ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2006
Seria: AUTOMATYKA z. 144 Nr kol. 1727

Waldemar KACZMARCZYK
Akademia Górniczo-Hutnicza

MODELE PLC PLANOWANIA WIELKOŚCI I SZEREGOWANIA PARTII Z IDENTYCZNYMI LINIAMI RÓWNOLEGŁYMI

Streszczenie. Praca opisuje modele programowania całkowitoliczbowego mieszanego zadań planowania wielkości i szeregowania partii wielu produktów na identycznych liniach produkcyjnych o ograniczonej wydajności. Dla przypadku, gdy w jednym okresie mogą być produkowane dwa produkty, zaproponowany został nowy model ze zmiennymi całkowitoliczbowymi, opisującymi liczbę maszyn przezbrojonych do wykonywania danego wyrobu.

MIP MODELS FOR LOT-SIZING AND SCHEDULING WITH IDENTICAL PARALLEL LINES

Summary. This paper addresses mixed integer programming models of the lot-sizing and scheduling problems for several products on identical parallel lines with limited capacity. For the case with two products produced in single period has been proposed new model with integer variables describing number of machines set up to process some product.

1. Wprowadzenie

Niniejsza praca opisuje sposoby modelowania zadań *planowania wielkości i szeregowania partii* za pomocą programowania całkowitoliczbowego mieszanego. Omawiane tu modele zadań z wieloma produktami, równoległymi liniami produkcyjnymi z wieloma stadiami, mogą w przyszłości udoskonalić lub wręcz zastąpić procedury obliczeniowe MRP II (np. Drexl i Kimms [3]). W świetle dynamicznego rozwoju technik programowania matematycznego perspektywa ta nie jest tak odległa.

Celem tej pracy nie jest jednak przedstawienie bogatego przeglądu literatury na ten temat, lecz wyjaśnienie podstawowych różnic pomiędzy modelami. Ponadto zaproponowany zostanie nowy model umożliwiający wykonywanie dwóch różnych partii w jednym okresie, korzystający ze zmiennych całkowitoliczbowych a nie binarnych. Dzięki temu ma on ciaśniejsze relaksacje liniowe i jest znacznie łatwiejszy do rozwiązania.

Motywację do napisania tego artykuł dała praca nad metodami wyznaczania głównego planu produkcji (ang. Master Production Schedule, MPS) w łańcuchu dostaw, w którym wytwarzane są telefony komórkowe Motoroli. Składa się on z kilku fabryk montażu elektronicznego (ang. Surface Mount Technology, SMT) oraz kilku centrów dystrybucyjnych, gdzie przeprowadza się ostateczny montaż [5]. W fabrykach SMT pracuje zazwyczaj wiele równoległych linii produkcyjnych, a przezbrojenia są bardzo czasochłonne i kosztowne. Dane wykorzystane do obliczeń w niniejszej pracy zostały oparte na informacjach zebranych w trakcie realizacji tego projektu.

Modelom PLC dla zadań *planowania wielkości i szeregowania partii* poświęcono już sporo uwagi. Drexl i Kimms [3] przedstawili szeroki przegląd takich modeli, ale zadaniom z równoległymi liniami nie poświęcili zbyt wiele uwagi. Taki model był już jednak przedstawiany we wcześniejszych pracach dla linii różniących się wydajnością, np. Kimmsa i Drexla [7] czy Salomona i innych [9]. Wykorzystywane są w nich zmienne binarne do opisu przezbrojeń poszczególnych linii. Belvaux and Wolsay [1] omówili różnorodne sposoby modelowania zadań *planowania wielkości i szeregowania partii*, w tym także zadań z różnymi równoległymi liniami, a także sposoby dodawania nowych ciaśniejszych ograniczeń. Kang i inni [6] zaproponowali niekonwencjonalny model i algorytm dla przypadku z maszynami równoległymi i kosztami przezbrojeń zależnymi od kolejności partii. Meyr [8] przedstawił model ze zmiennymi binarnymi oraz algorytm symulowanego wyżarzania.

Drexl i Haase [2] przedstawili model z liniami równoległymi, w którym każdy z produktów jest na stałe przypisany do jednej maszyny. Byłyby to więc w istocie kilka niezależnych zadań, gdyby nie fakt, że model ten uwzględnia popyt zależny, tzn. jedne produkty są częściami innych produktów.

2. Modele z pojedynczą maszyną

W klasie zadań *planowania wielkości i szeregowania partii* wyróżnia się tzw. *big (time) bucket models*, dopuszczające wiele przezbrojeń w pojedynczym okresie planowania, oraz *small (time) bucket models*, dopuszczające tylko jedno. W tej pracy opisywane są wyłącznie zadania z tej drugiej grupy. W modelach tych rzeczywiste okresy planistyczne są dzielone na szereg fikcyjnych, mniejszych okresów, aby ułatwić znalezienie jakiegoś dobrego czy wręcz dopuszczalnego rozwiązania. Im więcej okresów, tym lepsze rozwiązanie można znaleźć, ale tym trudniej takie zadanie rozwiązać.

Modele z jednym przezbrojeniem na okres dzielą się na dwa rodzaje. W pierwszym przezbrojenie maszyny ma miejsce na początku okresu, a dopuszczalne jest wykonywanie *tylko jednego wyrobu w okresie*. Jeżeli nie ma konieczności pełnego wykorzystania zdolności produkcyjnych, to otrzymujemy tzw. *Continuous Setup Lot-sizing Problem* (CSLP). Równania (1) przedstawiają właśnie taki model.

$$\min \sum_{j\in\mathcal{N}} \sum_{t\in\mathcal{T}} (s_j z_{jt} + h_j I_{jt}) \tag{1a}$$

Tabela 1

Parametry i zmienne wspólne dla wszystkich modeli†

$\mathcal{T}$	$= (1, \ldots, T)$ – zbiór okresów,
$\mathcal{N}$	$= (1, \ldots, n)$ – zbiór produktów,
L	– długość okresu,
L_j^S	$\leqslant L$ – czas przezbrojenia przed produktem j,
δ_j	$= L_j^S/L$ – ułamek okresu, jaki trzeba poświęcić na przezbrojenie przed produktem j,
s_j	– koszt przezbrojenia przed produktem j,
p_j	– czas wykonywania produktu j,
C_j	$= L/p_j$ – zdolność produkcyjna dla produktu j,
h_j	– koszt magazynowania porcji C_j produktu j przez jeden okres,
d_{jt}	– popyt na produkt j w okresie t jako wielokrotność C_j,
I_{jt}	– zapas produktu j na koniec okresu t jako wielokrotność C_j,
I_{j0}	– początkowy zapas produktu j jako wielokrotność C_j,
x_{jt}	– wielkość produkcji produktu j w okresie t jako wielokrotność C_j.

† Pozostałe zmienne, w tym opisujące przezbrojenia, mają różną postać w różnych modelach i dlatego zostały opisane obok odpowiednich modeli.

Tabela 2

Zmienne decyzyjne dla modeli z jedną maszyną

y_{jt}	– jeżeli maszyna w okresie t jest gotowa do produkcji produktu j,
y_{j0}	– początkowy stan maszyny,
z_{jt}	– zmienna binarna równa 1, jeżeli maszyna w okresie t jest przezbrajana do produkcji produktu j, podczas gdy poprzedniego dnia wykonywała jakiś inny produkt.

$$I_{jt-1} + x_{jt} - d_{jt} = I_{jt}, \qquad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T}, \tag{1b}$$

$$x_{jt} + \delta_j z_{jt} \leqslant y_{jt}, \qquad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T}, \tag{1c}$$

$$\sum_{j \in \mathcal{N}} y_{jt} = 1, \qquad t \in \mathcal{T}, \tag{1d}$$

$$y_{jt} - y_{jt-1} \leqslant z_{jt}, \qquad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T}, \tag{1e}$$

$$I_{jt} \geqslant 0, \qquad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T}, \tag{1f}$$

$$x_{jt} \in [0, 1], \qquad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T}, \tag{1g}$$

$$y_{jt}, z_{jt} \in \{0, 1\}, \qquad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T}. \tag{1h}$$

Ograniczenie (1b) zapewnia poprawny bilans produkcji, zapasów i popytu. Ograniczenie (1c) nie dopuszcza do nadmiernego obciążania maszyny. Ograniczenie (1d) zapewnia, że stan maszyny jest jednoznaczny, a ograniczenie (1e) sprzęga zmienne opisujące stan maszyny y_{jt} ze zmiennymi opisującymi jego zmiany z_{jt}. Należy zwrócić uwagę, że zmiennych z_{jt} nie trzeba deklarować jako zmiennych bi-

narnych, gdyż ograniczone są one od dołu wyrażeniem binarnym, więc i tak będą miały wartość 0 lub 1.

Jeżeli przyjmiemy, że w każdym okresie *zdolność produkcyjna musi być maksymalnie wykorzystywana* (ang. all or nothing), a także pominiemy czasy przezbrojeń, to z ograniczenia (1c) wynika, że $x_{jt} = y_{jt}$. Zmienna x_{jt} może więc w całym modelu zostać zastąpiona przez y_{jt}, a wspomniane ograniczenie staje się zbędne. W ten sposób otrzymujemy tzw. *Discrete Lot-sizing and Scheduling Problem* (DLSP) opisany przez Fleischmana [4]. Ma on ciekawe własności ułatwiające budowanie efektywnych algorytmów.

Jeżeli dopuszczalne jest wykonywanie *dwóch wyrobów w okresie*, jednego przed a drugiego po przezbrojeniu, to otrzymujemy tzw. *Proportional Lot-sizing and Scheduling Problem* (PLSP) zaproponowany przez Drexla and Haasego [2]. Model ten ma tę przewagę nad CSLP, że umożliwia znalezienie dobrych rozwiązań przy mniejszej liczbie okresów.

Aby przekształcić model CSLP w PLSP, trzeba ograniczenie (1c) zastąpić ograniczeniami (2). Dzięki (2a) produkcja jest możliwa także w okresie, w którym następuje przezbrojenie do wykonywania innego produktu, bezpośrednio przed przezbrojeniem. Natomiast ograniczenie (2b) zapewnia, że zdolność produkcyjna nie zostanie przekroczona także wtedy, gdy w jednym okresie wykonywane są dwa produkty.

$$x_{jt} \leqslant y_{jt-1} + y_{jt}, \quad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T}, \tag{2a}$$

$$\sum_{j \in \mathcal{N}} (x_{jt} + \delta_j z_{jt}) \leqslant 1, \qquad t \in \mathcal{T}. \tag{2b}$$

Wolsay i Belvaux [1] proponują nieco inny sposób opisu tego zadania, w którym zmienne dwóch wyrobów mogą równocześnie przyjmować wartość 1, t.j. $\sum_{j \in \mathcal{N}} y_{jt} \leqslant 2$

3. Modele z równoległymi liniami

Bardzo istotne z praktycznego punktu widzenia są modele z równoległymi liniami z wieloma stadiami produkcyjnymi. Można je bowiem wykorzystać do usprawnienia MRP II [3]. Uwzględnienie wielu stadiów w modelach planowania wielkości partii sprowadza się na ogól do dodania ograniczeń zapewniających, że nie zostanie przekroczona ich zdolność produkcyjna. Jest to dość proste rozszerzenie wcześniejszych modeli ([3], [7]). Nie uwzględnia się natomiast kolejności tych stadiów. Można takie modele porównać do wielowymiarowych zadań pakowania.

Uwzględnienie równoległych linii jest już znacznie trudniejsze. Dotychczas znane modele wykorzystują zmienne binarne oddzielne dla każdej z linii, przez co są bardzo trudne do rozwiązania. Ich stosowanie jest usprawiedliwione, gdy linie mają *różną wydajność*. W następnym podrozdziale przedstawiony jest właśnie taki model. Dalej przedstawiony jest model wykorzystujący zmienne całkowite do opisu liczby przezbrojonych *identycznych linii*.

Tabela 3

Dodatkowe parametry dla zadań z równoległymi liniami

m	– liczba linii produkcyjnych,
$\mathcal{L}$	$= \{1, \ldots, m\}$ – zbiór linii produkcyjnych,
$\mathcal{M}$	– zbiór stadiów w liniach produkcyjnych,
p_{ij}	– czas wykonywania produktu j w stadium i.

3.1. Modele dla dowolnych linii równoległych

Tabela 4

Zmienne decyzyjne dla zadania z dowolnymi liniami równoległymi

x_{ljt}	– wielkość produkcji produktu j na linii l w okresie t,
y_{ljt}	– zmienna binarna równa 1, jeżeli linia l w okresie t jest gotowa do wykonywania produktu j,
z_{ljt}	– zmienna binarna równa 1, jeżeli linia l w okresie t jest przezbrajana do produkcji produktu j, podczas gdy poprzedniego dnia wykonywała jakiś inny produkt.

Rozszerzenie jednomaszynowego modelu PLSP przedstawione np. w pracy Kimmsa i Drexla [7] polega na oddzielnym opisaniu poszczególnych maszyn tak jak w modelu z jedną maszyną, a także sumowaniu ich przezbrojeń w funkcji celu (3a) oraz produkcji w ograniczeniach bilansujących produkcję, zapasy i popyt (3b).

$$\min \sum_{j\in\mathcal{N}} \sum_{t\in\mathcal{T}} (s_j \sum_{l\in\mathcal{L}} z_{ljt} + h_j I_{jt}) \tag{3a}$$

$$I_{jt-1} + \sum_{l\in\mathcal{L}} x_{ljt} - d_{jt} = I_{jt}, \qquad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T}, \tag{3b}$$

$$x_{ljt} + \delta_j z_{ljt} \leqslant y_{ljt-1} + y_{ljt}, \qquad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T}, \quad l \in \mathcal{L}, \tag{3c}$$

$$\sum_{j\in\mathcal{N}} (x_{ljt} + \delta_j z_{ljt}) \leqslant 1, \qquad i \in \mathcal{M}, \quad t \in \mathcal{T}, \quad l \in \mathcal{L}, \tag{3d}$$

$$\sum_{j\in\mathcal{N}} y_{ljt} = 1, \qquad t \in \mathcal{T}, \quad l \in \mathcal{L}, \tag{3e}$$

$$y_{ljt} - y_{ljt-1} \leqslant z_{ljt}, \qquad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T}, \quad l \in \mathcal{L}, \tag{3f}$$

$$I_{jt} \geqslant 0, \qquad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T}, \quad l \in \mathcal{L}, \tag{3g}$$

$$x_{ljt} \in [0,1], \qquad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T}, \quad l \in \mathcal{L}, \tag{3h}$$

$$y_{ljt}, z_{ljt} \in \{0,1\}, \qquad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T}, \quad l \in \mathcal{L}. \tag{3i}$$

4. Modele dla identycznych linii równoległych

Aby uprościć model (3), należy wykorzystać fakt, że dla linii identycznych nie jest ważne, które z nich wykonują partie danego produktu, ale ile z nich.

Tabela 5

Zmienne decyzyjne dla modeli z identycznymi liniami równoległymi

y_{jt}	– liczba linii gotowych w okresie t do wykonywania produktu j,
z_{jt}	– liczba linii przezbrojonych w okresie t do wykonywania produktu j, które w poprzednim okresie wykonywały jakiś inny produkt.

Poniżej przedstawione są dwa modele. Pierwszy z nich jest prostym rozszerzeniem CSLP (model (1)), tzn. dopuszcza wykonywanie tylko jednego produktu w każdym okresie. Zapis tego modelu jest niemal taki sam jak modelu dla pojedynczej maszyny. Inna jest jednak interpretacja zmiennych decyzyjnych, patrz tab. 5, inne też mogą one przyjmować wartości. Stąd w miejsce ograniczenia (1d) wstawić trzeba ograniczenie (4a), a zmienne przezbrojenia nie są już binarne, co deklaruje (4b).

$$\sum_{j\in\mathcal{N}} y_{jt} = m, \qquad t \in \mathcal{T} \tag{4a}$$

$$y_{jt}, z_{jt} \in \{0, \ldots, m\}, \quad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T}. \tag{4b}$$

Dużo większe możliwości ma jednak model zezwalający na wykonywanie dwóch produktów w jednym okresie, jednego przed, a drugiego po przezbrojeniu. Dzięki temu jest on elastyczniejszy, tj. umożliwia znalezienie lepszych rozwiązań przy mniejszej liczbie okresów planistycznych.

Przedstawiony poniżej taki model jest rozwinięciem dwóch różnych modeli. Z jednej strony wykorzystuje on zmienne i ograniczenia podobne jak w CSLP (model (1)), z drugiej strony za pomocą dodatkowych zmiennych ciągłych i dodatkowych ograniczeń kopiuje logikę modelu PLSP (2) zaproponowanego przez Drexla i Haasego [2].

Tabela 6

Dodatkowe zmienne decyzyjne dla nowego modelu

w_{jt}	– liczba linii, które w okresie $t-1$ wykonywały produkt j i zostały w okresie t przezbrojone do wykonywania innego produktu,
b_{jt}	– czas pracy linii *przed ich przezbrojeniem* w okresie t zarezerwowany do wykonywania produktu j, tych linii, które w poprzednim okresie wykonywały produkt j,
a_{jt}	– czas pracy linii *po ich przezbrojeniu* w okresie t, zarezerwowany już do wykonywania produktu j, tych linii, które w poprzednim okresie wykonywały inny produkt.

$$\min \sum_{j\in\mathcal{N}} \sum_{t\in\mathcal{T}} (s_j z_{jt} + h_j I_{jt}) \tag{5a}$$

$$I_{jt-1} + x_{jt} - d_{jt} = I_{jt}, \qquad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T}, \tag{5b}$$

$$x_{jt} + \delta_j z_{jt} \leqslant y_{jt} - z_{jt} + a_{jt} + b_{jt}, \qquad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T}, \quad i \in \mathcal{M} \tag{5c}$$

$$\sum_{j \in \mathcal{N}} y_{jt} = m, \qquad t \in \mathcal{T} \tag{5d}$$

$$y_{jt} - y_{jt-1} = z_{jt} - w_{jt}, \qquad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T} \tag{5e}$$

$$\sum_{j \in \mathcal{N}} (a_{jt} + b_{jt}) = \sum_{j \in \mathcal{N}} z_{jt}, \qquad t \in \mathcal{T} \tag{5f}$$

$$\delta_j * z_{jt} \leqslant a_{jt} \leqslant z_{jt}, \qquad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T} \tag{5g}$$

$$b_{jt} \leqslant w_{jt}(1 - \delta), \qquad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T} \tag{5h}$$

$$I_{jt} \geqslant 0, \qquad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T} \tag{5i}$$

$$a_{jt}, b_{jt}, x_{jt} \in [0, m], \qquad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T} \tag{5j}$$

$$y_{jt}, w_{jt}, z_{jt} \in \{0, \ldots, m\}, \qquad j \in \mathcal{N}, \quad t \in \mathcal{T}. \tag{5k}$$

W ograniczeniu (5e) wyznaczane są przyrost z_{jt} oraz zmniejszenie w_{jt} liczby linii gotowych do wykonywania wyrobu j. Po prawej stronie ograniczenia (5c) liczba linii gotowych w okresie t do wykonywania wyrobu j najpierw pomniejszana jest o liczbę linii, które dopiero w tym okresie zostały przezbrojone, a zatem nie mogą być w pełni wykorzystane dla wyrobu j. Następnie dodawany jest czas a_{jt} zarezerwowany dla wyrobu j już po przezbrojeniu.

Jeżeli żadne linie nie są przezbrajane dla wyrobu j, to mogą być takie, które wykonywały produkt j w poprzednim okresie $t-1$ i zostały przezbrojone w okresie t dla innego wyrobu. Mogą one jeszcze przed ich przezbrojeniem wykonywać produkt j. Ten czas pracy linii reprezentuje zmienna b_{jt}.

Dopuszczalne wartości a_{jt} oraz b_{jt} zdefiniowane są w ograniczeniach (5f)-(5h). Należy zaznaczyć, że czas przezbrojenia jest zaliczany do czasu wykonywania nowego wyrobu a_{jt}.

5. Eksperymenty obliczeniowe

Do przetestowania nowego modelu wykorzystane zostały rzeczywiste dane zebrane w zakładach montażu elektronicznego (ang. Surface Mount Technology, SMT). W zakładach tych z uwagi na małą liczbę produktów, dużą liczbę linii oraz długie czasy przezbrojeń można wykonać co najwyżej jedno przezbrojenie danej linii dziennie. W takim przypadku bez tworzenia fikcyjnych okresów można wprost zastosować takie modele, jak CSLP i PLSP. W odróżnieniu od przykładów z fikcyjnymi okresami popyt pojawia się tutaj we wszystkich okresach a nie tylko w okresie odpowiadającym końcowi okresu rzeczywistego.

Zbudowane zostały dwa zestawy danych – pierwszy z 3 produktami oraz 4 liniami, a drugi z 5 produktami oraz 7 liniami. W obu przypadkach uwzględniono dwa stadia produkcyjne limitujące zdolność produkcyjną. W obu przypadkach dostępne były dane o popycie za 30 dni. Dla obu zestawów rozwiązano po 4 przykłady kolejno dla pierwszych 15, 20, 25 oraz 30 dni za pomocą trzech modeli:

Tabela 7

Jakość obliczeń dla przykładowych zestawów danych

Zestaw danych		Model					
		PLSP/całkowity		CSLP/całkowity		PLSP/binarny	
T	η[%]	γ[%]	δ [%]	γ [%]	δ [%]	γ [%]	δ [%]
Przypadek 1. z 3 produktami oraz 4 liniami							
15	64	0	0	1,1	0	0	31
20	71	0	0	5,4	0	0	38
25	80	0	0	6,7	0	1,8	49
30	88	0	14	0,7	0	12,2	46
Przypadek 2. z 5 produktami oraz 7 liniami							
15	37	0	0	0,8	0	0	46
20	39	0	0	0,4	0	17,8	62
25	49	0	0	3,1	0	69,6	80
30	61	0	10	0,2	0	54,2	67

T – liczba okresów, η – obciążenie linii, tj. stosunek czasu pracy do czasu dysponowanego, $\gamma = (f - f^*)/f^*$ – względna odległość wartości funkcji celu znalezionego rozwiązania f od najlepszego rozwiązania f^*, δ – procentowa różnica pomiędzy znalezionym rozwiązaniem całkowitym a jego relaksacją liniową.

PLSP ze zmiennymi całkowitymi CSLP ze zmiennymi całkowitymi, oraz PLSP ze zmiennymi binarnymi.

Do obliczeń wykorzystano GLPK (*GNU Linear Programming Kit*), prosty, darmowy program rozwiązywania zadań programowania całkowitoliczbowego. Obliczenia wykonano na komputerze z procesorem AMD 64 Athlon 3000+ 1.8 GHz. We wszystkich przypadkach czas obliczeń ograniczono do 1800 sekund.

W tabeli 7 przedstawione sa wyniki obliczeń ilustrujące jakość uzyskanych wyników. Należy zwrócić uwagę że we wszystkich przypadkach PLSP ze zmiennymi całkowitymi dał najlepszą wartość funkcji celu, a jedynie dla największych przykładów nie znalazł rozwiązania optymalnego. Model CSLP, nawet jeżeli znalezione zostają optymalne dla niego rozwiązania, daje wartość funkcji celu nieco gorszą od PLSP ze zmiennymi całkowitymi. Dla PLSP ze zmiennymi binarnymi tylko dla 3 przykładów znalezione zostały rozwiązania optymalne.

Szczególną uwagę należy zwrócić na różnicę pomiędzy rozwiązaniami całkowitymi i ich relaksacjami liniowymi. Model PLSP ze zmiennymi binarnymi jest pod tym względem dużo gorszy, nawet dla przykładów, dla których znaleziono rozwiązania optymalne.

W tabeli 8 zebrano wyniki ilustrujące złożoność badanych modeli. Jak widać, model CSLP został rozwiązany optymalnie dla wszystkich przypadków, a model PLSP ze zmiennymi całkowitymi dla sześciu. Model PLSP ze zmiennymi binarnymi znalazł co prawda w trzech przypadkach rozwiązania optymalne, ale

Tabela 8

Złożoność obliczeń dla przykładowych zestawów danych

Zestaw danych		Model								
		PLSP/całkowity			CSLP/całkowity			PLSP/binarny		
T	η[%]	OW	ZW	t [s]	OW	ZW	t [s]	OW	ZW	t [s]
Przypadek 1. z 3 produktami oraz 4 liniami										
15	64	0	117	0,3	0	75	0,1	48 071	128 925	1800
20	71	0	207	0,6	0	1 223	1,1	81 762	27 357	1800
25	80	0	20 441	107	0	18 915	27	61 136	11 513	1800
30	88	37 296	98 225	1800	0	27 559	63	26 128	48 640	1800
Przypadek 2. z 5 produktami oraz 7 liniami										
15	37	0	91	0,3	0	19	0,1	9 961	8 138	1800
20	39	0	10 147	83	0	8 523	17	4 025	2 617	1800
25	49	0	10 157	149	0	5 991	21	7 778	1 528	1800
30	61	13 335	43 111	1800	0	45 689	229	3 901	1 367	1800

T – liczba okresów, η – obciążenie linii, tj. stosunek czasu pracy do czasu dysponowanego, OW – liczba otwartych, ZW – zamkniętych węzłów drzewa przeglądu, t – czas obliczeń [sek].

nie zakończył przeglądania wszystkich rozwiązań. Dzieje się tak z dwóch przyczyn. Dla małych modeli liczba węzłów drzewa przeglądu rozwiązań jest bardzo duża, a dla dużych przykładów każdy węzeł jest bardzo pracochłonny, przez co nie udało się przejrzeć ich zbyt wiele.

Podsumowując można stwierdzić, że model PLSP ze zmiennymi całkowitymi jest dużo łatwiejszy do rozwiązania niż ze zmiennymi binarnymi. Natomiast model CSLP jest nieco prostszy, ale daje gorsze rozwiązania.

Ta praca powstała w ramach projektu badawczego nr 3 T11F 010 28.

LITERATURA

1. Belvaux G., Wolsey L.A.: Modelling Practical Lot-Sizing Problems as Mixed-Integer Programs. Management Science, 2001, Vol. 47, No. 7, p. 993–1007.
2. Drexl A., Haase K.: Proportional lotsizing and scheduling. International Journal of Production Economics, 40, 1995, p. 73–87.
3. Drexl A., Kimms A.: Lot sizing and scheduling — survey and extensions. European Journal of Operational Research, 99 ,1997, p. 221–235.
4. Fleischman B.: The discrete lot-sizing and scheduling problem, European Journal of Operational Research, 44, 1990, p. 337–348.

5. Kaczmarczyk W., Sawik T., Schaller A., Tirpak T.: Production planning and coordination in customer driven supply chains. IX Konferencja Logistyki Stosowanej Total Logistic Manegemnt, Zakopane 2005, w druku.
6. Kang S., Malik K., Thomas L.: Lotsizing and scheduling on parallel machines with sequence-dependent setup costs. Management Science, 45 (2), 1999, p. 273–289.
7. Kimms A., Drexl A.: Proportional lotsizing and scheduling: some Extensions. Networks, 32 (2), 1998, p. 85–101.
8. Meyr H.: Simultaneous lotsizing and scheduling on parallel machines. European Journal of Operational Research, 139, 2002, p. 277–292.
9. Salomon M., Kuik R., van Wassenhove L.N.: Statistical search methods for lotsizing problems. Annals of Operations Research, 41, 1993, p. 453–468.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Czesław Smutnicki

Abstract

Presented paper contains description o MIP models for capacited lot-sizing and scheduling problems with many products, parallel lines and several production stages. Presented are so called small bucket models allowing only one start-up per period.

Proposed model for the case with identical parallel lines uses integer variables to describe number of lines set up to process some product. The new model is based on so called Continuous Setup Lot-sizing Problem (CSLP), but it allows to process up to two products per period as in Proportional Lot-sizing and Scheduling Problem (PLSP).

Several experiments based on realistic data for Surface Mount Technology lines show that proposed models have much better computational characteristics as already known model based on binary variables.