cos[\omega T_{x}(k-1+\varepsilon)] \cdot \sin[\nu\omega T_{x}(k-1+\varepsilon)] - \\ &- \nu \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \sin[\omega T_{x}(k-1+\varepsilon)] \cdot \cos[\nu\omega T_{x}(k-1+\varepsilon)] = \\ &= \frac{1}{2} (\nu+1) \frac{\sin[(\nu-1)\omega T_{x}(\frac{n}{4} + \varepsilon - \frac{1}{2})] \cdot \sin[(\nu-1)\omega T_{x}\frac{n}{4}]}{\sin[\frac{1}{2}(\nu-1)\omega T_{x}]} , \end{aligned} \tag{26} \\ \mathcal{B}_{1\nu} &= \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \cos[\omega T_{x}(k-1+\varepsilon)] \cdot \sin[\nu\omega T_{x}(k-1+\varepsilon)] - \\ &- \nu \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \sin[\omega T_{x}(k-1+\varepsilon)] \cdot \cos[\nu\omega T_{x}(k-1+\varepsilon)] - \\ &- \nu \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \sin[(\nu-1)\omega T_{x}(\frac{n}{4} + \varepsilon - \frac{1}{2})] \cdot \sin[(\nu-1)\omega T_{x}\frac{n}{4}]} - \\ &- \frac{1}{2} (\nu-1) \frac{\sin[(\nu-1)\omega T_{x}(\frac{n}{4} + \varepsilon - \frac{1}{2})] \cdot \sin[(\nu-1)\omega T_{x}\frac{n}{4}} - \\ &- \frac{1}{2} (\nu-1) \frac{\sin[(\nu-1)\omega T_{x}(\frac{n}{4} + \varepsilon - \frac{1}{2})] \cdot \sin[(\nu-1)\omega T_{x}\frac{n}{4}} - \\ &- \frac{1}{2} (\nu-1) \frac{\sin[(\nu-1)\omega T_{x}(\frac{n}{4} + \varepsilon - \frac{1}{2})] \cdot \sin[(\nu-1)\omega T_{x}\frac{n}{4}} - \\ &- \frac{1}{2} (\nu-1) \frac{\sin[(\nu-1)\omega T_{x}(\frac{n}{4} + \varepsilon - \frac{1}{2})] \cdot \sin[(\nu-1)\omega T_{x}\frac{n}{4}} - \\ &- \frac{1}{2} (\nu-1) \frac{\sin[(\nu-1)\omega T_{x}(\frac{n}{4} + \varepsilon - \frac{1}{2})] \cdot \sin[(\nu-1)\omega T_{x}\frac{n}{4}} - \\ &- \frac{1}{2} (\nu-1) \frac{\sin[(\nu-1)\omega T_{x}(\frac{n}{4} + \varepsilon - \frac{1}{2})] \cdot \sin[(\nu-1)\omega T_{x}\frac{n}{4}} - \\ &- \frac{1}{$$

$$B_{2\nu} = \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \cos[\omega T_{z}(k-1)] \cdot \sin[\nu \omega T_{z}(k-1)] - -\nu \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \sin[\omega T_{z}(k-1)] \cdot \cos[\nu \omega T_{z}(k-1)] = = \frac{1}{2} (\nu+1) \frac{\sin[(\nu-1)\omega T_{z}(\frac{n}{4}-\frac{1}{2})] \cdot \sin[(\nu-1)\omega T_{z}\frac{n}{4}]}{\sin[\frac{1}{2}(\nu-1)\omega T_{z}]} - -\frac{1}{2} (\nu-1) \frac{\sin[(\nu+1)\omega T_{z}(\frac{n}{4}-\frac{1}{2})] \cdot \sin[(\nu+1)\omega T_{z}\frac{n}{4}]}{\sin[\frac{1}{2}(\nu+1)\omega T_{z}]}.$$
(27)

Z powyższych zależności wynika, że w przebiegu napięcia i prądu odbiornika występują jedynie harmoniczne rzędu:  $\nu = 1, n \pm 1, 2n \pm 1, 3n \pm 1, ...,$  przy czym amplitudy tych harmonicznych zależą od współczynnika wypełnienia  $\varepsilon$ .

Korzystając z następującego równania określającego wartość skuteczną odkształconego prądu odbiornika:

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{\nu=1}^{\infty} I_{\nu m}^{2}}$$
(28a)

lub w jednostkach względnych:

$$I_{RMS(r)} = \frac{I_{RMS}}{U_{zm}} - \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}} = \frac{\sqrt{\sum_{\nu=1}^{\infty} I_{\nu m}^2}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \sqrt{\sum_{\nu=1}^{\infty} I_{\nu m(r)}^2}, \quad (28b)$$

po uwzględnieniu równań (20a) i (20b) otrzymuje się:

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{U_{\nu m}^2}{R^2 + (\nu \omega L)^2}}$$
(29a)

lub w jednostkach względnych:

$$I_{RMS(r)} = \sqrt{1 + \text{tg}^2 \varphi} \sqrt{\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{U_{\nu m(r)}^2}{1 + \text{tg}^2 \varphi_{\nu}}}.$$
(29b)

Wykorzystując równania (15a,b), (18a,b), (19a,b) (20a,b) oraz (29a,b) wyznaczono metodą obliczeń cyfrowych charakterystyki statyczne sterownika napięcia przemiennego o przewodzeniu wielokrotnym, które przedstawia się w dalszej części pracy.

## 4. BADANIA SYMULACYJNE STEROWNIKA JEDNOFAZOWEGO

Model symulacyjny jednofazowego sterownika napięcia przemiennego o przewodzeniu wielokrotnym, wykonany w pakiecie Matlab-Simulink, jest przedstawiony na rys.3. Model

z rys.3 przedstawia podsystem, w którym sygnały wejściowe (napięcie zasilania, algorytm sterowania łącznikami) są wprowadzane przez elementy *Inport*, zaś sygnały wyjściowe (prąd odbiornika, napięcie zasilania, napięcie odbiornika, algorytm sterowania) są wyprowadzane na zewnątrz za pośrednictwem elementów *Outport*.



Rys.3. Model symulacyjny sterownika napięcia przemiennego o przewodzeniu wielokrotnym (rys.1b) wykonany w pakiecie Simulink

Fig.3. AC chopper (Fig.1b) simulation model in the form of Simulink block diagram

W układzie sterownika z rys.1b prąd odbiornika wynika z rozwiązania równań (4) lub (10). W modelu symulacyjnym (rys.3) sterownika napięcia przemiennego równania te są reprezentowane przez pętlę prądową składającą się z elementów: *Integrator* i *Fcn.* 

Równania określające prąd odbiornika (rys.1b) można zapisać w następującej postaci normalnej:

$$\frac{di(t)}{dt} = \left(u(t) - Ri(t)\right)\frac{1}{L}.$$
(30)

Prawa strona tego równania określa funkcję, którą powinien realizować element *Fcn* modelu symulacyjnego (rys.3) sterownika napięcia przemiennego. Po wprowadzeniu wektora wyjściowego *u* multipleksera (*Mux*) o postaci:

$$\mathbf{u} = [u[1], u[2], u[3], u[4]]^{\mathrm{T}},$$
(31)

w której:

u[1] - prąd odbiornika *i(t)*,

u[2] - napięcie zasilania  $u_z(t)$ ,

u[3] - napięcie odbiornika u(t),

u[4] - algorytm sterowania.

otrzymuje się następujący zapis funkcyjny prawej strony równania (30), który należy wpisać w oknie dialogowym elementu *Fcn*:

$$(u[3] - Ru[1])/L$$
.

(32)

W modelu symulacyjnym (rys.3) sterownika napięcia przemiennego łączniki energoelektroniczne S1 i S2 (rys.1b) zamodelowano za pomocą elementu *Switch* o trzech wejściach sterujących. Jeżeli na jedno z wejść sterujących elementu *Switch* podany będzie sygnał odpowiadający algorytmowi sterowania łączników, zaś na pozostałe wejścia odpowiednio: napięcie zasilania  $u_z(t)$  oraz napięcie równe zero, to na wyjściu elementu *Switch* otrzymuje się sygnał złożony z wycinków napięcia zasilającego, co odpowiada napięciu wyjściowemu u(t) sterownika z rys.1b.

Na rys.4 przedstawiono, wyznaczone metodą symulacyjną, przebiegi napięcia i prądu sterownika napięcia przemiennego o przewodzeniu wielokrotnym (rys.1b) dla dwóch częstotliwości przełączania łączników energoelektronicznych.



Rys.4. Przebiegi prądu i(t) i napięcia u(t) odbiornika w układzie z rys.1b przy obciążeniu  $R = 3 \Omega$ , L = 0,01 H ( $\tau = 3,3 ms$ ) oraz  $\omega = 314 rad/s$ : a) dla  $f_z = 500 Hz$ , b) dla  $f_z = 2000 Hz$ 

Fig.4. Waveforms of the load current i(t) and load voltage u(t) in the circuit from Fig.1b at the load  $R = 3 \Omega$ , L = 0,01 H ( $\tau = 3,3 ms$ ) and  $\omega = 314 rad/s$ : a) for  $f_{\pi} = 500 Hz$ , b) for  $f_z = 2000 Hz$ 

Podane w rozdziale 3 równania (15a,b), (18a,b), (19a,b) (20a,b) oraz (29a,b), określające właściwości statyczne sterownika napięcia przemiennego o przewodzeniu wielokrotnym (rys.1b), posłużyły do wykreślenia na rys.5,...,rys.8 charakterystyk statycznych układu. Przy wykorzystaniu programu Mathcad wyznaczono następujące charakterystyki statyczne:

- charakterystykę sterowania wartości skutecznej napięcia odbiornika  $U_{RMS(r)} = f(\varepsilon)$ przy  $T_* = const$ ,  $\tau = const$ , n = const (rys.5), wynikającą z równania (15b),
- charakterystykę sterowania wartości skutecznej prądu odbiornika  $I_{RMS(r)} = f(\varepsilon)$ przy  $T_* = const$ ,  $\tau = const$ , n = const (rys.6), wynikającą z równania (29b),
- zależności relatywnych wartości amplitud harmonicznych napięcia odbiornika  $U_{vm(r)} = f(\varepsilon)$  przy  $T_z = const$ ,  $\tau = const$ , n = const (rys.7), wynikające z równań (18b) i (19b),
- zależności relatywnych wartości amplitud harmonicznych prądu odbiornika  $I_{vm(r)} = f(\varepsilon)$  przy  $T_z = const$ ,  $\tau = const$ , n = const (rys.8), wynikające z równania (20b).

Na rys.9 przedstawiono widmo harmonicznych napięcia odbiornika dla dwóch wartości współczynnika wypełnienia  $\varepsilon$  (dla  $n = 10, T_s = 2 ms, \tau = 3, 3 ms$ ), które wyznaczono przy wykorzystaniu transformacji FFT (Fast Fourier Transformation) dostępnej w pakiecie Mathcad.



Rys.5. Charakterystyka sterowania wartości skutecznej napięcia odbiornika  $U_{RMS(r)} = f(\omega, n, T_z, \varepsilon)$  przy  $\omega = 314 rad / s, n = 10, T_z = 2 ms$ 

Fig.5. Steady-state characteristic of the rms output voltage  $U_{RMS(r)} = f(\omega, n, T_z, \varepsilon)$  at  $\omega = 314 \ rad \ / s, n = 10, T_z = 2 \ ms$ 



Rys.6. Charakterystyka sterowania wartości skutecznej prądu odbiornika  $I_{RMS(r)} = f(\omega, n, T_z, \varepsilon)$  przy  $\omega = 314 rad/s, n = 10, T_z = 2 ms$ : a) odbiornik  $R = 3 \Omega$ , L = 0,01 H ( $\tau = 3,3 ms$ ), b) odbiornik  $R = 3 \Omega$ , L = 0 H ( $\tau = 0$ )

Fig.6. Steady-state characteristic of the rms load current  $I_{RMS(r)} = f(\omega, n, T_z, \varepsilon)$  at  $\omega = 314 \ rad / s, n = 10, T_z = 2 \ ms$ : a) load  $R = 3 \ \Omega$ ,  $L = 0,01 \ H$  ( $\tau = 3,3 \ ms$ ), b) load  $R = 3 \ \Omega$ ,  $L = 0 \ H$  ( $\tau = 0$ )





Fig.7. Steady-state characteristic of the relative harmonic amplitude of the output voltage  $U_{sm(r)} = f(\omega, n, T_z, \varepsilon)$  at  $\omega = 314 \ rad / s, n = 10, T_z = 2 \ ms$ 



Rys.8. Zależność względnych wartości amplitud harmonicznych prądu odbiornika  $I_{sm(r)} = f(\omega, n, T_z, \varepsilon)$  przy  $\omega = 314 \ rad / s, n = 10, T_z = 2 \ ms.$  a) odbiornik  $R = 3 \ \Omega$ ,  $L = 0,01 \ H \ (\tau = 3,3 \ ms)$ , b) odbiornik  $R = 3 \ \Omega$ ,  $L = 0 \ H \ (\tau = 0)$ 

Fig.8. Steady-state characteristic of the relative harmonic amplitude of the load current  $I_{vm(r)} = f(\omega, n, T_z, \varepsilon)$  at  $\omega = 314 \ rad / s, n = 10, T_z = 2 \ ms.$  a) load  $R = 3 \Omega$ ,  $L = 0,01 \ H \ (\tau = 3,3 \ ms)$ , b) load  $R = 3 \Omega$ ,  $L = 0 \ H \ (\tau = 0)$ 





Fig.9. Results of harmonic analysis FFT of the load voltage waveform at n = 10

#### 5. ZAKOŃCZENIE

Na podstawie przeprowadzonych badań stwierdza się, że jednofazowy sterownik napięcia przemiennego o przewodzeniu wielokrotnym łączników energoelektronicznych umożliwia nastawianie wartości skutecznej napięcia odbiornika, a ponadto zapewnia mniejsze odkształcenie napięcia i prądu odbiornika. Przy zmianach współczynnika wypełnienia  $\varepsilon$  w zakresie  $0 \le \varepsilon \le 1$  uzyskuje się nastawianie wartości skutecznej napięcia  $U_{RMS}$  odbiornika w zakresie  $0 \le \varepsilon \le 1$  uzyskuje się nastawianie wartości skutecznej napięcia  $U_{RMS}$  odbiornika w zakresie  $0 \le U_{RMS} \le \frac{U_{zm}}{\sqrt{2}}$ . W przebiegach napięcia i prądu odbiornika występują harmoniczne rzędu  $\nu = 1, n \pm 1, 2n \pm 1, ...,$  a więc przez odpowiedni dobór częstotliwości przełączeń ( $T_z = \frac{T}{n}; f_z = nf$ ) można wpływać na stopień odkształcenia napięcia i prądu odbiornika. Z przeprowadzonych badań wynika, że również współczynnik mocy sterownika napięcia przemiennego o przewodzeniu wielokrotnym łączników energoelektronicznych jest korzystniejszy.

Wadą układu jest skomplikowanie jego struktury układowej oraz algorytmu sterowania, co związane jest z koniecznością zastosowania dwóch par łączników energoelektronicznych, z których każdy stanowi przeciwrównoległe połączenie dwóch układów szeregowo połączonego tranzystora mocy z diodą.

#### LITERATURA

- 1. Mozdzer A., Jr., and Bose B.K.: Three-Phase AC Power Control Using Power Transistors, IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 12, no. 5, pp. 499-505, 1976.
- Ahmed N.A., Amei K., and Sakui M.: A New Configuration of Single-Phase Symmetrical PWM AC Chopper Voltage Controller, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 46, no. 5, pp. 942-952, 1990.
- Jang D.-H., Choe G.-H.: Step-Up/Down AC Voltage Regulator Using Transformer with Tap Changer and PWM AC Chopper, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 45, no. 6, pp. 905-911, 1998.
- Jang D.-H., Choe G.-H.: Improvement of Input Power Factor in AC Choppers Using Asymmetrical PWM Technique, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 42, no. 2, pp. 179-185, 1995.
- 5. Tunia H., Smirnow A., Nowak M., Barlik R.: Układy energoelektroniczne obliczanie, modelowanie, projektowanie. WNT, Warszawa 1982.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Piotr Wach

Wpłynęło do Redakcji dnia 15 kwietnia 2000 r.

### Abstract

The analysis and researches of a single-phase ac chopper with symmetrical pulse width modulation of power switches at R-L load are presented. The ac chopper in which the switching frequency is much higher than the supply frequency is considered.

In Chapter 3 the analysis of the load voltage and load current waveforms at the continuous load current is presented. The equations (15a,b) and (29a,b) which define the rms load voltage and rms load current are given. Moreover, the equations (18a),...,(20b) which define the harmonics amplitude of the load voltage and load current are presented. The appropriate steady-state characteristics of the ac chopper are shown in Fig.5,...,8 (Chapter 4).

In Chapter 4 the results of simulation researches of the ac chopper are presented. In simulations the professional programs such as Matlab-Simulink and Mathcad have been used. The simulation model (Fig.3) of the ac chopper has been worked out and the waveforms (Fig.4) have been calculated using Matlab-Simulink program. On the basis of the equations (15a),...,(29b) the ac chopper steady-state characteristics have been calculated using Mathcad program.