

Manfred WEBER

Abteilung Strömungsfördertechnik
Universität Karlsruhe

MODIFIZIERTE DURAND-GLEICHUNG FÜR POLYDISPERSE FESTSTOFFE UND
UNTERSCHIEDLICHE FÖRDERBEREICHE

Zusammenfassung. Die DURAND-Gleichung wurde aufgrund experimenteller Untersuchungen und theoretischer Betrachtungen durch geeignete Parameter der Kornverteilung für allgemeinere Anwendung modifiziert. Die erweiterte DURAND-Gleichung kann dadurch sowohl den (pseudo)homogenen und heterogenen Transport polydisperser Feststoffe beschreiben als auch Gemische mit einem gewissen Anteil von feinen Stoffen. Sogar nicht-NEWTON'sche Einflüsse können berücksichtigt werden. Die Brauchbarkeit der erweiterten DURAND-Gleichung für polydisperse Gemische wird anhand von Messdaten aufgezeigt. In diesem Zusammenhang wird auch eine Betrachtung über die Grenze zwischen pseudohomogener und heterogener Förderung angestellt. Dieser Veröffentlichung liegen Forschungsarbeiten zugrunde, die von der Deutschen Forschungsgemeinschaft unterstützt wurden.

Bezeichnungen

c	-	-	Konzentration, -beiwert
D	m	-	Rohrdurchmesser
d	m	-	Korndurchmesser
f	-	-	Feinanteil der Kornverteilung
g	m/s ²	-	Erdbeschleunigung
L	m	-	Rohrlänge
m	-	-	Korrekturfaktor
p	N/m ²	-	Druck
Re	-	-	REYNOLDSzahl
v	m/s	-	Geschwindigkeit
w	m/s	-	Relativgeschwindigkeit

Griechische Bezeichnungen

η	Pas	-	dyn.Zähigkeit
λ	-	-	Rohrreibungsbeiwert
ν	m ² /s	-	kin.Zähigkeit
ρ	kg/m ³	-	Dichte
τ	Pa	-	Schubspannung

Präfixe

Δ	-	Differenz
----------	---	-----------

Indices

- B** - BINGHAM'sch
B₉₀ - bez.auf plast.Zähigkeit
f - bez.auf reines Fluid
f_s - bez.auf angereichertes Fluid
het - heterogen
hom - (pseudo)homogen
m - Gemisch
p - plastisch
s - bez.auf Feststoff
T - Transport-
v - Volumen
W - Widerstands-
0 - bez.auf Einzelt.,Fließ-
10 - bei 10 % Siebdurchgang
50 - bei 50 % Siebdurchgang
90 - bei 90 % Siebdurchgang

1. Einleitung

Die wohl bekannte Druckverlust - Beziehung von DURAND ist nur für den heterogenen Transport von monodispersen Feststoffen gültig, hat aber gute Voraussetzungen, allgemeingültiger gestaltet zu werden, da sie Ähnlichkeitsmechanisch sinnvoll angelegt ist.

$$\Delta p = \left[83 \left(\frac{D}{v_m} \frac{g}{2} \frac{p_s - p_f}{p_f \sqrt{c_w}} \right)^{1,5} c_T + 1 \right] \lambda_f \frac{g_f}{2} v_m^2 \frac{L}{D} \quad (1)$$

Der Druckverlust heterogener polydispenser Gemische kann mit dieser Beziehung nur unzureichend dargestellt werden, indem entweder der mittlere Korndurchmesser eingesetzt wird oder, nicht viel erfolgreicher, indem fraktionsweise vorgegangen wird.

Deshalb pflegt man zur genaueren Berechnung individuelle DURAND-Gleichungen zu benutzen, bei denen der Faktor 83 und der Exponent 1,5 mit Hilfe von Experimenten angepasst sind.

Der Druckverlust (pseudo)homogener Gemische kann mit dieser ursprünglichen Version ebenfalls nicht befriedigend bestimmt werden.

Im folgenden wird gezeigt, wie die Beziehung (1) zum allgemeineren Gebrauch ergänzt und korrigiert werden kann, sodass ihre Ähnlichkeitsmechanischen Anlagen auch für (pseudo)homogene und heterogene polydisperse NEWTON'sche Gemische genutzt werden können. Die ursprüngliche DURAND-Gleichung bietet dafür gute Voraussetzungen, da sie einen heterogenen und einen homogenen Teil enthält. (Siehe auch frühere Veröffentlichungen des Autors zu diesem Thema [1,2,3]).

2. Allgemeingültige Druckverlustgleichung für polydisperse NEWTON'sche Gemische

Wie WAGNER [4] aufgrund systematischer Untersuchungen mit polydispersen Glaskugelmischungen gezeigt hat, kann die Kornverteilung in Form eines Korrekturfaktors m berücksichtigt werden, wozu die Korndurchmesser bei 90 und 10 % Siebdurchgang zu verwenden sind.

$$m = 2 - \left(\frac{d_{s90}}{d_{s10}} \right)^{-0,04} \quad (2)$$

Dieser Korrekturfaktor beeinflusst den Faktor 83 und den Exponenten 1,5. Die erweiterte Fassung von Gleichung (1) lautet somit für polydisperse heterogene NEWTON'sche Gemische wie folgt.

$$p = \left[83^{1/m} \left(\frac{D}{v_m} \frac{p_s - p_f}{p_f \sqrt{c_w}} \right)^{1,5/m^3} c_T + 1 \right] \lambda_f \frac{p_f}{2} v_m^2 \frac{L}{D} \quad (3)$$

Um diese Beziehung auch auf (pseudo)homogene oder heterogene Gemische mit homogenen Anteilen anwenden zu können, muss der heterogene Teil der Gleichung durch eine typische Grösse der Kornverteilung mehr oder weniger ausgeschaltet werden.

Dies kann durch den Feinanteil f geschehen, dessen Korngrössen kleiner sind als die Korngrösse am Übergang zum heterogenen Bereich und den verbleibenden grobkörnigen Rest $1-f$.

Das Grenzkorn für den Übergang hängt von verschiedenen Einflüssen ab (Siehe Anhang).

Der Feinanteil wird leichter in Suspension gehalten und bildet dadurch mit dem Trägerfluid praktisch ein schwereres Trägermedium und sollte daher in der Rechnung dem Trägerfluid zugeschlagen werden.

Aus der totalen Transportkonzentration c_T ergibt sich mit dem Feinanteil f die Transportkonzentration des Feinanteils zu.

$$c_{T \text{ hom}} = f c_T \quad (4)$$

und die Transportkonzentration des Grobanteils zu

$$c_{T \text{ het}} = (1 - f) c_T \quad (5)$$

Die Dichte des durch den Feinanteil angereicherten Trägermediums kann mit Bez.(4) wie folgt formuliert werden:

$$p_{fS} = f c_T p_S + (1 - f c_T) p_f \quad (6)$$

Wird in Gl.(3) p_f durch p_{fS} ersetzt und c_T mit $(1-f)$ erweitert, so ergibt sich für polydisperse (pseudo)homogene und heterogene NEWTON'sche Gemische folgende Gleichung:

$$p = \left[83^{1/m} \left(\frac{D}{v_m} \frac{p_s - p_{fS}}{p_{fS} \sqrt{c_w}} \right)^{1,5/m^3} (1-f) c_T + 1 \right] \lambda_f \frac{p_{fS}}{2} v_m^2 \frac{L}{D} \quad (7)$$

Die Aufteilung in Feinanteil f und Grobanteil $1-f$ beeinflusst auch den Korrekturfaktor m und den Widerstandsbeiwert c_w , da d_{s10} , d_{s50} und d_{s90} zu grösseren Werten verschoben werden. (Siehe Bild 1 rechte Ordinate).

Die Überprüfung der Wirkung von 1 auf Gleichung (7) zeigt, dass $f = 1$ den heterogenen Teil der Gleichung ausschaltet, und Druckverlustkurven zum Vorschein kommen, wie sie für $d_{s50} = 30$ m typisch sind; d.h. konvergent bei $v_m \rightarrow 0$ und divergent bei $v_m \rightarrow \infty$ (Bild 2 unten). Rechnet man dagegen für dasselbe feine Gemisch nach Gl.(7) heterogen, also $f = 0$, so zeigen sich typisch heterogene Druckverlustkurven; d.h. Divergenz bei $v_m \rightarrow 0$ und Konvergenz bei $v_m \rightarrow \infty$.

Bild 2 zeigt ferner, welche Unterschiede sich nach Gl.(1), (3) und (7) für eine polydisperse Sandmischung ergeben können (Kornverteilung entsprechend Bild 1).

In Bild 3 sind für ein Kohle-Wassergemisch gerechnete Werte mit Messwerten von GAESSLER [5] verglichen. Es zeigt sich, dass die nach Gl.(7) errechneten Werte dichter bei den gemessenen Werten liegen als die mit Gl.(1) errechneten.

Bild 4 zeigt Mess- und Rechenergebnisse für Eisenerz-Wasser-Gemische.

3. Nicht-NEWTON'sche Einflüsse

Wenn die Konzentration des Feinanteils insgesamt ca. 20 % übersteigt, kann es zu nicht-NEWTON'schen Erscheinungen kommen. Dem muss dadurch Rechnung getragen werden, dass das Fließverhalten des nicht-NEWTON'schen Trägermediums in der REYNOLDS-Zahl berücksichtigt wird. Dies wird sich auf den Feinanteil selbst und auf den heterogenen Rest auswirken. Die Grössen f , p_{fs} , d_{s10} , d_{s50} und d_{s90} werden zu grösseren Werten verschoben. Auch λ_f , m und c_w ändern sich.

Wird zum Beispiel BINGHAM'sches Fließverhalten vorausgesetzt,

$$\tau = \tau_0 + \eta_p \frac{dv}{dy} \quad (8)$$

so muss die REYNOLDS-Zahl als Verhältnis der Trägheitskräfte zu den Zähigkeitskräften lauten wie folgt:

$$Re_B = \frac{v_m^2 p_{fs}}{\tau_0 + \eta_p \frac{v_m}{D}} \quad (9)$$

oder bei grossen Geschwindigkeiten

$$Re_B = \frac{v_m D p_{fs}}{\eta_p} \quad (10)$$

Die feststoffbezogene REYNOLDS-Zahl muss entsprechend lauten:

$$Re_{sB} = \frac{w_{sB}^2 p_{fs}}{\tau_0 + \eta_p \frac{w_{sB}}{d_s}} \quad (11)$$

Ein nicht-NEWTON'sches Trägerfluid hat grossen Einfluss auf die Sinkgeschwindigkeit. Wie DEDEGIL [7] zeigen konnte, kann der Widerstandsbeiwert von Kugeln, die in einem nicht-NEWTON'schen Fluid absinken, mit Bez.(11) auf die bekannte Widerstandskurve reduziert werden. Die Sinkgeschwindigkeit in einem BINGHAM'schen Fluid ist demnach

$$w_{sB} = \sqrt{\frac{2 \left(\frac{2}{3} (\rho_s - \rho_{fs}) d_s g - \tau_0 \right)}{c_w \rho_{fs}}} \quad (12)$$

4. Anwendung auf ein BINGHAM'sches Trägergemisch mit groben Bleikugeln

In einem BINGHAM'schen Tixoton-Wassergemisch wurden Bleikugeln gefördert. Für das Tixoton-Wasser-Gemisch allein wurde der Rohrreibungsbeiwert aus den Messdaten in folgende BLASIUS-ähnliche Form gebracht

$$\lambda_{fs} = \frac{0,148}{Re_B^{0,207}} \quad (13)$$

und für reines Wasser

$$\lambda_f = \frac{0,172}{Re^{0,172}} \quad (14)$$

Die Druckverluste für reines Wasser, Tixoton-Wassergemisch, Blei-Wassergemisch und Blei in Tixoton-Wassergemisch wurden mit den Beziehungen (1),(2), (6),(7) und (10) bis (14) errechnet und in Bild 5 dargestellt.

Für Bleiförderung in Tixoton-Wasser ist eine beträchtliche Druckverlustreduzierung gegenüber der Bleiförderung in Wasser festzustellen. Auch die kritische Geschwindigkeit ist erheblich reduziert. Übereinstimmung mit den Messdaten der Bleiförderung in Tixoton-Wasser zeigt sich bei den obersten Messpunkten, bei denen gerade überkritische Bedingungen erreicht sind (die kritische BINGHAM'sche REYNOLDSZahl $Re_B \cong 2300$ bei $v_m \cong 2,5$ m/s). Die untersten 7 Messpunkte liegen im Bereich der Strähnenförderung.

Dieses Beispiel einer BINGHAM'schen Trägerströmung zeigt, dass nicht-NEWTON'sche Eigenschaften näherungsweise mit Gl. (7) ebenfalls berücksichtigt werden können, wenn nur die REYNOLDSZahl dem empirisch ermittelten Fließgesetz entsprechend eingesetzt wird.

Eventuelle Einflüsse der rheologischen Eigenschaften auf den Faktor 83 und den Exponenten 1,5 müssen noch empirisch geklärt werden.

Die Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeiten sind noch nicht abgeschlossen. Zur weiteren Verbesserung sind Versuche mit natürlichen Kornformen und grösseren Korngrössen im Gange.

5. Anhang

Der Übergang vom pseudohomogenen zum heterogenen Transport ist nach DURAND [8] und NEWITT et al. [9] für Sand mit dem Korndurchmesser $d_s = 150 \mu m$ ($\rho_s = 2650 \text{ kg/m}^3$ und $w_{s0} = 0,0145 \text{ m/s}$) und der Übergangsgeschwindigkeit $v_m = 2,6 \text{ m/s}$ gegeben.

Für beliebige Stoffe kann diese Grenze allgemeingültiger mit der teilchen-

bezogenen REYNOLDS-Zahl markiert werden [10, 11].

$$Re_{SO} = \frac{w_{SO} d_s}{\nu_f} \quad (15)$$

Nach NEWITT et al. wird die Geschwindigkeit an dieser Grenze mit steigendem Rohrdurchmesser grösser. WEBER [1] fordert, dass auch das Konzentrationsprofil längs dieser Grenze gleich bleiben soll. Dies ist dann gewährleistet, wenn die Ähnlichkeitskenngrösse w_{SO}/v_m , die das Konzentrationsprofil bestimmt, konstant bleibt. Für oben angeführte Daten nimmt diese Grösse an der oberen Bereichsgrenze der pseudohomogenen Förderung folgenden Wert an:

$$\frac{w_{SO}}{v_m} = 0,0056 \quad (16)$$

Unter Verwendung der Beziehung für die Sinkgeschwindigkeit eines kugelförmigen Einzelteilchens

$$w_{SO} = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{d_s}{c_w} \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} g} \quad (17)$$

und des Widerstandsbeiwerts

$$c_w = \frac{28}{Re_{SO}} \quad (18)$$

sowie der Beziehung (16) ergibt sich der Grenzkorndurchmesser für diesen Übergang für beliebige Stoffe zu

$$d_s = \sqrt{0,012 \frac{\rho_f}{\rho_s - \rho_f} \nu_f v_m} \quad (19)$$

Er hängt von den Dichten der beteiligten Phasen, von der Zähigkeit und der Gemischgeschwindigkeit ab (Bild 7). Rohrdurchmesser scheint keinen Einfluss zu haben, da das Konzentrationsprofil nur von der Kennzahl (16) abhängt. Zahlreiche Messungen nahezu gleicher Konzentrationsprofile bei gleicher Kennzahl (16) bestätigen dies, obwohl unterschiedliche Feststoffdichte und Rohrdurchmesser vorlagen (Bild 6).

Literatur

- [1] Weber M.; Einfluss der Kornverteilung auf den Druckverlust beim horizontalen hydraulischen Transport. 6. Koll. Massenguttransport durch Rohrleitungen, Meschede 1984.
- [2] Weber M.; Rheologische Einflüsse auf den Druckverlust beim horizontalen hydraulischen Transport polydisperser Feststoffe. Kongress Transmatic 85, Karlsruhe 1985.
- [3] Weber M.; Improved Durand-Equation for Multiple Application. 107th ASME Conference, Anaheim, USA, 1986.
- [4] Wagner K.; Untersuchungen zum Einfluss der Korngrößenverteilung bei horiz. hydraulischer Feststoffförderung im heterogenen Bereich. Dissertation, Karlsruhe 1982.

- [5] Gaessler H.; Experimentelle und theoretische Untersuchungen über die Strömungsvorgänge beim Transport von festen Stoffen in Flüssigkeiten durch horizontale Rohrleitungen. Dissertation, Karlsruhe 1966.
- [6] Saskatchewan Research Council, Experimental Studies on the Hydraulic Transport of Iron Ore. Report III, 1973.
- [7] Dedegil M.Y.; Drag coefficient and settling velocity of particles in non-Newtonian suspensions. 107th ASME Conference, Anaheim, USA, 1986.
- [8] Durand R.; Study of the transport of solids in pipes. Proc. Colloquium on Hydraulic Transport, National Coal Board, November 1952.
- [9] Newitt D. et al.; Hydraulic Conveying of Solids in Horizontal Pipes, Trans. Inst. Chem. Engrs., Vol. 33, 1955.
- [10] Duckworth R.A.; Introductory lectures I and II. Hydro Transport Course, Golden 1974 (BHRA).
- [11] Weber M.; Einführungskurs B: Hydrotransport, Hannover 1978.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Maciej ZARZYCKI

Wpłynęło do Redakcji 1987.07.6

ZMODYFIKOWANE RÓWNANIE DURAND'A DLA POLIDYSERSYJNYCH CIAŁ STAŁYCH I ZRÓŻNICOWANYCH ZAKRESÓW TRANSPORTOWANIA

S t r e s z c z e n i e

Równanie Durand'a zmodyfikowano do ogólnego stosowania, w oparciu o eksperymentalne badania i teoretyczne uwzględnienie odpowiednich parametrów uziarnienia. Przez to za pomocą rozszerzonego równania Durand'a można opisać zarówno pseudohomogeniczny oraz heterogeniczny transport polidispersyjnych ciał stałych, jak i mieszanin z pewnym udziałem drobnoziarnistych ciał stałych. Mogą tu być uwzględniane nawet właściwości nieniutonowskie. Przydatność rozszerzonego równania Durand'a dla mieszanin polidispersyjnych ukazano na podstawie danych pomiarowych. W nawiązaniu do powyższych zależności przedstawiono również rozważania na temat granicy pomiędzy transportem pseudohomogenicznym a heterogenicznym.

МОДИФИЦИРОВАННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЮРАНА ДЛЯ ПОЛИДИСПЕРСНЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ И НЕОДНОРОДНЫХ ДИАПАЗОНОВ ТРАНСПОРТИРОВКИ

Р е з ю м е

Уравнения Дюрана были модифицированы для общего применения, на основе экспериментальных исследований и теоретического учета соответствующих параметров зернистости. Благодаря этому с помощью расширенного уравнения Дюрана можно описать как псевдогомогенную и гетерогенную транспортировку полидисперсных твердых тел, так и смесей с некоторым количеством мелких твердых тел. В этом случае могут быть приняты во внимание даже не ньютоновские свойства. Пригодность расширенного уравнения Дюрана для полидисперсных смесей показано на основе экспериментальных данных. Представлены также рассуждения на тему разницы между псевдогомогенной и гетерогенной транспортировкой.

Bild 1. Beispiel einer Kornverteilung von polydisperssem Sand
 ↓ Gl.(3), ↓ Gl.(7)

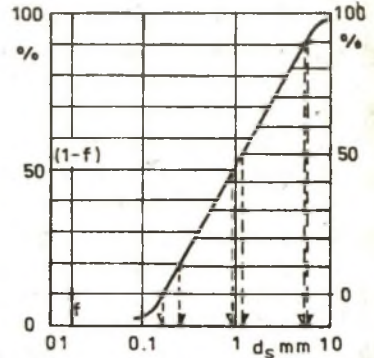


Bild 2. Druckgradient von Sand-Wasser-Mischungen

oben: heterog. polydisp. Gemisch mit Feianteil $\rho_s = 2500 \text{ kg/m}^3, D = 150 \text{ mm}$
 nach Gl. (1): $d_{s50} = 93 \text{ mm}$
 (3): $d_{s10} = 15 \text{ mm}, d_{s50} = 93 \text{ mm}$
 $d_{s90} = 5,2 \text{ mm}$
 (7): $d_{s10} = 22 \text{ mm}, d_{s50} = 1,2 \text{ mm}$
 $d_{s90} = 5,5 \text{ mm}$
 unten: homogenes Gemisch $d_s = 0,3 \text{ mm}, \rho_s = 2500 \text{ kg/m}^3, D = 150 \text{ mm}$
 nach Gl. (7) für $f=1$ und $f=0$

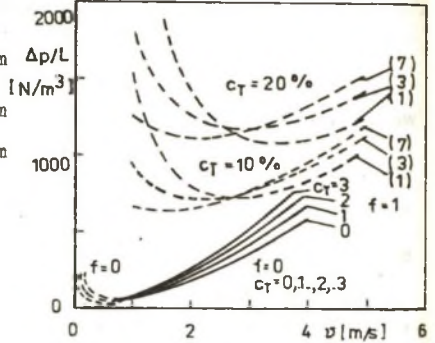


Bild 4: Druckgradient einer Eisenerzförderung nach Gl. (7)
 + Messwerte aus 6
 $\rho_s = 5245 \text{ kg/m}^3, D = 52,45 \text{ mm}, f = 10 \%$
 $d_{s10} = 125, d_{s50} = 240, d_{s90} = 550 \text{ um}, T = 21^\circ\text{C}$

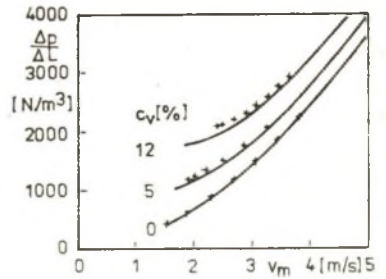


Bild 3: Druckgradient einer Kohle-Wasser-Mischung Messwerte aus Diss. Gaessler 5
 $d_{s10} = 1,65 \text{ mm}, d_{s50} = 4,5 \text{ mm}, d_{s90} = 8,5 \text{ mm}, \rho_s = 1270 \text{ kg/m}^3, \lambda_f = 0,39 / \text{Re}^{0,25}$

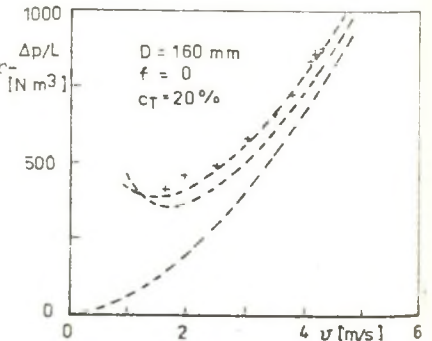


Bild 5: Druckgradient eines Blei-Wasser- und eines Blei-Tixoton-Wasser-Gemisches nach Gl.(7)-(15)

Messwerte von Blei in Tixoton,
 $\tau_c = 2,81 \text{ Pa}$, $\eta_p = 0,00455 \text{ Pas}$,
 $\rho_s = 1030 \text{ kg/m}^3$, $D = 100 \text{ mm}$ (V2A)
 $d_{s10} = 1,27 \text{ mm}$, $d_{s50} = 1,56 \text{ mm}$,
 $d_{s90} = 1,648 \text{ mm}$, $c_T = 9 \%$ (Blei)

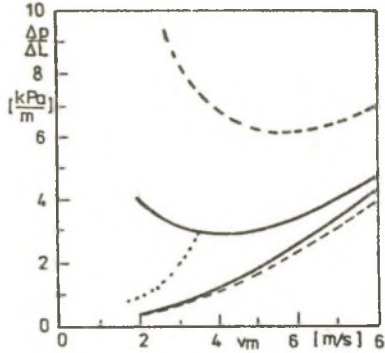


Bild 6: Gemessene Konzentrationsprofile von Eisenerz-() und Sand-(+) Wasser-Gemischer $D = 100 \text{ mm}$

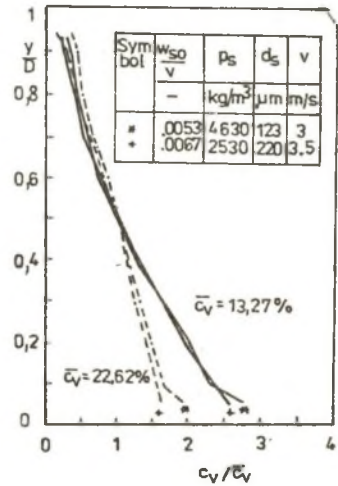


Bild 7: Korndurchmesser am Übergang zwischen pseudohomogenem und heterogenem Transport als Funktion von Geschwindigkeit und spezifischer Dichte

