

Henryk GÓRNIAK, Józef SZYMZYK

TABLICE FUNKCJI POMOCNICZEJ DO OBLICZEŃ TERMODYNAMICZNYCH
PROCESU WYPŁYWU GAZU ZE ZBIORNIKA

Streszczenie. W pracy podano równania do obliczenia czasu τ wypływu gazu doskonałego ze zbiornika przy założeniu, że stan gazu zmienia się przed zaworem wylotowym według politropy o dowolnym wykładniku φ . W ogólnym przypadku wykorzystuje się do obliczeń funkcje pomocnicze Z, które obliczono za pomocą całkowania numerycznego. Do pracy dołączono tablice obliczonych wartości funkcji Z dla różnych gazów doskonałych i różnych wartości wykładnika φ .

Zestawienie ważniejszych oznaczeń

- A - pole przekroju poprzecznego przewodu (kanału), m^2 ,
 k = m/m_s - liczba zmniejszenia masy strumienia [1],
 \dot{m} = $\frac{dm}{dt}$ - masa strumienia gazu, kg/s,
 p - ciśnienie, Pa,
 R - indywidualna stała gazowa, $\frac{J}{kg \cdot K}$,
 T - temperatura bezwzględna, K,
 Z - funkcja pomocnicza zdefiniowana równaniem (5),
 $\beta = p_2/p_1$ - stosunek ciśnień,
 κ - stosunek ciepła właściwego,
 φ - wykładnik politropy,
 τ - czas, s,
 ϕ - liczba przepływu.

Indeksy i apostrofy dotyczą

- 1 - parametrów gazu w zbiorniku i przed zaworem wylotowym,
 2 - parametrów ośrodka gazowego za zaworem wylotowym (w otoczeniu),
 L - parametrów krytycznych (de LAVALA [1]),
 s - izentropy,
 max - przepływu maksymalnego,
 ' - parametrów początkowych procesu ($\tau = 0$),
 " - parametrów końcowych procesu ($\tau = \tau_k$).

1. Wstęp

Proces wypływu gazu ze zbiornika można zaliczyć do zagadnień dotyczących przepływu w krótkich kanałach przy zmiennych początkowych parametrach termodynamicznych. Przepływ gazu przez zawór (zamykający przewód wylotowy ze zbiornika) daje się bowiem sprowadzić za pomocą odpowiednich poprawek (k) do klasycznego przepływu przez dyszę BENDEMANNA, podobnie jak w przypadku otworu ostrokrawędziowego. Zmianę termicznych parametrów gazu w zbiorniku (czyli przed zaworem na przewodzie wylotowym ze zbiornika) w czasie wypływu można określić w dwojaki sposób.

W pierwszym sposobie przyjmuje się, że parametry termiczne gazu w zbiorniku zmieniają się w czasie wypływu według zależności słusznych dla przemiany politropowej o wykładniku ν . W latach pięćdziesiątych i sześćdziesiątych ukazało się kilka prac (np [2], [3], [4] i [5]), w których wykazano, że takie postępowanie jest bardzo dobrym przybliżeniem rzeczywistości. Analiza teoretyczna procesu w takim przypadku jest bardzo prosta. Wystarczy bowiem podać jedną zależność pomiędzy dowolnym parametrem termicznym i czasem wypływu (np. $\tau = \tau(p_1)$), by można było wyznaczyć pozostałe wielkości zmieniające się w czasie wypływu. Ten właśnie sposób podejścia teoretycznego do zagadnienia zastosowano w niniejszej pracy.

W drugiej metodzie zmianę parametrów termicznych gazu w zbiorniku w czasie wypływu wyznacza się w oparciu o podstawowe prawa termodynamiczne (równanie stanu, pierwsza zasada termodynamiki, równania przepływu ciepła). Rozpatrywane zagadnienia w takim ujęciu do chwili obecnej udało się w sposób ogólny rozwiązać jedynie dla przepływu podkrytycznego ($0 < \beta < \beta_L$) gazu doskonałego.

2. Zależność pomiędzy ciśnieniem gazu (doskonałego) w zbiorniku i czasem wypływu

Jeżeli wypływ ze zbiornika rozpoczyna się w zakresie podkrytycznym (przepływ [dźwiękowy]), czyli przy stosunku ciśnień $\beta = p_2/p_1 < \beta_L$, to do momentu osiągnięcia wartości krytycznej β_L masa strumienia gazu wypływającego ze zbiornika ma wartość aktualnie maksymalną. Zależność pomiędzy czasem τ wypływu ze zbiornika i ciśnieniem p_1 zmniejszającym się według politropy o dowolnym wykładniku ν w tym przypadku da się wyrazić za pomocą funkcji elementarnych. W wyniku postępowania podobnego do tego, jakie zostanie przeprowadzone w dalszym ciągu niniejszej pracy dla bardziej złożonego przypadku (gdy $\beta_L < \beta < 1$), otrzymuje się następujące zależności określające czas τ wypływu gazu ze zbiornika w zależności od aktualnego ciśnienia p_1 w zbiorniku:

$$\tau = \frac{V}{k\lambda_1 \psi_s \max \sqrt{RT_1}} \ln \frac{p'_1}{p_1} \quad (1)$$

dla $\vartheta = 1$ oraz $0 < \beta < \beta_L$, natomiast

$$\xi = \frac{2V}{(\vartheta - 1)kA\phi_s \max \sqrt{RT_1}} \left[\left(\frac{p_1'}{p_1}\right)^{\frac{\vartheta-1}{2\vartheta}} - 1 \right] \quad (2)$$

jeżeli $\vartheta > 1$ oraz $0 < \beta < \beta_L$.

W przypadku przejścia w czasie wypływu ze zbiornika do zakresu przepływu nadkrytycznego ($\beta_L < \beta < 1$, poddźwiękowego) masa strumienia gazu nie jest już maksymalna i wówczas różniczka masy gazu doskonałego wypływającego ze zbiornika może być wyrażona następująco:

$$\begin{aligned} dm &= -\dot{m} d\xi = -k\dot{m}_s d\xi = -k \phi_s A_1 \frac{p_1}{\sqrt{RT_1}} d\xi = \\ &= k \phi_s A \frac{p_1^{(\vartheta-1)/2\vartheta}}{\sqrt{RT_1}} p_1^{(\vartheta+1)/2\vartheta} d\xi, \end{aligned} \quad (a)$$

gdzie

$$\begin{aligned} \phi_s &= \sqrt{\frac{2\alpha}{\alpha-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{2/\alpha} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\alpha+1)/\alpha} \right]} = \\ &= \sqrt{\frac{2\alpha}{\alpha-1} (\beta^{2/\alpha} - \beta^{(\alpha+1)/\alpha})}. \end{aligned} \quad (3)$$

Różniczka masy dm może być również obliczona z równania charakterystycznego gazów doskonałych:

$$dm = d\left(\frac{p_1 V}{RT_1}\right) = d\left[\frac{p_1 V}{RT_1} \left(\frac{p_1'}{p_1}\right)^{\frac{\vartheta-1}{\vartheta}}\right] = \frac{p_1^{(\vartheta-1)/\vartheta}}{\vartheta RT_1} p_1^{\frac{1-\vartheta}{\vartheta}} dp_1. \quad (b)$$

Po porównaniu prawych stron zależności (a) oraz (b) i odpowiednim uporządkowaniu otrzymuje się następujące równanie różniczkowe:

$$d\xi = -\frac{V p_1^{(\vartheta-1)/2\vartheta}}{kA\vartheta \sqrt{RT_1}} \frac{p_1^{(1-3\vartheta)/2\vartheta}}{\phi_s} dp_1, \quad (c)$$

gdzie korzystna jest zamiana zmiennej niezależnej p_1 przez nową zmienną β , której różniczka przy założeniu, że p_2 jest stałe, wynosi:

$$d\beta = d\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = -p_2 p_1^{-2} dp_1. \quad (d)$$

Jeżeli zależność (d) podstawimy do wzoru (c) i dokonamy przekształceń algebraicznych, to ostatecznie otrzymujemy się nowe równanie różniczkowe

$$d\tau = \frac{V}{kA\vartheta \sqrt{RT_1'}} \left(\frac{p_1'}{p_2}\right)^{\frac{\vartheta-1}{2\vartheta}} \frac{d\beta}{\phi_s \beta^{(\vartheta+1)/2\vartheta}}, \quad (4)$$

które jednak dla dowolnego ϑ nie daje się rozwiązać przy użyciu znanych funkcji elementarnych. Jedynie w przypadku izotermicznej ($\vartheta = 1$) zmiany stanu gazu w zbiorniku i pod warunkiem, że ϕ_s określi się w sposób przybliżony za pomocą elipsy BENDEMANNA, równanie (4) udaje się rozwiązać za pomocą dość skomplikowanych funkcji elementarnych.

Dla pozostałych przypadków równanie (4) można rozwiązać metodami numerycznymi po wprowadzeniu funkcji pomocniczej

$$Z = \int_{\beta_L}^{\beta} \frac{d\beta}{\phi_s \beta^{(\vartheta+1)/2\vartheta}}. \quad (5)$$

Gdy wpływ gazu ze zbiornika w zakresie nadkrytycznym jest realizowany od $\beta' = p_2/p_1' > \beta_L$, do $\beta'' = p_2/p_1'' > \beta' > \beta_L$, to rozwiązanie równania (4) przy użyciu funkcji pomocniczej Z można przedstawić następująco:

$$\tau = \frac{V}{kA\vartheta \sqrt{RT_1'}} \left(\frac{p_1'}{p_2}\right)^{\frac{\vartheta-1}{2\vartheta}} (Z'' - Z'). \quad (6)$$

Jeżeli natomiast wpływ ze zbiornika rozpoczyna się dla podkrytycznego stosunku ciśnień $\beta' = p_2/p_1' < \beta_L$, a kończy przy nadkrytycznym stosunku $\beta'' = p_2/p_1'' > \beta_L$, wówczas czas wpływu jest sumą czasu wpływu w zakresie podkrytycznym (wzór (1) lub (2)) i nadkrytycznym. Wtedy dla $\vartheta = 1$ otrzymuje się zależność:

$$\tau = \frac{V}{kA \sqrt{RT_1'}} \left[\frac{1}{\phi_s \max} \ln \frac{\beta_L}{\beta'} + Z'' \right], \quad (7)$$

a dla $\varphi > 1$.

$$\tau = \frac{V}{kA\sqrt{RT_1}} \left\{ \frac{2}{(\varphi-1)^{\frac{2}{\varphi}} p_s \max} \left[\left(\frac{p_1}{p'}\right)^{\frac{\varphi-1}{2\varphi}} - 1 \right] + \frac{1}{\varphi} \left(\frac{1}{p'}\right)^{\frac{\varphi-1}{2\varphi}} Z'' \right\}. \quad (8)$$

Funkcja Z może być wykorzystana również w takich przypadkach, gdy wypływ ze zbiornika realizowany jest przy zmiennym polu poprzecznego przekroju zaworu. Jeżeli pole to (zmiennie w czasie) wyrażone w postaci funkcji $A(\tau)$ i wypływ gazu realizowany jest w zakresie nadkrytycznym (β' oraz β'' są większe od β_L), to zależność pomiędzy aktualnym ciśnieniem gazu w zbiorniku i czasem wypływu można ująć za pomocą następującego równania:

$$\int_{\tau'}^{\tau''} \frac{A(\tau)}{A} d\tau = \frac{V}{kA\varphi\sqrt{RT_1}} \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\varphi-1}{2\varphi}} (Z'' - Z'). \quad (9)$$

Na koniec tych rozważań należy podkreślić, że rozpatrywane tutaj zagadnienia mają znacznie szersze zastosowanie niż analiza opróżniania zbiorników z gazów technicznych. Podane zależności i obliczone wartości funkcji Z mogą być wykorzystane przy analizie pneumatycznych układów regulacji automatycznej. Natomiast opróżnianie cylindrów maszyn przepływowych jest przypadkiem jeszcze bardziej złożonym od przytoczonego tu przypadku wypływu przez zawór o zmiennym polu przekroju, gdyż odbywa się ono przy zmiennej objętości V cylindra. Tym niemniej i w takim przypadku można wykorzystać do odpowiednich obliczeń tablice wartości funkcji pomocniczej Z.

3. Uwagi dotyczące tablic funkcji pomocniczej Z

Tablice 1 do 5 zawierają obliczone za pomocą całkowania numerycznego wartości funkcji pomocniczej Z dla jedno-, dwu- oraz trójatomowych gazów doskonałych ($\kappa = 1,667; 1,400$ oraz $1,333$), a także przegrzanej ($\kappa = 1,3$) i nasyconej ($\kappa = 1,135$) pary wodnej traktowanej w przybliżeniu jak gaz doskonały. Dla każdego stosunku ciepła właściwego (wykładnika izentropy) obliczono wartości funkcji Z przy różnych wykładnikach politropy, a mianowicie $\varphi = 1,0$ do $1,3$ w odstępnie $\Delta\varphi = 0,05$, a także dla $\varphi = \kappa$ oraz przy różnych stosunkach ciśnień większych od β_L aż do 1 przy odstępnie $\Delta\beta = 0,025$.

Tablica 1

Wartości funkcji pomocniczej Z
dla jednostkowego gazu doskonałego
 $\gamma = 5/3 = 1,666\ 667$

| $\beta \backslash \nu$ | | Wykładnik politropy | | | | | | | |
|------------------------|--|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 1,00 | 1,05 | 1,10 | 1,15 | 1,10 | 1,25 | 1,30 | 1,667 |
| 1 | | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0,500 | | 0,0292 | 0,0287 | 0,0283 | 0,0279 | 0,0276 | 0,0272 | 0,0270 | 0,0254 |
| 0,525 | | 0,0965 | 0,0949 | 0,0936 | 0,0923 | 0,0912 | 0,0902 | 0,0892 | 0,0842 |
| 0,550 | | 0,1609 | 0,1584 | 0,1562 | 0,1541 | 0,1523 | 0,1507 | 0,1492 | 0,1411 |
| 0,575 | | 0,2228 | 0,2195 | 0,2165 | 0,2138 | 0,2113 | 0,2091 | 0,2071 | 0,1963 |
| 0,600 | | 0,2826 | 0,2785 | 0,2749 | 0,2716 | 0,2686 | 0,2658 | 0,2633 | 0,2501 |
| 0,625 | | 0,3407 | 0,3359 | 0,3316 | 0,3278 | 0,3243 | 0,3211 | 0,3182 | 0,3027 |
| 0,650 | | 0,3973 | 0,3918 | 0,3871 | 0,3827 | 0,3788 | 0,3752 | 0,3719 | 0,3544 |
| 0,675 | | 0,4527 | 0,4468 | 0,4415 | 0,4367 | 0,4324 | 0,4284 | 0,4248 | 0,4055 |
| 0,700 | | 0,5073 | 0,5009 | 0,4952 | 0,4900 | 0,4853 | 0,4810 | 0,4771 | 0,4561 |
| 0,725 | | 0,5613 | 0,5545 | 0,5483 | 0,5428 | 0,5378 | 0,5332 | 0,5290 | 0,5066 |
| 0,750 | | 0,6150 | 0,6078 | 0,6013 | 0,5955 | 0,5902 | 0,5853 | 0,5809 | 0,5572 |
| 0,775 | | 0,6689 | 0,6613 | 0,6545 | 0,6484 | 0,6428 | 0,6377 | 0,6331 | 0,6081 |
| 0,800 | | 0,7231 | 0,7153 | 0,7082 | 0,7018 | 0,6960 | 0,6907 | 0,6859 | 0,6599 |
| 0,825 | | 0,7784 | 0,7702 | 0,7629 | 0,7563 | 0,7503 | 0,7448 | 0,7398 | 0,7129 |
| 0,850 | | 0,8351 | 0,8268 | 0,8192 | 0,8124 | 0,8062 | 0,8006 | 0,7954 | 0,7676 |
| 0,875 | | 0,8943 | 0,8857 | 0,8780 | 0,8710 | 0,8646 | 0,8588 | 0,8535 | 0,8251 |
| 0,900 | | 0,9570 | 0,9483 | 0,9404 | 0,9332 | 0,9268 | 0,9208 | 0,9154 | 0,8863 |
| 0,925 | | 1,0254 | 1,0165 | 1,0085 | 1,0012 | 0,9946 | 0,9886 | 0,9831 | 0,9535 |
| 0,950 | | 1,1034 | 1,0944 | 1,0862 | 1,0789 | 1,0722 | 1,0661 | 1,0605 | 1,0305 |
| 0,950 | | 1,2012 | 1,1921 | 1,1839 | 1,1764 | 1,1697 | 1,1635 | 1,1579 | 1,1275 |
| 1,000 | | 1,4283 | 1,4178 | 1,4095 | 1,4020 | 1,3953 | 1,3877 | 1,3834 | 1,3529 |

Tablica 2

Wartości funkcji pomocniczej Z
dla dwuatomowego gazu doskonałego
 $\gamma = 7/5 = 1,400$

| $\beta \backslash \nu$ | | Wykładnik politropy | | | | | | | |
|------------------------|--|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 1,00 | 1,05 | 1,10 | 1,15 | 1,20 | 1,25 | 1,30 | 1,40 |
| 1 | | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0,550 | | 0,0588 | 0,0579 | 0,0572 | 0,0565 | 0,0559 | 0,0553 | 0,0548 | 0,0538 |
| 0,575 | | 0,1239 | 0,1221 | 0,1206 | 0,1192 | 0,1179 | 0,1167 | 0,1157 | 0,1138 |
| 0,600 | | 0,1865 | 0,1840 | 0,1817 | 0,1797 | 0,1778 | 0,1761 | 0,1746 | 0,1718 |

cd. tablicy 2

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,625 | 0,2471 | 0,2439 | 0,2410 | 0,2383 | 0,2360 | 0,2338 | 0,2318 | 0,2283 |
| 0,650 | 0,3059 | 0,3021 | 0,2986 | 0,2955 | 0,2926 | 0,2900 | 0,2877 | 0,2835 |
| 0,675 | 0,3634 | 0,3590 | 0,3550 | 0,3514 | 0,3481 | 0,3452 | 0,3425 | 0,3377 |
| 0,700 | 0,4198 | 0,4148 | 0,4104 | 0,4064 | 0,4028 | 0,3995 | 0,3964 | 0,3911 |
| 0,725 | 0,4754 | 0,4700 | 0,4652 | 0,4608 | 0,4568 | 0,4532 | 0,4499 | 0,4441 |
| 0,750 | 0,5306 | 0,5248 | 0,5196 | 0,5149 | 0,5106 | 0,5068 | 0,5032 | 0,4969 |
| 0,775 | 0,5856 | 0,5795 | 0,5740 | 0,5690 | 0,5645 | 0,5604 | 0,5566 | 0,5499 |
| 0,800 | 0,6411 | 0,6346 | 0,6288 | 0,6236 | 0,6188 | 0,6145 | 0,6105 | 0,6035 |
| 0,825 | 0,6973 | 0,6906 | 0,6845 | 0,6790 | 0,6741 | 0,6695 | 0,6654 | 0,6580 |
| 0,850 | 0,7549 | 0,7480 | 0,7417 | 0,7360 | 0,7309 | 0,7262 | 0,7219 | 0,7142 |
| 0,875 | 0,8148 | 0,8076 | 0,8012 | 0,7953 | 0,7900 | 0,7852 | 0,7807 | 0,7725 |
| 0,900 | 0,8782 | 0,8708 | 0,8642 | 0,8582 | 0,8528 | 0,8478 | 0,8433 | 0,8352 |
| 0,925 | 0,9471 | 0,9396 | 0,9329 | 0,9268 | 0,9212 | 0,9161 | 0,9115 | 0,9032 |
| 0,950 | 1,0256 | 1,0179 | 1,0111 | 1,0049 | 0,9992 | 0,9940 | 0,9893 | 0,9809 |
| 0,975 | 1,1237 | 1,1159 | 1,1090 | 1,1027 | 1,0970 | 1,0918 | 1,0870 | 1,0785 |
| 1,000 | 1,3502 | 1,3413 | 1,3343 | 1,3291 | 1,3234 | 1,3181 | 1,3133 | 1,3036 |

Tablica 3

Wartości funkcji pomocniczej Z
dla trój- lub więcejatomowego gazu doskonałego
 $\alpha = 4/3 = 1,333\ 333$

| | | Wykładnik politropy | | | | | | | | |
|---------|----------|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 1,00 | 1,05 | 1,10 | 1,15 | 1,20 | 1,25 | 1,30 | 1,333 | |
| β | γ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0,550 | 0,0270 | 0,0266 | 0,0262 | 0,0259 | 0,0257 | 0,0254 | 0,0252 | 0,0250 | 0,0250 | 0,0250 |
| 0,575 | 0,0931 | 0,0918 | 0,0906 | 0,0896 | 0,0887 | 0,0878 | 0,0870 | 0,0865 | 0,0865 | 0,0865 |
| 0,600 | 0,1566 | 0,1545 | 0,1527 | 0,1510 | 0,1494 | 0,1480 | 0,1468 | 0,1460 | 0,1460 | 0,1460 |
| 0,625 | 0,2180 | 0,2152 | 0,2127 | 0,2104 | 0,2084 | 0,2065 | 0,2048 | 0,2037 | 0,2037 | 0,2037 |
| 0,650 | 0,2776 | 0,2741 | 0,2710 | 0,2683 | 0,2657 | 0,2634 | 0,2613 | 0,2600 | 0,2600 | 0,2600 |
| 0,675 | 0,3357 | 0,3317 | 0,3281 | 0,3248 | 0,3219 | 0,3192 | 0,3167 | 0,3152 | 0,3152 | 0,3152 |
| 0,700 | 0,3926 | 0,3881 | 0,3840 | 0,3804 | 0,3771 | 0,3740 | 0,3713 | 0,3695 | 0,3695 | 0,3695 |
| 0,725 | 0,4487 | 0,4438 | 0,4393 | 0,4353 | 0,4316 | 0,4283 | 0,4252 | 0,4233 | 0,4233 | 0,4233 |
| 0,750 | 0,5044 | 0,4990 | 0,4942 | 0,4898 | 0,4859 | 0,4822 | 0,4789 | 0,4769 | 0,4769 | 0,4769 |
| 0,775 | 0,5599 | 0,5541 | 0,5490 | 0,5443 | 0,5401 | 0,5363 | 0,5327 | 0,5305 | 0,5305 | 0,5305 |
| 0,800 | 0,6156 | 0,6096 | 0,6042 | 0,5992 | 0,5948 | 0,5907 | 0,5870 | 0,5846 | 0,5846 | 0,5846 |
| 0,825 | 0,6722 | 0,6658 | 0,6602 | 0,6550 | 0,6503 | 0,6461 | 0,6422 | 0,6397 | 0,6397 | 0,6397 |
| 0,850 | 0,7301 | 0,7235 | 0,7176 | 0,7123 | 0,7074 | 0,7030 | 0,6989 | 0,6964 | 0,6964 | 0,6964 |
| 0,875 | 0,7902 | 0,7834 | 0,7773 | 0,7718 | 0,7668 | 0,7622 | 0,7580 | 0,7554 | 0,7554 | 0,7554 |
| 0,900 | 0,8538 | 0,8466 | 0,8406 | 0,8349 | 0,8298 | 0,8251 | 0,8207 | 0,8181 | 0,8181 | 0,8181 |

cd. tablicy 3

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,925 | 0,9229 | 0,9158 | 0,9094 | 0,9036 | 0,8983 | 0,8935 | 0,8891 | 0,8864 |
| 0,950 | 1,0015 | 0,9942 | 0,9877 | 0,9818 | 0,9765 | 0,9716 | 0,9671 | 0,9643 |
| 0,975 | 1,0996 | 1,0923 | 1,0858 | 1,0798 | 1,0744 | 1,0694 | 1,0649 | 1,0620 |
| 1,000 | 1,3260 | 1,3187 | 1,3120 | 1,3050 | 1,2990 | 1,2956 | 1,2910 | 1,2881 |

Tablica 4

Wartości funkcji pomocniczej Z
dla przegrzanej pary wodnej traktowanej jak gaz doskonały
 $\rho = 1,300\ 000$

| β \ α | Wykładnik politropy | | | | | | |
|--------------------|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1,00 | 1,05 | 1,0 | 1,15 | 1,20 | 1,25 | 1,30 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 0,550 | 0,0118 | 0,0116 | 0,0114 | 0,0113 | 0,0112 | 0,0111 | 0,0110 |
| 0,575 | 0,0784 | 0,0773 | 0,0764 | 0,0755 | 0,0747 | 0,0740 | 0,0733 |
| 0,600 | 0,1425 | 0,1406 | 0,1389 | 0,1374 | 0,1360 | 0,1347 | 0,1336 |
| 0,625 | 0,2043 | 0,2017 | 0,1993 | 0,1972 | 0,1953 | 0,1936 | 0,1920 |
| 0,650 | 0,2642 | 0,2610 | 0,2581 | 0,2555 | 0,2531 | 0,2509 | 0,2489 |
| 0,675 | 0,3227 | 0,3189 | 0,3154 | 0,3123 | 0,3095 | 0,3070 | 0,3046 |
| 0,700 | 0,3799 | 0,3756 | 0,3717 | 0,3682 | 0,3650 | 0,3621 | 0,3595 |
| 0,725 | 0,4363 | 0,4316 | 0,4273 | 0,4234 | 0,4199 | 0,4166 | 0,4137 |
| 0,750 | 0,4922 | 0,4870 | 0,4824 | 0,4782 | 0,4743 | 0,4708 | 0,4676 |
| 0,775 | 0,5479 | 0,5424 | 0,5374 | 0,5329 | 0,5288 | 0,5251 | 0,5216 |
| 0,800 | 0,6039 | 0,5980 | 0,5928 | 0,5880 | 0,5837 | 0,5797 | 0,5761 |
| 0,825 | 0,6606 | 0,6544 | 0,6489 | 0,6439 | 0,6394 | 0,6352 | 0,6314 |
| 0,850 | 0,7186 | 0,7123 | 0,7065 | 0,7013 | 0,6966 | 0,6923 | 0,6884 |
| 0,875 | 0,7789 | 0,7723 | 0,7664 | 0,7610 | 0,7561 | 0,7517 | 0,7476 |
| 0,900 | 0,8426 | 0,8358 | 0,8297 | 0,8242 | 0,8192 | 0,8146 | 0,8104 |
| 0,925 | 0,9118 | 0,9049 | 0,8986 | 0,8930 | 0,8879 | 0,8832 | 0,8789 |
| 0,950 | 0,9904 | 0,9834 | 0,9770 | 0,9713 | 0,9661 | 0,9613 | 0,9569 |
| 0,975 | 1,0887 | 1,0815 | 1,0751 | 1,0693 | 1,0640 | 1,0592 | 1,0547 |
| 1,000 | 1,3149 | 1,3077 | 1,3013 | 1,2954 | 1,2901 | 1,2852 | 1,2808 |

Tablica 5

Wartości funkcji pomocniczej Z
dla nasyconej pary wodnej traktowanej jak gaz doskonały
 $\kappa = 1,35\ 000$

| β | Wykładnik politropy | | | | | | | | |
|---------|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| | ϑ | 1,00 | 1,05 | 1,10 | 1,15 | 1,20 | 1,25 | 1,30 | 1,135 |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0,600 | 0,0604 | 0,0597 | 0,0590 | 0,0584 | 0,0578 | 0,0573 | 0,0568 | 0,0585 | |
| 0,625 | 0,1248 | 0,1233 | 0,1220 | 0,1208 | 0,1197 | 0,1186 | 0,1177 | 0,1211 | |
| 0,650 | 0,1871 | 0,1849 | 0,1830 | 0,1812 | 0,1796 | 0,1782 | 0,1768 | 0,1817 | |
| 0,675 | 0,2476 | 0,2449 | 0,2424 | 0,2401 | 0,2391 | 0,2362 | 0,2345 | 0,2408 | |
| 0,700 | 0,3067 | 0,3034 | 0,3005 | 0,2978 | 0,2954 | 0,2932 | 0,2911 | 0,2986 | |
| 0,725 | 0,3647 | 0,3610 | 0,3576 | 0,3546 | 0,3518 | 0,3492 | 0,3469 | 0,3554 | |
| 0,750 | 0,4221 | 0,4179 | 0,4142 | 0,4108 | 0,4077 | 0,4049 | 0,4023 | 0,4117 | |
| 0,775 | 0,4791 | 0,4745 | 0,4705 | 0,4668 | 0,4634 | 0,4603 | 0,4575 | 0,4678 | |
| 0,800 | 0,5362 | 0,5313 | 0,5269 | 0,5230 | 0,5194 | 0,5161 | 0,5131 | 0,5241 | |
| 0,825 | 0,5939 | 0,5887 | 0,5841 | 0,5799 | 0,5761 | 0,5726 | 0,5694 | 0,5811 | |
| 0,850 | 0,6528 | 0,6474 | 0,6426 | 0,6382 | 0,6341 | 0,6305 | 0,6271 | 0,6394 | |
| 0,875 | 0,7138 | 0,7082 | 0,7032 | 0,6986 | 0,6944 | 0,6906 | 0,6871 | 0,6999 | |
| 0,900 | 0,7782 | 0,7724 | 0,7672 | 0,7624 | 0,7581 | 0,7542 | 0,7506 | 0,7638 | |
| 0,925 | 0,8479 | 0,8419 | 0,8366 | 0,8317 | 0,8273 | 0,8233 | 0,8196 | 0,8331 | |
| 0,950 | 0,9269 | 0,9209 | 0,9154 | 0,9105 | 0,9060 | 0,9018 | 0,8980 | 0,9119 | |
| 0,975 | 1,0255 | 1,0194 | 1,0138 | 1,0088 | 1,0042 | 1,0000 | 0,9962 | 1,0102 | |
| 1,000 | 1,2510 | 1,2447 | 1,2391 | 1,2357 | 1,2304 | 1,2268 | 1,2222 | 1,2369 | |

Wartości funkcji pomocniczej Z rosną ze wzrostem stosunku ciepła właściwego (wykładnika izentropy) κ i ze zmniejszaniem się wykładnika ϑ politropy oraz naturalnie ze wzrostem stosunku ciśnień β . Wartości funkcji Z na ogół są mniejsze od 1, jedynie dla stosunków ciśnienia bliskich 1 ($\beta > 0,925$) w niektórych przypadkach przekraczają one wartość 1. Maksymalną wartość funkcji pomocniczej Z = 1,428 uzyskano dla przypadku izotermicznej ($\vartheta = 1$) zmiany stanu (w zbiorniku) gazu jednoatomowego ($\kappa = 1,667$) przy stosunku ciśnień $\beta = 1$.

Obliczone wartości funkcji pomocniczej Z są bezwymiarowe i przystosowane do wykorzystywania ich w równaniach wielkościowych (np. przy użyciu jednostek układu SI). W literaturze (np. [2]) można spotkać wartości funkcji Z, ale niekompletne (tylko dla niektórych gazów, np. 2-atomowych gazów doskonałych i przegrzanej pary wodnej) i często dopasowane do równań liczbowych wykorzystujących nielegalne już w tej chwili jednostki (np. atmosfery techniczne itp.).

LITERATURA

- [1] Ochęduszko St.: Termodynamika stosowana. WNT, Warszawa 1974.
- [2] Judajew B.N. i inni: Sbornik zadacz po tiechniczeskoj tiermodinamike i tiepiopieredaczie. Wyższe Szkoła, Moskwa 1968.
- [3] Biezanow B.N.: Pniewmaticzeskije miechanizmy. Maszingiz, Moskwa 1957.
- [4] Mamontow M.A.: Niekotoryje słuczaji tieczenija gaza. Oborongiz, Moskwa 1951.
- [5] Siniariw G.W.: Żidkostnyje raketnyje dwigatieli. Oborongiz, Moskwa 1960.
- [6] Richarts F., Haupt R.: Untersuchungen über das Temperaturverhalten von Druckgasbehältern bei Füllung und Entnahme. Gaswärme International, Bd. 22 Nr 3 Marz 1973.
- [7] Bielajew M.W., Bielik N.P., Szanborow G.S.: Rasczot prociessa oprożnienia gazonij jemkosti. Inż. Fiz. Żurnał, Nr 12/1969.

Recenzent:

prof. dr hab. inż. Zbigniew Pietrzyk

Wpłynęło do Redakcji w maju 1985

ТАБЛИЦЫ ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ ФУНКЦИИ ДЛЯ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ
ПРОЦЕССА ИСТЕЧЕНИЯ ГАЗА ИЗ РЕЗЕРВУАРА

Р е з ю м е

В работе даны уравнения для расчёта времени истечения идеального газа из резервуара предполагая, что состояние газа изменяется перед выходным клапаном по политропе с произвольной степенью.

В общем случае для расчётов используются вспомогательные функции которые рассчитаны при помощи машинного интегрирования. В работе представлены таблицы вычисленных значений функции Z для различных идеальных газов с разными значениями показателя степени.

AIDING FUNCTION TABLES FOR THERMODYNAMIC COMPUTATION OF THE GAS OUTFLOW
PROCESS FROM THE TANK

S u m m a r y:

In this paper equations are given to compute time τ of perfect gas outflow from a tank assuming that gas state changes before the outflow valve according to a politrope of a step ν . In the general case aiding functions Z are used. These tables are found by numerical integrations. The tables calculated for different perfect gases and different values of ν are added to the work.