

Heinz WOLF

Ingenieurhochschule Zittau, DDR

EIN EINFACHES VERFAHREN ZUR BESTIMMUNG DER RADIALEN
STRÖMUNGSVERTEILUNG IN AXIALEN TURBINENSTUFEN

Zusammenfassung. Die Differentialgleichung des vollständigen radialen Gleichgewichtes wird für den Bereich ausserhalb der Schaufelgitter von axialen Turbinenstufen näherungsweise integriert. Dabei werden rotationssymmetrische Strömung, ideales Gas und über dem Radius konstante Gesamttemperatur vorausgesetzt. Es ergeben sich weitgehend geschlossene Formeln für die Auslegung der Schaufeln oder zur Berechnung der radialen Strömungsverteilung. Die Genauigkeit der Methode wird anhand von Berechnungsbeispielen demonstriert.

Bezeichnungen

a_{krit}	- kritische Schallgeschwindigkeit
b	- Gitterbreite
c	- absolute Strömungsgeschwindigkeit
D	- Durchmesser
F	- Schaufelkraft
h, h^*	- spezifische Enthalpie, spezifische Gesamtenthalpie
L	- Schaufellänge
Ma^*	- Machzahl mit a_{krit} gebildet
\dot{m}	- Massestrom
p, p^*	- Druck, Gesamtdruck
R	- Krümmungsradius der Kanalkontur; Gaskonstante
r, \hat{r}	- radiale Koordinate, Bezugsradius
s	- spezifische Entropie
T, T^*	- Temperatur, Gesamttemperatur
u	- Umfangsgeschwindigkeit
x	- axiale Koordinate
z	- dimensionslose radiale Koordinate $z = \frac{r-r_1}{r_2-r_1}$

- α, β - Winkel zwischen absoluter bzw. relativer Strömungsgeschwindigkeit und Umfangsrichtung
 ξ - Verlustbeiwert
 ϵ - Neigungswinkel der Meridianstromlinien
 κ - Isentropenexponent
 ρ - Dichte

Indizes

- 0 - Leitradeintritt
 1 - Leitradaustritt bzw. Laufradeintritt
 2 - Laufradaustritt
 a, i - Aussen- bzw. Innenrand des Turbinenkanales
 c, w - Absolut- bzw. Relativsystem
 L - Lavalzustand
 m - mittlerer Radius
 s - isentrop
 u - Umfangsrichtung
 (^) - Werte für Bezugsradius

1. Einleitung

Die Berechnung der radialen Strömungsverteilung in axialen Turbinenstufen ist besonders bei relativ langen Schaufeln wichtig, sie ist jedoch nicht ganz einfach. Die Erfahrung zeigt, dass man zwar mit guter Näherung rotationssymmetrische Strömung voraussetzen kann, das verbleibende zweidimensionale Problem die Berechnung der Meridianströmung bedarf aber auch noch grösserer Anstrengung; denn für das Erreichen einer hohen Genauigkeit ist die Berechnung in der gesamten Meridianebene erforderlich.

Über ein derartiges Berechnungsverfahren, mit dem in den letzten Jahren zahlreiche axiale Turbinen- und Verdichterstufen bzw. Stufengruppen berechnet wurden, ist mehrfach berichtet worden (1 bis 5). Wie insbesondere in [4, 5] anhand des Vergleiches mit Messergebnissen nachgewiesen wird, ist die Genauigkeit des Verfahrens sehr hoch. Allerdings erfordert es einen relativ grossen Aufwand bei der Aufbereitung der Eingabedaten, da unter anderem die detaillierte Schaufelgeometrie eingegeben werden muss. Abgesehen davon dass dies nur bei der Nachrechnungsaufgabe möglich ist, besteht der Wunsch auch einfachere praktikable Verfahren sowohl für die Auslegung als auch die Nachrechnung einer Beschaukelung zur Verfügung zu haben. Dabei kann man sich auf die Ermittlung der Strömungsverteilungen ausser-

halb der Gitter in den Axialspalten beschränken. Über ein derartiges Näherungsverfahren für Axialverdichterstufen wurde in [5] berichtet. In diesem Artikel wird ein ähnliches Näherungsverfahren für Turbinenstufen vorgeschlagen. Bei diesem Verfahren kann die vollständige radiale Gleichgewichtsbedingung insbesondere im Spalt zwischen den Leit- und Laufschaufeln mit guter Näherung berücksichtigt werden.

2. Die Differentialgleichung des radialen Gleichgewichtes

Die Differentialgleichung des radialen Gleichgewichtes lautet bei Vernachlässigung der in Axialstufen sehr kleinen radialen Reibungskraft

$$c_x \frac{\partial c_r}{\partial x} + c_r \frac{\partial c_r}{\partial r} - \frac{c_u^2}{r} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{F_r}{\rho} \quad (1)$$

Da sie hier nur auf die Strömung ausserhalb der Beschaukelungen angewendet werden soll, ist die Schaufelkraft $F_r = 0$. Mit Hilfe der Definitionsgleichung für die Entropie kann

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial h}{\partial r} - T \frac{\partial s}{\partial r} \quad (2)$$

gesetzt werden. Beachtet man, dass Gl. (2) auch für die Gesamtgrössen gilt, dann lässt sich Gl. (1) in die folgende Form bringen

$$\frac{1}{\rho^*} \frac{\partial p^*}{\partial r} = (T - T^*) \frac{\partial s}{\partial r} + \frac{c_u^2}{r} - c_x \frac{\partial c_r}{\partial x} + c_x \frac{\partial c_x}{\partial r} + c_u \frac{\partial c_u}{\partial r} \quad (3)$$

Bei Annahme eines idealen Gases gilt

$$ds = cp \frac{dT^*}{T^*} - R \frac{dp^*}{p^*} \quad (4)$$

Somit wird der Gradient $\partial s / \partial r$ von den radialen Gradienten der Gesamttemperatur und des Gesamtdruckes bestimmt. Die Gesamttemperatur kann sich nur durch Wärmeübertragung zwischen den Stromröhren oder durch veränderliche Schaufelarbeit über dem Radius ändern. Beides trifft normalerweise nicht zu, so dass wir $\partial T^* / \partial r = 0$ setzen können und aus Gl. (4)

$$\frac{\partial s}{\partial r} = - \frac{R}{p^*} \frac{\partial p^*}{\partial r} \quad (5)$$

erhalten. Nach Einsetzen dieser Beziehung in Gl. (3) und unter Beachtung der allgemeinen Gasgleichung erhalten wir schliesslich

$$RT^* \frac{T}{T^*} \frac{dp^*}{p^*} - \frac{1}{2} dc^2 = \left(\frac{c_u^2}{r} - c_x \frac{\partial c_r}{\partial x} - c_r \frac{\partial c_r}{\partial r} \right) dr \quad (6)$$

Für die radiale Strömungsverteilung hat neben der Verteilung der Drallkomponente $c_u(r)$ und des Gesamtdruckes $p^*(r)$ die Stromlinienkrümmung, ausgedrückt durch den zweiten Term auf der rechten Seite von Gl. (6), grosse Bedeutung. Vernachlässigt man den Krümmungseinfluss und berücksichtigt somit auf der rechten Seite von Gl. (6) nur den ersten Term, dann geht gleichzeitig Gl. (1) über in die sogenannte einfache radiale Gleichgewichtsbedingung

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\rho c_u^2}{r}, \quad (7)$$

die aber im allgemeinen für das Erzielen genauerer Ergebnisse nicht ausreicht.

Wenn Gl. (6) durch das Temperaturverhältnis T/T^* dividiert wird, dann lässt sich die linke Seite sofort integrieren. Die rechte Seite lässt sich mit einigen Annahmen nur näherungsweise integrieren.

3. Die Strömungsverteilung am Leitradaustritt

Wenn der Drall wie am Leitradaustritt gross ist, dann kann man den radialen Druckgradienten durch eine Korrektur des Druckgradienten nach der vereinfachten Gl. (7) erhalten. Entsprechend dem Vorgehen in [1] setzen wir

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = \frac{c_u^2}{r} - c_x \frac{\partial c_r}{\partial x} - c_r \frac{\partial c_r}{\partial r} = k_p(r) \frac{c_u^2}{r}. \quad (8)$$

In dieser Gleichung wurde der Index 1 für den Leitradaustritt weggelassen, was bei allen Gleichungen dieses Abschnittes beibehalten wird. Mit Gl. (8) sowie der Beziehung für die kritische Schallgeschwindigkeit

$$a_{\text{krit}}^2 = \frac{2\mathcal{R}}{\mathcal{K}+1} RT^* = 2 \frac{\mathcal{R}-1}{\mathcal{K}+1} h^* \quad (9)$$

und der Funktion

$$\frac{T}{T^*} = 1 - m \text{Ma}^{*2} \quad m = \frac{\mathcal{R}-1}{\mathcal{K}+1} \quad (10)$$

ergibt sich aus Gl. (6) die folgende Differentialgleichung

$$\frac{\gamma+1}{2\gamma} \frac{dp^*}{p^*} - \frac{1}{2} \frac{d Ma_u^{*2}}{1 - m Ma_u^{*2}} = k_p(r) \frac{Ma_u^{*2}}{1 - m Ma_u^{*2}} \frac{dr}{r} \quad (11)$$

Die Integration bis zu einem Bezugsradius \hat{r} liefert

$$\frac{\gamma+1}{2\gamma} \ln \frac{\hat{p}^*}{p^*} + \frac{1}{2m} \ln \frac{1 - m \hat{Ma}_u^{*2}}{1 - m Ma_u^{*2}} = \int_{\hat{r}}^r \frac{k_p(r) Ma_u^{*2} dr}{r(1 - m Ma_u^{*2})} \quad (12)$$

Für das Integral auf der rechten Seite können wir mit

$$Ma_u^{*2} = (1 + \tan^2 \alpha) Ma_u^{*2} \quad (13)$$

$$I = \int_{\hat{r}}^r \frac{k_p(r) Ma_u^{*2} dr}{r [1 - m(1 + \tan^2 \alpha) Ma_u^{*2}]} \quad (14)$$

schreiben. Es ist nicht ohne weiteres lösbar, da die Funktion $k_p(r)$ nicht bekannt ist, und da man nicht gleichzeitig $\alpha(r)$ und $Ma_u(r)$ bzw. $c_u(r)$ vorgeben kann. Macht man den üblichen Ansatz für die Drallkomponente

$$\frac{Ma_u^*}{Ma_u} = \frac{c_u}{\hat{c}_u} = \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^q, \quad (15)$$

so ist beispielsweise für $\alpha(r) = \text{konst.}$ der Drallexponent $q = -2 \cos^2 \alpha$.

Bei Turbinenstufen ist der Leitradaustrittswinkel relativ klein, so dass auch eine Änderung dieses Winkels nur geringen Einfluss auf den Integranden in Gl. (14) hat. Setzt man im ersten Schritt sowohl für den Winkel α als auch für die Funktion k_p näherungsweise mittlere Werte ein, so kann man das Integral mit Hilfe von Gl. (15) geschlossen lösen. Man erhält

$$I = \frac{1}{m} \frac{k_p}{1 + \tan^2 \alpha} \frac{1}{2q} \ln \frac{1 - m(1 + \tan^2 \alpha) \hat{Ma}_u^{*2} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2q}}{1 - m(1 + \tan^2 \alpha) Ma_u^{*2}} \quad (16)$$

Damit ergibt sich für die Verteilung der Machzahl über dem Radius nach Gl. (12)

$$Ma^{*2}(r) = \frac{1}{m} \left\{ 1 - \left(\frac{\hat{p}^*}{p^*} \right)^{\frac{2\ell-1}{2\ell}} \frac{[1 - m \hat{Ma}^{*2}]^{1+n}}{[1 - m \hat{Ma}^{*2} \left(\frac{r}{\hat{r}} \right)^{2q}]^n} \right\} \quad (17)$$

mit

$$n = \frac{k_p}{q(1 + \tan^2 \alpha)} \quad (18)$$

Man kann leicht nachweisen, dass für das einfache radiale Gleichgewicht ($k_p = 1$) und für konstanten Gesamtdruck über dem Radius ($\hat{p}^*/p^*=1$) die Drallverteilung mit $q = -\cos^2 \alpha$ die Gl. (17) erfüllt.

Die Korrekturfunktion bzw. ein mittlerer Wert k_p in Gl. (18) ist abhängig vom Drallexponenten q . Diese Abhängigkeit, und zwar für die Werte am mittleren Radius, ist im Bild 1a dargestellt. Das Bild wurde durch Auswertung von Berechnungs- und Messergebnissen für eine grössere Zahl von

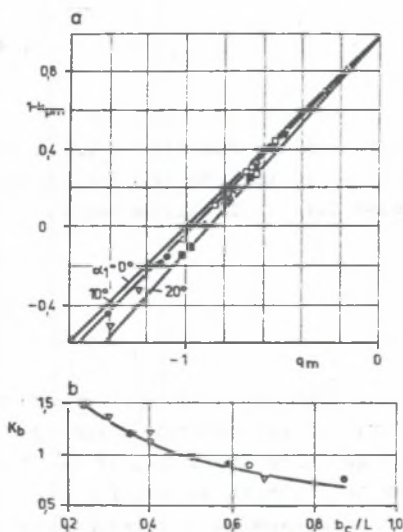


Bild 1. Der Korrekturfaktor für den radialen Druckgradienten am mittleren Radius hinter Turbinenleitradern

- a) Abhängigkeit vom Druckgradienten
b) von der Gitterbreite

Rys. 1. Współczynnik korekcyjny promieniowych gradientów ciśnienia określony na średnim promieniu za wieńcem kierowniczym stopnia turbiny

- a) zależność od gradientów ciśnienia
b) od szerokości palisady

Turbinenstufen gewonnen [6]. Der Drallexponent q_m gilt natürlich nur dann für die gesamte Schaufellänge, wenn die Beschauung entsprechend dem Drallgesetz nach Gl. (15) gestellter wurde. Das kann man bei den in [6] betrachteten Turbinenstufen nicht voraussetzen. Die Gl. (17) gilt aber für konstanten Drallexponenten, d. h. $q = q_m$, und der mittlere Korrekturfaktor kann aus Bild 1 bestimmt werden.

Weitere Einflussgrößen für k_p sind in erster Linie die relative Schaufelbreite und in gewissem Masse der relative Axialspalt. Die Werte aus Bild 1a sind bei stärkerer Abweichung der relativen Schaufelbreite von $b_c/l = 0,5$ noch mit dem Korrekturfaktor K_b nach Bild 1b zu multiplizieren. Auch das Machzahlniveau hat Einfluss, worüber Angaben in [4] zu finden sind. Bei der Auslegung einer Beschauung wird der Drallexponent q gewählt und damit die Verteilung der Umfangskomponente der Machzahl nach

Gl. (15) berechnet. Die Bezugswerte (\wedge) sind aus der Mittelschnittrechnung für den dafür ausgewählten mittleren Radius bekannt. Weiterhin wird die Machzahlverteilung nach Gl. (17) berechnet, wobei die Gesamtdruckverteilung $p^*(r)$ bekannt sein muss. Diese kann aus dem bekannten Gesamtdruck vor dem Leitgitter und dem Gesamtdruckverlust, die beide im allgemeinen Fall auch von der radialen Koordinate abhängen, bestimmt werden. Verwendet man Verlustbeiwerte nach der bei Turbinen üblichen Definition

$$\xi_c = 1 - \left(\frac{c}{c_a}\right)^2 \quad (19)$$

dann wird der Gesamtdruck nach der Beziehung

$$\frac{p^*}{p_0^*} = \left[\frac{1 - m \text{Ma}^{*2} - \xi_c}{(1 - m \text{Ma}^{*2})(1 - \xi_c)} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (20)$$

berechnet. Da man für die Berechnung der Gesamtdruckverluste mit Hilfe von Verlustbeiwerten die Machzahl benötigt, muss iterativ vorgegangen werden. Mit der Machzahl und dem Gesamtdruck sind auch Druck, Dichte und die Strömungsgeschwindigkeit bekannt, so dass der Massestrom nach

$$\dot{m} = 2\pi \int_{r_i}^{r_a} \rho c_x r dr \quad (21)$$

mit

$$c_x = c \sin \alpha \cdot \cos \varepsilon \quad (22)$$

berechnet werden kann. Für den Neigungswinkel ε der Meridianstromlinien müssen geometrische Werte, die sich aus den Winkeln der Kanalkontur innen und aussen ermitteln lassen, eingesetzt werden. Weicht der nach Gl. (21) berechnete Massestrom vom vorgegebenen ab, muss die Bezugsmachzahl entsprechend geändert und die Rechnung wiederholt werden. Dasselbe gilt natürlich für $\hat{\text{Ma}}_u^*$, wenn der Winkel am Bezugsradius sich nicht ändern soll. Nachdem die andgültige Machzahlverteilung $\text{Ma}^*(r)$ festliegt, kann die Verteilung des Abströmwinkels mit der Beziehung

$$\cos \alpha = \frac{\text{Ma}_u^*}{\text{Ma}^*} \quad (23)$$

bestimmt werden.

In einem zweiten Schritt ist durch Berücksichtigung der Abhängigkeit $\alpha(r)$ und $k_p(r)$ eine grössere Genauigkeit zu erreichen. Dieser kann bei der Auslegung dem ersten Schritt folgen. Bei der Nachrechnung kann sofort so verfahren werden, da bei einer vorgegebenen Beschauelung die Verteilung des Abströmwinkels $\alpha(r)$ als gegeben betrachtet werden kann, sofern in keinem Schaufelschnitt für den entsprechenden Gitterabströmwinkel eine Machzahlabhängigkeit besteht. Das ist sicher dann nicht mehr der Fall, wenn die Entspannung überkritisch bis unter den sogenannten Lavaldruck erfolgt. Die dann vom Gitteraustritt an folgende Nachexpansion ist mit einer Vergrößerung des Abströmwinkels verbunden. Die Berechnung dieses Vorganges wird im Abschnitt 5 behandelt.

Wenn das Integral nach Gl. (14) nur für den Teilabschnitt $\Delta r = r_{i+1} - r_i$ bestimmt wird, kann für diesen Teilabschnitt der mittlere Abströmwinkel eingesetzt werden. Mit diesem Winkel ergibt sich dann nach der Beziehung

$$q = -\cos^2 \alpha \quad (24)$$

der Drallexponent ebenfalls für diesen Teilabschnitt. Unter diesen Voraussetzungen geht Gl. (17) über in

$$\text{Ma}_{i+1}^{*2} = \frac{1}{m} \left\{ 1 - \left(\frac{p_i^*}{p_{i+1}^*} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \frac{[1 - m \text{Ma}_i^{*2}]^{1-k_p}}{[1 - m \text{Ma}_i^{*2} \left\{ \frac{r_{i+1}}{r_i} \right\}^{-2\cos^2 \alpha}]^{-k_p}} \right\} \quad (25)$$

Wenn über die Funktion $k_p(r)$ eine Aussage möglich ist, dann wird der für Δr zuständige Wert eingesetzt. Wie schon erwähnt, erhält man auch mit einem für die gesamte Schaufelhöhe mittleren Wert brauchbare Ergebnisse. Im Bild 2 sind die Funktionen $k_p(r)$ für drei Gasturbinenstufen mit verschiedenen Auslegungsgesetzen $\alpha_1(r)$ dargestellt. Sie wurden mit Hilfe der Berechnungsergebnisse nach dem Programm RADGL [1, 2], mit dem eine genaue Berechnung der Meridianstromlinien gelingt, ermittelt. Für zwei dieser Stufen sind im Bild 3 die Verteilungen der Axialgeschwindigkeit dargestellt. Zum Vergleich sind die Ergebnisse, die man aus der Machzahlverteilung nach Gl. (25) erhält, mit eingetragen und zwar einmal für die aus der genauen Berechnung bekannte Verteilung $k_p(r)$ und einmal für mittleren Korrekturfaktor. Schon bei der relativ grossen Einteilung der Schaufelhöhe in acht Teilabschnitte ist die Übereinstimmung mit den Ergebnissen nach dem Programm RADGL sehr gut. Auch mit einem mittleren k_p - Wert erhält man noch eine recht gute Näherung.

Die genauen Funktionen $k_p(r)$ sind in der Regel nicht bekannt. Sie können jedoch, wie aus Bild 2 zu ersehen ist, gut durch Parabeln angenähert

werden. Bei Verwendung der dimensionslosen Koordinate z lautet die entsprechende Parabelgleichung

$$k_p = k_{pi} + z(4 k_{pm} - k_{pa} - 3 k_{pi}) + z^2(2 k_{pa} + 2 k_{pi} - 4 k_{pm}) \quad (26)$$

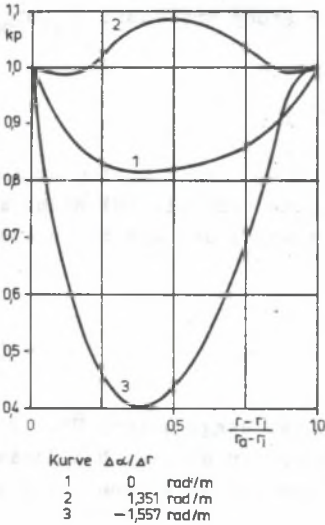


Bild 2. Die Korrekturfaktor für den radialen Druckgradienten am Austritt von Turbinenleiträdern mit verschiedenen Abströmwinkelgradienten (Kanalkonturen zylindrisch, $D_m/L = 4$)

Rys. 2. Funkcja korekcyjna promieniowych gradientów ciśnienia obliczona na wylocie z wieńców kierowniczych dla różnych gradientów kąta wylotowego (kanał cylindryczny, $D_m/L = 4$)

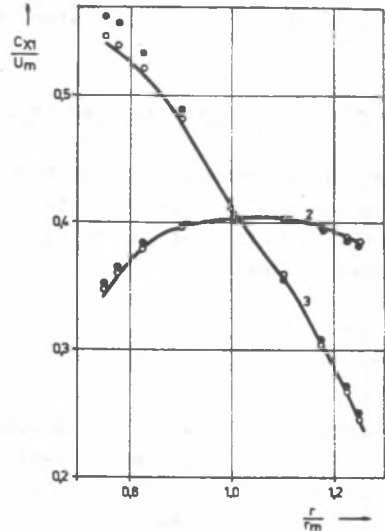


Bild 3. Vergleich der Axialgeschwindigkeiten hinter Turbinenleiträdern (Fall 2 und 3 im Bild 2) nach dem Näherungsverfahren und dem Rechenprogramm RADGL, ausgezogene Kurven nach RADGL, O nach Gl. (25) mit $k_p(r)$ im Bild 2, ● nach Gl. (25) mit mittlerem k_p

Rys. 3. Porównanie prędkości osiowych za wieńcami kierowniczymi przypadek 2 i 3 na rys. 2) otrzymanych za pomocą metody przybliżonej i programu obliczeniowego RADGL, linie krzywe otrzymano z RADGL, O z równania (25), gdzie $k_p(r)$ z rys. 2, z równania (25), gdzie k_p przyjęto jako średnie

Der Wert k_{pm} für den mittleren Radius ist abhängig vom Auslegungsgesetz, d. h. vom Drallexponenten q bzw. von der Verteilung $\alpha_1(r)$. Er kann aus Bild 1 bestimmt oder aus Bild 2 abgeschätzt werden. Zur Auswertung der Gl. (26) benötigt man ausserdem die Korrekturfaktoren für die Innen- und Aussenkontur. Wenn R der Krümmungsradius der Kanalkontur ist, dann können diese Werte aus der Beziehung

$$k_{pi,a} = 1 - \tan^2 \alpha_{i,a} \frac{r_{i,a}}{R_{i,a}} \cos \epsilon_{i,a} \quad (27)$$

berechnet werden. Für eine in axialer Richtung abnehmende Steigung der Kanalkontur ($d^2r/dx^2 < 0$) ist $R < 0$.

Die Turbinenstufen entsprechend Bild 2 haben zylindrische Kanalwände, deshalb sind die Krümmungsradien R unendlich gross und somit $k_{pi} = k_{pa} = 1$.

4. Die Strömungsverteilung am Laufradaustritt

Am Laufradaustritt ist die Umfangskomponente c_u sehr klein, im Auslegungspunkt oft sogar Null. Dafür ist der Ansatz nach Gl. (8) nicht anwendbar. Deshalb wird von HULTSCH [7] vorgeschlagen, den Ansatz zu modifizieren und formal

$$\frac{c_u^2}{r} - c_x \frac{\partial c_r}{\partial x} - c_r \frac{\partial c_r}{\partial r} = k'_p(r) \frac{c^2}{r} \quad (28)$$

zu schreiben. (Index 2 wird im gesamten Abschnitt weggelassen) Über die Funktion $k'_p(r)$ sind jedoch sehr schwer Aussagen zu machen. Mit diesem Ansatz modifiziert sich das Integral auf der rechten Seite von Gl. (12) für den Integrationsbereich $r_{i+1} - r_i$ zu

$$I = \int_{r_i}^{r_{i+1}} \frac{k'_p(r) Ma^{*2}}{r(1 - m Ma^{*2})} dr \quad (29)$$

Bei den relativ kleinen Machzahlen am Laufradaustritt ändert sich der Nenner im Integral in einem genügend kleinen Integrationsbereich kaum. Man kann deshalb näherungsweise schreiben

$$I = k'_p \frac{1}{2} \frac{r_{i+1} - r_i}{1 - m Ma_i^{*2}} \left(\frac{Ma_i^{*2}}{r_{i+1}} + \frac{Ma_i^{*2}}{r_i} \right) \quad (30)$$

Wenn überhaupt eine Funktion $k'_p(r)$ vorliegt, so ist ein Mittelwert für den Integrationsbereich einzusetzen.

Für Machzahlen $Ma^* < 0,6$ kann man im zweiten Term der Gl. (12) mit guter Näherung $\ln(1 - m Ma^{*2}) \approx -m Ma^{*2}$ setzen, so dass man schliesslich aus der für den Laufradaustritt modifizierten Gl. (12) erhält

$$Ma_{i+1}^{*2} = \frac{Ma_i^{*2} \left(1 - k'_p \frac{r_{i+1}/r_i - 1}{1 - m Ma_i^{*2}} + \frac{2\epsilon+1}{2\epsilon} \ln \frac{p_{i+1}^*}{p_i^*} \right)}{1 + \frac{k'_p}{r_{i+1}/r_i} \frac{r_{i+1}/r_i - 1}{1 - m Ma_i^{*2}}} \quad (31)$$

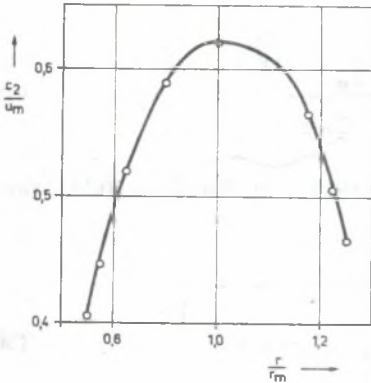


Bild 4. Vergleich der Abströmgeschwindigkeit hinter dem Laufrad einer Turbinenstufe (Fall 2 im Bild 2) nach dem Näherungsverfahren RADGL (ausgezogene Kurve)

Rys. 4. Porównanie prędkości wylotowej za wirnikiem stopnia turbinowego (przypadek 2 na rys. 2) otrzymanych za pomocą metody przybliżonej o i programu obliczeniowego RADGL (krzywa)

sen beim Übergang ins jeweils andere System gleich sind, gilt

$$\frac{p_c^*}{p_w^*} = \left(\frac{1 - m Ma_w^{*2}}{1 - m Ma_c^{*2}} \right)^{\frac{2\epsilon}{2\epsilon-1}} \quad (32)$$

Die Relativmachzahl ist dabei auf die Schallgeschwindigkeit

$$a_{krit_w} = \sqrt{2 \frac{2\epsilon-1}{2\epsilon+1} h_w^*} \quad (33)$$

Im Bild 4 ist für die Turbinenstufe 2 der Vergleich der mit dieser Formel erhaltenen Geschwindigkeitsverteilung mit dem nach dem Programm RADGL erhaltenen Ergebnis dargestellt. Die Übereinstimmung ist sehr gut, wobei allerdings die Korrekturfunktion $k'_p(r)$ aus der genauen Rechnung bekannt war. In der Voraussage dieser Funktion liegt die Problematik. Im Auslegungspunkt sind insbesondere bei ungekrümmten Kanalwänden die Korrekturwerte sehr klein. Es empfiehlt sich, mit $k'_p = 0$, was konstanten Druck über der Schaufellänge bedeutet, zu rechnen.

In Gl. (31) handelt es sich um die Machzahlen des Absolutsystems. Da jedoch der Gesamtdruckverlust und gegebenenfalls eine Strahlablenkung im Relativsystem berechnet werden müssen, ist es notwendig, einen Zusammenhang zwischen den Machzahlen beider Systeme herzustellen. Aus der

Bedingung, dass die statischen Größen

mit

$$h_w^* = h_{w1}^* + \frac{u^2 - u_1^2}{2} \quad (34)$$

bezogen. Mit einem zu Gl. (19) analog definierten Verlustbeiwert gilt für das Verhältnis der Gesamtdrücke am Laufradeintritt und - austritt

$$\frac{p_w^*}{p_{w1}^*} = \frac{p_{w3}^*}{p_{w1}^*} \cdot \frac{p_w^*}{p_{w3}^*} = \left[\frac{h_w^*}{h_{w1}^*} \frac{1 - m Ma_w^{*2} - \xi_w}{(1 - m Ma_w^{*2})(1 - \xi_w)} \right]^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \quad (35)$$

Aus den Gln.(32) und (35) erhält man die gesuchte Machzahl im Relativsystem

$$Ma_w^* = \sqrt{\frac{1}{m} (1 - \xi_w) \left[1 - \left(\frac{p_c^*}{p_{w1}^*} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \cdot \frac{h_w^*}{h_{w1}^*} (1 - m Ma_c^{*2}) \right]} \quad (36)$$

In dieser Gleichung sind die Werte am Laufgittereintritt (Index 1), die Gesamtenthalpie am Austritt h_w^* nach Gl. (34) und die Verlustbeiwerte $\xi_w(r)$ als gegeben anzusehen. Die Machzahl Ma_c^* und der Gesamtdruck p_c^* sind für den Radius r_{1+1} genauso unbekannt wie in Gl. (31). Man kann aber dafür die bekannten Werte am Radius r_1 in Gl. (36) einsetzen und somit einen Näherungswert für Ma_{wi+1}^* und weiter mit den Gln. (32) und (36) einen für p_{ci+1}^* ermitteln. Dieser Näherungswert wird in Gl. (31) eingesetzt, womit sich ein verbesserter Wert Ma_c^* für den Radius r_{1+1} ergibt. Durch Iteration ist die Übereinstimmung herzustellen. Wie beim Leitradaustritt ist dieser Iteration noch ein Zyklus zur Einhaltung des vorgegebenen Massestromes zu überlagern.

5. Die Nachexpansion bei überkritischer Entspannung

Bei Turbinengittern kann im engsten Querschnitt am Gitteraustritt nur der sogenannte Lavalzustand, der durch den Maximalwert der Stromdichte gekennzeichnet ist, erreicht werden. Ein weiterer Druckabfall ist nur durch die Nachexpansion vom Gitteraustritt an möglich. Bei diesem Vorgang stellt sich eine Strahlablenkung zu grösserem Abströmwinkel und damit zu der erforderlichen Zunahme des Strömungsquerschnittes im Überschallgebiet ein. Diese Erscheinung ist für die Niederdruckstufen insbesondere die Endstufen von Kondensationsdampfturbinen am Leitradaustritt innen und am Laufradaustritt aussen typisch.

Die Stromdichte $\rho \cdot c$ bzw. $\rho \cdot w$ kann mit Hilfe der gasdynamischen Funktionen durch die Machzahl ausgedrückt werden. Wird dabei der Gesamtdruckabfall infolge der Strömungsverluste mittels der Gl. (20) berücksichtigt, dann erhält man nach Differentiation der Stromdichte und Nullsetzen des Differentialquotienten für die Lavalmachzahl Ma_{Lc}^* bzw. Ma_{Lw}^*

$$Ma_{Lc,w}^* = \sqrt{\frac{3\mathcal{R}-1}{2\mathcal{R}-2} - \frac{1-\xi_{c,w}}{2}} - \sqrt{\frac{3\mathcal{R}-1}{2\mathcal{R}-2} - \frac{1-\xi_{c,w}}{2}}^2 - \frac{\mathcal{R}+1}{\mathcal{R}-1} (1-\xi_{c,w})} \quad (37)$$

Für isentrope Strömung muss $Ma_{Lc,w}^* = 1$ sein, was auch mit $\xi_{c,w} = 0$ aus Gl. (37) folgt.

Mit der Machzahl und den bekannten Werten von Gesamtdruck und temperatur können alle Grössen des Lavalzustandes berechnet werden. Der Strömungswinkel α bzw. β nach der Strahlablenkung folgt aus der Kontinuitätsgleichung

$$\rho c \sin \alpha = \rho_L c_L \sin \alpha_L \quad (38)$$

bzw. beim Laufradaustritt w und β an Stelle von c und α . Der Winkel α_L bzw. β_L ist der Winkel unmittelbar am Austritt, wo der Lavalzustand vorliegt. Dafür wird normalerweise der Schaufelwinkel eingesetzt. Drückt man die Stromdichten in Gl. (38) durch die Machzahlen aus, dann erhält man für den Leitradaustritt

$$\alpha = \arcsin \left[\frac{1 - \xi_c - m Ma_{Lc}^{*2}}{1 - \xi_c - m Ma_c^{*2}} \sqrt{\frac{1 - m Ma_c^{*2}}{1 - m Ma_{Lc}^{*2}}} \frac{Ma_{Lc}^*}{Ma_c^*} \sin \alpha_L \right] \quad (39)$$

Für den Laufradaustritt steht an Stelle von α der Winkel β und aus dem Index c wird der Index w .

6. Schlussbemerkungen

Die genaue Erfassung des Einflusses der Meridianstromlinienkrümmung auf die radiale Strömungsverteilung in Axialstufen erfordert die zweidimensionale Berechnung in der gesamten Meridianebene. Das dafür entwickelte Rechenprogramm RADGL [1, 2] erfordert einen grossen Aufwand. Mit dem hier vorgeschlagenen Näherungsverfahren, das wesentlich weniger aufwendig ist, kann die vollständige radiale Gleichgewichtsbedingung durch Korrekturfunktionen bzw. -faktoren berücksichtigt und die radiale Strömungsverteilung in den Axialspalten zwischen den Gittern mit guter Näherung bestimmt werden. In der Vorhersage der Korrekturfunktionen liegt das Pro-

blem. Bei einiger Erfahrung ist sie für den Leitradaustritt möglich, wofür entsprechende Angaben gemacht werden. Für den Laufradaustritt ist die Vorhersage schwieriger.

Der Vorteil der vorgeschlagenen Methode besteht darin, dass die radiale Strömungsverteilung in denkbar einfacher Weise mit Hilfe geschlossener Formeln berechnet werden kann, wobei die genaue radiale Verteilung des Strömungswinkels und der Strömungsverluste berücksichtigt wird. Für die Berechnungsbeispiele zeigt der Vergleich mit den Ergebnissen der genauen Berechnung mit dem Programm RADGL eine gute Übereinstimmung.

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] Wolf, H., Brechling, J., Hultsch, M., Schulze, H.: Untersuchungen zur Berechnung der Strömung in Turbomaschinen unter Berücksichtigung der Stromlinienkrümmung im Meridianschnitt. Maschinenbautechnik 30 (1981) 5. S. 110-114.
- [2] Wolf, H., Brechling, J., Hultsch, M., Ulm, W.: Fortgeschrittene aerodynamische Berechnung axialer thermischer Turbomaschinen. Energietechnik 34 (1984) 5, S. 167-171.
- [3] Wolf, H. und Ulm, W.: On the aerodynamic calculation of steam turbine final stages. Proc. VIIIth SKODA Conference on Steam Turbines of Large Output. Karlovy Vary 1984, p. 275-280.
- [4] Ulm, W.: Untersuchung zur Berechnung der Meridianströmung in Endstufen von Kondensationsdampfturbinen unter Berücksichtigung von Betriebszuständen mit Nabantwasser. Dissertation A, Ingenieurhochschule Zittau, 1987.
- [5] Wolf, H.: Zur aerodynamischen Berechnung von Axialverdichterstufen und zur Auslegung der Beschaufelungen. Wiss. Zeitschrift der Technischen Universität Dresden 33 (1984) 4. S. 315-319.
- [6] Schulze, H.: Untersuchungen über den Einfluss der Meridianstromlinienkrümmung auf die Durchströmung axialer Turbinenstufen. Dissertation A, Ingenieurhochschule Zittau, 1983.
- [7] Hultsch, M.: Systematische Untersuchung der rotationssymmetrischen Strömung in axialen Turbinenstufen mit dem Programm RADGL. Unveröffentlichter Bericht K 2 S 121/79 des Bereiches Mechanik und Strömungstechnik der Ingenieurhochschule Zittau, 1979.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Tadeusz CHMIELNIAK

Wpłynęło do Redakcji w marcu 1987

PROSTA METODA OKREŚLENIA PARAMETRÓW PRZEPŁYWU
W STREFACH POZAŁOPATKOWYCH OSIOWYCH STOPNI TURBINOWYCH

S t r e s z c z e n i e

W pierwszej części artykułu przedstawiono równania różniczkowe opisujące przepływ w kierunku promieniowym. Całkując te równania w strefach pozałopatkowych stopnia przy pewnych uproszczeniach uzyskano zamknięte formuły do określenia podstawowych parametrów w obszarze przed stopniem w szczelinie międzystopniowej i za stopniem. Przyjęto założenia: przepływ jest osiowosymetryczny, gaz idealny, temperatura całkowita jest stała wzdłuż wysokości stopnia. Dokładność metody przedyskutowano na podstawie wybranych przykładów obliczeniowych.

ПРОСТОЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ТЕЧЕНИЯ
В ЗАЛОПАТОЧНЫХ ЗОНАХ ОСЕВЫХ ТУРБИНЫХ СТУПЕНЕЙ

Р е з ю м е

В первой части статьи представлены дифференциальные уравнения описывающие течение в радиальном направлении. Интегрируя эти уравнения в залопаточных зонах ступеней, при некоторых упрощениях, получены замкнутые формулы для определения основных параметров в зоне перед ступенью, в межступеньевой щели и за ступенью. Приняты предложения что течение является осесимметричным, идеальный газ, температура постоянна вдоль высоты ступени. Точность метода оговорена на основе выбранных расчётных примеров.