ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2006
Seria: AUTOMATYKA z. 144 Nr kol. 1727

Marek MAGIERA
Akademia Górniczo-Hutnicza

HIERARCHICZNA METODA PLANOWANIA PRODUKCJI DLA SYSTEMU PRZEPŁYWOWEGO BEZ MAGAZYNÓW

Streszczenie. Opracowana dwupoziomowa metoda dotyczy jednokierunkowego, wielostadialnego systemu przepływowego. Na pierwszym poziomie tej metody przydzielane są operacje do maszyn, a na drugim operacje te są szeregowane. Uwzględniono przypadek, w którym maszyny mogą pełnić rolę buforów oraz tzw. system „bez czekania". Zamieszczono wyniki testowania metody.

HIERARCHICAL METHOD OF PRODUCTION PLANING FOR FLOW SHOP WITHOUT STORES

Summary. The paper presents a two-level method of production planning for flow shop with parallel machines. The top-level is a machine loading, i.e., allocation of operations among the stations. The base-level is a task scheduling. The case when machines are free to use as buffers and the system without waiting are regarded. Results of computational experiments are presented.

1. Wprowadzenie – ogólny opis metody

Systemy przepływowe, w których pominięto bufory międzyoperacyjne, cieszą się coraz większym zainteresowaniem. Wynika to z korzyści wynikających z takich konfiguracji systemów, do których należą: prostsze sterowanie (mniej parametrów, zmiennych ograniczeń), zmniejszenie kosztów sterowania, zwiększenie niezawodności. Dla systemów bez magazynowania buduje się nowe, coraz szybsze metody planowania produkcji. Problematyce tej poświęcone są m. in. prace: [1, 3, 4, 5, 6].

Niniejszy artykuł przyłącza się do przedstawionego nurtu badań. Dla wielostadialnego, jednokierunkowego systemu przepływowego opracowana została dwupoziomowa metoda planowania produkcji. Na pierwszym poziomie tej metody operacje rozdzielane są pomiędzy maszyny tak, aby obciążenia poszczególnych maszyn były zbliżone. Na drugim poziomie – w celu otrzymania harmonogramu produkcji – szeregowane są operacje przydzielone wcześniej do poszczególnych maszyn. Każde stadium to zbiór maszyn pracujących równolegle. Przechodząc przez dane stadium produkt obciąża w nim co najwyżej jedną maszynę.

W opracowanej metodzie uwzględnione zostały dwa przypadki:

- maszyny mogą pełnić rolę buforów (mogą być „blokowane") – w sytuacji, gdy dana

maszyna nie może wykonać operacji, produkt obciąża maszynę, na której zakończono uprzednią operację;
- maszyny nie mogą pełnić roli buforów – obowiązuje zakaz przerw pomiędzy wykonywaniem kolejnych operacji (tzw. system z ograniczeniami „bez czekania").

Wzięte zostały pod uwagę dwa rodzaje marszrut produkcyjnych:
- sztywne marszruty produkcyjne – każdy typ operacji przydzielany jest do maszyn należących do tego samego stadium;
- alternatywne marszruty produkcyjne – każdy typ operacji przydzielany jest do co najmniej jednej maszyny; maszyny te mogą należeć do różnych stadiów.

2. Modele matematyczne

Dla poszczególnych poziomów opracowanej metody zbudowane zostały liniowe modele matematyczne zadań programowania całkowitoliczbowego. Zestawienie oznaczeń tych modeli, przedstawione jest w tabeli 1. Wykaz indeksów, parametrów i zmiennych zamieszczonych w tych modelach przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 1

Oznaczenia modeli matematycznych

Opis modelu	Poziom I	Poziom II
Planowanie produkcji dla systemu ze sztywnymi marszrutami, w którym maszyny mogą pełnić rolę buforów	M1-I	M1-II
Planowanie produkcji dla systemu z alternatywnymi marszrutami, w którym maszyny mogą pełnić rolę buforów	M2-I	M1-II
Planowanie produkcji dla systemu ze sztywnymi marszrutami, w którym maszyny nie mogą pełnić roli buforów	M1-I	M2-II
Planowanie produkcji dla systemu z alternatywnymi marszrutami, w którym maszyny nie mogą pełnić roli buforów	M2-I	M2-II

Tabela 2

Wykaz indeksów, parametrów i zmiennych

Indeks:	i – maszyna;	$i \in I = \{1,\dots,M\}$	l – przedział czasowy;	$l \in L = \{1,\dots,H\}$
	j – operacja;	$j \in J = \{1,\dots,N\}$	v – stadium;	$v \in V = \{1,\dots,\vartheta\}$
	k – produkt;	$k \in K = \{1,\dots,W\}$		

Parametry wejściowe:

a_{ij} – przestrzeń robocza maszyny i wymagana dla operacji j;

b_v – całkowita przestrzeń robocza maszyny należącej do stadium v;

g_{ik} – czas transportu produktu k z maszyny, na której uprzednio wykonano operację na maszynę w i, uwzględniający orientację przestrzenną produktu;

p_{jk} – czas wykonywania operacji j dla produktu k;

μ_{il} = 1, jeżeli maszyna i jest dostępna w przedziale czasowym l, inaczej $\mu_{il} = 0$;

F – zbiór uporządkowanych par (i, v) takich, że maszyna i należy do stadium v;

I_j – zbiór maszyn, na których można wykonać operację j;

J_c – zbiór operacji wymagających użycia podajnika części, $J_c \subset J$;
J_k – zbiór operacji wykonywanych dla produktu k, $J_k \subset J$;
R_k – zbiór par operacji (j,r), gdzie $j,r \in J_k$, kolejno wykonywanych dla produktu k;

Zmienne dla I poziomu:	Zmienne dla II poziomu:
$x_{ij} = 1$, jeżeli operację j przydzielono do maszyny i, inaczej $x_{ij} = 0$;	$q_{ikl} = 1$, jeżeli w przedziale l operacje dla produktu k wykonywane są na maszynie i; inaczej $q_{ikl} = 0$;
$z_{ijk} = 1$, jeżeli j produktu k przydzielono do maszyny i, inaczej $z_{ijk} = 0$.	$y_{ikl} = 1$, jeżeli w przedziale l maszyna i pełni rolę bufora dla produktu k; inaczej $y_{ikl} = 0$.

Liczba przedziałów czasowych H szacowana jest wg procedury opisanej w pracy [5] (str. 170). W procedurze tej szacowana jest długość cyklu produkcyjnego $C_{\max}^{LB}$, uwzględniająca ograniczoną dostępność maszyn. Liczba H wyznaczana jest z zależności: dla sztywnych marszrut: $H = 1{,}3 \cdot C_{\max}^{LB}$, dla alternatywnych: $H = 1{,}2 \cdot C_{\max}^{LB}$.

Zadanie rozdziału operacji pomiędzy maszyny, rozwiązywane na I poziomie zostało sformułowane w postaci liniowych modeli matematycznych M1-I, M2-I:

Zminimalizować: $P_{\max}$ (1)

przy ograniczeniach:

$$\sum_{k\in K}\sum_{j\in J} p_{jk} z_{ijk} + \sum_{l\in L: l\le C_{\max}^{LB}} (1-\mu_{il}) \le P_{\max}; i \in I \quad (2)$$

$$\sum_{i\in I_j} z_{ijk} = 1;\; j \in J, k \in J_k \quad (3)$$

$$\sum_{j\in J_c} a_{ij} x_{ij} \le b_v;\; (i,v) \in F \quad (4)$$

$$\sum_{i\in I_j} x_{ij} \ge 1;\; j \in J \quad (5)$$

$$z_{ijk} \le x_{ij};\; j \in J_k; k \in K \quad (6)$$

$$x_{ij} = 0;\; i \notin I_j; j \in J \quad (7)$$

$$z_{ijk} + z_{\tau rk} \le 1;\; (i,v),(\tau,v) \in F : i \ne \tau;\; j,r \in J_k : j \ne r; k \in K \quad (8)$$

$$\sum_{i\in I} i z_{ijk} \le \sum_{i\in I} i z_{irk};\; (j,r) \in R_k; k \in K \quad (9)$$

$$x_{ij}, z_{ijk} \in \{0,1\};\; i \in I; j \in J; k \in K \quad (10)$$

Do modelu M1-I należy ponadto następujące ograniczenie:

$$x_{ij} + x_{\tau j} \le 1;\; (i,v),(\tau,\varepsilon) \in F : v \ne \varepsilon; j \in J \quad (11)$$

Na I poziomie metody minimalizowane jest obciążenie najbardziej obciążonej maszyny, wyznaczane wg zależności (2). Drugi składnik nierówności (2) uwzględnia planowane przestoje maszyn (np. remonty, konserwacje, przezbrojenia) w szacowanej długości cyklu produkcyjnego $C_{\max}^{LB}$. Pozostałe ograniczenia zapewniają: (3) – rozdział wszystkich operacji pomiędzy maszyny, (4) – zachowanie ograniczonych przestrzeni roboczych maszyn, (5) – przydział każdej operacji do co najmniej jednej maszyny, (6) – przydział produktów do takich maszyn, do których przydzielono odpowiednie operacje, (7) – eliminację przydziału operacji do niewłaściwych maszyn, (8) – przepływ przez co najwyżej jedną maszynę danego stadium, (9) – jednokierunkowość przepływu i zachowanie ograniczeń kolejnościowych, (10) – binarność zmiennych, a (11) – zbudowane tylko dla M1-I, gwarantuje sztywność marszrut produkcyjnych.

Wyniki rozwiązań zadań M1-I i M2-I stanowią dane wejściowe do problemów rozwiązywanych na poziomie II. Wśród parametrów wejściowych są czasy obciążeń maszyn m przez produkty k, znane na podstawie zależności (12):

$$t_{ik} = \sum_{j \in J_k} p_{jk} z_{ijk} \; ; \; i \in I; k \in K \qquad (12)$$

Zagadnienie szeregowania operacji zostało sformułowane w postaci modeli matematycznych: M1-II i M2-II (wg oznaczeń z tabeli 1). Oto te modele:

Zminimalizować:
$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} l \cdot q_{ikl} \qquad (13)$$

przy ograniczeniach:
$$\sum_{l \in l} q_{ikl} = t_{ik} \; ; \quad k \in K; l \in L \qquad (14)$$

$$l \cdot q_{ikl} - f \cdot q_{ikf} \le t_{ik} - 1 + (1 - q_{ikf}) \cdot \alpha \; ; \quad i \in I; \; k \in K; \; l, f \in L : l > f, \; t_{ik} > 1 \qquad (15)$$

$$\sum_{k \in K} q_{ikl} \le \mu_{il} \; ; \; i \in I; l \in L \qquad (16)$$

$$\sum_{i \in I} q_{ikl} \le 1; \quad k \in K; \; l \in L \qquad (17)$$

$$l q_{ikl} - f q_{\tau kf} - 1 \ge g_{ik} + \alpha(1 - q_{ikl}); \, i, \tau \in I; k \in K : t_{ik}, t_{\tau k} > 0 \wedge \sum_{\rho \in I : \tau \le \rho \le i} t_{\rho k} = t_{ik} + t_{\tau k}; l, f \in L \qquad (18)$$

$$q_{ikl}, y_{ikl} \in \{0,1\}; \; i \in I; k \in K; l \in L \qquad (19)$$

- Ograniczenia tylko dla M1-II (maszyny mogą pełnić rolę buforów):

$$\sum_{l \in L} l \cdot q_{ikl} \Big/ t_{ik} - \sum_{l \in L} l \cdot q_{\tau kl} \Big/ t_{\tau k} - 0{,}5 \cdot \left(t_{ik} + t_{\tau k}\right) - g_{ik} = \sum_{l \in L} y_{\tau kl} \; ;$$
$$i, \tau \in I : i > \tau; k \in K : t_{ik}, t_{\tau k} > 0 \wedge \sum_{\rho \in I : \tau \le \rho \le i} t_{\rho k} = t_{ik} + t_{\tau k} \qquad (20)$$

$$l \cdot y_{\tau kl} + \alpha\left(1 - y_{\tau kl}\right) \ge \sum_{f \in L} f q_{\tau kf} \big/ t_{\tau k} + 0{,}5 \cdot t_{\tau k} + 0{,}5 \; ; \; \tau \in I; k \in K : t_{\tau k} > 0 \wedge \sum_{\rho \in I : \tau \le \rho} t_{\rho k} > t_{\tau k}; l \in L \qquad (21)$$

$$l \cdot y_{\tau kl} \le \sum_{f \in L} f \cdot q_{ikf} \big/ t_{ik} - 0{,}5 \cdot t_{ik} - 0{,}5 - g_{ik} \; ;$$
$$i, \tau \in I : i > \tau; k \in K : t_{\tau k}, t_{\tau k} > 0 \wedge \sum_{\rho \in I : \tau \le \rho \le i} t_{\rho k} = t_{ik} + t_{\tau k}; l \in L \qquad (22)$$

$$q_{ikl} + y_{ikl} \le 1 \; ; \; i \in I; k \in K; l \in L \qquad (23)$$

- Ograniczenie wyłącznie dla M2-II (dla systemu „bez czekania"):

$$l \cdot q_{ikl} - f \cdot q_{\tau kf} \le g_{ik} + t_{ik} - 1 + \alpha(1 - q_{\tau kf}) \; ;$$
$$i, \tau \in I : i > \tau; k \in K : t_{\tau k}, t_{\tau k} > 0 \wedge \sum_{\rho \in I : \tau \le \rho \le i} t_{\rho k} = t_{ik} + t_{\tau k}; l, f \in L \qquad (24)$$

Zależność (13) umożliwia aproksymację minimalizacji długości uszeregowania. Gwarantuje ona ponadto uzyskanie stosunkowo krótkich czasów zakończenia wykonywania operacji dla produktów. Poszczególne ograniczenia zapewniają: (14) – rozdział operacji pomiędzy maszyny; (15) – niepodzielność operacji (wykonywanie danej operacji w kolejnych przedziałach czasowych); (16) – przydział co najwyżej jednej operacji do maszyny dostępnej w danym przedziale czasowym; (17) – wykonywanie co najwyżej jednej operacji produktu w danej chwili; (18) – zachowanie kolejności wykonywania operacji w jednokierunkowym systemie przepływowym, uwzględniającym czasy transportu pomiędzy maszynami; (19) – binarność zmiennych. Kolejne ograniczenia, zbudowane dla M1-II, służą do: (20) – wyznaczenia łącznego czasu, w którym maszyna musi pełnić rolę bufora; (21), (22) – wyznaczenia przedziałów czasowych, w których maszyna pełni tę funkcję; (23) – uniemożliwienia równoczesnego wykonywania operacji i pełnienia roli bufora przez maszynę. Nierówność (24), przynależna do modelu M2-II, zapewnia przepływ, w którym maszyny nie mogą pełnić roli buforów.

3. Weryfikacja metody

Opracowana metoda została przetestowana dla 5. grup zadań. Dla każdego testowego zadania, rozwiązywanego za pomocą pakietu optymalizacji dyskretnej [2], wyznaczany był wskaźnik ψ (25), stanowiący odchyłkę otrzymanej długości uszeregowania od szacowanej wartości długości uszeregowania. Parametry grup oraz wartości średnie wskaźnika ψ zestawione są w tabeli 3.

$$\psi = \left(C_{\max}^{M} - C_{\max}^{LB}\right) / C_{\max}^{LB} \tag{25}$$

gdzie: $C_{\max}^{LB}$ – szacowana długość uszeregowania [5], $C_{\max}^{M}$ – długość uszeregowania otrzymana po zastosowaniu opisanej metody i zależności (26):

$$C_{\max}^{M} = \max_{i \in I, k \in K, l \in L} \left(l \cdot q_{ikl}\right) \tag{26}$$

Tabela 3

Zestawienie parametrów wejściowych i otrzymanych wyników

Parametry grupy						$\overline{\psi}$ [%] dla problemów sformułowanych w modelach:			
Grupa	ϑ	M	N	W	H	M1-I, M1-II	M2-I, M1-II	M1-I, M2-II	M2-I, M2-II
1	2	4	10	3	18	9,3	8,4	14,8	10,7
2	2	6	12	4	20	8,3	7,5	13,3	9,6
3	3	6	14	6	30	7,7	7,1	11,5	8,8
4	3	8	16	7	35	7,4	6,5	10,3	7,9
5	4	8	18	8	40	6,8	5,0	9,4	7,4

Liczby: ϑ - stadiów, M - maszyn, N - typów operacji, W – typów produktów, H - przedziałów czasowych.

Jak wykazały wyniki eksperymentów obliczeniowych, największa wartość odchyłki ψ nie przekroczyła 15,1%, a jej średnia wartość 14,8%. W przypadku przyjęcia sztywnych marszrut produkcyjnych wartości tych odchyłek były większe w porównaniu do wyników wyznaczonych dla alternatywnych marszrut. Wyniki wykazały również wpływ możliwości „blokowania" maszyn na wydłużenie długości uszeregowania – w odniesieniu dla systemu przepływowego „bez czekania".

4. Uwagi końcowe

Rozwój techniki komputerowej i oprogramowania dają dobre perspektywy dla opracowanych modeli zadań programowania całkowitoliczbowego. Modele te mogą być oczywiście zmodyfikowane, rozbudowane. Można je ponadto wykorzystać do budowy algorytmów heurystycznych, umożliwiających rozwiązywanie opisanych zadań w znacznie krótszym czasie.

Dekompozycja zagadnienia planowania produkcji na dwa zadania cząstkowe, rozwiązywane na kolejnych poziomach metody, umożliwiła rozwiązywanie problemów o stosunkowo dużych rozmiarach. Alternatywne podejście do planowania produkcji – monolityczne – charakteryzuje się bowiem znaczną liczbą parametrów i zmiennych, co wpływa na rozmiary zadania a tym samym na czasochłonność obliczeń.

Pominięcie buforów międzyoperacyjnych uprościło sterowanie systemem i obniżyło jego koszty. Uwzględnienie ograniczonej dostępności maszyn wpłynęło korzystnie na planowanie ich przezbrojeń, przeglądów technicznych, remontów itp.

LITERATURA

1. Abadi I. N. K., Hall N. G., Sriskandarayah C.: Minimizing Cycle Time in a Blocking Flowshop. Operations Research, 46, 2000, p. 177-180.
2. Fourer R., Gay D., Kernighan B.: AMPL - A Modelling Language for Mathematical Programming. Boyd & Fraser Publishing Company 1993.
3. Grabowski J., Pempera J.: Zagadnienie przepływowe z ograniczeniami "bez magazynowania". Algorytm tabu search z multiruchami. Automatyka, tom 9, zeszyt 1-2, Wydawnictwa AGH, Kraków, 2005, s. 95-104.
4. Hall N. G., Sriskandarayah C.: A survey of machine scheduling problems with blocking and no-wait in process. Operations Research, 44, 1996, p. 510-525.
5. Magiera M.: Algorytmy szeregowania operacji dla wielostadialnego systemu przepływowego z ograniczeniami bez czekania; w: Komputerowo zintegrowane zarządzanie, tom II pod red. R. Knosali. Oficyna Wydawnicza Polskiego Towarzystwa Zarządzania Produkcją, Opole 2006, s. 167-186.
6. Reddi S.S., Ramamoorthy C,V.: On flowshop sequencing problems with no-wait in process. Operational Research Quarterly, 23, 1972, p. 323-331.
7. Sawik T.: Badania operacyjne dla inżynierów zarządzania. Wydawnictwa AGH, Kraków 1998.

Recenzent: Dr hab. inż: M. Zaborowski, prof. IISiT PAN

Abstract

The paper presents a method of production planning for a flexible unidirectional system without stores. The proposed method is hierarchical. The top-level is a machine loading, i.e., allocation of operations among the stations. The base-level is a task scheduling. The case when machines are free to use as buffers and the system without waiting are regarded. The mathematical linear models with binary decision variables are constructed for the described levels. The models are created for two different types of routes: fixed and alternative production routes. The schedule is divided into time intervals in the method. The approximation to time criterion is used in the mixed integer programming. Results of computational experiments with the method are included.