ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1985
Seria : ENERGETYKA z. 90 Nr kol. 855

Janusz WANDRASZ

**Instytut Techniki Cieplnej
Politechniki Śląskiej**

PASMOWY MODEL PRZEPŁYWU ENERGII PRZEZ PROMIENIOWANIE I JEGO ZASTOSOWANIE

Streszczenie. W pracy przedstawiono metodykę obliczenia strumieni energii przekazywanych przez promieniowanie z uwzględnieniem własności absorpcyjnych i emisyjnych bryły gazowej. Do rozważań przyjęto układ jedno- i wielopowierzchniowy powierzchni izotermicznych. Bryłę gazu potraktowano jako izotermiczną, przy czym dla określenia jej własności emisyjnych i absorpcyjnych wykorzystano teorię i zależności Edwardsa, dla których opracowano wzory i zależności uproszczone pozwalające z wystarczającą dokładnością wyznaczyć współczynniki absorpcji poszczególnych pasm promieniowania. Spośród wielu gazów promieniujących rozważano głównie dwa CO_2 i H_2O mające największe znaczenie praktyczne. Podane w pracy wzory i zależności uproszczone oraz równania aproksymacyjne pozwolą na wykorzystanie ich w praktycznych obliczeniach inżynierskich.

Ważniejsze oznaczenia

a_k - średni współczynnik absorpcji dla k-tego pasma, m^{-1},
A - absorpcyjność,
C_c - stała promieniowania ciała doskonale czarnego, W/m^2K^4,
c - prędkość światła, m/s,
D - przezroczystość,
$\dot{e}$ - gęstość emisji, W/m^2,
$\dot{E}$ - strumień emisji, W,
F - pole powierzchni, m^2,
$\dot{h}$ - gęstość jasności, W/m^2,
$\dot{H}$ - strumień jasności, W,
i_λ - intensywność emisji, W/m^3,
i_ω - intensywność emisji, W/m,
L - średnia długość drogi promieniowania, m,
$\bar{p}$ - suma ciśnień składnikowych CO_2 i H_2O, bar,
p_g - ciśnienie składnikowe gazu, bar,
P - stosunek ciśnienia składnikowego pary wodnej do sumy ciśnień składnikowych $CO_2 + H_2O$,
$\dot{Q}$ - strumień ciepła, W,
R - refleksyjność,
t - temperatura, ^oC,
T - temperatura bezwzględna, K,
α - całkowita intensywność pasma,

α_k - konwekcyjny współczynnik wnikania ciepła, W/m^2K,
β - bezwymiarowy parametr szerokości linii,
Δ - odchyłka, %,
$\Delta\omega_k$ - szerokość pasma wyrażona liczbą falową, m^{-1},
$\Delta\varepsilon$ - poprawka na zachodzenie pasm emisji CO_2 i H_2O,
ε - emisyjność,
ζ - poprawka uwzględniająca wpływ ciśnienia p_{H_2O} na H_2O,
ϱ - bezwymiarowy parametr,
ϑ - temperatura powierzchni ściany, ^oC,
λ - długość fali, m,
φ - gęstość masy, kg/m^3,
σ - stała Boltzmanna,
τ_H - bezwymiarowy parametr grubości optycznej,
φ_{ij} - średni stosunek konfiguracji,
ω - liczba falowa, m^{-1},
ω_H - parametr szerokości pasma, m^{-1}.

Indeksy :

k,o - indeksy dotyczące zakresu absorpcji i przezroczystości,
i,j,p - indeksy dotyczące numeru powierzchni.

1. Wymiana energii promienistej w układach z niezapyloną izotermiczną bryłą gazową

Złożoność problemów wymiany energii na drodze promieniowania oraz rozliczność czynników mających istotne znaczenie na przebieg powyższych zjawisk, zmusza do przyjęcia założeń upraszczających. Swiadomość przyjmowania dodatkowych założeń winna być brana pod uwagę nie tylko z uwagi na dokładności obliczeń, to jest na stosowany sposób aproksymacji równań, modele rozwiązań, ich dokładności i szybkość obliczeń, ale również na odstępstwo wyników od przebiegu procesów rzeczywistych.

W prowadzonych rozważaniach teoretycznych przyjmuje się następujące założenia upraszczające :

- czynnik gazowy wypełniający przestrzeń pomiędzy rozważanymi przestrzeniami wymieniającymi energię jest pozbawiony cząstek stałych / spaliny niezapylone /,
- występujący w przestrzeni gazowej płomień nie zawiera stałych cząstek świecących,
- odchylenia temperatur w różnych punktach rozważanej bryły gazowej są niewielkie, co zezwala na uśrednienie temperatury bryły gazowej,
- emisja i absorpcja gazów zachodzi w pasmach, przy czym uwzględnia się również występowanie pasm przezroczystych.

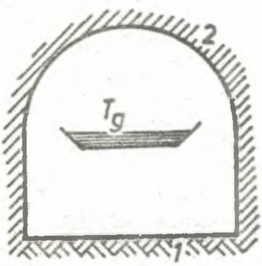
Własności emisyjne bryły gazowej zapisać można podobnie jak ciała stałego zależnością

$$D_g + A_g + R_g = 1 \qquad /1/$$

gdzie poszczególne wielkości oznaczają przezroczystość bryły gazowej jej absorpcyjność oraz refleksyjność. Brak danych potwierdzających zdolność do refleksyjności energii promienistej przez cząstki gazu pozwala na uproszczenie zależności /1/ do postaci :

$$D_g + A_g = 1 \qquad /2/$$

Celem uproszczenia rozważań problem wymiany energii przez promieniowanie dogodnie jest analizować na prostym trójelementowym dwupowierzchniowym przykładzie przedstawionym na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat układu trójelementowego dwupowierzchniowego

Średnie stosunki konfiguracji w rozpatrywanym układzie można zapisać zaleznościami

$$\varphi_{1-2} = 1 \;;\; \varphi_{2-1} = F_1/F_2 \quad \varphi_{1-1} = 0$$

$$\varphi_{2-2} = \left(F_2 - F_1\right)/F_2$$

Przyjęcie pasmowego modelu absorpcji i emisji wymaga rozpatrzenia dwu odrębnych pasm dotyczących przepływu energii promienistej w obszarze przezroczystości widma promieniowania bryły gazowej /w pasmach przezroczystych/ i pasm absorbcyjności oraz emisyjności bryły gazowej. Równania bilansu jasności dla układu powierzchni przedstawionych na rysunku 1 wynoszą odpowiednio dla poszczególnych pasm:

- pasmo przezroczystości bryły gazowej $A_g^o = 0$

$$\dot{H}_1^o = \dot{E}_1^o + \varphi_{11}R_1\dot{H}_1^o + \varphi_{2-1}R_1\dot{H}_2^o \qquad /3/$$

$$\dot{H}_2^o = \dot{E}_2^o + \varphi_{22}R_2\dot{H}_2^o + \varphi_{1-2}R_2\dot{H}_1^o \qquad /4/$$

- pasmo nieprzezroczystości /absorpcja i emisja/

$$\dot{H}_1^k = \dot{E}_1^k + \dot{E}_{g1}^k R_1 + \varphi_{2-1}R_1 D_{2-1}^k \dot{H}_2^k + \varphi_{1-1}D_{1-1}^k R_1 \dot{H}_1^k \qquad /5/$$

$$\dot{H}_2^k = \dot{E}_2^k + \dot{E}_{g2}^k R_2 + \varphi_{1-2}R_2 D_{1-2}^k \dot{H}_1^k + \varphi_{2-2}D_{2-2}^k R_2 \dot{H}_2^k \qquad /6/$$

Dzieląc każde z równań odpowiednio przez F_1 i F_2 oraz wykorzystując zasadę wzajemności $\varphi_{1-2}F_1 = \varphi_{2-1}F_2$, otrzymamy

$$\dot{h}_1^o (1 - \varphi_{1-1}R_1) - R_1\dot{h}_2^o \varphi_{1-2} = \dot{e}_1^o \qquad /7/$$

$$\dot{h}_2^o (1 - \varphi_{2-2}R_2) - R_2\dot{h}_1^o \varphi_{2-1} = \dot{e}_2^o \qquad /8/$$

oraz

$$\dot{h}_1^k (1 - D_{1-1}^k \varphi_{1-1}R_1) - R_1 D_{2-1}^k \varphi_{1-2}\dot{h}_2^k = \dot{e}_1^k + \dot{e}_{g1}^k R_1 \qquad /9/$$

$$\dot{h}_2^k (1 - D_{2-2}^k \varphi_{2-2}R_2) - R_2 D_{1-2}^k \varphi_{2-1}\dot{h}_1^k = \dot{e}_2^k + \dot{e}_g^k R_2 \qquad /10/$$

Po uwzględnieniu własności geometrycznych układu można z równań /7-10/ wyznaczyć wartości gęstości jasności poszczególnych powierzchni i obszarów pasm

$$\dot{h}_1^o = \frac{1}{M_o} \left[\dot{e}_1^o (1 - \varphi_{2-2}R_2) + \dot{e}_2^o R_1\right] \qquad /11/$$

$$\dot{h}_2^o = \frac{1}{M_o} \left[\dot{e}_2^o - \dot{e}_1^o R_2 \varphi_{2-1}\right] \qquad /12/$$

$$\dot{h}_1^k = \frac{1}{M_k} \left[(\dot{e}_1^k + \dot{e}_{g1}^k R_1)(1 - R_2 D_{2-2}^k \varphi_{2-2}) + (\dot{e}_2^k + \dot{e}_{g2}^k R_2) R_1 D_{2-1}^k\right] \qquad /13/$$

$$\dot{h}_2^k = \frac{1}{M_k} \left[(\dot{e}_2^k + \dot{e}_{g2}^k R_2) + (\dot{e}_1^k + \dot{e}_{g1}^k R_1) R_2 D_{1-2} \varphi_{2-1}\right] \qquad /14/$$

gdzie

$$M_o = 1 - R_2 (\varphi_{2-2} + \varphi_{2-1}R_1)$$

$$M_k = (1 - R_2 D_{2-2}^k \varphi_{2-2}) - D_{2-1}^k D_{1-2}^k R_1 R_2 \varphi_{2-1}$$

Każde z podanych równań /3÷6/ lub /7÷10/ a także /11÷14/ obowiązują dla pojedynczego pasma widma promieniowania. Łączną gęstość jasności powierzchni i wyznaczyć można sumując odpowiednie wielkości

$$\dot{h}_i = \sum_{k=1}^{t} \dot{h}_i^k + \sum_{o=1}^{n} \dot{h}_i^o \qquad /15/$$

Strumień ciepła uwzględniający równocześnie konwekcję i promieniowanie poszczególnej ściany wyznaczyć można w oparciu o równanie Eckerta [8]

$$\dot{Q}_i = \frac{F_i}{R_i} (\varepsilon_i \dot{h}_i - \dot{e}_i) + F_i \alpha_{ki} (T_g - T_i) \qquad /16/$$

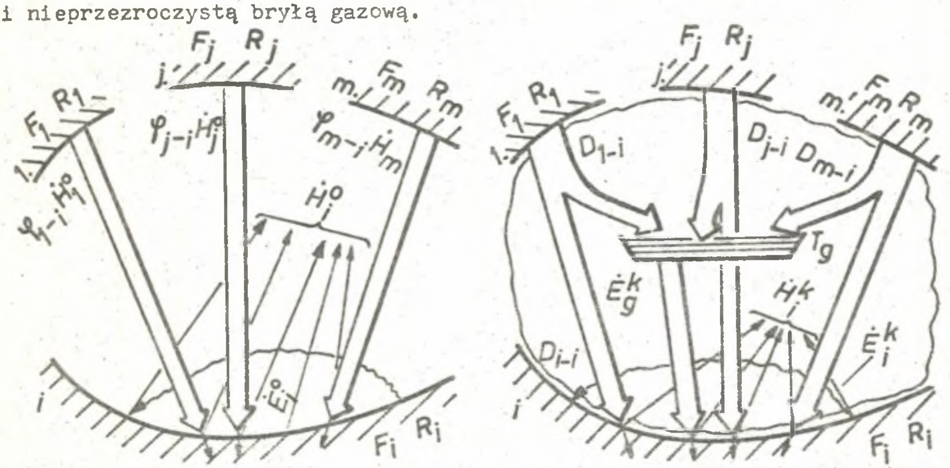
gdzie α_{ki} jest konwekcyjnym współczynnikiem wnikania ciepła dla i-tej powierzchni.

Przejście z powyższych rozważań do układu wielopowierzchniowego otaczającego bryłę gazową nie nastręcza większych trudności. Podobnie jak w układzie trójelementowym dwupowierzchniowym jasność danej powierzchni jest sumą energii własnej wyemitowanej przez ścianę, odbitej energii promienistej bryły gazowej, a także sumy jasności pozostałych powierzchni odbitych od rozważanej. Każda z tych wielkości poza emisją własną uwzględnia zmniejszenie pierwotnego strumienia emisji czy jasności na skutek absorpcyjnych własności bryły gazowej.

Ogólną postać równania, dla dowolnego pasma przezroczystości czy absorpcji oraz i-tej powierzchni zapisać można zależnością :

$$\dot{H}_i^p = \dot{E}_i^p + \dot{H}_i^p \varphi_{i-i} D_{ii}^p R_i + \dot{E}_{gi}^p R_i + \sum_{\substack{j\neq i \\ j=1}}^{m} D_{j-i}^p \varphi_{j-i} H_j^p \qquad /17/$$

Na rysunku 2 przedstawiono modele przekazywania energii z przezroczystą i nieprzezroczystą bryłą gazową.



Rys. 2. Modele przepływu energii w układzie z bryłą gazową w zakresie pasma przezroczystości A , i pasma emisji i absorpcji B .

Przyjmując, że indeks p /pasmo/ może odnosić się do pasma przezroczystego o i nieprzezroczystego k oraz,że

$$D_g^o = D_{j-i}^o = D_{i-i}^o = 1, \quad i \quad \dot{E}_{gi}^o = 0 \qquad /18/$$

otrzymamy

- pasma przezroczystości /p=o/

$$\bigwedge_{\substack{i=1...m \\ o=1...n}} \dot{H}_i^o = \dot{E}_i^o + \dot{H}_i^o \varphi_{i-i} R_i + R_i \sum_{\substack{j\neq i \\ j=1}}^{m} \dot{H}_j^o \varphi_{j-i} \qquad /19/$$

- pasma absorpcji i emisji /p=k/

$$\bigwedge_{\substack{i=1...m \\ k=1...t}} \dot{H}_i^k = \dot{E}_i^k + H_i^k \varphi_{i-i} D_{i-i}^k R_i + E_{gi}^k R_i + R_i \sum_{\substack{j\neq i \\ j=1}}^{m} \dot{H}_j^k \varphi_{j-i} H_j^k \qquad /20/$$

Uwzględniając zasadę wzajemności

$$\varphi_{j-i}F_j = \varphi_{i-j}F_i \qquad /21/$$

i przekształcając do postaci określającej gęstość jasności powierzchni równania /19/ i /20/ można sprowadzić do postaci

$$\bigwedge_{\substack{i=1\ldots m\\ o=1\ldots n}} \dot{h}_i^o(1 - \varphi_{i-i}R_i) = \dot{e}_i^o + R_i \sum_{\substack{j\neq i\\ j=1}}^{m} \dot{h}_j^o\, \varphi_{i-j} \qquad /22/$$

$$\bigwedge_{\substack{i=1\ldots m\\ k=1\ldots t}} \dot{h}_i^k(1 - \varphi_{i-i}D_{i-i}^k R_i) = \dot{e}_i^k + \dot{e}_{gi}^k R_i + R_i \sum_{\substack{j\neq i\\ j\neq 1}}^{m} D_{j-i}^k\, \varphi_{i-j}\dot{h}_j^k \qquad /23/$$

Postać ogólną równania bilansu jasności /równanie 17/ można zapisać zgodnie z dokonanymi przekształceniami następująco

$$\bigwedge_{\substack{i=1\ldots m\\ p=1\ldots/n+t/}} \dot{h}_i^p(1 - \varphi_{i-i}D_{i-i}^p R_i) = \dot{e}_i^p + \dot{e}_{gi}^p R_i + R_i \sum_{\substack{j\neq i\\ j=1}}^{m} D_{j-i}^p\, \varphi_{i-j}\, \dot{h}_j^p \qquad /24/$$

Dla układów wielopowierzchniowych obliczenia dogodnie jest prowadzić za pomocą maszyny cyfrowej dla której układ ten można przedstawić w formie macierzowej

$$\mathbb{H}^p = (\mathbb{I} - \mathbb{R}\mathbb{D})^{-1}(\mathbb{E}^p + \mathbb{R}\mathbb{E}_g^p) \qquad /25/$$

gdzie

$$\mathbb{H}^p = \begin{bmatrix} h_1^p \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ h_m^p \end{bmatrix}$$

- macierz kolumnowa gęstości jasności powierzchni w zakresie pasma p,

$$\mathbb{R} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & R_2 & \ldots & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \ldots & 0 & R_m \end{bmatrix}$$

- macierz diagonalna refleksyjności powierzchni,

$$\mathbb{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 \end{bmatrix}$$ - macierz jednostkowa,

$$\mathbb{D} = \begin{bmatrix} \varphi_{11}D_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & \varphi_{1m}D_{1m} \\ \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \varphi_{m1}D_{m1} & \cdot & \cdot & \cdot & \varphi_{mm}D_{mm} \end{bmatrix}$$ - macierz iloczynów współczynników konfiguracji i przezroczystości gazu,

$$\mathbb{E}^{p} = \begin{bmatrix} \dot{e}^{p}_{1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{e}^{p}_{m} \end{bmatrix}$$ - macierz kolumnowa gęstości emisji powierzchni,

$$\mathbb{E}^{p}_{g} = \begin{bmatrix} \dot{e}^{p}_{g1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{e}^{p}_{gm} \end{bmatrix}$$ - macierz kolumnowa gęstości emisji gazu przy danej powierzchni,

Dla znanych wartości współczynników konfiguracji, gęstości emisji ścian i gazu, a także przezroczystości bryły gazowej rozwiązanie powyższego układu równań nie nastręcza kłopotu, przy czym w zależności od zastosowanego modelu gazu możliwe są dalsze uproszczenia.

2. Modele gazu

Występujące w równaniach bilansu energii średnie wartości współczynników przezroczystości D_{j-i} w oparciu o prace [21, 31] można obliczyć z zależności

$$D_{j-i} = \frac{\int\limits_{F_j}\int\limits_{F_i} \frac{D(r)\cos\alpha_j \cos\alpha_i}{r^2}\, dF_j\, dF_i}{F_j\ \varphi_{j-i}} \qquad /26/$$

gdzie

r - odległość punktów powierzchni i, j,

α_i, α_j - kąt między promieniem r, a normalną do powierzchni F_i, F_j,

$D(r)$ - monochromatyczna wartość przezroczystości wyznaczona dla promienia r,

φ_{j-i} - stosunek konfiguracji powierzchni j w stosunku do i,

2.1. Model gazu szarego

W rozważaniach uwzględniających w obliczeniach model gazu szarego emisyjność gazu uśrednia się na cały zakres długości fal

$$\varepsilon_g = \varepsilon_{CO_2} + \zeta\, \varepsilon_{H_2O} - \Delta\varepsilon \qquad /27/$$

Emisyjność CO_2 i H_2O można wyznaczyć w oparciu o obliczenia przedstawione w dalszej części niniejszej pracy, wykresy Hottela [21] lub ze wzorów aproksymacyjnych Lecknera [26], które z uwagi na możliwość stosowania w obliczeniach z wykorzystaniem maszyny cyfrowej godne są polecenia.

$$\varepsilon = \exp\left(a_0 + \sum_{i=1}^{M} a_i X^i\right)\left\{\left(\frac{A p_e + B}{p_e + A + B} - 1\right) \exp\left[-C(X_m - X)^2\right] + 1\right\} \qquad /28/$$

gdzie :

$$a_i = C_{0i} + \sum_{j=1}^{N} C_{ji}\, \Theta^j$$

$$X = 2 + 0{,}4\ 4 \ln(pL)$$

$$\Theta = \frac{T_g}{1000}$$

p - oznacza ciśnienie cząstkowe CO_2 lub H_2O.

Ponadto pozostałe współczynniki określone są równaniami :

H_2O :

$$p_e = p_o\left(1 + 4{,}9\,\frac{273}{T_g}\,\frac{p_{H_2O}}{p_o}\right);$$

$A = 1{,}888 - 0{,}8916 \ln\Theta$;

$B = 1{,}1\,\Theta^{-1{,}4}$;

$C = 0{,}5$;

$X_m = 1{,}121 + 0{,}8686 \ln\Theta$

$M = N = 2$

Dla $\Theta < 0{,}75$ przy obliczaniu A przyjmuje się $\Theta = 0{,}75$.

CO_2 :

$$p_e = p_o\left(1 + 0{,}28\,\frac{p_{CO_2}}{p_o}\right);$$

$A = 0{,}1\,\Theta^{-1{,}45} + 1$;

$B = 0{,}23$;

$C = 1{,}47$;

$X_m = -1.2695 - 0{,}8699 \ln\Theta$ dla $T_g < 700$ K

$X_m = -0{,}6488 - 0{,}8699 \ln\Theta$ dla $T_g > 700$ K

$M = 3$, $N = 4$

Uzupełnieniem powyższych zależności są wartości zebrane w tabelach 1 i 2 .

Tabela 1

Wartości współczynników c_{ji} dla H_2O

i	c_{oi}	c_{1i}	c_{2i}
0	-2,2118	-1,1987	0,035596
1	0,85667	0,93048	-0,14391
2	-0,10838	-0,17156	0,045915

Tabela 2

Wartości współczynników c_{ji} dla CO_2

i	c_{oi}	c_{1i}	c_{2i}	c_{3i}	c_{4i}
0	-3,9781	2,7353	-1,9882	0,31054	0,015719
1	1,9326	-3,5932	3,7247	-1,4535	0,20132
2	-0,35366	0,61766	-0,84207	0,39859	-0,063356
3	-0,080181	0,31466	-0,19973	0,046532	-0,0033086

Wyznaczanie emisyjności w oparciu o równanie /28/ wymaga przyjęcia w równaniu /27/ wartości $\zeta = 1$. Wyznaczona wartość ε_{H_2O} uwzględnia wpływ ciśnienia składnikowego H_2O w gazie. Obliczenie poprawki $\Delta\varepsilon$ omówione zostanie w dalszej części pracy.

Absorpcyjność bryły gazowej, zależną od temperatury gazu T_g, iloczynu pL i temperatury ścianki T_i, można według badań Hottela i Egberta [21] wyznaczyć za pośrednictwem emisyjności

$$A_{CO_2}(T_i,\ T_g,\ pL) = \varepsilon_{CO_2}\left(T_i,\ p_{CO_2}L\,\frac{T_i}{T_g}\right)\left(\frac{T_g}{T_i}\right)^{0,65} \qquad /29/$$

$$A_{H_2O}(T_i,\ T_g,\ pL) = \varepsilon_{H_2O}\left(T_i,\ p_{H_2O}L\,\frac{T_i}{T_g}\right)\left(\frac{T_g}{T_i}\right)^{0,45} \qquad /30/$$

z równania

$$A_g = A_{CO_2} + A_{H_2O} - \Delta A \qquad /31/$$

Dogodnie jest zastosować postać równania aproksymacyjnego podaną w dalszej części opracowania. Podobnie jak wartość $\Delta\varepsilon$, wartość ΔA można przyjmować równą

$$\Delta A = \Delta\varepsilon\,(T_i) \qquad /32/$$

Przy obliczaniu przezroczystości bryły gazowej zgodnie z [7] można w rozważaniach wprowadzić uproszczenia przyjmując

$$D^k_{j-i} = D^k_{i-i} = D_i \qquad /33/$$

oraz przyjmując, że gęstość emisji gazu docierająca do ścian jest jednakowa i równa gęstości emisji gazu

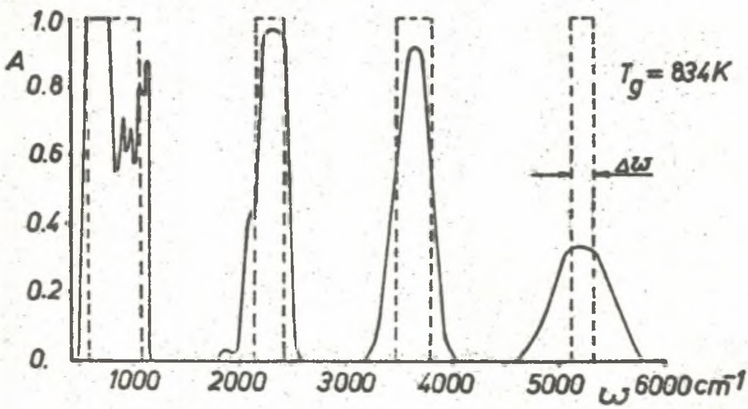
$$\dot{e}_{gi} = \dot{e}_g \qquad /34/$$

2.2. Model pasm czarnych

Model ten uwzględnia pasmową strukturę emisji i absorpcji gazu, a więc występowanie pasm przezroczystych i nieprzezroczystych, przy czym w zakresie każdego z pasm emisji i absorpcji absorpcyjność bryły gazowej równa jest jedności

$$A^k_g = 1 \qquad (D^k = 0) \qquad /35/$$

Przyjęte założenie, powoduje uśrednienie szerokości danego pasma emisji i absorpcji na wartość $\Delta\omega_k$, co schematycznie przedstawiono na wykresie rys. 3. W każdym z pasm zachowana jest równość powierzchni pasma uśrednionego i rzeczywistego.



Rys. 3. Przykład rozkładu widma promieniowania CO_2 i jego uśrednienia zgodnie z modelem pasm czarnych.

Konsekwencją takich uproszczeń jest znaczne uproszczenie obliczeń w stosunku do modelu gazu szarego. Wprowadzając zależność /35/ do wzorów /11÷14/ i sumując gęstość jasności w zakresie całego widma otrzymamy

$$\dot{h}_1 = \frac{1}{K_o}\left[\dot{e}_{p1}(1 - R_e \varphi_{2-2}) + \dot{e}_{p2} R_1\right] + \dot{e}_{e1} + \dot{e}_g R_1 \qquad /36/$$

$$\dot{h}_2 = \frac{1}{M_o}\left[\dot{e}_{p2} + \dot{e}_{p1} R_2 \varphi_{2-1}\right] + \dot{e}_{e2} + \dot{e}_g R_2 \qquad /37/$$

gdzie :

$$\dot{e}_{pi} = \sum_{0=1}^{n} \dot{e}_i^o = (\dot{e}_i - \dot{e}_{ei}) \qquad /38/$$

wyraża gęstość emisji ściany w zakresie przezroczystości gazu /łączna emisja ściany $\dot{e}_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4$/, podczas gdy gęstość emisji w zakresie pasm absorpcji i emisji gazu wynosi

$$\dot{e}_{ei} = \sum_{k=1}^{t} \dot{e}_i^k \qquad /39/$$

2.3. Inne modele pasm emisji i absorpcji

Model pasm czarnych nie jest dokładnym odzwierciedleniem procesów emisji i absorpcji pasmowej. Odstępstwa te widoczne są na rys. 3, gdzie rzeczywiste wartości absorpcji w pasmach przebiegają w sposób bardziej złożony. Poszukiwania właściwego opisu matematycznego pasm stworzyły szereg modeli, jak na przykład model Elsassera opisany w pracy [35] i uwzględniający jednostkowy kształt wszystkich pasm. Inny typ modelu zaproponował Gudi, a także Edwards i Menard, którzy wprowadzili wykładniczy model szerokiego pasma. Operując efektywną szerokością pasma gazu izotermicznego Edwards i Menard określili podstawowe zależności pozwalające ustalić niezbędne wielkości do obliczeń emisji pasmowej gazów.

3. Wielkości podstawowe pasmowej emisji gazów

3.1. Model Edwardsa

Emisję gazu docierającą do powierzchni bryły gazowej w zakresie k-tego pasma emisji można wyrazić równaniem (21)

$$\dot{E}_k = F \int_{\omega_k'}^{\omega_k''} i_{c\omega} \frac{\left[1 - \exp(-\alpha_{\omega k} L)\right] d\omega}{\Delta\omega_k} \qquad /40/$$

gdzie :

$\alpha_{\omega k}$ - monochromatyczny współczynnik objętościowego pochłaniania,
L - średnia droga promieniowania /L = 3,6 V/F/, m,
$\omega = \frac{1}{\lambda}$ - liczba falowa określona odwrotnością długości fali promieniowania, m^{-1},
$i_{c\omega}$ - intensywność emisji ciała doskonale czarnego, W/m.

Wprowadzając pojęcie gęstości emisji ciała doskonale czarnego w zakresie k-tego pasma

$$\dot{e}_{ck} = C_1 \int_{\omega_k'}^{\omega_k''} \frac{\omega^3 d\omega}{\exp\left(\frac{\omega C_2}{T_g}\right) - 1} \qquad /41/$$

gdzie :

$C_1 = 0,374.10^{-15}$ Wm^2, $C_2 = 0,014388$ mK

oraz współczynnik absorpcji a_k określony wzorem $(A_g^k = A_k)$

$$a_k = A_k \Delta \omega_k \qquad /42/$$

otrzymamy

$$\dot{E}_k = F A_k \dot{e}_{ck} \qquad /43/$$

lub

$$\dot{E}_k = F a_k i_{c\omega_k} \qquad /44/$$

Wzory korelacyjne do obliczania średniego współczynnika absorpcji CO_2 i H_2O opracowane przez D.K.Edwardsa i współpracowników [4, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 28, 39] zestawiono w tabeli 3.

Tabela 3.

Wzory korelacyjne określające współczynnik absorpcji CO_2 i H_2O

Parametr ciśnienia $\eta = \beta p_E$	Przedział wartości parametru τ_H od	do	Współczynnik absorpcji a_k m^{-1}
$\eta < 1$	0	η	$\omega_H \tau_H$
	η	$1/\eta$	$\omega_H\left(\sqrt{4 \eta \tau_H} - \eta\right)$
	$1/\eta$	∞	$\omega_H[\ln(\tau_H \eta) + 2 - \eta]$
$\eta \geq 1$	0	1	$\omega_H \tau_H$
	1	∞	$\omega_H(1 + \ln \tau_H)$

gdzie za [40] podano wzory i zależności korelacyjne pozwalające z wystarczającą zgodnością /maksymalna odchyłka 0,7 % od dokładnych funkcji Edwardsa/ określić występujące w tabeli 3 współczynniki

$$\omega_H = \omega_o \left(\frac{T_g}{100}\right)^{0,5} \; m^{-1} \qquad /45/$$

$$\tau_H = \tau_{H1} p_g L \qquad /46/$$

$$p_E = \left(\frac{p_{in} + bp_g}{p_o}\right)^n \qquad /47/$$

gdzie

p_{in} - ciśnienie składnikowe gazów nie promieniujących,
p_g - ciśnienie składnikowe gazu promieniującego,
p_o - ciśnienie odniesienia $p_o = 10^5$ N/m^2 ,
b,n - współczynnik i wykładnik określony w tabeli 4,
ω_o - wielkość charakterystyczna zebrana w tabeli 4.

Tabela 4

Wielkości pomocnicze przy obliczaniu współczynników absorpcji CO_2, H_2O

Gaz	Charakterystyczna długość fali λ	b	n	ω_o	Liczba falowa określająca położenie pasma ω		
					lewa granica	środek	prawa granica
	μm			m^{-1}	cm^{-1}		
CO_2	15,0	1,3	0,7	1270		667	
	10,4	1,3	0,8	1340		960	
	9,4	1,3	0,8	1010		1060	
	4,3	1,3	0,8	1120			2410
	2,7	1,3	0,65	2350		3660	
	2,0	1,3	0,65	3450		5200	
H_2O	20,0	$8,6\sqrt{T_o/T_g}+0,5$	1	2840	0		a_k
	6,3	$8,6\sqrt{T_o/T_g}+0,5$	1	5640		1600	
	2,7	$8,6\sqrt{T_o/T_g}+0,5$	1	6000		3760	
	1,87	$8,6\sqrt{T_o/T_g}+0,5$	1	4310		5350	
	1,38	$8,6\sqrt{T_o/T_g}+0,5$	1	3200		7250	

oraz funkcje aproksymacyjne

$$\varkappa_{H1k} = A_k\left(\frac{T}{T_o}\right)^{f(x)} \exp\left(E_k \frac{T}{T_o}\right) \qquad /48/$$

$$\beta_k = A_k\left(\frac{T}{T_g}\right)^{f(x)} \exp\left(E_k \frac{T}{T_o}\right) \qquad /49/$$

gdzie

$$f(x) = B_k\left(\frac{T}{T_o}\right)^2 + C_k\left(\frac{T}{T_o}\right) + D_k \qquad /50/$$

Tabela 5

Wartości współczynników równań korelacyjnych γ_{H1} i β.

Gaz	λ	A_k		B_k		C_k		D_k		E_k	
Funkcja		γ_{H1} m^{-1} bar	β	γ_{H1}	β	γ_{H1}	β	γ_{H1}	β	γ_{H1}	β
CO_2	15	8029,97	0,01192	0.	0,00123	C.	-0,38273	-1,5	-1,45055	0.	1,55189
	4,3	52797,3	0,04392	0.	0,00133	0,00046	-0,45295	-1,49828	-2,08519	-0,00162	1,85695
	2,7	1123,97	0,01692	-0,00061	0,00180	0,07276	-0,55325	-1,42784	-2,43467	-0,17267	2,21625
	2,0	14,3525	0,03860	-0,00098	0,00218	0,011662	-0,62765	-1,42339	-2,66935	-0,26317	2,47576
H_2O	20	0,27675	0,14308	-0,00218	0.	0,63102	-0,00004	7,26557	-0,50017	-2,56168	0,00014
	6,3	1560,89	0,06294	0.	0,00015	0.	-0,20879	-1,5	-2,21788	0.	1,02873
	2,7	888,489	0,12274	0.	0.0	0.00084	-0,19701	-1,49842	-2,48352	-0,00227	1,02338
	1,87	179,33	0,05856	-0,00044	0,00006	0,06942	-0,21873	-1,34928	-2,49432	-0,19213	1,10167
	1,38	178,479	0,11357	0.	0.0	0,03145	-0,22263	-1,34450	-2,79538	-0,11397	1,14843

Temperaturę T_c przyjęto równą $T_o = 100$ K. Wartości stałych A_k, B_k, C_k, D_k, E_k dla poszczególnych pasm promieniowania CO_2 i H_2O zestawiono w tabeli 5.

Zastosowanie powyższych zależności, w obliczeniach praktycznych nie nastręcza trudności, tym bardziej, że w oparciu o powyższe zależności, w dalszej części opracowania zostaną podane wzory i zależności w znacznym stopniu upraszczające obliczenia.

3.2. Model Edwardsa Menarda

Przedstawione w pracy [35] równania i zależności pozwalają na podstawie przyjętego wykładniowego modelu szerokiego pasma określić wartość emisji gazu z zależności

$$\dot{E}_k = \int\limits_F \int\limits_\Omega a_k\, i_{c\omega} \left(\text{środka pasma}\right) dF\, d\Omega \qquad /51/$$

gdzie

F - powierzchnia opromieniowana,

Ω - kąt bryłowy,

$i_{c\omega}$ - podobnie jak w równaniu /41/ wynosi

$$i_{c\omega} = \frac{\omega^3 C_1}{\exp\left(\frac{\omega C_2}{T_g}\right) - 1} \qquad /52/$$

i dotyczy środka pasma.

Wartości współczynników absorpcji a_k wyznaczyć można według tabeli 6.

Tabela 6.

Zależności dla wyznaczania wartości a_k gazów.

Wpływ ciśnienia	Dolna granica a_k	Górna granica a_k	a_k m^{-1}
$\beta < 1$	0	βC_3	$C_1 X$
	βC_3	$C_3\; 2-\beta$	$C_2(XP_e)^{1/2} - \beta C_3$
	$C_3\; 2-\beta$	∞	$C_3\left(\ln \frac{C_2^2 XP_e}{4C_3^2} + 2 - \beta\right)$
$\beta > 1$	0	C_3	$C_1 X$
	C_3	∞	$C_3\left(\ln \frac{C_1 X}{C_3} + 1\right)$

gdzie :

$$p_e = \left[(p_g + b\, p_{N_2})/p_o\right]^n \,, \quad p_o = 1{,}01 \text{ MPa}, \qquad /53/$$

p_g - ciśnienie gazu pochłaniającego,

p_{N_2} - ciśnienie cząstkowe gazu powodującego rozszerzenie pasm / azotu atmosferycznego /.

W tabeli 7 zestawiono podstawowe stałe niezbędne dla wyznaczenia wartości a_k. Ponadto

$$\beta = C_2^2 p_e / 4\, C_1 C_3 \qquad /54/$$

$$X = \rho L \qquad /55/$$

a ρ jest gęstością masy wyznaczoną w g/m^3.

Tabela 7

Współczynniki wykładniczego modelu pasma

Gaz	Pasmo	Środek pasma cm^{-1}	b	n	C_1 m^{-1}/ g m^{-2}	C_2 m^{-1}/ g m^{-2}	C_3 m^{-1}
1	2	3	4	5	6	7	8
CO_2	15,0	667	1,3	0,7	1900	690 T_m	1990 T_m
	10,4	960	1,3	0,8	76 $\varphi_1(T)$	160 $T_m C_1^{0,5}$	1240 T_m
	9,4	1060	1,3	0,8	76 $\varphi_1(T)$	160 $T_m C_1^{0,5}$	1240 T_m
	4,3	2350	1,3	0,8	11000	3100 T_m	1150 T_m
	2,7	3715	1,3	0,65	400 $\varphi_2(T)$	860 $\varphi_3(T)$	2400 T_m
CH_4	7,6	1310	1,3	0,8	2800	1000 T_m	2300 T_m
	3,3	3020	1,3	0,8	4600	1450 T_m	5500 T_m
H_2O	6,3	1600	5,0	1,0	4120	4400	5200 T_m
	2,7	3750	5,0	1,0	2330	3900	6500 T_m
	1,87	5350	5,0	1,0	300 $\varphi_{011}(T)$	600 $C_1^{0,5}$	4600 T_m
	1,38	7250	5,0	1,0	250 $\varphi_{101}(T)$	800 $C_1^{0,5}$	4600 T_m
CO	4,67	2143	1,1	0,8	2090	$\varphi_5(T)$	2200 T_m
	2,35	4260	1,0	0,8	14	0,8 $\varphi_5(T)$	2200 T_m

gdzie $T_m = \sqrt{T_g/T_o}$

pozostałe współczynniki występujące w tabeli 7 określone są zależnościami

CO_2 :

$$\varphi_1 = \left\{1 - \exp\left[-\frac{hc}{kT}(\nu_3 - \nu_1)\right]\right\}\left[\exp\left(-\frac{hc\,\nu_1}{kT}\right) - \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{2hc\,\nu_1}{kT}\right)\right]\left[1 - \exp\left(-\frac{hc\,\nu_1}{kT}\right)\right]^{-1}\left[1 - \exp\left(-\frac{hc\,\nu_3}{kT}\right)\right]^{-1} \qquad /56/$$

$$\varphi_2 = \left\{1 - \exp\left[-\frac{hc}{kT}(\nu_1 + \nu_3)\right]\right\}\left[1 - \exp\left(-\frac{hc\,\nu_1}{kT}\right)\right]^{-1}\left[1 - \exp\left(-\frac{hc\,\nu_3}{kT}\right)\right]^{-1} \qquad /57/$$

$$\varphi_3 = 1 + 0{,}053\,(T/T_o)^{3/2} \qquad /58/$$

$T = T_g$, $\nu_1 = 1351\ cm^{-1}$, $\nu_2 = 667\ cm^{-1}$, $\nu_3 = 2396\ cm^{-1}$

H_2O :

$$\varphi_{v_1v_2v_3} = \left[1 - \exp\left(-\frac{hc}{kT}\sum_{i=1}^{3} v_i\,\nu_i\right)\right]\prod_{i=1}^{3}\left[1 - \exp\left(-\frac{hc\,\nu_i}{kT}\right)\right]^{-v_i} \qquad /59/$$

$\nu_1 = 3652\ cm^{-1}$, $\nu_2 = 1595\ cm^{-1}$, $\nu_3 = 3756\ cm^{-1}$

CO :

$$\varphi_5 = \left[15{,}15 + 0{,}22\left(\frac{T}{T_o}\right)^{3/2}\right]\left[1 - \exp\left(-\frac{hc\,\nu}{kT}\right)\right] \qquad /60/$$

$\nu = 2143\ cm^{-1}$

W równaniach /56÷60/ wielkości h, k, c oznaczają stałą Plancka, Bolzmanna oraz prędkość światła i wynoszą $h = 6{,}626.10^{-34}$ Js, $k = 1{,}380.10^{-23}$ J/K , $c = 2{,}998\ 10^{8}$ m/s.

3.3. Wpływ nakładania się pasm emisji przy promieniowaniu roztworów gazowych.

Korzystając z założeń wynikających z przyjęcia do rozważań modelu pasm czarnych z równania /42/, można dla $A_k = 1$ otrzymać zależność

$$a_k = \Delta\omega_k \qquad /61/$$

Zmianę szerokości pasm wraz z temperaturą Hottel [21] proponuje ująć zależnością

$$\Delta\omega_k = \Delta\omega_{ok}\sqrt{T/T_c} \qquad /62/$$

Podobną zależność proponuje uwzględnić Edwards [12]. Korzystając z danych o lokalizacji pasm /tabela 4/ z powyższych danych wyznaczyć można każdorazowo wartości graniczne pasma ω_k' i ω_k''. Można w ten sposób ustalić emisję własną poszczególnych składników bryły gazowej oraz łączną emisję roztworu po uwzględnieniu wzajemnego nakładania się pasm. Zgodnie z wcześniej podanymi zależnościami poprawkę uwzględniającą nakładanie się pasm wyznaczyć można z równania

$$\Delta\varepsilon = \frac{\sum\limits_{k\,CO_2}\int\limits_{\omega_k'}^{\omega_k''} i_{c\omega}\,d\omega + \sum\limits_{k\,H_2O}\int\limits_{\omega_k'}^{\omega_k''} i_{c\omega}\,d\omega - \sum\limits_{k}\int\limits_{\omega'}^{\omega_k''} i_{c\omega}\,d\omega}{\sigma T^4} \qquad /63/$$

W pracy [40] dokonano obliczeń wartości poprawki $\Delta\varepsilon$ dla zakresu ciśnień cząstkowych dwutlenku węgla i pary wodnej w zakresie $0 \div 0,2$ bara, iloczynu $\bar{p}L = (p_{CO_2} + p_{H_2O})L$ $0,2 \div 2$, i poprawki $P = p_{H_2O}/\bar{p}$ $0,2 \div 0,8$. Rozważany zakres zmian temperatury wynosił 673 - 1873 K.

W wyniku analizy uzyskanych wartości opracowano funkcję aproksymacyjną w postaci

$$\Delta\varepsilon = \left[A\,(\bar{p}L)^B \exp\left(C\,\bar{p}L\right)\right]\left(1 + D\,\frac{T}{1000}\right)^n \qquad /64/$$

gdzie :

$$A = -(0,0336\,P + 0,0722)\left(\frac{T}{1000}\right)^2 + (0,0784\,P + 0,372)\,\frac{T}{1000} - (0,0183\,P + 0,1863) \qquad /65/$$

$$B = (0,0861\,P + 0,1954)\left(\frac{T}{1000}\right)^2 - (0,1949\,P + 0,1852)\,\frac{T}{1000} - (0,0348\,P - 1,298) \qquad /66/$$

$$C = -(0,1133\,P + 0,3092)\left(\frac{T}{1000}\right)^2 + (0,455\,P + 0,2513)\,\frac{T}{1000} - (0,474\,P + 0,8287) \qquad /67/$$

$$D = 0,3061\,(\bar{p}L)^2 - 0,5747\,(\bar{p}L) + 0,2114 \qquad /68/$$

Wykładnik n w równaniu /64/ dla $0,1 < \bar{p}L < 0,2$ wynosi $n = -1$, w całym pozostałym zakresie równy jest jedności $n = 1$. W pracy [40] przeprowadzono analizę dokładności uzyskanych rezultatów z danymi eksperymentalnymi i innymi danymi literaturowymi.

3.4. Wzory do obliczania emisji ścian w zakresie pasm emisji gazów

Dla rozwiązania układu równań opisujących bilans jasności powierzchni przy zastosowaniu modelu pasm czarnych niezbędne jest wyznaczenie wartości gęstości emisji ściany w zakresie przezroczystości jak i emisji pasm gazu. Sumę tych gęstości opisuje zależność

$$\dot{e}_{pi} + \dot{e}_{ei} = \varepsilon_i \sigma T_i^4 \qquad /69/$$

gdzie gęstość emisji ściany w zakresie emisyjności pasm opisać można zależnością

$$\dot{e}_{ei} = \dot{e}_{ec\,i}\,\varepsilon_i = f(T_i,\ T_g,\ \bar{p}L,\ P) \qquad /70/$$

Tworząc stosunek emisji w pasmach do emisji gazu można pominąć wpływ $\bar{p}L$ i P jako nieznacznie wpływający na wartość tego stosunku. W pracy [40] w wyniku przeprowadzonych obliczeń ustalono równanie korelacyjne pozwalające dla obliczonej łącznej emisji gazu

$$\dot{e}_g = \varepsilon_g \sigma T_g^4 \qquad /71/$$

wyznaczyć wartość powyższego stosunku w postaci

$$\frac{\dot{e}_{ec\,i}}{\dot{e}_g} = 0{,}006527\ \frac{T_g}{100}\left[\frac{T_i}{T_g} - \left(\frac{T_i}{T_g}\right)^2\right]^{1,6} \exp\left(4{,}2\ \frac{T_i}{T_g}\right) + \frac{T_i}{T_g}\left[1 + 2{,}297\left(1 - \frac{T_i}{T_g}\right) - 2{,}833\left(1 - \frac{T_i^2}{T_g^2}\right)\right] \qquad /72/$$

Zakres stosowalności równania /72/ obejmuje

$$0{,}5 \leqslant \frac{T_i}{T_g} \leqslant 1 \qquad /73/$$

Powyższe równanie można zastosować do wyznaczenia absorpcyjności bryły gazowej

$$A_g = \varepsilon_g \left\{0{,}006527\left(\frac{T_g}{T_i} - 1\right)^{1,6}\left(\frac{T_g}{T_i}\right)^{0,8}\left(\frac{T_g}{100}\right)\exp\left(4{,}2\ \frac{T_i}{T_g}\right) + 0{,}464\left(\frac{T_g}{T_i}\right)^3 + 2{,}297\left(\frac{T_g}{T_i}\right)^2 - 2{,}833\ \frac{T_g}{T_i}\right\} \qquad /74/$$

3.5. Wzory uwzględniające wpływ ciśnienia pary wodnej na emisję H_2O

Zastosowany model matematyczny obliczania strumienia energii promienistej pozwala, poza możliwością określenia wymienionych wyżej zależności, określić wartości poprawek uwzględniających wpływ ciśnienia pary wodnej na emisję H_2O. Poprawka ta przy stosowaniu wzorów Lecknera [26] określających emisyjność pary wodnej nie ma zastosowania. Wpływ ten uwzględniony jest bezpośrednio w podanych wcześniej równaniach. Dla innych przypadków obliczeń w pracy [40] określono równanie korelacyjne umożliwiające wyznaczenie wartości ζ w postaci

$$\zeta = A(p_{H_2O}\,L)^B \exp(C\,p_{H_2O}\,L) \qquad /75/$$

gdzie :

$$A = (0{,}01638 - 0{,}6895\,p_{H_2O})\left(\frac{T}{1000}\right)^2 - (0{,}04777 - 1{,}5179\,p_{H_2O})\frac{T}{1000} + (0{,}4406\,p_{H_2O} + 1{,}0398) \qquad /76/$$

$$B = (0{,}0009 - 0{,}2064\,p_{H_2O})\left(\frac{T}{1000}\right)^2 - (0{,}0017 - 0{,}6636\,p_{H_2O})\frac{T}{1000} + (0{,}0023 - 0{,}3414\,p_{H_2O}) \qquad /77/$$

$$C = (0{,}6278\,p_{H_2O} - 0{,}0092)\left(\frac{T}{1000}\right)^2 - (1{,}5419\,p_{H_2O} - 0{,}0269)\frac{T}{1000} + (0{,}0816\,p_{H_2O} - 0{,}0272) \qquad /78/$$

4. Wpływ własności powierzchni i struktury ośrodka na emisję pasmową

4.1. Wpływ zmiennej emisyjności ścian

Uwzględnienie w obliczeniach zmiennej emisyjności ścian wymaga zmodyfikowania przedstawionych w punkcie 1 zależności opisujących zarówno wymianę energii w układzie trójelementowym jak i wieloelementowym. Do rozważań należy wprowadzić dodatkowe pojęcie tzw. "emisyjności przedziałowej ściany", zakładając, że przy spełnionym prawie Lamberdta, jest ona równoważna emisyjności półprzestrzennej danego pasma. Emisyjność tę zapisać można wzorem

$$\varepsilon_i^{k,o} = \frac{\int_{\lambda'}^{\lambda''} \varepsilon_{\lambda T}\, i_{c\lambda}\, d\lambda}{\int_{\lambda'}^{\lambda''} i_{c\lambda}\, d\lambda} \qquad /79/$$

W oparciu o powyższe równanie refleksyjność przedziałową można określić z zależności

$$R^{k,o} = 1 - \varepsilon^{k,o} \qquad /80/$$

Równanie /24/ wyrażające ogólną postać równania bilansu jasności dla tego przypadku zapisać można w postaci

$$\bigwedge_{\substack{i=1...m \\ p=1... n+t}} h_i^p (1 - \varphi_{ii} D_{i-i}^p R_i^p) = \dot{e}_i^p + \dot{e}_{gi}^p R_i^p + R_i^p \sum_{\substack{j \neq i \\ j=1}}^{m} D_{j-i}^p \varphi_{i-j} \dot{h}_j^p \qquad /81/$$

Dla układu trójelementowego przy przyjęciu, że dla p = 0 wartości $D^o = 1$ i $\dot{e}_g^o = 0$ oraz dla p = k wartości $D^k = 0$ otrzymamy

$$\bigwedge_{o=1...n} h_1^o = \frac{1}{M}\left[\dot{e}_1^o (1 - R_2^o \varphi_{2-2}) + \dot{e}_2^o R_1^o\right] \qquad /82/$$

$$\bigwedge_{o=1...n} \dot{h}_2^o = \frac{1}{M} (\dot{e}_2^o + \dot{e}_1^o R_2^o \varphi_{2-1}) \qquad /83/$$

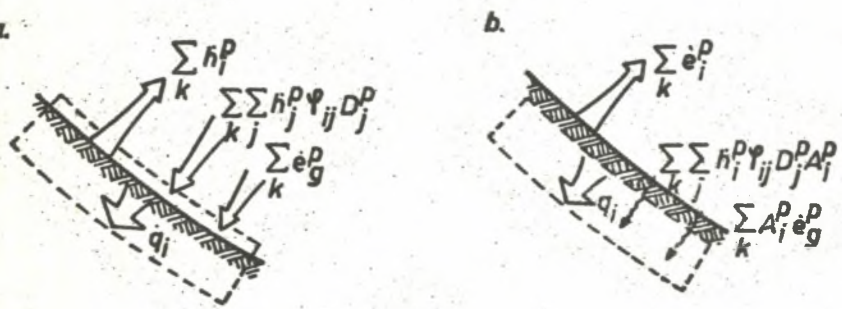
$$\bigwedge_{k=1...t} \dot{h}_1^k = \dot{e}_1^k + e_g^k R_1^k \qquad /84/$$

$$\bigwedge_{k=1...t} \dot{h}_2^k = \dot{e}_2^k + \dot{e}_g^k R_2^k \qquad /85/$$

gdzie

$$\bar{M} = 1 - R_2^o (\varphi_{2-2} + \varphi_{2-1} R_1^o) \qquad /86/$$

Łączna gęstość jasności poszczególnych powierzchni wynika z równania /15/. Dla określenia strumienia ciepła pochłanianego przez powierzchnię w zakresie pasm emisji lub przezroczystości podobnie jak przy wyprowadzaniu wzorów Eckerta należy rozważyć bilanse energii nad i pod powierzchnią ściany rys. 4.



Rys. 4. Bilanse energii nad powierzchnią ściany i /część a/ oraz pod jej powierzchnią /część b/ dla wszystkich pasm

Poszczególne równania bilansów energii mają postać
- bilans nad powierzchnią

$$\dot{q}_i = \sum_p (\dot{e}_g^p + \sum_j \dot{h}_j^p \varphi_{i-j} D_j^p - \dot{h}_i^p) \qquad /87/$$

- bilans pod powierzchnią

$$\dot{q}_i = \sum_p [- \dot{e}_i^p + A_i^p(\sum_j \dot{h}_j^p \varphi_{ij} D_j^p + \dot{e}_g^p)] \qquad /88/$$

Z przekształcenia obu równań i uwzględnieniu, że $o \in (p)$ $k \in (p)$ otrzymuje się

$$\dot{q}_i = \sum_k \frac{1}{R_i^k} (\varepsilon_i^k h_i^k - \dot{e}_i^k) + \sum_o \frac{1}{R_i^o} (\varepsilon_i^o h_i^o - \dot{e}_i^o) \qquad /89/$$

przy czym łączny strumień ciepła pochłanianego wynika z przemnożenia zależności /89/ przez powierzchnię F_i

$$\dot{Q}_i = F_i \dot{q}_i \qquad /90/$$

Możliwość uwzględnienia w obliczeniach powyższych zależności uwarunkowana jest posiadaniem funkcji

$$\varepsilon_i = f(\lambda, T) \qquad /91/$$

Dla szamoty w oparciu o rozważania danych literaturowych przyjęto przybliżoną postać równania /91/ [40] :

$$\varepsilon_{\lambda T} = (A\lambda + B)\frac{T}{100} + (C\lambda + D) \qquad /92/$$

gdzie wartości stałych A, B, C, D dla czterech wyróżnionych zakresów aproksymacji zestawiono w tabeli 8.

Tabela 8

Wartości współczynników równania /92/

zakres λ μm	A	B	C	D
0 - 2	0,0583	-0,1413	-0,9125	2,7067
2 - 3,2	0	-0,0246	0	0,8816
3,2 - 4,5	0,0502	-0,1854	-0,4284	2,2542
4,5 -	0	0,0405	0	0,3241

Gęstość emisji ściany w zakresie poszczególnych pasm absorpcji i przezroczystości gazu określa równanie

$$\dot{e}_i^p = \int_{\omega_p'}^{\omega_p''} \varepsilon_{\omega T}\, i_{c\omega}\, d\omega \qquad /93/$$

4.2. Wpływ zapylenia gazów na model pasmowy przekazywania energii

Z uwagi na własności absorpcyjne i emisyjne pyłu w całym zakresie długości fal λ w obliczeniach dla pasm przezroczystości gazu należy uwzględnić obecność pyłu. Równanie ogólne dogodnie jest rozpisać na oba zakresy i tak dla przezroczystości bryły gazowej otrzymamy

$$\bigwedge_{i=1\ldots m} \dot{h}_i^o \left(1 - \varphi_{i-i} D_{ui}^o R_i\right) = \dot{e}_i^o R_i + R_i \sum_{\substack{j \neq i \\ j=1}}^{m} \dot{h}_j^o\, \varphi_{i-j}\, D_{uj}^o \qquad /94/$$

gdzie $\dot{e}_u^o$ uwzględnia gęstość emisji pyłu w zakresie pasm przezroczystości bryły gazowej. Dla zakresu nieprzezroczystości równanie bilansu jasności przyjmie postać

$$\bigwedge_{i=1\ldots m} h_i^k = \dot{e}_i^k + e_g^k R_i \qquad /95/$$

Srednią przezroczystość bryły gazowej dla promieniowania ściany o temperaturze T_i w zakresie jednego pasma przezroczystości bryły gazowej wyznacza się z równania

$$D_{ui}^o = \frac{\int_{\omega_k''}^{\omega_{k+1}'} i_{c\omega}(T_i)\left[1 - \exp\left(- k_\lambda\ L\right)\right] d\omega}{\int_{\omega_k'}^{\omega_k'} i_{c\omega}\, T_i\ d\omega} \qquad /96/$$

Dla rozważanego układu trójelementowego po zsumowaniu gęstości jasności składowych w pasmach otrzymamy

$$\dot{h}_1 = \frac{1}{M_p}\left\{\dot{e}_1\left(1 - \varphi_{22} D_{u2} R_2\right) + R_1 D_{u1}\left(\dot{e}_{p2} - \dot{e}_{e1}\, \varphi_{21} D_{u2} R_2\right) + \dot{e}_{up} R_1 \left[1 - R_2\left(\varphi_{22} D_{u2} - D_{u1}\right)\right]\right\} + \dot{e}_g R_1 \qquad /97/$$

$$\dot{h}_2 = \frac{1}{M_p}\left[\dot{e}_{p1}\, \varphi_{2-1} D_{u2} R_2 + \dot{e}_2 - \dot{e}_{e2} D_{u2} R_2 \left(\varphi_{2-2} + \varphi_{2-1} D_{u1} \cdot R_1\right) + \dot{e}_{up} R_2 \left(1 + \varphi_{2-1} D_{u2} R_1\right)\right] + \dot{e}_g R_2 \qquad /98/$$

gdzie

$$K_p = 1 - D_{u2}\, R_2 \left(\varphi_{2-2} + \varphi_{2-1}\, D_{u1}\, R_1 \right) \qquad /99/$$

oraz

$$\dot{e}_{pu} = \sum_{o=1}^{n} \dot{e}_u^{o} \qquad /100/$$

Występująca w równaniu /96/ wartość monochromatycznego współczynnika k można wyznaczyć w oparciu o dane doświadczalne Gurwicza, Błocha i Nosowskiego [3]

$$k_\lambda = 6\, k_o \frac{\gamma_p}{\varrho} \sqrt[3]{\frac{1}{d_z^2 \lambda}} \quad m^{-1} \qquad /101/$$

gdzie :

- k_o - wielkość stała, niezależna od temperatury, określona własnościami materiałowymi,
- γ_p - stężenie pyłu w gazie, kg/m^3,
- ϱ - gęstość substancji ziarna pyłu, kg/m^3,
- λ - długość fali, m,
- d_z - średnica zastępcza cząstek pyłu w przeliczeniu na cząstki kuliste, m.

Wartości k_o dla niektórych pyłów węglowych w powietrzu i pyłów popiołów w spalinach podane są w pracach [3, 27, 30].
Dla pyłu powstałego ze spalania węgla kamiennego wartości te zmieniają się w granicach

$$0{,}08 < k_o < 0{,}20$$

w zależności od rodzaju węgla, przy czym wartość najniższa obejmuje dla antracytu, a najwyższa dla węgla kamiennego koksowego. Pozostałe węgle mają wartość $k_o \sim 0{,}15$. Dla pyłu węglowego wartości k_o są mniejsze i wynoszą 0,14 antracyt oraz 0,08 węgiel koksowy gazowy. Ważnym jest również, aby przy stosowaniu odpowiednich wartości k_o brać pod uwagę obowiązujący zakres średnic pyłu, a także jego gęstość masy.

Gęstość emisji pyłu w zakresie jednego pasma przezroczystości gazu można wyznaczyć z równania

$$\dot{e}_u^{o} = \int_{\omega_k''}^{\omega_{k+1}'} i_{c\omega} \left[1 - \exp\left(6\, k_o \frac{\gamma_p}{\varrho} \sqrt[3]{\frac{\omega}{d^2}}\, L\right)\right] d\omega \qquad /102/$$

Wpływ zapylenia, w rozważanym modelu pasm czarnych, występuje jedynie w pasmach, w których gaz jest przezroczysty. Łączna absorpcyjność pyłu i gazu dla pasm absorpcji i emisji gazu równa jest jedności. Całkowanie w równaniach /96/ i /102/ przebiega w granicach od ω_k'' - końca pasma absorpcji do początku ω_{k+1}' następnego pasma absorpcji.

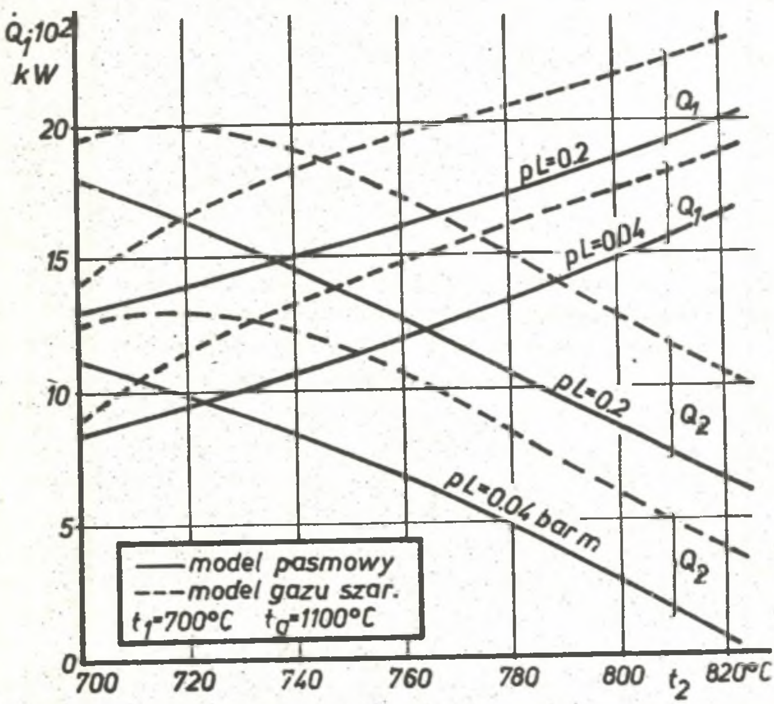
5. Przykłady zastosowania modelu pasmowej emisji w obliczeniach.

Z uwagi na objętość niniejszej pracy szczegółowe przedstawienie obliczeń dla każdego z rozważanych przypadków nie jest możliwe. Stąd podanie przykładów zostanie ograniczone do zaprezentowania wyników uzyskanych w oparciu o obliczenia za pomocą maszyny cyfrowej.

Do obliczeń porównawczych we wszystkich przykładach przyjęto rozważania ograniczyć do układu trójelementowego dwupowierzchniowego przedstawionego na rys. 1. Powierzchnie wymieniające energię wynosiły F_1 = = 36,9 m^2 i F_2 = 53,1 m^2. Emisyjności poszczególnych powierzchni wynoszą ε_1 = 0,9 i ε_2 = 0,87, a współczynniki konfiguracji φ_{2-1} = 0,69 oraz φ_{2-2} = 0,31. Ponadto do rozważań przyjęto następujące parametry termiczne i fizykochemiczne procesu : T_g = 1373 - 1873 K, $p_{H_2O}L = p_{CO_2}L$ = 0,04 - 0,4 mbar przy przyjęciu różnych temperatur ścianek. Efektem obliczeń były strumienie ciepła pochłaniane przez poszczególne powierzchnie.

5.1. Porównanie modelu gazu szarego i modelu pasm czarnych

Wyniki obliczeń, przy przyjęciu powyższych danych przedstawiono przykładowo na rys. 5. Odchyłki w obliczeniach obu modelami wzrastają w miarę



Rys. 5. Wyniki obliczeń wymiany ciepła w układzie trójelementowym przy uwzględnieniu dwu modeli gazu.

wzrostu temperatur ściany. Przy dużych różnicach temperatur gazu i ścian obliczone strumienie ciepła różnią się o 30 ÷ 80 %. Dla oszacowania dokładności obu modeli i w celu wyeliminowania odchyłek wynikających pomiędzy danymi Hottela, a modelem pasmowym, wartość sumarycznej emisji obliczono modelem pasmowym [40]. W pracy [40] podjęto również analizę przyczyn odchyleń wyników uzyskanych obu modelami, wykazując, że zależą one od różnicy temperatur ścianki i gazu, co ma decydujący wpływ na obliczone wartości przezroczystości bryły gazowej dla obu modeli.

5.2. Obliczenia z uwzględnieniem wpływu długości fali na emisyjność ścian

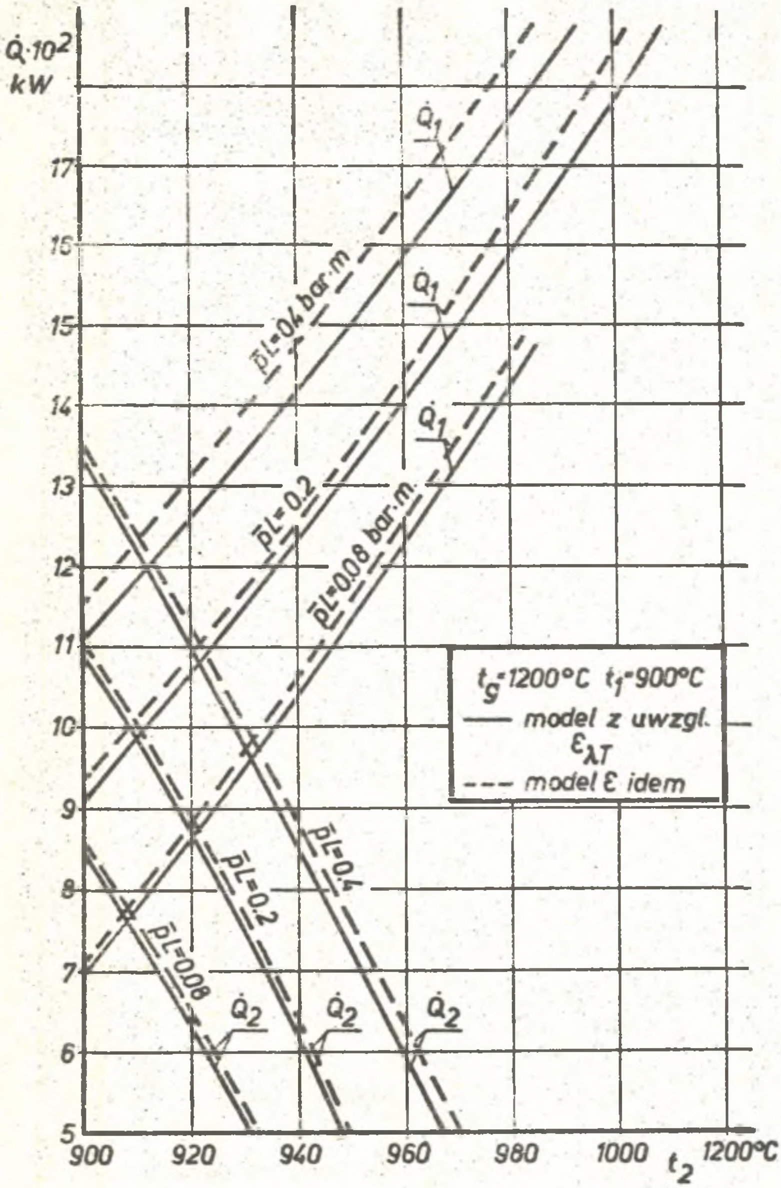
Dla założeń przyjętych w punkcie 4.1. przeprowadzono obliczenia strumieni energii przekazywanych. Rozważany przypadek oparto na danych punktu 5.1. Dla małych wartości $\bar{p}L$ oraz temperatury gazu $\sim$ 1273 K różnice w wynikach obliczeń z uwzględnieniem wpływu zmiennej emisyjności ścian są nieznaczne i nie przekraczają $\sim$2 % wyników obliczeń. Przy temperaturach wyższych różnice pomiędzy wynikami są większe i dochodzą maksymalnie do 60 %.

Dla małych wartości $\bar{p}L$ oraz temperatury gazu T_g = 1273 różnice w wynikach obliczeń są nieznaczne i nie przekraczają $\sim$ 2 %. Przy temperaturach wyższych różnice pomiędzy wynikami są większe i dochodzą maksymalnie do $\sim$ 4 % przy $\bar{p}L$ = 0,4 mbar.

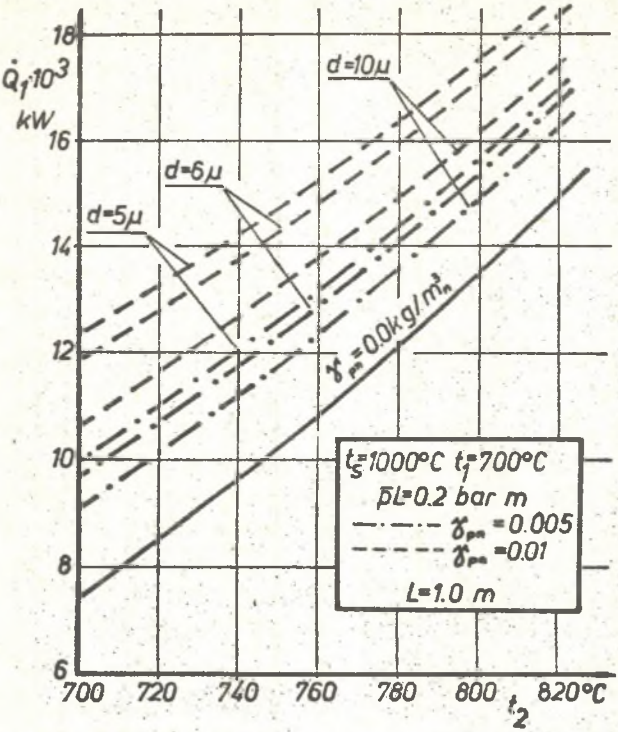
5.3. Wpływ zapylenia gazu na wyniki obliczeń

Podobnie jak w przypadku poprzednim dla podanych wstępnie założeń dokonano obliczeń wymiany energii w układzie trójelementowym z cząstkami pyłu. Biorąc pod uwagę realność zjawiska przyjęto zmiany stężenia pyłu w granicach $0 \leqslant \gamma_{pn} \leqslant 10$ g/m^3_n i wartość k_o = 0,15 dla ϱ = 2670 kg/m^3 i zastępczej średnicy cząstki pyłu $4,6 < d < 11,1\,\mu$. Średnią długość drogi promieniowania zmieniano w zakresie $0 < L \leqslant 2$. Uzyskane wyniki obliczeń przedstawiono przykładowo na rysunku 7. Należy je traktować jako orientacyjne z uwagi na brak pełnych założeń, co do struktury emisji pyłu w innych przypadkach niż pyłu węglowego. Obejmują one, dla możliwości porównań, stałą wartość sumy ciśnień składnikowych CO_2 i H_2O przy zmiennej średniej długości drogi promieniowania L.

Widać wyraźny wpływ zmiany stężenia pyłu γ_p na wyniki obliczeń, co jest oczywistym, z uwagi na wzrost emisji w zakresie pasm przezroczystości gazu. Dla wartości $d_z > 5$ wzrost d_z powoduje zmniejszenie strumienia ciepła pochłanianego przez ścianę, bowiem docieranie emisji gazu do ściany w tym przypadku jest bardziej utrudnione. Na intensyfikację strumienia ciepła wpływa również średnia długość drogi promieniowania. Przeprowadzone porównania i analizy dla pełnego udokumentowania ich dokładności, należałoby zweryfikować eksperymentalnie na specjalnie skonstruowanym stanowisku badawczym. Podjęte w pracy [40] badania, z uwagi



Rys. 6. Wpływ zmiennej emisyjności ściany na wyniki obliczeń strumieni ciepła



Rys. 7. Wpływ zapylenia gazu na strumień ciepła pochłanianego przez wsad.

na liczne dodatkowe założenia upraszczające mogą stanowić jedynie wstępną ocenę dokładności wyników .

LITERATURA

[1] Bevans J.T., Dunkle R.V.: Absorption and Emission Behavier of Gases. Part 1. Transactions of the ASME.J.of. Heat Transfer. February 1960, s.1-7.

[2] Bierłand A.W., Czarusznikow A.I.: Ekspierimientalnyje issliedowanie tiepłowogo izłuczenia wodianogo para i jego smiesi s ugliekisłym gazom pri wysokich tiempieraturach. Sbornik naucznych trudow. WNTIMT nr 6. Nagriew mietalla i robota nagriewatielnych pieczei. Swierdłowsk 1963, s.5-13.

[3] Błoch A.G.: Osnowy tiepłoobmiena izłuczeniem. Gosenergoizdat, Moskwa, 1962.

[4] Breze J.C., Ferriso C.C., Ludwig C.B., Malkmus W.: Temperature Dependence of the Total Integrated Intesity of Vibrational-Rotational Band Systems. The Journal of Chemical Physics, v.42, Nr 1, 1965, s.402-406.

[5] Bronsztejn I., Siemiendiajew K.: Matematyka - Poradnik encyklopedyczny, PWN, Warszawa, 1968.

[6] Burakowski T., Giziński J., Sala A.: Promienniki podczerwieni, WNT, Warszawa, 1970.

[7] Czarusznikow A.I., Bierłand A.H.: Sbornik naucznych trudow, Nr 6 - Nagriew mietałła i rabota nagriewatielnych piecziej. Swierdłowsk, 1960, s. 71-79.

[8] Eckert R.G.: Einführung in den Wärme- und Stoffaustausch, 1966.

[9] Eckert E.: Forschungsheft, 387, VDI-Verlag, G.M.B.H., 1937.

[10] Edwards D.K.: Absorption by infrared bands of CO_2 gas at elevated pressures and temperatures, J.of. the Opt.Soc.Am.vol.50, 1960, s.617.

[11] Edwards D.K.: Radiaton Interchange in a Nongray Enclosure containing and Isothermal Carbon-Dioxide-Nitrogen Gas Mixture. Trans.ASME, J.Heat Transfer, 1962, nr 1.

[12] Edwards D.K., Balakrishnan A.: Thermal radiation by combustion gases. Int.J.Heat Mass Transfer, 1973, v.16, s.25-40

[13] Edwards D.K., Flornes B.J., Glassen L.K., Sun W.: Correlation of absorption by water vapor at temperatures from 300°K to 1100°K. Applied Optics, 1965, nr 6, s.715.

[14] Edwards D.K., Glassen L.K., Hauser W.C., Tuchscher J.S.: Radiation heat transfer in nonisothermal nongray gasses. Trans.ASME J.Heat Transfer, 1967, August, s. 219.

[15] Edwards D.K., Menard W.A.: Correlations for absorption by methans and carbon dioxide gas. Applied Optics, 1964, nr 7, s.847, oraz nr 5 621.

[16] Edwards D.K., Nelson K.E.: Rapid calculation of radiant energy transfer between nongray walls and isothermal H_2O or CO_2 gas. Trans ASME. J.Heat Transfer, 1962, nr 4, s.273.

[17] Filczakow P.F.: Sprawocznik po wysszej matiematikie, Naukowa Dumka, Kijów, 1974.

[18] Hobler T.: Ruch ciepła i wymienniki, WNT, Warszawa, 1968.

[19] Hottel H.C., Ecbert R.B.: Trans.Amer.Inst.Chem. Enginieers, 1942, v.38, nr 3, s.531-565.

[20] Hottel H.C., Mangelsdorf W.G.: Trans.Amer.Inst.Chem.Enginieers, 1934-35, v.31, s.517-549

[21] Hottel H.C., Sarofim A.F.: Radiative transfer, Mc Graw Hill, New York, St.Louis, San Francisco, Toronto, London, Sydney, 1967.

[22] Hottel H.C., Smith V.C.: Trans.Amer.Soc.Mech.Enginieers, 1935, v.57, nr 8, s.463-470

[23] Kapłan W.G.: Nałodka i ekspłuatacia pieciej dlia nagriewa mietałła. Mietałłurgizdat, Moskwa 1961.

[24] Koštial I.: Matematicky model pre simulaciu ohrevacich peci. Praca habilitacyjna VST, Košice, 1971.

[25] Kutateładze S.S.: Osnowy tieorii tiepłoobmiena. Novosibirsk, 1970.

[26] Leckner B.: Spectral and total emissivity of water vapor and carbon dioxide. Combustion and Flame 19.1972.

[27] Madejski J.: Teoria wymiany ciepła. PWN, Warszawa, 1963.

[28] Malkmus W., Ludwig C.B., Ferriso C.D.: Temperature Dependence of the Total Intensity of Difference - Band Systems : The 10- Band System of CO_2. The J.of Chemical Physics, v.45, nr 11, 1966, s. 3953-3957.

[29] Michiejew M.: Zasady wymiany ciepła, PWN, Warszawa, 1953.

[30] Newskij A.O.: Łuczistyj tiepłoobmien w pieczach i topkach, Izd. Mietałłurgia, Moskwa, 1971.

[31] Oppenheim A,K., Bevans J.T.: Geometric factors for radiative heat transfer through and absorbing medium in Cartesian coordinates. J.of Heat Transfer, November, 1960, s.360-368.

[32] Penner S.S.: Quantitative molecular spectroscopy and gas emisivities. Addison-Wesley Publishing Company INC.Reading, Massachusetts USA, 1959.

[33] Popow J.A., Szwarc Błam R.Ł.: Tiepłofizyka wysokich tiempieratur, tom 11, nr 4, 1973.

[34] Senkara T.: Obliczenia pieców grzewczych w hutnictwie żelaza, Śląsk, Katowice, 1968.

[35] Siegel R., Howell J.R.: Thermal Radiation Heat Transfer, Mc Graw Hill Book Company, 1972.

[36] Szargut J.: Przepływ ciepła przez promieniowanie w piecu komorowym. Archiwum Hutnictwa, T.XVI, z.2, 1971, s. 143-153

[37] Szargut J., Rudnicki Z.: Zastosowanie metody Monte-Carlo do wyznaczania pola temperatury w przestrzeni roboczej pokrocznego pieca grzejnego. Archiwum Hutnictwa, T.XVIII, z.4, 1973, str. 315-338.

[38] Timofiejew W.N., Karasina E.S.: Izwiestia WTI, 1948, nr 9, s.32.

[39] Weiner M.M., Edwards D.K.: Theoretical expression of water vapor spectral emissivity with allowance for line structure. Int.J.Heat Mass.Transfer. v.11, s.55-65, 1968.

[40] Wandrasz J.: Pasmowy model matematyczny przepływu ciepła przez promieniowanie w piecu komorowym. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej Nr 496 z. 58 Gliwice 1976.

[41] Wandrasz J., Łuckoś A.: Wpływ poprawki uwzględniającej nakładanie się pasm emisji na obliczenia wymiany energii promieniowaniem. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Nr 754 Z.82 Gliwice 1983.

МОДЕЛЬ ТЕПЛООБМЕНА ИЗЛУЧЕНИЕМ С УЧЁТОМ СПЕКТРАЛЬНЫХ ПОЛОС И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ

Р е з ю м е

В работе представлен метод расчёта потоков лучистой энергии с применением радиационных свойств газа. Для решения теплообмена принята трёхэлементная система в виде изотермического газового тела , замкнутого двумя изотермическими стенами а также многоэлементная система изотермических стен с изотермическим газовым телом. Радиационные свойства газа основаны на уравнениях Эдвардса и их приближениях представленных в работе 40 . С их помощью можно рассчитывать коэффициенты поглощения в полосах излучения CO_2 и H_2O , которые имеют самое важное практическое значение. Показана возможность учёта радиационных свойств других газов / CH_4 и CO / а также влияние запылённости газа и зависимости степени черноты стены от температуры и длины волны на результаты расчётов.

A BAND-MODEL OF ENERGY TRANSFER BY MEANS OF RADIATION AND ITS APPLICATION

S u m m a r y

The paper presents a method of calculating the energy fluxes transfered by radiation, considering the emission of a gas-lump and its properties. The equations are based on the mono- and poli- surface, isotermic - surface system. The gas-lump is treated as an isotermic one and in order to define its emission and absorption properties, Edwards theory and equations have been adapted. Finally simplified equations and formulae have been derived which make it possible to find the absorption coefficient for several emission bands with sufficient accuracy. Particularly two radiating gases are being considered, viz. CO_2 and H_2O, as they are most significant in practice. Moreover a method of calculating the emission and absorption of CH_4 and CO has been put forward. The simplified equations and formulae presented in the paper may be used in practical calculations.

Praca wpłynęła do Redakcji w maju 1985 r.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Stefan Wiśniewski