ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1985
Seria : ENERGETYKA z. 90 Nr kol. 855

Zbigniew RUDNICKI
Instytut Techniki Cieplnej
Politechniki Śląskiej

ZASTOSOWANIE METODY MONTE CARLO DO BADANIA RADIACYJNEGO PRZEPŁYWU CIEPŁA

Streszczenie. W pracy przedstawiono krótki rys historyczny wprowadzenia metody Monte Carlo do badania radiacyjnego przepływu ciepła. Szczegółowo opisano teoretyczne podstawy probabilistycznego modelu radiacyjnego transportu energii w ośrodku absorbująco-emitującym. Ostateczne rezultaty metody Monte Carlo są wykorzystywane przy wyznaczaniu współczynników opromieniowania, które w prosty sposób pozwalają wyliczyć radiacyjne strumienie energii przepływające pomiędzy elementami w układzie.

1. Uwagi ogólne.

Metoda Monte Carlo polega na zastąpieniu rozwiązania analitycznego lub numerycznego rozwiązaniem otrzymanym w wyniku symulacji odpowiedniego modelu statystycznego. Metoda ta jest znana od dawna w teorii rachunku prawdopodobieństwa [1] . Metoda Monte Carlo znalazła szerokie zastosowanie w nauce oraz obliczeniach inżynierskich z chwilą powstania i rozwoju elektronicznych maszyn matematycznych. Rozwój metody Monte Carlo na szeroką skalę jest zasługą grupy uczonych, którzy pracowali w Los Alamos przy badaniu reakcji jądrowych, a w szczególności Neumanna i Ulama [2]. Przy realizacji metody Monte Carlo pierwszą czynnością jest skonstruowanie probabilistycznego modelu, który winien posiadać żądane własności rzeczywistego problemu. Następnie realizuje się skończoną liczbę zdarzeń losowych rejestrując ich wyniki. Przybliżone wartości poszukiwanych wielkości otrzymuje się w wyniku obliczania charakterystyk statystycznych badanego procesu losowego. Badanie procesu losowego /modelu statystycznego/ polega na śledzeniu zdarzeń losowych, którym odpowiadają zmienne losowe o odpowiednich rozkładach. W celu otrzymania ciągu wartości poszczególnych zmiennych losowych należy mieć do dyspozycji generator liczb losowych. Najbardziej przydatny okazał się generator zmiennej losowej z zakresu /0,1/ o rozkładzie równomiernym. Za pomocą tej zmiennej można modelować zdarzenia losowe i zmienne losowe mające różne rozkłady. Możliwość otrzymania takiej zależności wynika z następującego twierdzenia [3]. Jeżeli zmienna losowa ξ posiada gęstość rozkładu równą $f(x)$, to rozkład zmiennej losowej

$$R = \int_{-\infty}^{\xi} f(x)\,dx \qquad /1/$$

jest równomierny w przedziale /0,1/.

2. Wprowadzenie metody Monte Carlo do rozwiązywania problemów z dziedziny promieniowania cieplnego

Rozwiązanie wielu zagadnień z przepływu ciepła a w szczególności z przepływu ciepła przez promieniowanie wymaga zastosowania uciążliwego i pracochłonnego aparatu matematycznego. Stosunkowo proste zagadnienie jak obliczanie stosunku konfiguracji dwóch prostokątnych płaszczyzn rozdzielonych ośrodkiem niepochłaniającym, wymaga czterokrotnego całkowania [4]. Rozpatrując wymianę ciepła przez promieniowanie w zamkniętej przestrzeni, wypełnionej ośrodkiem promieniująco-pochłaniającym otrzymuje się układ równań całkowych z całkami wielokrotnymi [5]. Howell i Perlmutter [6] zastosowali metodę Monte Carlo do obliczania strumienia ciepła wymienionego pomiędzy nieskończenie rozległymi płaszczyznami przedzielonymi ośrodkiem absorbującym. Wyniki obliczeń uzyskane dla różnych emisyjności powierzchni oraz dla różnych współczynników objętościowego pochłaniania dla gazu szarego dobrze zgadzają się z dokładnym rozwiązaniem tego problemu otrzymanym przez Usiskina i Sparrowa [7]. Podobne zagadnienie rozwiązali za pomocą metody Monte Carlo Howell i Pertmutter [8] dla geometrii dwóch koncentrycznych, nieskończenie długich powierzchni cylindrycznych. Ci sami autorzy [9] przeprowadzili analizę przepływu ciepła przez promieniowanie pomiędzy nieskończenie rozległymi czarnymi płaszczyznami przedzielonymi rzeczywistym gazem o własnościach absorbujących zależnych od temperatury i długości fali. Metoda Monte Carlo znalazła również zastosowanie do wyznaczania współczynników konfiguracji pomiędzy powierzchniami w ośrodkach przezroczystych. Dla kilku prostych przypadków geometrii powierzchni płaskich wyniki obliczeń tych współczynników podali Weiner, Tindall, Candell [10]. Rozwiązanie zagadnień przepływu ciepła przez promieniowanie przy zastosowaniu metody Monte Carlo w przypadku, gdy własności radiacyjne powierzchni zależą zarówno od kierunku jak i długości fali podali Toor oraz Viskanta [11]. Szczegółowe omówienie zastosowania metody Monte Carlo do rozwiązywania zagadnień z przepływu ciepła przedstawił Howell [12], który cytuje 80 pozycji literatury z tej dziedziny .

3. Opis probabilistycznego modelu przepływu ciepła przez promieniowanie [13, 14, 15]

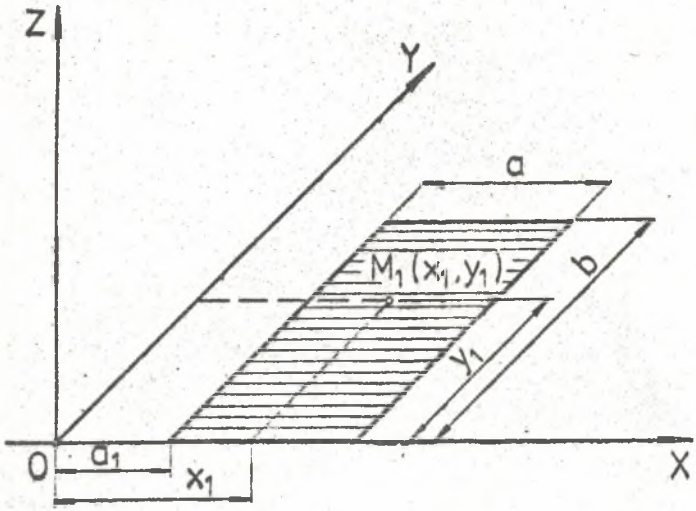
W celu stworzenia losowego modelu przepływu ciepła przez promieniowanie należy zastąpić fizyczne zjawisko emisji fal elektromagnetycznych, modelem emisji skończonej liczby elementarnych porcji energii. Zakłada

się, że elementarne porcje reprezentują określoną długość fali lub liczbę falową. W przypadku gdy wszystkie elementy rozpatrywanego układu są ciałami szarymi, wówczas elementarnej porcji nie jest przyporządkowana liczba falowa. Metodę Monte Carlo łączy się zwykle z metodą różnicową. Rozpatrywaną przestrzeń, gdzie zachodzi radiacyjny przepływ ciepła dzieli się na powierzchniowe i objętościowe elementy izotermiczne. Emisja porcji energii następuje we wszystkich możliwych kierunkach w zakresie kąta przestrzennego 2π w przypadku powierzchni oraz w zakresie kąta 4π dla elementu objętościowego. Prawdopodobieństwo emisji pojedynczej porcji z każdego miejsca elementu izotermicznego jest identyczne. Wybór określonego kierunku następuje zgodnie z prawem Lamberta dla elementu powierzchniowego oraz zgodnie z własnościami promieniowania izotropowego dla emisji gazu. Powierzchnie ścian traktuje się zwykle jako szare oraz odbijające promieniowanie w sposób rozproszony. W stosunku do promieniujących gazów przyjmuje się zasadę gazu selektywnie szarego. Porcja energii wyemitowana z elementu powierzchniowego może przechodzić przez przestrzeń układu ulegając pochłanianiu lub też przejść przez nią jak przez ośrodek przeźroczysty. Porcja energii emitowana z gazu przechodzi zawsze z możliwością pochłonięcia. Prawdopodobieństwo pochłonięcia elementarnej porcji energii określone jest absorpcyjnością odcinka drogi pomiędzy rozpatrywanym punktem przestrzeni a punktem emisji porcji. Jeżeli porcja energii zostanie pochłonięta w elemencie objętościowym, to fakt ten zostaje odpowiednio zarejestrowany i przystępuje się do śledzenia losu następnej porcji. W przypadku gdy porcja przechodzi przez ośrodek niepochłaniający lub przeszła nie ulegając pochłonięciu, wówczas następuje zderzenie z elementem powierzchniowym. Na jego powierzchni może nastąpić pochłonięcie lub odbicie. Prawdopodobieństwo pochłonięcia zależy od absorpcyjności materiału elementu powierzchniowego. Fakt pochłonięcia zostaje odpowiednio zarejestrowany po czym rozpoczyna się śledzenie historii następnej porcji energii. Jeżeli następuje odbicie od powierzchni ściany, to należy ustalić nowy kierunek poruszania się porcji zgodnie z zasadą odbicia rozproszonego.

3.1. Współrzędne emisji elementarnej porcji energii

Emisja elementarnej porcji energii odbywa się z elementu izotermicznego wobec czego prawdopodobieństwo emisji jest jednakowe dla wszystkich punktów leżących wewnątrz tego elementu. Współrzędne punktu M_1 emisji porcji energii z elementu powierzchniowego wyznacza się z następujących równań /Rys.1/ :

$$x_1 = a_1 + R_x a$$
$$y_1 = b \cdot R_y$$
$$z_1 = 0$$



Rys. 1. Usytuowanie płaskiego elementu powierzchniowego w układzie współrzędnych x, y, z.

Podobnie współrzędne punktu M_2 emisji porcji energii z elementu objętościowego określone są zależnościami /Rys.2/

$$x_2 = a_1 + R'_x a$$
$$y_2 = b \cdot R'_y + b_1$$
$$z_2 = R_z c$$

W równaniach tych R_x, R_y, R'_x, R'_y, R_z są liczbami losowymi o równomiernym rozkładzie w przedziale /0,1/.

3.2. Kierunek poruszania się elementarnej porcji energii.

Kierunek Λ poruszania się porcji energii emitowanej z elementu powierzchniowego przedstawiono na rys. 3. Kąt bryłowy jaki tworzy element dF usytuowany na półkuli o promieniu r przedstawia równanie

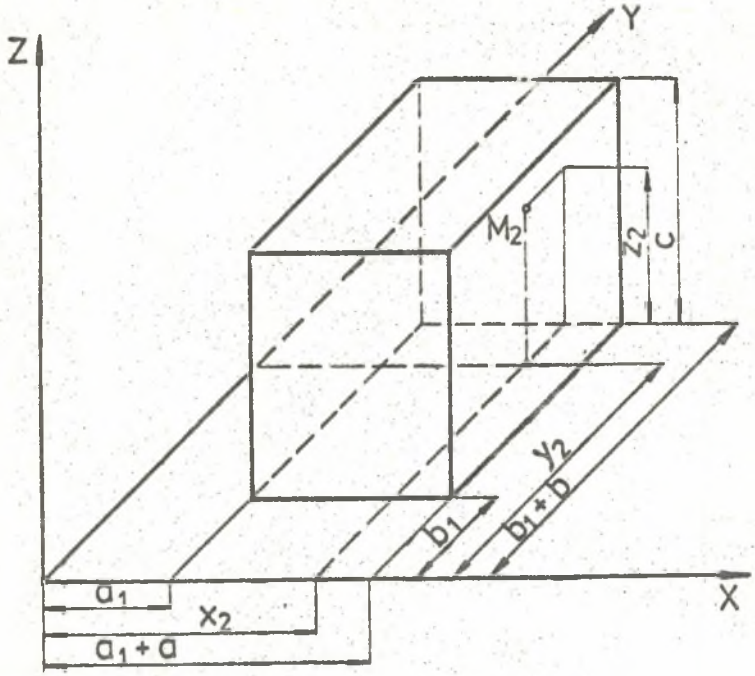
$$d^2\Omega = \frac{r^2 \sin\eta \, d\eta \, d\theta}{r^2} \qquad /2/$$

Kąty η oraz θ zostały zdefiniowane na rysunku 3. W przypadku emisji elementu powierzchniowego należą one do przedziałów

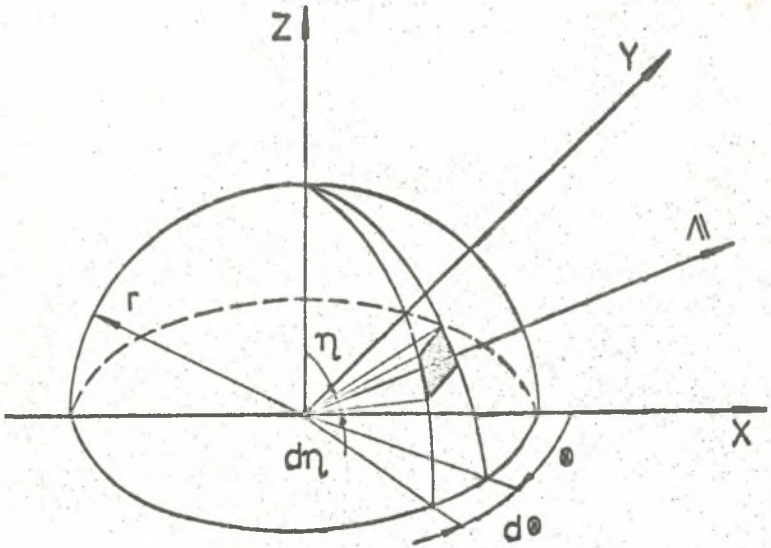
$$0 \leqslant \eta \leqslant \frac{\pi}{2}$$

$$0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi \qquad /3/$$

Prawdopodobieństwo emisji energii radiacyjnej w kierunku Λ może być wyrażone jako stosunek strumienia energii zawartej w obrębie kąta bryłowego $d^2\Omega$ do strumienia energii wysyłanej przez rozpatrywaną powierzchnię



Rys. 2. Usytuowanie prostopadłościennego elementu objętościowego w układzie współrzędnych x, y, z.



Rys. 3. Kierunek poruszania się porcji energii emitowanej z elementu powierzchniowego.

w obrębie kąta 2π. Wykorzystując prawo Lamberta uzyskuje się zależność

$$d^2P = \frac{\dot{e}_\eta \, d^2\Omega}{\dot{e}} = \frac{i \cos\eta \, d^2\Omega}{\pi i} = \frac{1}{\pi} \sin\eta \cos\eta \, d\eta \, d\theta \qquad /4/$$

gdzie :

$\dot{e}_\eta$ - gęstość emisji kierunkowej dla kierunku η, $W/m^2.srd$

i - intensywność promieniowania, $W/m^2 . srd$

Kierunek poruszania się porcji energii traktujemy jako dwuwymiarową zmienną losową typu ciągłego $/\eta, \theta/$. Dystrybuanta tej zmiennej wyraża się równaniem

$$F(\eta,\theta) = P(\eta<\eta, \theta<\theta) = \int_{-\infty}^{\eta}\int_{-\infty}^{\theta} d^2P = \int_{-\infty}^{\eta}\int_{-\infty}^{\theta} \frac{1}{\pi} \sin\eta' \cos\eta' \, d\eta' d\theta' \qquad /5/$$

Łatwo wykazać, że $F(\infty, \infty) = 1$.

Funkcja rzeczywista nieujemna

$$f(\eta, \theta) = \frac{1}{\pi} \sin\eta \cos\eta \qquad /6/$$

przedstawia gęstość rozkładu zmiennej losowej (η, θ), przy czym $f(\eta,\theta) = 0$ poza obszarem ujętym nierównościami /3/. Zakłada się, że zmienne losowe η, θ są zmiennymi niezależnymi. Wówczas funkcję gęstości prawdopodobieństwa można przedstawić w postaci

$$f(\eta, \theta) = f_1(\eta) \cdot f_2(\theta) \qquad /7/$$

Całkując lewą stronę równania /7/ względem θ otrzymuje się

$$\int_0^{2\pi} f(\eta,\theta) \, d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{1}{\pi} \sin\eta \cos\eta \, d\theta = 2 \sin\eta \cos\eta \qquad /8/$$

Całkując prawą stronę równania /7/ względem θ uzyskuje się

$$\int_0^{2\pi} f_1(\eta) f_2(\theta) \, d\theta = f_1(\eta) \int_0^{2\pi} f_2(\theta) \, d\theta = f_1(\eta) \qquad /9/$$

Z porównania równań /8/ oraz /9/ wynika

$$f_1(\eta) = 2 \sin\eta \cos\eta \qquad /10/$$

Podobnie otrzymuje się

$$f_2(\theta) = \frac{1}{2\pi} \qquad /11/$$

Dystrybuanty zmiennych losowych η oraz θ są zmiennymi losowymi o rozkładzie równomiernym w przedziale /0,1/. Wykorzystując równanie /1/ otrzymuje się

$$R_\eta = \int_{-\infty}^{\eta} f_1(\eta')d\eta' = \sin^2\eta \qquad /12/$$

$$R_\theta = \int_{-\infty}^{\theta} f_2(\theta')d\theta' = \frac{\theta}{2\pi} \qquad /13/$$

Wyznaczenie kątów η i θ, które określają kierunek poruszania się porcji energii polega na dwukrotnym odwołaniu się do generatora liczb losowych oraz skorzystaniu z zależności

$$\eta = \arcsin(\sqrt{R_\eta}) \qquad /14/$$

$$\theta = 2\pi R_\theta \qquad /15/$$

W przypadku, gdy porcja energii emitowana jest z elementu objętościowego sposób postępowania jest podobny. Biorąc pod uwagę, że promieniowanie emitowane przez element objętościowy jest izotropowe, prawdopodobieństwo wyboru kierunku Λ wynosi

$$d^2P = \frac{d^2\Omega}{4\pi} = \frac{\sin\eta_g\, d\eta_g\, d\theta_g}{4\pi} \qquad /16/$$

Kąty η_g, θ_g należą do przedziałów

$$0 \leqslant \eta_g \leqslant \pi$$
$$0 \leqslant \theta_g \leqslant 2\pi$$

Postępując podobnie jak przy emisji z elementu powierzchniowego otrzymuje się następujące równania

$$\eta_g = \arccos(1-2R_{\eta_g}) \qquad /17/$$
$$\theta_g = 2\pi R_{\theta_g} \qquad /18/$$

3.3. Długość fali elementarnej porcji energii

3.3.1. Emisja z elementu powierzchniowego

Gęstość emisji własnej ciała szarego w zakresie długości fal / λ, $\lambda + d\lambda$ / wyraża równanie

$$d\dot{e} = \varepsilon \dot{e}_{b\lambda}\, d\lambda \qquad /19/$$

Prawdopodobieństwo wyemitowania porcji energii w przedziale $d\lambda$ wokół λ wynosi

$$dP = \frac{d\dot{e}}{\dot{e}} = \frac{\varepsilon \dot{e}_{b\lambda}\, d\lambda}{\varepsilon \int_0^{\infty} \dot{e}_{b\lambda}\, d\lambda} \qquad /20/$$

Traktując długość fali λ jako zmienną losową λ można przez całkowanie równania /20/ wyznaczyć jej dystrybuantę

$$P(\lambda < \lambda) = \int_{-\infty}^{\lambda} \frac{\dot{e}_{b\lambda}\, d\lambda}{\int_0^{\infty} \dot{e}_{b\lambda}\, d\lambda} \qquad /21/$$

Dystrybuanta, określona równaniem /21/ jest równocześnie zmienną losową o rozkładzie równomiernym w przedziale /0,1/

$$R_{\lambda} = P(\lambda < \lambda) = \frac{\int_0^{\lambda} \dot{e}_{b\lambda}\, d\lambda}{\int_0^{\infty} \dot{e}_{b\lambda}\, d\lambda} \qquad /22/$$

Równanie całkowe /22/ służy do wyznaczania λ na podstawie liczby R_{λ} dostarczonej przez generator liczb losowych. Wiebelt [16] opracował przybliżone zależności analityczne dla

$$x = \frac{c_2}{\lambda T} > 2$$

$$R_{\lambda} = \frac{15}{\pi^2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{e^{-xj}}{j^4} \left\{ \left[(jx + 3) \quad jx + 6 \right] \quad jx + 6 \right\}$$

oraz dla

$$x < 2$$

$$R_{\lambda} = 1 - \frac{15}{\pi^4} x^3 \left(\frac{1}{3} - \frac{x}{8} + \frac{x^2}{60} - \frac{x^4}{5040} + \frac{x^6}{272160} - \frac{x^8}{13305600} \right)$$

W powyższych równaniach c_2 jest stałą Plancka $c_2 = 1{,}4388 \cdot 10^{-2}$ m.K.

3.3.2. Emisja z elementu gazowego

Zakłada się, że energia radiacyjna elementu objętościowego określona jest jego emisją brutto. Emisję elementu gazowego przedstawia wówczas równanie

$$\dot{E}_{gb} = 4 V_g \int_0^{\infty} \alpha_{\lambda} \dot{e}_{b\lambda}\, d\lambda \qquad /23/$$

gdzie

V_g - objętość elementu gazowego m^3,

α_λ - monochromatyczny współczynnik objętościowego pochłaniania m^{-1}.

Postępując podobnie jak w rozdziale 3.3.1. otrzymuje się

$$R_{\lambda g} = \frac{\int_0^{\lambda} \alpha_\lambda \dot{e}_{b\lambda}\, d\lambda}{\int_0^{\infty} \alpha_\lambda \dot{e}_{b\lambda}\, d\lambda} \qquad /24/$$

Przy założeniu, że przedziały widma są szare wystarczy jedynie wylosować numer przedziału k, który wyznacza się z nierówności

$$\frac{\sum_{p=1}^{p=k-1} \alpha_p \int_{\Delta\lambda_p} \dot{e}_{b\lambda}\, d\lambda}{\sum_{p=1}^{p=t} \alpha_p \int_{\Delta\lambda_p} \dot{e}_{b\lambda}\, d\lambda} \leqslant R_{\lambda g} \leqslant \frac{\sum_{p=1}^{p=k} \alpha_p \int_{\Delta\lambda_p} \dot{e}_{b\lambda}\, d\lambda}{\sum_{p=1}^{p=t} \alpha_p \int_{\Delta\lambda_p} \dot{e}_{b\lambda}\, d\lambda} \qquad /25/$$

gdzie oznaczają :

t - liczba aktywnych przedziałów widma,

α_p - współczynnik objętościowego pochłaniania p-tego pasma,

$\Delta\lambda_p$ - szerokość p-tego pasma m,

$R_{\lambda g}$ - zmienna losowa o rozkładzie równomiernym w przedziale /0,1/.

Liczba k będąca numerem poszukiwanego przedziału spełnia zależność

$$1 \leqslant k \leqslant t \qquad /26/$$

Podobne rozumowanie można przeprowadzić zakładając, że energia radiacyjna elementu objętościowego określona jest jego emisją netto.

W tym przypadku emisję elementu gazowego wyraża równanie

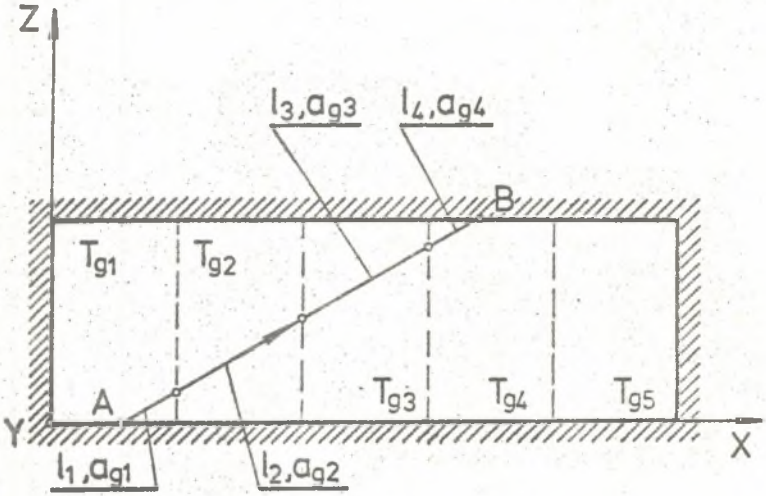
$$\dot{E}_{gn} = F_g \int_0^{\infty} \varepsilon_\omega \dot{e}_{b\omega}\, d\omega = F_g \sum_{p=1}^{p=t} \frac{A_p}{\Delta\omega_p} \int_{\Delta\omega_p} \dot{e}_{b\omega}\, d\omega \qquad /27/$$

Jak wykazały obliczenia numeryczne przeprowadzone przez autora prawdopodobieństwa wyboru pasma wyznaczone z nierówności /25/ bardzo niewiele różnią się od wartości obliczonych w oparciu o metodę emisji netto.

3.4. Transport elementarnej porcji energii przez ośrodek absorbujący.

Długość fali porcji energii emitowanej z elementu powierzchniowego może należeć do jednego z aktywnych przedziałów promieniującego gazu. W tym przypadku podczas wędrówki przez ośrodek absorbujący porcja może być zaabsorbowana. Porcja, której długość fali należy do tak zwanych okien przechodzi przez gaz bez możliwości pochłonięcia. Przyjęto ośrodek wypełniony nieizotermiczną bryłą gazową. W tym przypadku bryłę gazową

zwykle dzieli się na różniczkowe elementy izotermiczne. Wędrująca porcja energii przechodzi więc przez elementy o różnych temperaturach. Pochłanianie na tych cząstkowych drogach jest różne i zależy oprócz temperatury od tych dróg. Należy wyznaczyć wszystkie punkty przenikania kierunku poruszania się porcji energii z siatką przestrzennego podziału. Odcinki pomiędzy tymi punktami stanowią długości dróg porcji energii w izotermicznych elementach. Przykład usytuowania tych odcinków przedstawiono na Rys. 4.



Rys. 4. Przykład toru porcji energii wyemitowanej z elementu powierzchniowego ograniczającego układ.

Dla każdego z otrzymanych odcinków oblicza się absorpcyjność pasma do którego należy wylosowana długość fali /liczba falowa/. Prawdopodobieństwo pochłonięcia porcji energii jest określone przez łączną absorpcyjność przemierzanych odcinków ośrodka gazowego.

$$P = a_{g1,s} \qquad /28/$$

Absorpcyjność s kolejno następujących po sobie odcinków bryły gazowej o znanych objętościowych współczynnikach pochłaniania oraz o znanych długościach l określa równanie

$$a_{g1,s} = 1 - \exp\left(-\sum_{i=1}^{i=s} \alpha_i \, l_i\right) = 1 - \prod_{i=1}^{i=s} \tau_i = a_{g1,s-1} + a_{gs} - a_{g1,s-1} \cdot a_{gs} \qquad /29/$$

gdzie oznaczają :

a_{gs} - absorpcyjność bryły gazowej o temperaturze T_{gs}, grubości l_s odpowiadającej wylosowanemu przedziałowi widma,

$a_{g1,s-1}$ - absorpcyjność s-1 odcinków ośrodka gazowego,

τ_s - transmisyjność bryły gazowej na drodze l_s,
$\tau_{1,s-1}$ - transmisyjność s-1 odcinków ośrodka gazowego.

Odcinek w którym może nastąpić pochłonięcie ustala się analizując następującą nierówność :

$$a_{g1,s-1} < R_1 < a_{g1,s} \qquad /30/$$

gdzie R_1 oznacza zmienną losową o rozkładzie równomiernym w przedziale /0,1/. Spełnienie nierówności /30/ oznacza, że porcja energii została pochłonięta w l_s-tym odcinku wzdłuż kierunku Λ. Następuje identyfikacja elementu gazowego oraz zanotowanie faktu pochłonięcia. Na tym kończy się śledzenie historii danej porcji energii. Jeżeli nierówność /30/ nie może być spełniona nawet dla ostatniego odcinka l_s, wówczas porcja energii uderza w element powierzchniowy.

3.5. Kolizja elementarnej porcji energii z elementem powierzchniowym.

Porcja energii dociera do powierzchni elementu powierzchniowego w przypadku braku pochłonięcia jej w elementach gazowych lub wtedy, kiedy porcja reprezentuje długość fali leżącą poza obszarem aktywności gazu. Na powierzchni tej może nastąpić pochłonięcie lub odbicie. Prawdopodobieństwo pochłonięcia porcji określone jest absorpcyjnością rozpatrywanego elementu. Pochłonięcie następuje, jeżeli jest spełniona nierówność

$$R_a < a = \varepsilon \qquad /31/$$

gdzie oznaczają :

R_a - zmienna losowa z zakresu /0,1/,
a, ε - absorpcyjność i emisyjność elementu powierzchniowego.

W przeciwnym przypadku następuje odbicie. Punkt odbicia jest równocześnie punktem emisji w kolejnym etapie śledzenia tej samej porcji. Następnie losuje się wszystkie zmienne określające dalszy los tej porcji za wyjątkiem długości fali.

4. Wykorzystanie rezultatów metody Monte Carlo [17, 18, 19].

W wyniku przeprowadzonego eksperymentu otrzymuje się liczby porcji zaabsorbowane w poszczególnych elementach układu. Liczby te wykorzystuje się do wyznaczania współczynników opromieniowania, które definiowane są równaniem

$$\Psi_{i \to j} \overset{df}{=} \frac{\dot{E}_{i \to j}}{\dot{E}_i} = \lim_{N_i \to \infty} \left(\frac{N_{i \to j}}{N_i}\right) \approx \left(\frac{N_{i \to j}}{N_i}\right)_{N_i \neq \infty} \qquad /32/$$

gdzie oznaczają :

$\dot{E}_{i \to j}$ - ta część emisji i-tego elementu, która bezpośrednio lub po kolejnych odbiciach została pochłonięta w j-tym elemencie,

$\dot{E}_i$ - emisja i-tego elementu,

$N_{i \to j}$ - ta część całkowitej liczby porcji wysłanych z i-tego elementu, która bezpośrednio lub po kolejnych odbiciach została pochłonięta w j-tym elemencie,

N_i - całkowita liczba porcji wysłana z i-tego elementu.

Strumień energii radiacyjnej pochodzący od emisji i-tego elementu powierzchniowego i zaabsorbowany w j-tym elemencie wyraża zgodnie z równaniem /32/ zależność

$$\dot{E}_{i \to j} = \Psi_{i \to j} \dot{E}_i = \Psi_{i \to j} F_i \varepsilon_i \sigma T_1^4 \qquad /33/$$

Strumień energii wyemitowany przez bryłę gazową i pochłonięty w tej bryle wynika z zależności

$$\dot{E}_{i \to i} = \Psi_{i \to i} \dot{E}_i = \Psi_{i \to i} 4 V_i \alpha_i \dot{e}_{gbi} \qquad /34/$$

Gdyby emisję bryły gazowej określono za pomocą emisji netto, wówczas porcja energii od punktu zrodzenia się do powierzchni elementu gazowego przemierza bez możliwości pochłonięcia. Począwszy od powierzchni elementu gazowego porcja przebywa dalszą drogę z możliwością pochłonięcia. W szczególnym przypadku, gdy porcja wróci do elementu zrodzenia się to, będzie już w nim pochłaniana.

Strumień energii radiacyjnej pochodzącej od emisji wszystkich elementów układu i zaabsorbowany w rozpatrywanym j-tym elemencie określa równanie

$$\dot{E}_{aj} = \sum_{i=1}^{i=m+n} \Psi_{i \to j} \dot{E}_i \qquad /35/$$

gdzie m+n oznacza łączną liczbę elementów powierzchniowych oraz objętościowych.

LITERATURA

[1] Hammersley J.M., Handscomb D.C.: Monte Carlo Methods, Methuen, London, 1964.

[2] Metropolis N., Ulam S.: The Monte Carlo Method, J. Am.Statist. Assoc. 44, Nó 247, 335 /1949/.

[3] Buslenko N.P., Golenko D.I., Sobol I.M., Sragowicz W.G., Szrejder J.A.: Metoda Monte Carlo, PWN, Warszawa 1967.

[4] Oppenheim A.K., Bevans J.T.: Geometric factors for radiative heat transfer through an absorbing medium in Cartesian coordinates, Transactions of the ASME Nov. 1960.

[5] Bevans J.T., Dunkle R.V.: Radiant interchange within an enclosure, Journal of heat transfer, 1960.

[6] Howell J.R., Perlmutter M.: Monte Carlo solution of thermal transfer through radiant media between gray walls, Transactions of the ASME, Series C, Vol. 86, 1964.

[7] Usiskin C.M., Sparrow E.M.: Thermal radiation between parrallel plates separated by an absorbing - emitting nonisothermal gas, Int.J. Heat Mass Transfer, Vol. 1, 1960.

[8] Perlmutter M., Howell J.R.: Radient transfer through a gray gas between concentric cylinders using Monte Carlo, Transactions of the ASME, Series C.Vol. 86, 1964.

[9] Howell J.R., Perlmutter M.: Monte Carlo Solution of radiant heat transfer in a nongray nonisothermal gas with temperature dependent properties, A.I.Ch.E Journal, Vol. 10, 1964.

[10] Weiner M.M., Tindall J.W., Candell L.M.: Radiative interchange factors by Monte Carlo, Am.Soc.of Mech.Engrs.Paper 65-2-/HT-5, 1965.

[11] Toor J.S., Viskanta R.: A numerical experiment of radiant heat interchange by the Monte Carlo method, Int.J.Heat Mass Transfer, Vol. 11, 1968.

[12] Howell R.J.: Application of Monte Carlo to heat transfer problems. Advances in heat transfer Vol.5, 1968.

[13] Rudnicki Z.: Zastosowanie metody Monte Carlo do wyznaczania pola temperatur w przestrzeni roboczej pokrocznego pieca grzejnego. Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice, 1972.

[14] Szargut J., Rudnicki Z.: Zastosowanie metody Monte Carlo do wyznaczania pola temperatury w przestrzeni roboczej pokrocznego pieca grzejnego, Archiwum Hutnictwa nr 4, 1973.

[15] Szargut J.: Metody numeryczne w obliczeniach cieplnych pieców przemysłowych, Śląsk, Katowice 1977.

[16] Wiebelt J.A.: Engineering Radiation Heat Transfer, Holt, Reinehart and Winston, Inc. New York. 1966 .

[17] Opracowanie matematycznego modelu nagrzewania wsadu w piecach pokrocznych z wielostronnym nagrzewaniem. Praca Instytutu Techniki Cieplnej Politechniki Śląskiej w Gliwicach, NB-163/RME-3/76, 1976-1979.

[18] Nadziakiewicz J., Rudnicki Z.: Numeryczny opis procesów cieplnych w piecu grzejnym o działaniu ciągłym, Archiwum Hutnictwa nr 4, 1981.

[19] Nadziakiewicz J., Rudnicki Z.: Mathematical model of heat transfer in the enclosure of a walking beam furnace, Wärme Gas International vol. 30 /1981/ 5, pp 265-269 .

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА МОНТЕ - КАРЛО ДЛЯ ТЕПЛООБМЕНА ИЗЛУЧЕНИЕМ

Р е з ю м е

В работе представлено короткое историческое развитие использования метода МОНТЕ - КАРЛО в области теплообмена излучением. Представлены теоретические принципы применения этого метода в расчётах переноса излучения в поглощающей и излучающей среде. Метод МОНТЕ - КАРЛО использовано для вычисления коэффициентов излучения.При их помощи определяются тепловые потоки лучистой энергии в данной системе поверхностей.

APPLICATION OF THE MONTE CARLO METHOD TO RADIATIVE HEAT TRANSFER

S u m m a r y

A short historical review of the application of the Monte Carlo method to radiative heat transfer is presented. Teoretical rules of the probabilistic model of radiation in an enclosure filled with absorbing and emitting gases are described. The results of the Monte Carlo method in calculations of irradiation coefficients are applied. Irradiation coefficients are used to determine the radiative heat fluxes between the elements in the enclosure.

Praca wpłynęła do Redakcji w maju 1985 r.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Stefan Wiśniewski