

Kamil SMOLIRA, Eugeniusz TOCZYŁOWSKI  
Politechnika Warszawska

## PROBLEMY WYCENY TOWARÓW I USŁUG NA RYNKACH CZASU RZECZYWISTEGO

**Streszczenie.** Artykuł przedstawia problemy związane z wyceną towarów w rynkowych systemach rozproszonych z silnymi ograniczeniami infrastrukturalnymi. Przedstawiona została metoda modelowania ograniczeń systemowych jako usług na rynku, dla której zostały zaproponowane metody wyceny podstawowych typów ograniczeń oraz omówione związane z tym problemy i ich możliwe rozwiązania. Analiza została przeprowadzona dla rynku czasu rzeczywistego energii elektrycznej, można ją jednak uogólnić na inne rozproszone systemy rynkowe.

## ON REAL TIME MARKETS PRICING

**Summary.** In this paper we consider problems concerning pricing of commodities and services on distributed market systems with strong infrastructure constraints. Method of modeling system constraints as services together with some proposals of common constraints pricing are presented. Considerations are based on real time market for electrical energy, but may be easily generalized to other distributed market systems.

### 1. Rynki czasu rzeczywistego

Artykuł przedstawia zagadnienia związane z wyceną towarów i usług na rynku czasu rzeczywistego energii elektrycznej. Jest to ostatni segment rynku energii, na którym odbywają się możliwie drobne korekty przyjętych wcześniej programów pracy w celu dostosowania ich do zmieniającej się sytuacji oraz zmian preferencji uczestników rynku.

Problem bilansowania rynku z ograniczeniami można potraktować jako *problem obrotu nośnika wielu towarów* ONWT [3]. Ograniczenia obecne w systemie zyskują przy takim podejściu interpretację *usług*, które są przedmiotem obrotu na rynku, na równi z towarem podstawowym, oraz podlegają wycenie na takich samych jak on zasadach. Ogólna postać problemu obrotu wielotowarowego może

zostać zapisana w następujący sposób:

$$Q = \max_{d,p} \left[ \sum_m e_m d_m - \sum_l s_l p_l \right] \quad (1)$$

$$\sum_m a_{im} d_m - \sum_l \alpha_{il} p_l \leq 0 \quad \forall i \quad (2)$$

$$0 \leq d_m \leq d_m^{max} \quad \forall m \quad (3)$$

$$0 \leq p_l \leq p_l^{max} \quad \forall l \quad (4)$$

Ograniczenia (2) reprezentują bilanse dla wszystkich towarów i usług, którymi obraca się na rynku, a parametry  $a_{im}$  i  $\alpha_{il}$  określają zawartość  $i$ -tego towaru elementarnego w danej ofercie kupna bądź sprzedaży. Zmienne  $p_l$  i  $d_m$  określają przyjęty volumen dla oferty sprzedaży  $l$  bądź kupna  $m$ , a parametry  $e_m$  i  $s_l$  odpowiednie ceny ofertowe.

Najprostszą wersję modelu bilansowania rynku czasu rzeczywistego energii elektrycznej w postaci problemu ONWT można zapisać w następujący sposób:

$$\max_{d,p} \left[ \sum_h \left( \sum_m e_{mh} d_{mh} - \sum_j c_{jh} p_{jh} \right) \right] \quad (5)$$

$$\sum_m d_{mh} - \sum_j p_{jh} \leq 0 \quad \forall h \quad (6)$$

$$p_{j,h} - p_{j,h-1} \leq r_j^+ \quad \forall j, h \quad (7)$$

$$p_{j,h-1} - p_{j,h} \leq r_j^- \quad \forall j, h \quad (8)$$

$$\sum_j w_{ij} p_{jh} \leq Q_i \quad \forall h, i \quad (9)$$

$$-p_{jh} \leq -p_{jh}^{min} \quad \forall j, h \quad (10)$$

$$0 \leq p_{jh} \leq p_{jh}^{max} \quad \forall j, h \quad (11)$$

$$0 \leq d_{mh} \leq d_{mh}^{max} \quad \forall h, m \quad (12)$$

Zmienne  $p_{jh}$  reprezentują oferty sprzedaży, a  $d_{mh}$  oferty kupna w etapie  $h$ . Funkcja celu ma za zadanie maksymalizację korzyści z wymiany. Ograniczenie (6) wymusza bilans kupna i sprzedaży energii, (7) i (8) ograniczają zmiany mocy jednostki między etapami. Ograniczenie (9) ustala dopuszczalny przepływ linią  $i$ , wykorzystując linearyzację w sąsiedztwie bieżącego punktu pracy opartą na współczynnikach rozprywu mocy (ang. *Power Distribution Factors* – PDF) [2], określających wpływ zmian generacji jednostki  $j$  na przepływ w gałęzi  $i$ . Ograniczenia (10), (11) i (12) określają minimalne i maksymalne możliwe realizacje ofert. Ograniczenia (6)-(10) można potraktować jako bilans dla kolejnych towarów w problemie ONWT (2). Pomiedzy analizowanym modelem a ogólną postacią problemu ONWT występuje jedna istotna różnica. Prawe strony ograniczeń (7)-(10) są różne od zera. Zatem, ogólna postać bilansu dla reprezentowanych przez nie usług przybiera postać:

$$\sum_m a_{im} d_m - \sum_l \alpha_{il} p_l \leq b_i \quad \forall i \quad (13)$$

Ma to, jak zostanie dalej przedstawione, znaczący wpływ na wycenę towarów na rynku.

## 2. Wyznaczanie cen towarów i usług

W przypadku modelu obrotu wielotwarowego, w którym wszystkie równania bilansu mają postać (2), rozliczenia uczestników można łatwo prowadzić na podstawie cen krańcowych za poszczególne towary. Jako ceny poszczególnych towarów można wykorzystać zmienne dualne  $\pi = (\pi_i)_{i=1}^n$  związane z kolejnymi ograniczeniami bilansowymi (2). Ustalając cenę rozliczeniową dla oferty  $l$ , na podstawie zawartych w niej towarów elementarnych jako  $\pi_l = \sum_{i=1}^n \alpha_{il} \pi_i$ . Taki sposób rozliczania uczestników rynku, jak to zostało pokazane w [3], jest ekonomicznie efektywny, daje w rezultacie proste i przejrzyste zasady wybierania i odrzucania ofert, zachęca uczestników do składania szczyrych ofert oraz zapewnia neutralność finansową bilansowania. Ponadto, bilansowanie ilościowe i wartościowe rynku jest uzyskiwane jednocześnie poprzez rozwiązanie prostego liniowego zadania optymalizacji.

W większości przypadków modelowania ograniczeń systemowych jako usług w modelu wielotwarowym otrzymujemy jednak ograniczenia z niezerową prawą stroną, czyli w postaci (13). W takiej sytuacji nie są niestety zachowane korzystne właściwości przedstawionego powyżej sposobu rozliczania. W szczególności zaburzona zostaje neutralność finansowa bilansowania. W rękę operatora dla każdego towaru pozostaje nadwyżka w wysokości  $b_i \pi_i$ , która w przypadku ujemnych wielkości  $b_i$  może być w istocie kosztem, tak jak np. dla ograniczenia (10). Sytuacja taka powoduje zazwyczaj rozchwianie pozostałych korzystnych właściwości przedstawionego sposobu rozliczania. Możliwe postępowanie w takich sytuacjach zależy od postaci danego ograniczenia oraz jego fizycznej interpretacji. Rozważania na temat różnych przypadków zostały przedstawione w dalszej części pracy.

### 2.1. Maksymalny przepływ linią

Rozpatrzmy najpierw ograniczenia na maksymalny przepływ daną gałęzią sieci - (9). Jeżeli ograniczenie jest aktywne, to zgodnie z teorią programowania liniowego, związana z nim cena dualna -  $\pi_i$  jest większa od zera. Powoduje to zmiany cen rozliczeniowych dla tych ofert, których realizacja ma wpływ na przepływ daną gałęzią sieci. Ponieważ cena wyznaczana jest zgodnie ze wzorem  $\pi_l = \sum_{i=1}^n \alpha_{il} \pi_i$ , oferty sprzedaży, których realizacja zwiększa przepływ daną gałęzią, będą rozliczane po obniżonej cenie, a oferty, których realizacja zmniejsza przepływ obciążoną gałęzią, uzyskają podwyższone ceny. Oferty utrudniające realizację ograniczenia mają wartości  $w_{ij} > 0$ , co dla ofert sprzedaży zgodnie z modelem (1)-(3) odpowiada ujemnym  $\alpha$ , więc ich cena rozliczeniowa zostanie zmniejszona o  $w_{ij} \pi_i$ . Analogicznie ofertom ułatwiającym realizację ograniczenia odpowiada  $w_{ij} < 0$ , co daje  $\alpha > 0$  i tym samym zwiększenie ceny rozliczeniowej o  $w_{ij} \pi_i$ . W przypadku tego ograniczenia można więc wyraźnie wskazać konsumentów oraz producentów

usługi, którzy za nią płacą bądź dostają wynagrodzenie. Należy pamiętać, że ze względu na niezerową prawą stronę ograniczenia w ręku operatora pozostaje nadwyżka równa  $\pi_i Q_i$ . W tym przypadku można ją dość łatwo zinterpretować jako opłatę za zasoby, udostępniane przez operatora, w postaci linii przesyłowej, której przepustowość stała się zasobem krytycznym. Można więc pozwoić na pozostanie nadwyżki u operatora. W dłuższej perspektywie czasu należy jednak zapewnić przeznaczenie tej nadwyżki na łagodzenie powodujących ją ograniczeń, co pozwoli na polepszenie wydajności systemu w najbardziej krytycznych miejscach oraz zapewni długoterminową neutralność finansową operatora.

## 2.2. Ograniczenia rampy

Ograniczenia rampy (7), (8), ustalające dopuszczalną zmianę poziomu generacji danej jednostki pomiędzy etapami, mają podobną strukturę do ograniczeń sieciowych. Również występują oferty, będące producentami i konsumentami usługi, oraz pojawia się niezerowa nadwyżka dla operatora. Jednak ze względu na odmienną interpretację fizyczną tego ograniczenia musi ono zostać potraktowane inaczej niż rozważane powyżej ograniczenia przepływowe. Najpierw należy zauważyć, że po stronie kupna i sprzedaży usługi rampy znajdują się oferty tego samego uczestnika, zatem dla części ofert zyskuje on na tym ograniczeniu, podczas gdy dla innych traci. Można przy tym pokazać, że sumarycznie uczestnik rynku zawsze traci na aktywnych ograniczeniach rampy.

W przypadku rampy w górę (7), uczestnik sprzedaje usługę rampy w etapie  $h - 1$ , zyskując  $p_{j,h-1}\pi_i$  musi jednak kupić tę samą usługę w etapie  $h$ , wydając na to  $p_{jh}\pi_i$ . Jeżeli  $\pi_i > 0$ , to ograniczenie na przyrost mocy jednostki jest aktywne, więc  $p_{jh} > p_{j,h-1}$ , czyli  $p_{j,h-1}\pi_i - p_{jh}\pi_i < 0$ , zatem uczestnik sumarycznie traci na ograniczeniu. Analogiczne rozumowanie można przeprowadzić dla rampy w dół, gdzie uczestnik najpierw kupuje usługę przy wyższym poziomie generacji, a następnie musi ją sprzedać po jej obniżeniu.

Interpretacja fizyczna ograniczenia rampy nie pozwala ponadto na pozostawienie nadwyżki uzyskanej z obrotu tą usługą w ręku operatora. Nie można uznać, że jest on właścicielem zasobów związanych z tym ograniczeniem. Właścicielem zasobu jest uczestnik posiadający daną jednostkę, który ponosi określone koszty związane z jego utrzymaniem oraz wykorzystaniem. Wykorzystanie maksymalnych możliwości zmiany mocy jednostki jest dla niej zazwyczaj bardzo obciążające i skraca jej żywotność, narażając tym samym jej właściciela na dodatkowe koszty. Ponieważ w ograniczeniu bierze udział tylko jedna jednostka, można zaproponować dość proste rozwiązanie polegające na przekazaniu całej nadwyżki  $\pi_i r_j^+$  związanej z tym ograniczeniem dla uczestnika. Spowoduje to zniwelowanie opisanej powyżej straty wynikającej z uwzględnienia cen rampy. Końcowy wynik finansowy dla uczestnika jest identyczny z tym, który zostałby uzyskany gdyby w ogóle nie uwzględniać ograniczeń rampy, a uczestnik był rozliczany po cenach rynkowych. Jednak w takiej sytuacji dochodziłoby do zaburzeń zasad sprawiedliwości i oferty uczestnika w etapie poprzedzającym aktywną rampę mogłyby być przyjmowane po cenach niższych niż ofertowe, podczas gdy w następnym etapie

uzyskiwałby on wyższą cenę rekompensującą tę stratę. Podwyższenie ceny w etapie  $h - 1$  i obniżenie w etapie  $h$  powoduje utrzymanie prostych i przejrzystych zasad akceptacji ofert, a nadwyżka  $\pi_i r_j^+$  przekazywana uczestnikowi równoważy straty, jakie na tym ponosi.

Przekazanie nadwyżki dla uczestnika może nastąpić albo poprzez ustalenie odpowiednich zasad jej rozdzielania przez operatora, albo poprzez wprowadzenie do ograniczeń (7), (8) sztucznej oferty, która ją przejmie. Należy w takim wypadku zmienić ich postać na:

$$p_{j,h} - p_{j,h-1} - x_{jh} \leq 0 \quad \forall j, h \quad (14)$$

Gdzie  $x_{jh}$  jest sztuczną ofertą sprzedaży o wolumenie  $r_j^+$  i cenie równej 0. W takiej sytuacji nadwyżka, która była wcześniej przydzielona operatorowi, przypadnie sztucznej ofercie  $x$ . Można pójść dalej i przyjąć dla oferty  $x$  pewną niezerową cenę  $c$ , która określa wycenę przez uczestnika kosztów zmiany punktu pracy jednostki. W takim przypadku dobrym rozwiązaniem jest podział możliwego przyrostu mocy jednostki na kilka pasm ze zróżnicowanymi cenami.

$$p_{j,h} - p_{j,h-1} - \sum_l x_{jh}^l \leq 0 \quad \forall j, h \quad (15)$$

Gdzie  $x_{jh}^l$  reprezentują oferty na wykorzystanie  $l$ -tego pasma możliwej zmiany mocy jednostki. Wolumeny wszystkich ofert powinny się sumować do  $r_j^+$ , a ceny za kolejne pasma powinny być niemalejące. W szczególności cena za pierwsze pasmo może być zerowa, co oznacza, że małe zmiany punktu pracy jednostki nie generują dla uczestnika żadnych dodatkowych kosztów. Dzięki wprowadzeniu dodatkowych ofert, uczestnik uzyskuje wpływ na sposób wykorzystania jego jednostek, poprzez określenie kosztów gwałtownych zmian ich punktów pracy. Jeżeli dla końcowych pasm koszty te będą wystarczająco wysokie, to w sytuacji, gdy będzie to możliwe, jednostki nie będą musiały wykorzystywać swoich maksymalnych możliwości zmiany generacji. Zamiast tego zostaną wykorzystane jednostki, które oferują w prawdzie droższą energię, ale mają większy zapas tańszego pasma wzrostu.

Jak zostało pokazane, ograniczenie rampy nie generuje zysków dla zgłaszającego je uczestnika. Wprowadzenie zróżnicowanych cen za kolejne pasma wzrostu nie zmienia tego faktu, gdyż oferty  $x$  otrzymują nadwyżkę, która i tak przypadłaby uczestnikowi. W przypadku gdy ceny te są wysokie, część ofert może zostać odrzucona, co spowoduje zmniejszenie poziomu generacji uczestnika i tym samym jego doraźnych zysków, pozwalając jednak na bardziej racjonalne długoterminowe wykorzystanie jednostek. Jednocześnie nie zabiera się możliwości wykorzystania maksymalnych możliwości jednostek, jeżeli rynkowa cena energii będzie wystarczająco atrakcyjna. Na ograniczeniu rampy z cenami za kolejne pasma mogą zyskać jednostki elastyczne, mogące zmieniać swój punkt pracy w dużym zakresie. Będą one wykorzystywane zamiast jednostek, dla których zmiany punktu pracy są kosztowne, nawet jeżeli ich jednostkowy koszt produkcji energii jest wyższy.

### 2.3. Ograniczenie na moc minimalną

Przy rozliczaniu ograniczenia na moc minimalną (10), ze względu na jego ujemną prawą stronę, po stronie operatora powstają koszty w wysokości  $p_{jh}^{min} \pi_i$ , które muszą zostać rozdzielone pomiędzy uczestników rynku. Koszty te wynikają z konieczności kupowania co najmniej  $p^{min}$  energii od określonych jednostek, nawet jeżeli oferowana przez nie cena nie jest konkurencyjna. Jednostki biorące udział w tych ograniczeniach są zgodnie z modelem ONWT traktowane jako ich producenci (dodatnie  $\alpha$ ), czyli zyskują na nim. Ich ceny rozliczeniowe podnoszone są w ten sposób z poziomu cen rynkowych do poziomu ich cen ofertowych, które w przypadku aktywności ograniczenia są wyższe.

Taki sposób rozliczania podmiotów zgłaszających ograniczenia o charakterze wymuszenia oprócz generowania kosztów powoduje, że zyskują one znaczną siłę rynkową. Ponieważ zgodnie ze zgłoszonymi ograniczeniami ich oferta, niezależnie od tego, czy jest konkurencyjna, musi zostać przyjęta co najmniej w ilości  $p^{min}$ , mogą ustalić za nią dowolnie wysoką cenę, którą zawsze otrzymają. Odbędzie się to kosztem pozostałych uczestników rynku, którzy będą musieli pokryć straty poniesione przez operatora. Na niektórych rynkach, w tym na polskim rynku energii elektrycznej [1], stosuje się sztuczne ograniczenie wysokości cen ofertowych dla uczestników zgłaszających wymuszenia. Umożliwia to jednak częściowe ograniczenie tego niekorzystnego zjawiska, a nie jego wyeliminowanie oraz nie uwzględnia aktualnej sytuacji na rynku. Najlepszym rozwiązaniem jest potraktowanie uczestników zgłaszających ograniczenia wymuszające jako ich sprawcy i obciążenie ich całością kosztów. W przypadku ograniczenia na moc minimalną odpowiada to rozliczaniu takich uczestników po cenach rynkowych, a nie ofertowych. Pozwoli to na zachowanie neutralności finansowej operatora oraz uniemożliwi uczestnikom zgłaszającym wymuszenia uzyskiwanie siły rynkowej. Ponadto, będą generowane sygnały ekonomiczne, skłaniające uczestników do inwestycji i łagodzenia ich ograniczeń technicznych, podczas gdy inne metody rozliczania zachęcają uczestników do ich utrzymywania, a nawet zaostżania, gdyż mogą na nich zyskać. Jedynym problemem wynikającym z takiego sposobu rozliczania jest fakt, że niektórzy uczestnicy rynku nie mogą stosować prostych zasad tworzenia ofert, opartych wyłącznie na kosztach produkcji i muszą sięgać po bardziej skomplikowane mechanizmy, uwzględniające możliwość rozliczania poniżej cen ofertowych.

### 3. Rezerwy

Rozważany model bilansowania ilościowego można dodatkowo wzbogacić o mechanizmy związane z zapewnieniem niezbędnych rezerw mocy. Ze względu na ograniczony czas działania na rynku czasu rzeczywistego nie mogą być podejmowane decyzje, które jednostki będą utrzymywały zarezerwowaną część pasma generacji, w celu umożliwienia reakcji na drobne zmiany zapotrzebowania, świadcząc tzw. usługi regulacji. Wymagałoby to rozwiązywania zadań ze zmiennymi binarnymi, co jest bardzo czasochłonne. Możliwe jest jednak ustalanie oraz korek-

ta szerokości pasm rezerw dla konkretnych jednostek, w zależności od bieżących potrzeb oraz ofert złożonych przez uczestników rynku. Wymaga to dodania ograniczenia na bilans rezerw:

$$\sum_j -r_{jh} \leq -R_h \quad \forall h \quad (16)$$

$$0 \leq r_{jh} \leq r_{jh}^{max} \quad \forall j, h \quad (17)$$

oraz zmiany ograniczenia na moc maksymalną jednostki (11):

$$0 \leq p_{jh} + r_{jh} \leq p_{jh}^{max} \quad \forall j, h \quad (18)$$

i jej moc minimalną (10):

$$-p_{jh} + r_{jh} \leq -p_{jh}^{min} \quad \forall j, h \quad (19)$$

gdzie  $r_{jh}$  jest ofertą danego uczestnika na wykorzystanie rezerwy, posiadającą określony wolumen  $r_{jh}^{max}$  i cenę  $c_{jh}^r$ . Takie zmiany w modelu zapewnią wydzielenie odpowiednich pasm rezerw mocy na jednostkach biorących udział w regulacji ( $r_{jh}^{max} > 0$ ). Proponowane rozwiązanie można rozwinąć wprowadzając wymóg bilansu rezerw w określonych obszarach sieci, zastępując ograniczenie (16) kilkoma równaniami bilansu dla każdej strefy osobno. Można też podzielić rezerwę oferowaną przez danego uczestnika na kilka pasm o zróżnicowanych (niemalejących) cenach.

Wyznaczanie ceny rozliczeniowej za pasma rezerw odbywa się, tak jak w przypadku innych towarów, na podstawie cen dualnych odpowiadających ograniczeniu na bilans towarów podstawowych – (16) oraz bilansom powiązanych usług. W ograniczeniu na bilans rezerw występują tylko producenci usługi, co pociąga za sobą niezerową prawą stronę ograniczenia i powoduje powstanie kosztu  $\pi_i R_h$ , który musi być rozdzielony pomiędzy uczestników rynku. Można próbować określić stronę kupna analizując, którzy uczestnicy zmieniają ustalone wcześniej punkty pracy, korzystając tym samym z rezerw. Należy jednak pamiętać, że zmiana cen rozliczeniowych po przeprowadzeniu bilansowania ilościowego może łatwo doprowadzić do rozchwiania zasad przyjmowania i odrzucania ofert. Dużo lepszym rozwiązaniem byłoby wprowadzenie ofert na kupno rezerw, składanych przez uczestników, którym są one potrzebne. Pozwoli to na jednoczesne przeprowadzenie bilansowania ilościowego i wartościowego rynku przy zachowaniu neutralności finansowej operatora oraz da uczestnikom możliwość zakupu potrzebnych im rezerw na różnych segmentach rynku, w zależności od kształtujących się cen. Można również stworzyć możliwość składania ofert wielotowarowych łączących energię i rezerwy, co pozwoli na wzajemne dopasowanie ilości zakupionych towarów.

Ograniczenie na moc maksymalną (18) może zostać pominięte przy rozliczaniu, podobnie jak to się dzieje z ograniczeniem (11). Dotyczy ono wprawdzie dwóch towarów, ale należą one do jednego uczestnika. Ze względu na ujemne współczynniki  $\alpha$ , jego uwzględnienie obniżyłoby ceny rozliczeniowe zarówno dla energii, jak i

dla rezerw. W ręku operatora pozostałaby jednak nadwyżka w wysokości  $p_{jh}^{max} \pi_i$ , która powinna być przekazana właścicielowi danej jednostki, niwelując wcześniejszą obniżkę cen rozliczeniowych.

Ograniczenie na moc minimalną (19) musi zostać uwzględnione przy rozliczeniach, podobnie jak ograniczenie (10) z pierwotnego problemu. Należy zauważyć, że w przypadku wspólnego bilansowania rezerw i energii, ograniczenie na moc minimalną może stać się aktywne, nawet jeżeli dopuszczalna minimalna produkcja dla danej jednostki wynosi 0. W takim przypadku, ze względu na zerową prawą stronę, nie pojawiają się jednak koszty bilansowania. Jeżeli ograniczenie jest aktywne, to zwiększa ono cenę energii, obniżając jednocześnie, o taką samą wartość, cenę rezerwy. Wynika to z jednakowej wartości bezwzględnej współczynników  $\alpha$ . Dla aktywnego ograniczenia i  $p^{min} = 0$  moc danej jednostki jest równa przyjętemu pasmu rezerw, więc zyski i straty uczestnika z tego ograniczenia się znoszą. Następuje jedynie przesunięcie części wypłaty z rezerw na rzecz energii. Przesunięcie to umożliwi zachowanie prostych zasad akceptacji ofert. Jeżeli ograniczenie jest aktywne, to cena ofertowa jednostki jest wyższa niż cena rynkowa. Dzięki przesunięciu następuje podniesienie ceny rozliczeniowej energii dla danej jednostki, co powoduje, że nie jest ona rozliczana poniżej kosztów, nie zwiększając przy tym zysków uczestnika.

W przypadku  $p^{min} > 0$ , pojawia się niezerowy koszt operatora, który zgodnie z rozważaniami z punktu 2.3. powinien obciążyć uczestnika. Dla  $p^{min} > 0$  przy aktywnym ograniczeniu i niezerowym paśmie rezerw  $p_{jh} > r_{jh}$ , więc zyski z ograniczenia dla uczestnika, bez uwzględnienia kosztów operatora, nie znoszą się tak jak w przypadku  $p^{min} = 0$ .

#### 4. Podsumowanie

W referacie zostały przedstawione możliwości wyznaczania cen rozliczeniowych dla uczestników rynków czasu rzeczywistego z ograniczeniami. Rozważania zostały wprawdzie przedstawione dla konkretnego przypadku rynku energii elektrycznej, ale dają się one łatwo uogólnić na inne rynki. Ograniczenia na maksymalną i minimalną produkcję, zmianę produkcji pomiędzy etapami oraz wspólne wykorzystanie ograniczonego zasobu (np. przepustowość sieci przesyłowej) są dość typowe i mogą pojawić się w wielu rynkowych systemach rozproszonych. Podobnie jak konieczność zapewnienia określonej rezerwy pewnych zasobów oraz problemy związane z jej wyceną. Jak zostało pokazane, większość typowych ograniczeń można w łatwy i przejrzysty sposób wycenić i rozdzielić płynące z nich koszty oraz ewentualną nadwyżkę pozostającą u operatora. Problemy mogą się pojawić jedynie w przypadku trudności z określeniem konsumentów i producentów danej usługi bądź proporcji rozdziału pomiędzy nich kosztów i zysków.



## LITERATURA

1. Instrukcja ruchu i eksploatacji sieci przesyłowej. Regulamin Rynku Bilansującego w Polsce, Operator Systemu Przesyłowego, Warszawa 2004.
2. Sauer P.W.: On the formulation of power distribution factors for linear load flow methods. IEEE, Transactions on Power Systems, Vol. 100, 1981, p. 1001–1005.
3. Toczyłowski E.: *Optymalizacja procesów rynkowych przy ograniczeniach*. wydanie II zmienione i poszerzone, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2003.

Recenzent: Dr hab. inż. Zbigniew Duda, prof. Pol. Śl.

**Abstract**

Pricing commodities in markets with strong constraints may cause many problems. Methodology used for unconstrained balancing markets can not be directly adapted to distributed systems with the infrastructure constraints. System constraints may be modeled as services which are traded like basic commodities on the market. Consumers and producers of each service, which impede or facilitate corresponding constraint satisfaction, have to be determined. They have to pay or receive payment for this service respectively. Dual variables of appropriate constraints of LP balancing model may be used to establish services prices. If the right-hand side of given constraint is non-zero there remains some surplus for system operator, which have to be distributed in proper proportions among resource owners. In some cases system operator may be the resource owner and market participants have to pay him for its usage, but in general, participants which are resource owners, have to be also determined. Consideration was conducted on the basis of real time market for electrical energy but many observations may be generalized and adapted to other distributed market systems.