ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1985
Seria: Energetyka z. 91 Nr kol. 856

Jan JĘDRYSZEK
Instytut Techniki Cieplnej i Mechaniki Płynów
Politechniki Wrocławskiej

OKREŚLENIE PULSACJI PRZEPŁYWU W WENTYLATORZE WYWOŁANYCH NIESTABILNĄ CHARAKTERYSTYKĄ ODBIORNIKA

Streszczenie: W pracy przedstawiono model teoretyczny dynamicznego oddziaływania odbiornika jako analog akustycznego rezonatora Helmholtza. Omówiono wpływ charakterystyki wentylatora oraz odbiornika na przebieg zmian dynamicznych parametrów przepływu. W pracy dokonano porównania wzajemnego oddziaływania wentylatora oraz odbiornika sprzężonych układem rurociągów.

1. Wstęp

Praca maszyn przepływowych jest z reguły określana dla ustalonych warunków w zakresie stabilnej części ich charakterystyki. W rzeczywistości nawet stabilną część charakterystyki wykazuje pewne zmienne składowe parametrów przepływu. Największe zmiany wywołuje skokowa zmiana punktu pracy w pobliżu punktu przegięcia charakterystyki. Osiągamy tam często tak zwane warunki pompażu i ten rodzaj pracy nie jest zalecany z uwagi na mało zbadany przebieg zjawisk zachodzących w tym zakresie. W zależności od rodzaju maszyny przepływowej oraz od charakterystyki odbiornika pompaż ma różny przebieg zarówno co do amplitudy zmian parametrów przepływu jak i ich częstotliwości. Ponieważ wykorzystanie maszyn odbywa się zawsze tak aby uzyskać maksymalną sprawność, a dzieje się to zazwyczaj w pobliżu granicy pompażu, gdzie na skutek niestabilnej pracy odbiornika łatwo przesunąć charakterystykę sieci w obszar pompażu. Aby więc zbadać ten zakres pracy wentylatora oraz zabezpieczyć się przed złymi skutkami należy znaleźć możliwość matematycznego określania tych warunków. Najważniejszym elementem takich obliczeń obok określenia częstotliwości drgań własnych, określenie amplitudy drgań różnych wielkości określających przepływ, a w szczególności ciśnienia, prędkości przepływu oraz ilości czynnika wprowadzonego w ruch drgający. W przedstawionym opracowaniu przedstawiono podstawowe zależności stosowane przy opisie matematycznym tych zjawisk [1,3,4]. Analizę przeprowadzono dla stopnia sprężającego, definiując parametry przepływu w stopniu jak i w odbiorniku, które decydują o charakterze [illegible] przepływu [2,4,5].

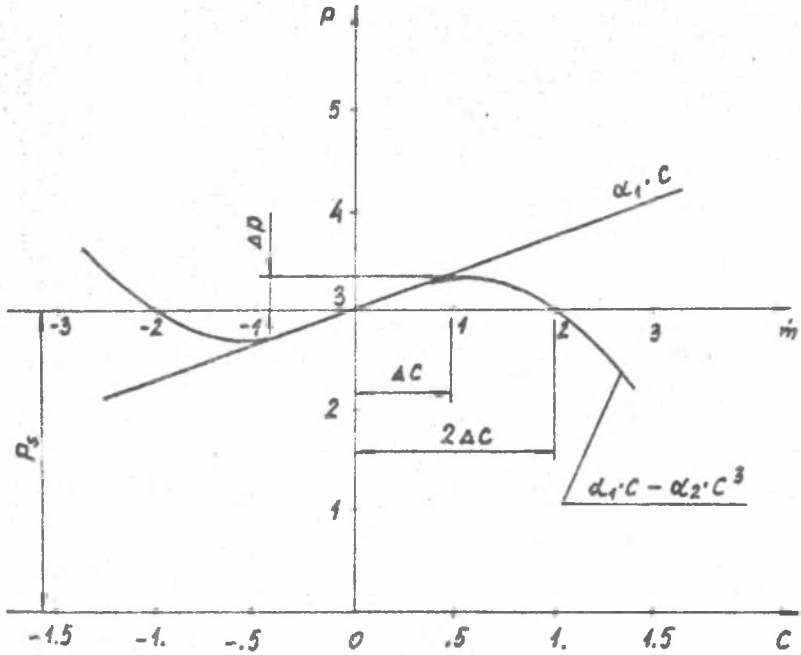
2. Charakterystyka stopnia z obszarem pracy niestatecznej

Aby opisać matematycznie parametry przepływu z pompażem, należy opisać przebieg charakterystyki ze szczególnym uwzględnieniem strefy niestateczności. Dla opisania tej strefy posłużono się metodą opisu zaproponowaną przez Dzialasa [1], wykorzystaną do opisu charakterystyki pompy. Charakterystyka tego typu aproksymowana jest krzywą trzeciego

stopnia o następującej postaci:

$$\Delta p = \alpha_1 \Delta c - \frac{1}{3} \alpha_2 (\Delta c)^3 \qquad (1)$$

gdzie α_1 i α_2 są pewnymi stałymi, które określone będą w dalszej części. Schemat omawianej charakterystyki przedstawiono na rys.1, gdzie układ współrzędnych odniesiono do punktu środkowego przegięcia charakterystyki.



Rys. 1. Schemat niestatecznej części charakterystyki do wyznaczenia współczynników α_1 oraz α_2.

Różniczkując równanie (1) po Δc otrzymamy drugie równanie potrzebne do wyznaczenia niewiadomych współczynników, a mianowicie:

$$\frac{d(\Delta p)}{d(\Delta c)} = \alpha_1 - \alpha_2 (\Delta c)^2 \qquad (2)$$

Przyrównując powyższe w punkcie ekstremalnym do zera oraz uwzględniając równanie (1), otrzymamy zależności określające poszczególne stałe:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 &= 3/2\ \Delta p/\Delta c \\ \alpha_2 &= 3/2\ \Delta p/(\Delta c)^3 \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Równanie (1) po uwzględnieniu rozwiązania (3) przyjmie następującą postać:

$$\Delta p = \left[\frac{3}{2}\left(\frac{\Delta p}{\Delta c}\right)\right]\Delta c - \frac{1}{3}\left[\frac{3}{2}\,\frac{\Delta p}{(\Delta c)^3}\right](\Delta c)^3 \qquad (4)$$

Należy pamiętać przy tym, że w powyższym zapisie wyrażenia w nawiasach prostokątnych określają stałe α_1 oraz α_2 dla wartości ekstremalnych, natomiast poza tymi nawiasami określają współrzędne bieżące. Z rys. 1 wynika, że α_1 jest również tangensem kierunkowym prostej stycznej do charakterystyki w punkcie jej przegięcia i można ją potraktować jako jeden z możliwych przebiegów charakterystyki oporów sieci /co w praktyce jest rzadko spotykanym wyjątkiem/. Ponadto z rysunku wynika również, że parametrem odpowiadającym Δc jest $\Delta \dot{m}$, a równanie (4) po zmianie parametru Δc na $\Delta \dot{m}$ będzie miało identyczną postać. Wynika to z faktu, że w danym punkcie układu przepływowego przekrój jest stały, a wydajność przepływu jest wprost proporcjonalna do zmian prędkości.

3. Współpraca charakterystyki wentylatora z charakterystyką oporów

W rzeczywistych układach przepływowych charakterystyka oporów nie pokrywa się z przebiegiem określonym linią prostą $(\alpha_1 \cdot \Delta c)$ czy $(\alpha_1 \cdot \Delta \dot{m})$. Do opisania tego zagadnienia posłużono się schematem podanym na rys.2a, który odpowiada ogólnemu schematowi sieci z wentylatorem przedstawionym na rys.2b. W układzie tym wentylator o określonym przebiegu charakterystyki $(P, \dot{M})$ pracuje z siecią rurociągów i odbiornikiem, którym może być kocioł energetyczny czy też układ wentylacji kopalń. Czynnik zawarty w komorze odbiornika z uwagi na jego dużą pojemność traktowany jest jako ściśliwy, natomiast zawarty w rurociągu z uwagi na jego małą objętość względem dużej objętości odbiornika traktowany będzie jako sztywny. Do opisania zjawisk zachodzących w takim układzie posłużono się analogią akustyczną rezonatora Helmholtza (2,3), którego równanie wyprowadzono w oparciu o schemat na rys.2b.

Dla rezonatora Helmholtza przyjmuje się, że energia jego jako układu zamkniętego jest stała i można opisać to poniższym warunkiem:

$$E_k + E_p = \text{idem} \qquad (5)$$

Ponieważ rezonator jest obiektem dynamicznym równanie powyższe musi być spełnione również dla postaci różniczkowej względem czasu, a mianowicie:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} E_k + \frac{\partial}{\partial \tau} E_p = 0 \qquad (6)$$

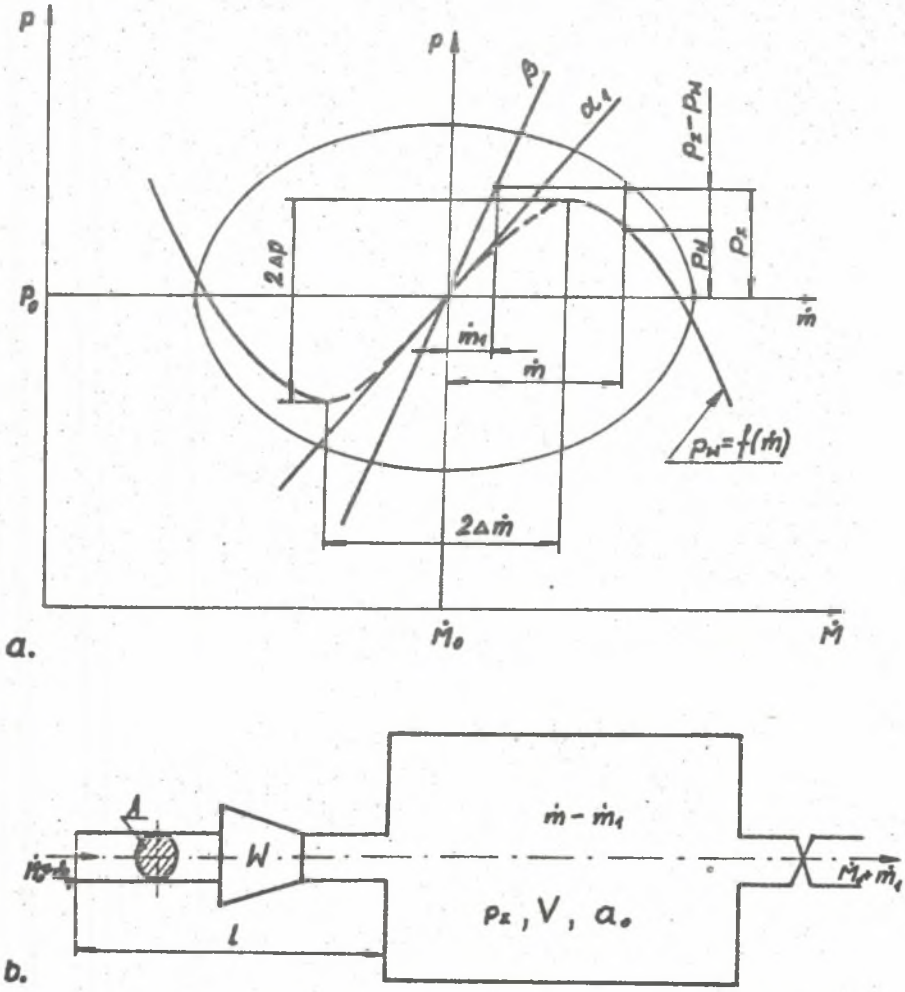
Zależność powyższa będzie spełniona dla układu przedstawionego na rys.2 dla następujących warunków :

- prędkość lub przepływ w punkcie $x = -l$ jest równy zeru,
- zawór w punkcie x_z jest zamknięty,
- wymiana energii następuje w punkcie $x = 0$.

Dla tak sformułowanych założeń dla modelowego układu /rys.2b/ przy zaistnieniu zaburzenia wewnątrz tego układu w przekroju x = 0 można zapisać równanie równowagi sił ciśnienia oraz sił masowych :

$$\rho_0 \cdot l \cdot A \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + (p - p_0) \cdot A = 0 \qquad (7)$$

gdzie pierwszy człon tego równania oznacza energię kinetyczną wprawionej w ruch masy zawartej w rurociągu i działającą na przekrój A w punkcie x = 0, z drugiej zaś strony oddziaływuje energia potencjalna ciśnienia czynnika zawartego w zbiorniku na ten przekrój zapisana drugim członem równania (7).



Rys.2. Schemat współpracy wentylatora z rurociągiem i odbiornikiem
a - schemat charakterystyk, b - schemat zastępczy układu.

Po obu stronach przekroju dla x=0 musi być również spełnione równanie stanu gazu :

$$\left.\begin{aligned} p\ \rho^{-\varkappa} &= \text{idem} \\ \partial p/\partial \rho &= a^2 \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

Na skutek istniejącego zaburzenia w przekroju x = 0 wystąpi zmiana przepływu :

$$\Delta \dot{m} = \rho_o \cdot A \cdot \partial x/\partial \tau , \qquad (9)$$

która spowoduje zmianę gęstości określoną jako :

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = \frac{\Delta \dot{m}}{V} , \qquad (10)$$

gdzie V - objętość odbiornika.
Uwzględniając dla lewej strony (10) wyrażenie różniczkowe (8) zróżniczkowane po czasie :

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = \frac{1}{a^2}\frac{\partial p}{\partial \tau} , \qquad (11)$$

natomiast do prawej strony (10) wyrażenie (9) :

$$\frac{\Delta \dot{m}}{V} = \frac{\rho_o \cdot A \frac{\partial x}{\partial \tau}}{V} ; \qquad (12)$$

które po podstawieniu wraz (11) do (10) oraz po scałkowaniu po czasie da wyrażenie na różnicę ciśnień :

$$\partial p = p - p_o = \frac{\rho_o \cdot A \cdot x}{V/a_o^2} \qquad (13)$$

Wracając z kolei do podstawowego równania energetycznego (7) otrzymamy po uporządkowaniu :

$$\rho_o\ l\ A \frac{\partial^2 x}{\partial \tau^2} + \frac{\rho_o \cdot A \cdot x}{V/a_o^2} A = 0 \qquad (14)$$

Po podzieleniu powyższego równania przez $(\rho_o \cdot l \cdot A)$ otrzymamy :

$$\frac{\partial^2 x}{\partial \tau^2} + \frac{x}{(l/A)(V/a_o^2)} = 0 \qquad (15)$$

Wyrażenie powyższe jest analogiczne do równania drgań własnych nietłumionych układu mechanicznego :

$$\frac{\partial^2 x}{\partial \tau^2} + \frac{x}{m \cdot C} = 0 \qquad (16)$$

gdzie $\dot{m}$ – masa drgająca, C – podatność sprężyny.
Tak więc zarówno w wyrażeniu (15), jak i w wyrażeniu (16) czynniki stojące przy x oznaczają częstość drgań własnych układu :

$$\omega^2 = \frac{1}{m \cdot C} = \frac{1}{(1/A)(V/a_0^2)} \tag{17}$$

W analogii akustycznej dlatego też wyrażenia w mianowniku drugiej części (17) nazywamy odpowiednio $1/A$ – masą akustyczną, V/a_0^2 – podatnością akustyczną [4].

4. Wpływ charakterystyki sieci na przebieg pulsacji w odbiorniku

Przechodząc z kolei do realnego przypadku pracy układu stopnia sprężającego, możemy powiedzieć, że dla określonego ciśnienia za wentylatorem p_w oraz dla przepływu $\dot{M} = \dot{M}_0 + \dot{m}_1$ odbiornik pobiera przy ciśnieniu p_z, $\dot{m} - \dot{m}_1$ na skutek oporu na wypływie z odbiornika w zaworze x_z. Na skutek różnych charakterystyk sieci oraz wentylatora w odbiorniku wystąpią inne przebiegi ciśnienia oraz wydajności (rys.2a). Zapisując więc równanie (7) dla rezonatora ale z wentylatorem w rurociągu można napisać :

$$\rho \cdot l \cdot A \cdot \frac{\partial c}{\partial \tau} + (\Delta p_z - \Delta p_w) \cdot A = 0 \tag{18}$$

Ponieważ prędkość całkowitą możemy zapisać jako sumę składowej ustalonej i zmiennej w czasie :

$$c = c_0 + c(\tau) \tag{19}$$

zmianę przepływu możemy zapisać jako :

$$\frac{\partial \dot{m}}{\partial \tau} = \rho \cdot A \cdot \frac{\partial c}{\partial \tau} \tag{20}$$

Skąd po podstawieniu powyższego do (18) oraz zróżniczkowaniu po czasie otrzymamy :

$$\frac{1}{A}\frac{\partial^2 \dot{m}}{\partial \tau^2} - \frac{\partial \Delta p_w}{\partial \tau} + \frac{\partial \Delta p_z}{\partial \tau} = 0 \tag{21}$$

Ponieważ zmiany dynamiczne podczas przepływu wygodniej rozpatrywać jako odpowiednie składowe przepływu $\dot{m}$ oraz Δp, wyrażenie (4) z uwagi na wspomnianą zamienność $\Delta \dot{m}$ oraz Δc można zapisać :

$$\Delta p = \left[\frac{3}{2}\left(\frac{\Delta p}{\Delta \dot{m}}\right)\right]\dot{m} - \frac{1}{3}\left[\frac{3}{2}\,\frac{\Delta p}{(\Delta \dot{m})^3}\right]\dot{m}^3 \tag{22}$$

Ponieważ wyrażenie to wprowadzono względem charakterystyki wentylatora, więc ciśnienie Δp_w możemy w zależności (21) zastąpić podstawieniem (22), ale zapisując α_2 za pomocą α_1 przekształcając odpowiednio wyrażenia (3):

$$\frac{1}{A}\frac{\partial^2 m}{\partial \tau^2} - \alpha_1\left[1 - \left(\frac{\dot{m}}{\Delta\dot{m}}\right)^2\right]\frac{\partial\dot{m}}{\partial\tau} + \frac{\partial p_z}{\partial\tau} = 0 \qquad (23)$$

Ponieważ po stronie odbiornika mamy inne parametry niż po stronie wentylatora, również prędkość dźwięku będzie różna, co wynika z zależności (8), gdzie uwzględniając odpowiednie indeksy otrzymamy :

$$\frac{\partial p_z}{\partial \varrho_z} = a^2 \quad , \quad \frac{\partial p_w}{\partial \varrho_w} = a_o^2 \qquad (24)$$

oraz na podstawie (10):

$$\frac{\partial \varrho_z}{\partial \tau} = \frac{\dot{m} - \dot{m}_1}{V} \qquad (25)$$

Ponieważ $a \neq a_o$ również linia α_1 wentylatora będzie przebiegać dla odbiornika inaczej i zaznaczono ją na rys. 2a symbolem β. Uwzględniając więc zależności geometryczne na tym rysunku oraz zależność (18) lub (21) otrzymamy :

$$\dot{m}_1 = \frac{\Delta p_w - (1/A)\partial\dot{m}/\partial\tau}{\lambda\cdot\alpha_1} \qquad (26)$$

gdzie z kolei :

$$\lambda = \beta/\alpha_1 = \Delta p_z/(\dot{m}_1\cdot\alpha_1) \qquad (27)$$

Korzystając z wyrażeń (24) oraz (25) otrzymamy :

$$\frac{\partial\Delta p_z}{\partial\tau} = \frac{\dot{m} - \dot{m}_1}{(V/a^2)} \qquad (28)$$

Skąd uwzględniając w (23) wyrażenia (26) oraz (28) otrzymamy :

$$\left(\frac{1}{A}\right)\frac{\partial^2 m}{\partial\tau^2} - \alpha_1\left[1 - \left(\frac{\dot{m}}{\Delta\dot{m}}\right)^2\right]\frac{\partial\dot{m}}{\partial\tau} + \frac{\dot{m}}{(V/a^2)} - \frac{\left[1 - \frac{1}{3}\left(\frac{\dot{m}}{\Delta\dot{m}}\right)^2\right]\dot{m}}{\lambda\,(V/a^2)} +$$

$$+ \frac{(1/A)}{(V/a^2)\lambda\alpha_1}\frac{\partial\dot{m}}{\partial\tau} = 0 \qquad (29)$$

Wykorzystując z kolei podstawienia wielkości bezwymiarowych zastosowanych w pracy Horwatha [4]:

$$\left.\begin{array}{ll} y = \dot{m}/\Delta\dot{m} = c/\Delta c & \text{masa lub prędkość bezwymiar.} \\ \tau' = \omega_o\tau\,,\ \partial/\partial\tau = \omega_o\,\partial/\partial\tau' & \text{czas} \quad " \\ \varepsilon = \alpha_1\sqrt{\dfrac{(V/a^2)}{(l/A)}} = \omega_o(V/a^2)\alpha_1 = \dfrac{\alpha_1}{\omega_o(1/A)} & \text{współczynnik nieliniowości} \end{array}\right\} \quad (30)$$

Wprowadzając powyższe do (29) oraz porządkując zmienne otrzymamy :

$$y'' - \varepsilon\left(1 - \frac{1}{\lambda\varepsilon^2} - y^2\right)y' + \left(1 - \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{3\lambda}y^2\right)y = 0 \qquad (31)$$

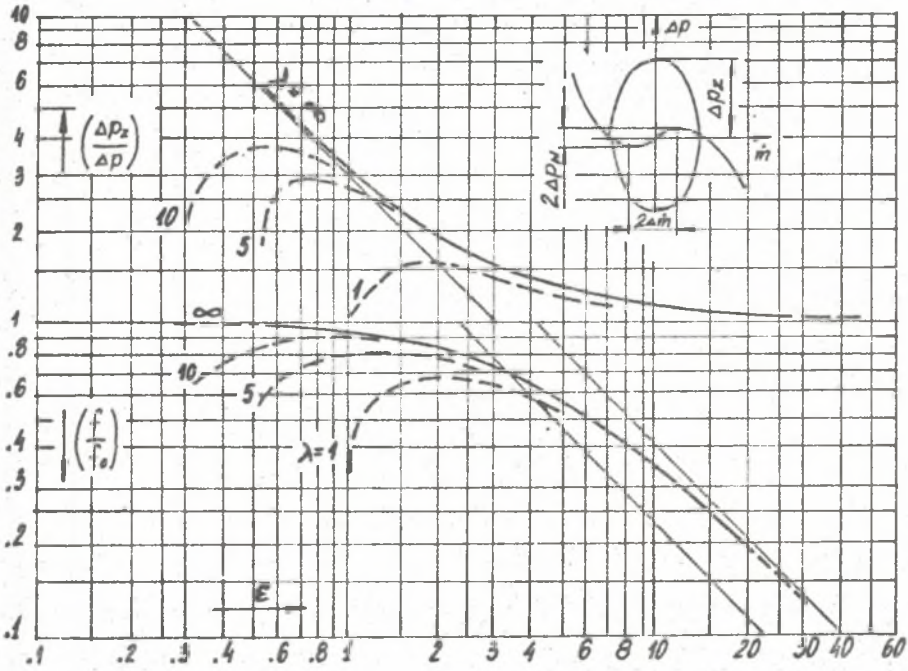
gdzie :

$$y' = \frac{dy}{d\tau'} \quad , \quad y'' = \frac{dy'}{d\tau'}$$

Równanie powyższe w przypadku $\lambda \Rightarrow \infty$ sprowadza się do znanego równania nieliniowego Van der Pohla :

$$y'' - \varepsilon(1 - y^2)y' + y = 0 \qquad (32)$$

Jak więc z tego wynika rozwiązania równań (31) oraz (32) również będą wyglądały podobnie. Na rys.3 podano graficzną postać rozwiązania uzyskaną na drodze obliczeń numerycznych w funkcji parametru ε.



Rys.3. Rozwiązanie równania (31) /linia przerywana/ oraz równania (32) w funkcji współczynnika nieliniowości ε.

Rozwiązania powyższe pokazują zależność pulsacji masy lub prędkości dla

wentylatora i odbiornika oraz wskazuje zależność częstotliwości wymuszeń do częstotliwości drgań własnych układu.

5. Określenie pulsacji ciśnienia w odbiorniku

Bardzo ważnym zagadnieniem przy eksploatacji omawianego układu jest znajomość pulsacji ciśnienia w odbiorniku Δp_z, które to ciśnienie może mieć zupełnie inny przebieg czasowy niż wymuszenia wentylatora. Aby zbadać przebieg czasowy tego ciśnienia wprowadzono również bezwymiarowy wskaźnik tej wielkości :

$$q = p_z \frac{\omega_0}{\Delta \dot{m}} \left(\frac{V}{a^2}\right) \tag{33}$$

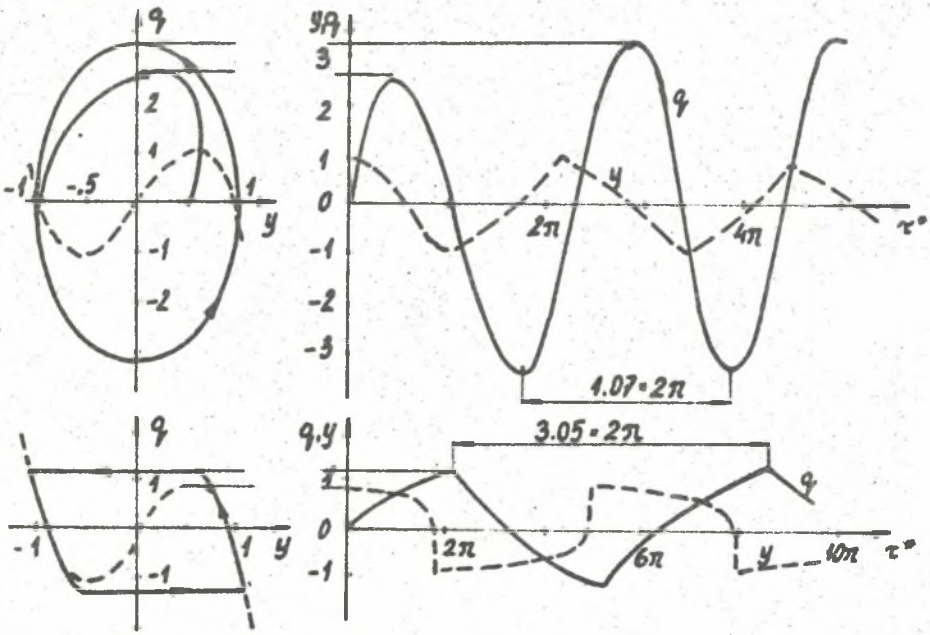
Uwzględniając ponadto relacje między bezwymiarowymi pochodnymi tego współczynnika względem bezwymiarowego współczynnika prędkości /wydatku/:

$$q' = \frac{dq}{d\tau'} = y \,, \quad q'' = y \frac{dy}{dq} = \frac{dy}{d\tau'} \tag{34}$$

Podstawiając powyższe wyrażenia do równania (29) otrzymamy wyrażenie :

$$\frac{dy}{dq} = \frac{\varepsilon(y - 1/3\, y^3) - q}{y - q(\varepsilon\lambda)^{-1}} \tag{35}$$

Przykład rozwiązania powyższej zależności dla $\lambda \to \infty$ przedstawiono graficznie na rys.4.



Rys.4. Schemat graficzny rozwiązania równania (35) przy $\lambda \to \infty$ oraz dla współczynników nieliniowości $\varepsilon = 1$ i $\varepsilon = 10$.

Jak wynika z tego rysunku odbiornik przy małym ε narażony jest na dużo większe pulsacje ciśnienia niż to wynika z pulsacji ciśnienia określonego według charakterystyki wentylatora.

6. Wnioski i uwagi końcowe

Przedstawione zagadnienie pulsacji przepływu podczas niestabilnej pracy instalacji przedstawionej schematycznie na rys.2b ma szczególne znaczenie przy eksploatacji dużych bloków energetycznych czy też dużych systemów wentylacyjnych kopalń. Pulsacje parametrów przepływowych przy tego typu instalacjach charakteryzują się niską częstotliwością /rys.4./ przy dość znacznych wachaniach zarówno ciśnienia jak również wydajności przepływu. Zagadnienie to należy brać przede wszystkim przy projektowaniu współpracy kilku wentylatorów w systemie szeregowym czy też równoległym, gdyż wyłączanie i włączanie poszczególnych elementów takiego systemu może wywoływać zjawiska niebezpieczne dla pracy odbiornika. W związku z tym pojawiać się mogą również trudności przy automatyzacji sterowania pracą tych urządzeń, gdyż zmiany czasowe regulatora mogą być źle skorelowane z częstotliwością pulsacji własnych układu.

Jak wynika z przeprowadzonych analiz najprostszego przypadku współpracy wentylatora z odbiornikiem, przy opisie tych zjawisk niezbędna staje się wiedza z zakresu akustyki a analogie akustyczne pozwalają łatwo modelować omawiane zjawiska, szczególnie gdy chodzi o uwzględnianie wyższych harmonicznych tego procesu. Jak dotąd akustyka kojarzona jest najczęściej z elektroniką lub systemami drgającymi w mechanice ciała stałego. W mechanice płynów ma ona również wiele do powiedzenia w najbardziej niebezpiecznych dla maszyn przepływowych dynamicznych warunkach pracy. Zagadnienia te są brane pod uwagę przez wytwórców oraz użytkowników dużych instalacji przepływowych. W pracy [5] przedstawiono przegląd metod zajmujących się tym zagadnieniem w odniesieniu do dużej instalacji sprężonego powietrza ze sprężarkami promieniowymi.

Reasumując problemy niestabilnej pracy instalacji należy podkreślić, że omawiane w opracowaniu problemy powinny być brane pod uwagę wszędzie tam gdzie wentylator lub inne urządzenie sprężające współpracuje z dużą objętością /kocioł energetyczny, piec lub długi system rurociągów/.

7. Literatura

[1] DZIALAS R. - Untersuchungen an einer Kreiselpumpe mit labiler Kennlinie, VDI - Verlag, Berlin 1940 r.

[2] STENNING A.H. - Rotating Stall and Surge, Trans. ASME, vol.102, March, s.14 - 20, 1980 r.

[3] ŻYSZKOWSKI Z. - Podstawy elektroakustyki, PWN, Warszawa 1984 r.

[4] HORWATH J.T.A. - Der Pumpenvorgang von Verdichtern und Kreiselpumpen als nichtlineare Schwingung, Dissertation, Universität Zürich, 1976 r.

[5] WACHTER J., ROHNE K.H. - Centrifugal Compressor Surge Behaviour, ASME Paper nr 84 - GT - 91, 1984 r.

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Gerard Kosman

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВИБРАЦИИ ПЕРЕПЛЫВА В ВЕНТИЛЯТОРЕ ВЗЫВАНЫХ НЕПОСТОЯННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛУЧАТЕЛЯ

Р е з ю м е

В работе сделано сравнения взаимных влияний вентилятора и получателя соединеных трубопроводом. Представлено теоретический модель динамических влияний приёмника по аналогии резонатора Гельмгольца. Обсудено влияние характеристики вентилятора и приёмника на динамические течение смен параметров проплыва в системе.

DEFINITION OF THE FLOW PULSATION IN FANS GENERATED BY DESCRIPTION OF THE RECEIVER INSTABILITY

S u m m a r y

In this paper the comparison of the fan interaction with receiver and with piping system has been made. Theoretical model is shown for the dynamical receivers interaction as analogous to the Helmholtz resonator.

The fan and the receiver characteristic influence on the dynamical difference of the flow parameters in this system are described.