ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1985
Seria: ENERGETYKA z. 90 Nr kol. 855

Jan STASIEK
Katedra Techniki Cieplnej
Politechniki Gdańskiej

RADIACYJNO-KONWEKCYJNA WYMIANA CIEPŁA PODCZAS PRZEPŁYWU GAZU PROMIENIUJĄCEGO PRZEZ OGRZEWANĄ ELEKTRYCZNIE RURĘ

Streszczenie. W pracy przedstawiono równania różniczkowe opisujące model złożonej (radiacyjno-konwekcyjnej) wymiany ciepła podczas przepływu ośrodka optycznie czynnego przez ogrzewaną elektrycznie rurę ceramiczną. Opracowano program komputerowy HEAT do rozwiązywania równań różniczkowych nieliniowych za pomocą całkowania numerycznego. Przeprowadzono obliczenia rozkładów temperatur ścianki i spalin wewnątrz ogrzewanej rury. Zbadano wpływ własności optycznych ścianki i spalin na rozkłady temperatur.

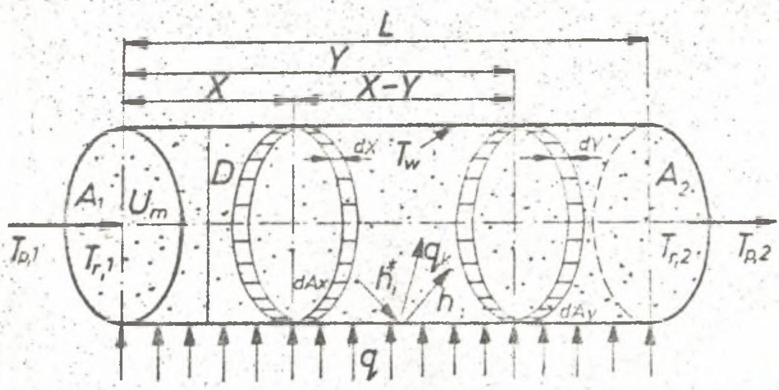
1. Wstęp

W rzeczywistych procesach przepływu ciepła zwykle występują nieizotermiczne powierzchnie i bryły promieniującego i absorbującego czynnika. W pracach m.in. Özisika [2] Hottela [1], Siegela i Howela [3] czy też Szarguta [6] przedstawiono szereg metod analityczno-numerycznego rozwiązywania tego typu zagadnień za pomocą równań: przenoszenia promieniowania, zachowania energii i pędu. Zakres niniejszej pracy ograniczono do wskazania wpływu własności ośrodka optycznie czynnego na proces złożonej wymiany ciepła, gdzie wymiana radiacyjna odgrywa pierwszoplanową rolę. Model matematyczny zjawiska opracowano w oparciu o zmodyfikowaną metodę strefową Hottela oraz transformację powierzchniową umożliwiającą zastąpienie emisji bryły gazowej odpowiednimi emisjami powierzchniowymi [4].

Na rys. 1 przedstawiono schemat rury ogrzewanej elektrycznie, przez którą przepływają spaliny o własnościach ośrodka optycznie czynnego dyfuzyjno-szarego.

2. Model matematyczny radiacyjno-konwekcyjnej wymiany ciepła

Analitycznie badany będzie rozkład temperatury na ściance i spalinach w funkcji własności fizycznych ośrodka optycznie czynnego, emisyjności powierzchni i długości rury. Do analizy przyjmuje się, że układ



Rys. 1. Schemat kanału rurowego dyfuzyjno-szarego z przepływającym ośrodkiem optycznie czynnym

jest dyfuzyjno-szary, powierzchnie zamykające rurę są powierzchniami czarnymi i nie ma osiowego przewodzenia ciepła w rurze i spalinach.

Rozpatrując (zgodnie z metodą netto Poljaka [3]) bilans energii dla elementarnej powierzchni dA_x i komory dV_x w odległości x od początku rury za [2] [3] i [4] otrzymuje się następujący układ bezwymiarowych równań różniczkowych:

$$\frac{d^2 t_w}{dx^2}\left(4t_w^3 + \frac{H}{\varepsilon}\right) + 12t_w^2\left(\frac{dt_w}{dx}\right)^2 - \frac{H}{\varepsilon}\left(S + 4R\bar{\varepsilon}\,t_w^3\right)\cdot\frac{dt_w}{dx} =$$

$$= 4\varepsilon_z + H\left(t_w - t_p\right)\cdot\left(4\varepsilon_z - \frac{S^2}{\varepsilon} - \frac{4SR}{\varepsilon}\,t_p^3\right) +$$

$$+ t_w\left[k(2+k) - \frac{HRS\bar{\varepsilon}}{\varepsilon} - \frac{4HR^2\bar{\varepsilon}}{\varepsilon}\,t_p^3\right] +$$

$$- t_p\left[2(2+k)\,\varepsilon_{p,s} - \frac{HRS}{\varepsilon} - \frac{4HR}{\varepsilon}\,t_p^3\right] \qquad (1)$$

$$\frac{dt_p}{dx} = S\left(t_w - t_p\right) + R\left(\bar{\varepsilon}\,t_w^4 - t_p^4\right) \qquad (2)$$

gdzie:

$$t = T(x)\left(\frac{\sigma}{q}\right)^{\frac{1}{4}} \quad \bar{\varepsilon} = \frac{a_p}{\varepsilon_p} \quad H = \frac{\alpha_k}{q}\left(\frac{q}{\sigma}\right)^{\frac{1}{4}} \quad R = N\left(\frac{q}{\sigma}\right)^{\frac{3}{4}} \quad S = St = \frac{4\,\alpha_k}{U_m\,\varrho\,c_p}$$

$$N = \frac{4\,\sigma\,\varepsilon_e}{U_m\,\varrho\,c_p} \quad \varepsilon_e = \frac{\varepsilon_p}{a_p\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{a_p} - 1\right)} \quad \varepsilon_z = \frac{(2+k)^2\varepsilon + k(2+k)(1-\varepsilon)}{4\varepsilon} \tag{3}$$

Równania (1)(2) oraz kompleks liczb bezwymiarowych (3) otrzymuje się przy założeniu, że $q = const.$ Rozwiązanie równań różniczkowych nieliniowych (1) i (2) uzyskuje się metodą przybliżoną przy następujących warunkach granicznych:

- dla równania (2) przy $\underline{x = 0}$ $\quad t_p = t_{p,1}$ (4)
- dla równania (1) jako równania stopnia drugiego przy $\underline{x = 0}$

$$\left.\frac{dt_w}{dx}\right|_{x=0} = \frac{1}{\left[H + 4\,\varepsilon\,t_w^3(0)\right]}\Big\{ H(S+2)\left[t_w(0) - t_{p,1}\right] + (2+k)\,\varepsilon\,t_w^4(0) +$$

$$-(2+k) - (2+k)\,\varepsilon\,t_{r,1}^4 - (2+k)\,\varepsilon\,\varepsilon_{p,1}\,t_{p,2}^4 + H\,R\left[t_w^4(0) - t_{p,1}^4\right] \tag{5}$$

i przy $\underline{x = 1}$

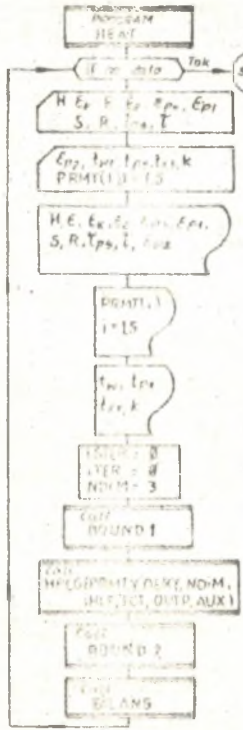
$$\frac{1-\varepsilon}{(2+k)\varepsilon}\left[e^{-(2+k)l} + 1 + k\right] + 1 + \frac{e^{-(2+l)l}}{2}\left[t_{r,1}^4 + \varepsilon_{p,s}\,t_{p,1}^4\right] =$$

$$= \frac{H}{\varepsilon}\left[t_w(l) - t_p(l)\right] + t_w^4(l) - \frac{1}{2}\left[t_{r,2}^4 + \varepsilon_{p,s}\,t_{p,2}^4\right] - \varepsilon_{p,s}\,e^{-(2+k)l}\,\cdot$$

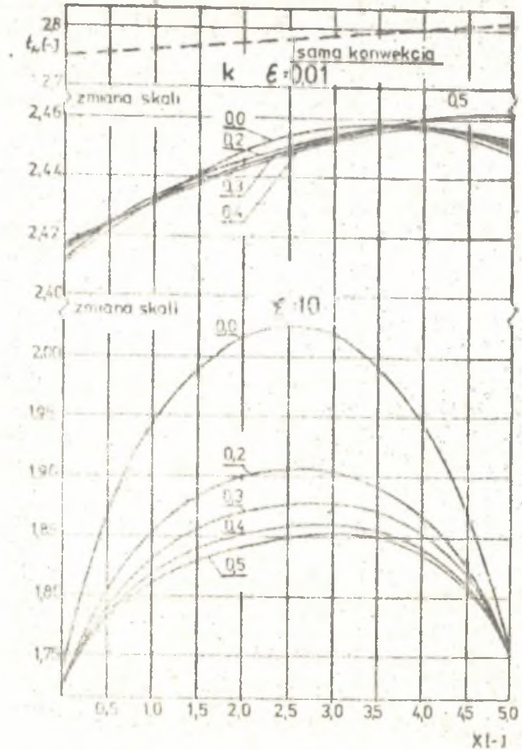
$$\cdot \int_0^l t_p^4(\varrho)\,e^{(2+k)\varrho}\,d\varrho - e^{-(2+k)} \int_0^l \left\{t_w^4(\varrho) + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\,H\left[t_w(\varrho) - t_p(\varrho)\right]\right\} e^{(2+k)\varrho}\,d\varrho \tag{6}$$

Kontrolę rozwiązania numerycznego przeprowadza się dodatkowo za pomocą bilansu cieplnego całego układu. Za [4] równanie bilansu cieplnego w formie bezwymiarowej przyjmuje następującą postać:

$$1 + \frac{H}{S} + \frac{t_{r,1}}{2(2+k)}\left[1 - e^{-(2+k)l}\right] + \frac{1-\varepsilon}{(2+k)\varepsilon}\left[1 - e^{-(2+k)l}\right] =$$



Rys. 2. Schemat blokowy programu HEAT



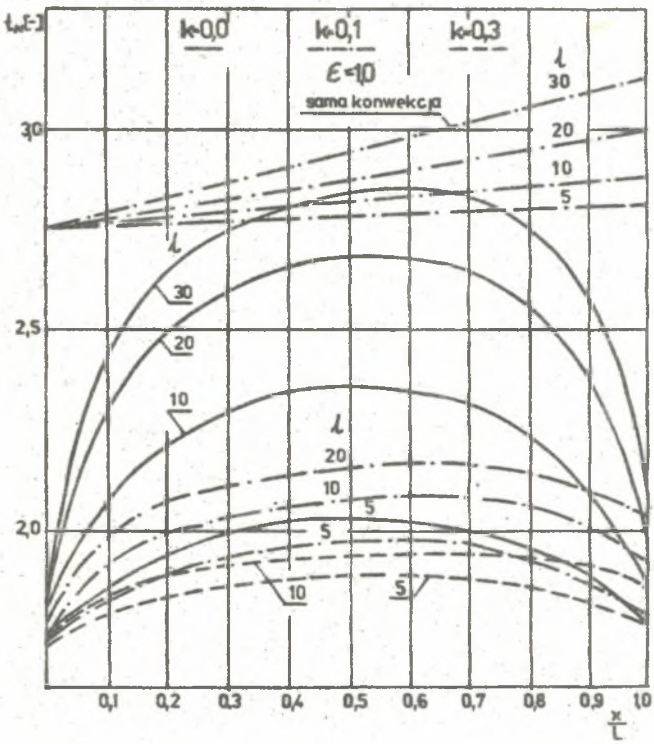
Rys.3. Wpływ absorpcyjności bezwymiarowej i emisyjności ścianki na rozkład temperatury na ściance rury

$$= \frac{t_{r,2}^4}{2(2+k)}\left[1 - e^{-(2+k)l}\right] + \frac{H}{S}\, t_{p,2} + \frac{1}{2}\int_0^l \left[\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} H(t_w - t_p) + t_w^4\right]\left[e^{-(2+k)x} + e^{-(2+k)(l-x)}\right] dx + \frac{1}{2}\,\varepsilon_{p,s}\int_0^l t_p^4\left[e^{-(2+k)x} + e^{-(2+k)(l-x)}\right] dx \qquad (7)$$

gdzie:

$k = a\,D$ – bezwymiarowy współczynnik absorpcji

$\varepsilon_{p,s} = 0,75\,k$, $\varepsilon_p = 0,25\,k$ – emisyjności pozorne bryły gazowej o kształcie plastra kołowego



Rys. 4. Wpływ długości i absorpcyjności bezwymiarowej na rozkład temperatury na ściance rury

Dysponując ostatecznie układem równań różniczkowych, nieliniowych z dwoma warunkami granicznymi i bilansem cieplnym należy w pierwszej kolejności określić parametry H; S; R; k; l; $t_{r,1}$; $t_{r,2}$ i $t_{p,1}$ a następnie zakładając wartość $t_w(0)$ obliczyć dt_w/dx przy $x = 0$ z równania (5). Obliczenie dt_w/dx przy $x = 0$ umożliwia w dalszej kolejności rozpoczęcie procesu rozwiązywania równań różniczkowych.

3. Podsumowanie

Układ równań różniczkowych (1) i (2) rozwiązano za pomocą procedury Runge-Kutty z modyfikacją Hamminga. Schemat blokowy programu HEAT rozwiązującego układ równań różniczkowych nieliniowych przedstawiono na rys. 2. Program opracowano w oparciu o bibliotekę podprogramów IBM [5]. Na rys. 3 i 4 przedstawiono przykładowe obliczenia rozkładów temperatury w elektrycznie grzanej rurze w funkcji bezwymiarowego współczynnika k, emisyjności ścianki i długości l. Zaobserwowano istotny wpływ własności optycznych ośrodka, np. spalin i długości rury l na rozkłady temperatur.

LITERATURA

[1] HOTTEL H.C., SAROFIM A.F.: Radiative Transfer. Mc Graw-Hill Book Co. New York, 1967

[2] ÖZISIK M.N.: Radiative Transfer and Interactions with Conduction and Convection. J.Wiley and Sons. New York, 1973

[3] SIEGEL R., HOWELL I.R.: Thermal Radiation Heat Transfer Mc Graw-Hill Book Co. New York, 1972

[4] STĄSIEK J.: Zastosowanie uogólnionych współczynników konfiguracji i zasady transformacji powierzchniowej do radiacyjnej wymiany ciepła w układach z ośrodkiem optycznie czynnym. Praca habilitacyjna w opracowaniu. Gdańsk, 1985

[5] I.B.M. Application Program. Tech.Publ.Depart. New York, 1970

[6] SZARGUT J.: Metody numeryczne w obliczeniach cieplnych pieców przemysłowych. Wydawnictwo "Śląsk", Katowice, 1977.

РАДИАЦИОННО - КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН ДЛЯ ТЕЧЕНИЯ ИЗЛУЧАЮЩЕГОСЯ ГАЗА ЧЕРЕЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИ ОБОГРЕВАЕМУЮ ТРУБУ

Р е з ю м е

В работе представлены дифференциальные уравнения, описывающие модель сложного / радиационно-конвективного/ теплообмена для течения излучаемого газа через электрически обогреваемую керамическую трубу.

Разработана компьютерная программа HEAT для решения нелинейных дифференциальных уравнений с помощью численного интегрирования. Приведены расчёты распределения температур стенки и газов сгорания внутри обогреваемой трубы. Исследовано влияние оптических свойств стенки и газов на распределение их температуры.

RADIATIVE AND CONVECTIVE HEAT TRANSFER DURING THE FLOW OF A RADIATING GAS THROUGH A HEATING TUBE

S u m m a r y

Differential equations describing a simplified model of complex heat transfer for an optically active medium flowing through a heating tube have been presented. The computer programme HEAT with standard numerical integration procedures was used to obtain a solution. The distribution of temperatures of the tube wall and combustion gases along the heating channel have been calculated. The influence of the emissivity of the wall and the combustion gases on the temperature distribution have been examined.

Praca wpłynęła do Redakcji w maju 1985 r.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Stefan Wiśniewski