

КАРТАВЫЙ Николай Г.

БАРДОВСКИЙ Анатолий Д.

Московский горный институт, СССР

ДИНАМИКА СТРУННЫХ ПРОСЕИВАЮЩИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ  
ВИБРАЦИОННЫХ ГРОХОТОВ

**Резюме.** Для классификации трудногрохочимых полезных ископаемых и других сыпучих материалов, содержащих, например, глинистые примеси, эффективными являются упругие струнные просеивающие поверхности вибрационных грохотов. Такие поверхности не забиваются и обеспечивают эффективное грохочение трудноклассифицируемых материалов, и в частности отходов горных и других предприятий. В Московском горном институте разработаны композитные упругие просеивающие поверхности, состоящие из отдельных струн определенной конфигурации, работающих в активном динамическом режиме. Математическая модель работы таких поверхностей обеспечивает определение режимных параметров грохота с учетом характеристик классифицируемого материала, толщины его слоя, упругости и напряжения струн. Ее достоверность подтверждена данными экспериментов в производственных условиях.

Как показали производственные испытания, струнные просеивающие поверхности из композитного материала имеют повышенную износостойкость и обеспечивают высокую эффективность разделения сыпучих материалов.

Критерием оценки качества просеивающей поверхности является производительность, т. е. количество исходного материала, пропускаемого по ситу в час, и эффективность, т. е. полнота отделения мелкого материала по нижнему классу от крупного. На эти показатели в той или иной степени влияют многие факторы: механические характеристики материала и форма ячеек просеивающей поверхности, режимные параметры грохота, количество и гранулометрический состав грохочимого материала, внешние условия грохочения.

Как показывает практика эксплуатации струнных сит для разделения мелких фракций сыпучих материалов, высокая эффективность грохочения имеет место при резонансном режиме колебаний рабочих элементов просеивающей поверхности I. Это можно объяснить их интенсивным движением, способствующим разрыхлению перемещающего-

ся по силу материала, а также самоочищительным эффектом. Достижение резонансного или близкого к нему режима колебаний струн применительно к конкретным режимным параметрам грохота зависит от правильности выбора параметров, определяющих этот режим. К ним относятся усилие натяжения  $T$  и длина свободных участков струн, зависящая от числа промежуточных опор (гребенок) на сите  $n_g$ , а также механические характеристики материала струн (погонная масса  $m$ , модуль упругости  $E$  и площадь поперечного сечения  $F$ ) I, 2. Значительное влияние на режим колебаний рабочих элементов струнного сита оказывает технологическая нагрузка, качественный и качественный состав которой зависит от эксплуатационных условий работы сита.

Выбор рациональных механических характеристик материала рабочих элементов для достижения высоких технологических показателей работы струнной просеивающей поверхности можно осуществить на основе анализа упругих изгибных колебаний струн с учетом конкретной технологической нагрузки.

Рассмотрим изгибающие колебания струны, натянутой перпендикулярно движению материала с начальным усилием  $T_0$ , с учетом ее растяжимости в процессе колебаний.

В общем случае струна может быть представлена как гибкая растяжимая нить с нулевой изгибной жесткостью, концы которой жестко защеплены на раме сита и движутся по заданному закону, определяемому движением короба грохота (рис. I). С рамой сита связана подвижная система координат  $XOZU; X' O' Z' U'$  – неподвижная система координат.

Рассмотрим произвольный участок струны и составим, используя метод Даламбера, условие равенства нулю суммы проекций на ось  $UV$  всех сил, действующих на него: сил натяжения  $T$ , направленных по касательной к струне на концах участка  $dz$ , внешней силы, силы инерции струны. Силой тяжести струны ввиду ее малости, по сравнению с величиной натяжения струны, пренебрегаем.

Влияние технологической нагрузки, находящейся в процессе грохочения в разрыхленном состоянии, будем учитывать посредством вязкого сопротивления, пропорционального скорости движения струн.

Сумма проекций сил натяжения на ось  $UV$ , действующих на концах участка  $dz$  струны,  $u_1 = T \sin \xi(z_2) - \sin \xi(z_1)$ . В силу малости прогибов струны при ее колебаниях  $\sin \xi(z) = \frac{\partial u}{\partial z}$ , следовательно,

$$u_1 = T \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=z_2} - \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=z_1} \right] = T \int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dz \quad (1)$$

Сила вязкого сопротивления со стороны грохотимого материала, действующая на участок  $dz$  струны,

$$u_2 = C \frac{dz}{dt} \frac{\partial u}{\partial t} dz, \quad (2)$$

где  $C$  — коэффициент вязкого сопротивления,  $\text{м}/(\text{кг}\cdot\text{с})$ .

Внешнюю силу определяем как переносную силу инерции подвижной системы координат  $OXUZ$  относительно неподвижной системы  $O'X'U'Z'$ :  $u_3 = \int m a_e dz$ , где  $a_e = -M \omega^2 \sin \omega t$  — переносное ускорение точек рамы сита при заданном законе перемещения  $M \sin \omega t$ .

Следовательно,

$$u_3 = \int_{z_1}^{z_2} (m M \omega^2 \sin \omega t) dz. \quad (3)$$

Сила инерции, действующая на участок  $dz$  струны,

$$u_4 = \int m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dz, \quad (4)$$

где  $m$  — погонная масса струны,  $\text{кг}/\text{м}$ . Сумма всех сил, определяемых по выражениям (1)–(4), должна равняться нулю. В силу произвольности выбора координат  $z_1$  и  $z_2$  следует, что подынтегральная функция должна равняться нулю в каждой точке струны в любой момент времени  $t$ . Можно записать

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + C \frac{\partial u}{\partial t} = m M \omega^2 \sin \omega t. \quad (5)$$

При анализе изгибных колебаний струны обычно принимается, что срединные волокна остаются нерастянутыми. Однако такое допущение предполагает свободную подвижность одного из двух концов в направлении оси  $Z$ . Если же оба конца струны неподвижно закреплены, что имеет место в рассматриваемом случае, то изгибные колебания возможны только тогда, когда удлиняются и срединные волокна. В результате их удлинения возникает сила дополнительного натяжения  $\Delta T$ , а уравнение колебаний становится нелинейным З. В дальнейшем предполагаем справедливость закона Гука для уравнения движения струны, но с учетом возможности изменения длины струны в процессе колебаний.

Таким образом, в уравнении (5) под величиной  $T$  подразумевается нелинейная восстанавливающая сила, равная сумме начального  $T_0$  и дополнительного натяжения струны  $\Delta T$ , возникающего от ее прогиба:

$$T = T_0 + \Delta T. \quad (6)$$

Найдем изменение длины струны при колебаниях. На рис. 4 видно

$$\Delta dz = dz(\ell - \cos \xi) = dz \cdot 2(0,5\xi)^2. \quad (7)$$

Проинтегрируем уравнение (7) от 0 до  $\ell$  ( $\ell$  - длина свободного участка струны):  $\Delta l = 0,5 \int (\delta u / \delta z)^2 dz$ , где  $\delta u / \delta z = \xi$ .

Принимая, что относительная деформация  $\Delta dz / dz$  постоянна по длине струны, и считая, что деформация струны находится в линейной зависимости от усилия  $T$ , находим дополнительное натяжение

$$\Delta T = 0,5 \cdot E \cdot F' \ell \int_0^\ell (\delta u / \delta z)^2 dz. \quad (8)$$

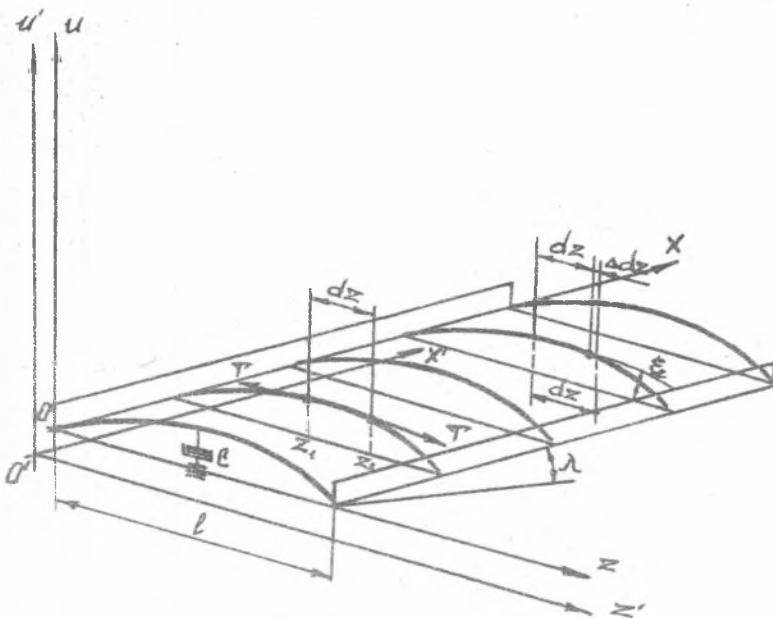


Рис. 1. Расчетная схема струнного сита

Подставляя зависимости (6) и (8) в уравнение (5), получим

$$m \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - [T_0 + D \cdot E \cdot F \cdot l^2] \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \cdot dz \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \\ + l \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = m \cdot l \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t. \quad (9)$$

Функция  $u(z, t)$  должна удовлетворять граничным условиям закрепления струны:

$$u(0, t) = u(l, t) = 0. \quad (10)$$

Принимая, что при колебаниях изогнутой осью струны служит синусоида, решение интегродифференциального уравнения (9), удовлетворяющего граничным условиям (10), для установившегося режима работы струнного сита имеет в виде

$$u = g(t) \sin \pi z l^{-1} \quad (11)$$

Подставив выражение (II) в уравнение (9), после некоторых преобразований получим нелинейное неоднородное дифференциальное уравнение относительно  $q(t)$ , известное как уравнение Дуффинга 3:

$$\left\{ \frac{d^2q}{dt^2} + C' \frac{dq}{dt} + P^* [q(t) + \mu q^2 t] \right\} \sin \pi z = \lambda \omega^2 \sin \omega t \quad (I2)$$

где  $P = \pi \ell^4 T_0^{45} m^{45}$ ,  $\mu = (\pi \ell^4)^2 \cdot 0,25 E F T_0^{24}$ ,  $C' = C m^{-1}$ .

При отыскании периодического решения уравнения (I2) с периодом  $2\pi/\omega$  использован принцип гармонического баланса, предложенный Н.М.Крыловым и Н.Н.Боголюбовым [4]. Ограничивааясь нахождением членов первой гармоники, что вполне допустимо для сравнительного анализа подобных колебательных систем, решение уравнения (I2) ищем в виде  $q(t) = u_0 \sin(\omega t - \Sigma)$ , где  $u_0$  – величина относительной амплитуды середины струны (при  $z = 0,5\ell$ );

$\Sigma$  – фазовый угол между возмущающей силой и амплитудой. После преобразований получено трансцендентное уравнение относительно :

$$\lambda \omega^2 = u_0 \left\{ \left[ P_1^2 (1 + \frac{3}{4} \mu u_0^2) - \omega^2 \right]^2 + (C')^2 \omega^2 \right\}^{1/2} \quad (I3)$$

частота собственных колебаний основного тона струны

$$P_1 = \left[ T_0^4 m^{-1} (\pi \ell^4)^2 + \frac{3}{4} (\pi \ell^4)^4 \cdot 0,25 E F m^{-1} u_0^2 \right]^{1/2} \quad (I4)$$

Для количественного анализа уравнения (I3) при различных сочетаниях входящих в него величин введем новую переменную  $\gamma = \rho \omega^2$  – безразмерную собственную частоту колебаний струны. После преобразований получено следующее уравнение:

$$u_0^6 + \frac{9}{16} (\gamma^2 - 1) \mu \cdot \gamma^2 u_0^2 + \left[ (\gamma^2 - 1)^2 + \theta^2 \right] \left( \frac{3}{4} \mu \gamma^2 \right)^{-2} u_0^2 - \lambda^2 \left( \frac{3}{4} \mu \gamma^2 \right)^{-2} = 0 \quad (I5)$$

где  $\theta$  – безразмерный коэффициент вязкого сопротивления,  $\theta = \ell' \omega^2$ ;  $\mu = (\pi \ell^4)^2 \cdot 0,25 E F \gamma^2 \omega^2 m^{-1} \text{ м}^{-2}$ .

Для определения коэффициентов  $\theta$  при различных значениях технологической нагрузки, механических характеристик материала и длины свободных участков струн разработана модель грохота. Короб грохота представляет емкость, дном которой являются выбранные для исследований различные типы струн: резиновые, тросовые и гибкие с покрытием. Емкость со щебнем устанавливалась на вибростенд, и с помощью прецизионной измерительной аппаратуры фирмы *RFT* производились замеры амплитуд колебаний указанных струн. В серии проведенных опытов варьировались следующие параметры: амплитуда  $A$  и частота  $\omega$  колебаний короба грохота, длина струны  $l$  и высота слоя щебня  $H$ . Значения  $\theta$  определялись по формуле, полученной из зависимости (15) применительно к резонансному режиму колебаний струн ( $f = I$ ):

$$\theta = \left[ \left( A \cdot u_{0,3}^2 \right)^2 - \frac{g}{256} (\pi l^{-1})^2 E^2 F^2 m^2 \omega^{-4} u_{0,3}^4 \right]^{0,5}, \quad (16)$$

где  $-$  установленные экспериментально значения амплитуд относительных колебаний струн.

На рис. 2 представлены зависимости безразмерных коэффициентов вязкого сопротивления  $\theta$ , построенные по данным экспериментальных исследований с использованием формулы (16), от высоты слоя щебня  $H$  при различных значениях длин свободных участков струн  $l$ . Из графиков видно, что с увеличением нагрузки на исследуемые струны значения коэффициента  $\theta$  всех величин  $l$  возрастают, при этом  $\theta_{\text{рез}} > \theta_{\text{трос}}$  при прочих равных условиях.

Так, отношение  $\theta_{\text{рез}}/\theta_{\text{трос}}$  при  $l = 0,9 \text{ м}$  и  $H = 75 \text{ мм}$  ( $q_i = 100 \text{ кг}/\text{м}^2$ ) составляет 4,61, а при  $l = 0,9 \text{ м}$  и  $H = 150 \text{ мм}$  ( $q_i = 200 \text{ кг}/\text{м}^2$ ) – 6,13.

Нахождение изолированного корня  $u_0$  уравнения (15) осуществлялось на ЭВМ ЕС-1033 при различных сочетаниях параметров  $f$ ,  $m$ ,  $F$ ,  $E$ ,  $l$ ,  $\theta$  для типовых значений динамических параметров инерционных грохотов:  $A = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ,  $\omega = 100 \text{ с}^{-1}$ . По полученным данным построены графики зависимости амплитуд относительных колебаний исследуемых струн от длины их свободных участков  $l$  при

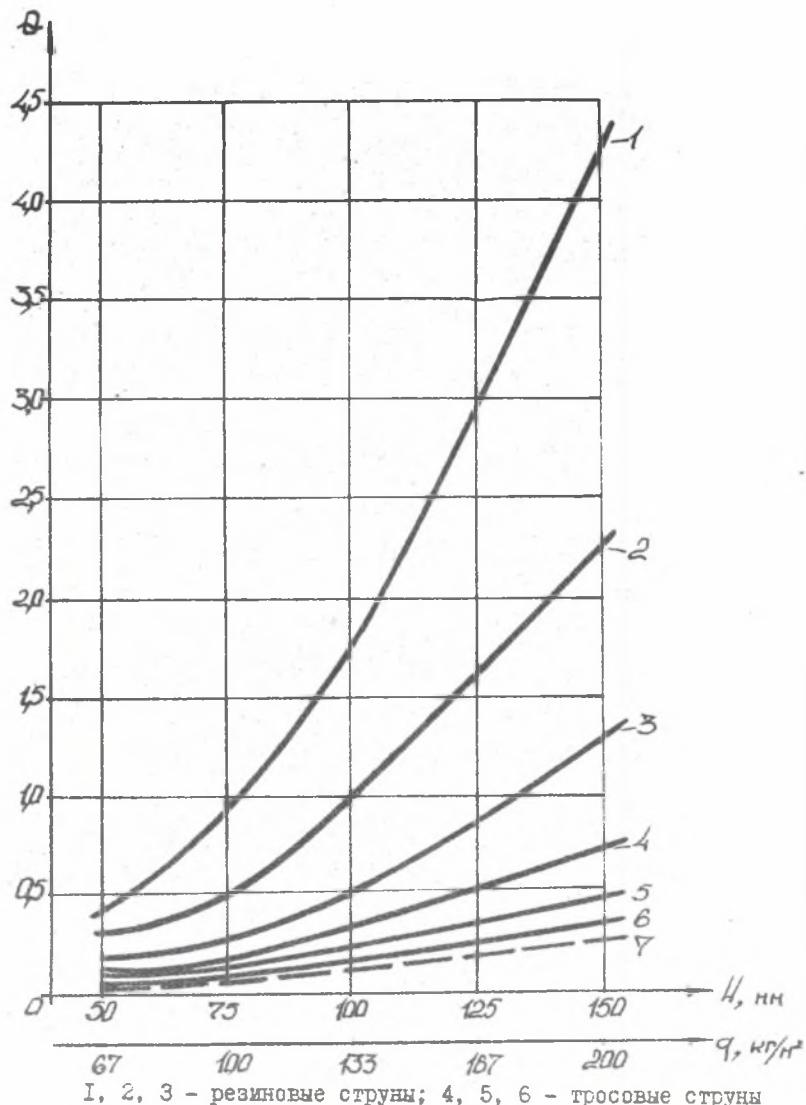


Рис. 2. Зависимости безразмерного коэффициента вязкого сопротивления  $\Theta$  от высоты слоя щебня  $H$  при  $A = 0,003$  м,  $\omega = 100$  с<sup>-1</sup> и длинах свободных участков струн  $L$ : 1 и 4 - 0,6 м; 2 и 5 - 0,9 м; 3 и 6 - 1,2 м

различных значениях технологической нагрузки. Анализ полученных зависимостей показал, что величина амплитуд относительных колебаний резиновых струн под нагрузкой с увеличением длины их свободных участков уменьшается, а тросовых и тросовых с покрытием струн – возрастает, достигая максимума при определенных, характерных для принятых высот слоя щебня  $H$ , значениях длины  $\ell$ . Установлено также, что наличие нагрузки резко снижает амплитуды относительных колебаний резиновых струн, особенно в зоне безразмерных частот порядка  $0,6...1,48 \text{ Гц}$ , в то время как амплитуды колебаний тросовых и тросовых с покрытием струн в этом диапазоне частот изменяются незначительно.

Таким образом, одним из основных преимуществ тросовых и тросовых с покрытием струн, по сравнению с резиновыми, является возможность повышения "живого сечения" сита за счет увеличения расстояния между опорами при сохранении высоких и устойчивых по величине амплитуд колебаний струн. С учетом особенностей технологического процесса разделения средних фракций нерудных строительных материалов созданы струйные просеивающие поверхности ячеистого типа. В качестве рабочих элементов которых использовались тросовые с покрытием струны, т. е. струны, облицованные резиновой оболочкой, имеющей боковые разделительные выступы. Набор таких струн, установленных перпендикулярно движению материала по всей поверхности грохочения, получил название резинотросовой струйной просеивающей поверхности (рис. 3).

Параметры  $a$  и  $b$  ячеек сита, образованных боковыми разделительными выступами смежных струн, и величина зазора между выступами определялись на основании статистического анализа размеров лещадных зерен щебня крупностью свыше 20 мм с учетом технологии изготовления струн. Резинотросовые струйные сита прошли промышленные испытания на Пятловском и Бяземском карьерах Главмоспромстройматериалы. Экономическую эффективность их применения в технологических схемах переработки сырья карбонатных карьеров

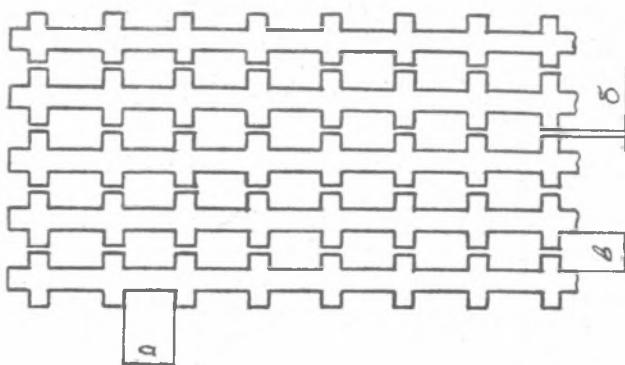


Рис. 3. Общий вид резинотросовой струиной просеивающей поверхности

обуславливают следующие факторы: увеличение эффективности грохочения на 2–5 %, по сравнению с проволочными ситами, при повышенных удельных нагрузках на сито; повышение эффективности грохочения при сухой классификации в весенне-осенний периоды, достигаемое за счет устранения засорения просеивающей поверхности глинистыми включениями и забивания "трудными" зернами материала; сокращение простоя технологического оборудования из-за остановки грохотов для очистки сит; увеличение в 4–8 раз срока службы, по сравнению с металлическими проволочными ситами.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Интенсификация процесса грохочения железных руд на основе ленточно-струинных сит (Потураев В.Н., Червоненко А.Г., Хабло Г.П. и др.) – В кн.: Техника и технология обогащения железных руд. М.: Недра, 1975, сс. 22–34.
- [2] Елехов М.С. и др.: Грохочение влажных углей на струинно-тросовых ситах. – М.: ЦНИИзуголь, 1979, с. 1–16.
- [3] Стокер Дж. Нелинейные колебания в механических и электрических системах. – М.: ИЛ, 1952, сс. 88–94.
- [4] Крылов Н.М., Боголюбов Н.Н.: Введение в нелинейную механику. – М.: Изд-во АН УССР, 1937, с. 152.

## DYNAMIKA STRUNOWYCH POWIERZCHNI PRZESIEWANIA W PRZESIEWACZACH WIBRACYJNYCH

### S t r e s z c z e n i e

Dla klasyfikacji trudnoprzesiewalnych kopalin użytkowych oraz innych materiałów sypkich zawierających np. domieszki gliniaste mogą być stosowane sprężyste strunowe powierzchnie przesiewające. Takie powierzchnie nie ulegają zatkaniu, a zapewniają skuteczne przesiewanie trudno klasyfikujących się materiałów, między innymi odpadów zakładów górniczych i in.

W Moskiewskim Instytucie Górnictwa opracowano tak zw. kompozytynne sprężyste powierzchnie przesiewania, które posiadają poszczególne struny ustalonego kształtu i działają w aktywnych warunkach dynamicznych.

Model matematyczny działania takich powierzchni zapewnia możliwość ustalenia parametrów pracy przesiewacza z uwzględnieniem charakterystyk przesiewanego materiału, grubości jego warstwy, sprężystości i naprężenia strun. Jego wiarygodność została stwierdzona na podstawie wyników eksperymentów przeprowadzonych w warunkach ruchowych. W oparciu o wyniki badań ruchowych można stwierdzić, że strunowe powierzchnie przesiewania wykonane z materiału kompozytowego posiadają znacznie wyższą żywotność i zapewniają wysoką skuteczność klasyfikacji materiałów sypkich.

### DYNAMICS OF STRING SURFACES IN VIBRATING SCREENS

#### S u m m a r y

For the classification of useful minerals difficult to screen and other loose materials containing clay admixtures, elastic string screening surfaces can be used. Such surfaces do not become blocked and ensure effective screening of materials difficult to classify, among others, waste from mines.

The so-called composite elastic screening surfaces have been worked out at the Mining Institute in Moscow. The surfaces have strings of determined shape and are used in active, dynamic conditions.

Mathematical models of the operation of such surfaces make possible to determine parameters of the screen together with characteristics of the screened material, its thickness, elasticity and stress. Results of experiments done in situ confirmed the accuracy of models. Results of investigations proved that screens from composite materials have much longer life and ensure high efficiency of classification of loose materials.