ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2008
Seria: AUTOMATYKA z. 150 Nr kol. 1796

Marek MIKA
Politechnika Poznańska

RÓWNOWAŻENIE OBCIĄŻENIA W PROBLEMACH ROZDZIAŁU ZASOBÓW DYSKRETNYCH – PODEJŚCIA HEURYSTYCZNE

Streszczenie. Rozważany jest problem rozdziału zasobów dyskretnych, w którym zasadniczym celem jest równoważenie obciążenia zasobowego. W problemie tym czynności projektu są szeregowane w taki sposób, by nie naruszyć ograniczeń kolejnościowych i linii krytycznej dla całego projektu przy jednoczesnej minimalizacji funkcji celu odzwierciedlającej zmiany poziomu wykorzystania zasobów. Przedstawiono trzy klasy takich funkcji oraz zaproponowano pewne podejścia heurystyczne.

RESOURCE LEVELING IN PROJECT SCHEDULING PROBLEMS – HEURISTIC APPROACHES

Summary. Resource leveling problem is considered. The main objective of this problem is to minimize the fluctuations of the resource usage profiles. There are two types of constraints in this problem: a deadline for the entire project as well as precedence constraints between pairs of projects' activities. Three classes of objective functions are distinguished. Some heuristics are proposed to solve the problem.

1. Równoważenie obciążenia w problemach rozdziału zasobów dyskretnych

W wielu spotykanych w praktyce problemach optymalizacji, szczególnie w problemach szeregowania lub rozdziału zasobów pomiędzy czynnościami projektu, zasoby występują jako jeden z parametrów problemu. Najczęściej zasoby stanowią ograniczenie, jeśli chodzi o ich dostępność, a kryterium jest bezpośrednio lub pośrednio związane z czasem, najczęściej reprezentowanym przez terminy zakończenia poszczególnych czynności. Niekiedy jednak ograniczeniem jest czas reprezentowany przez linię krytyczną dla całego projektu, wówczas kryterium może być związane z poziomem wykorzystania zasobów, np. wtedy, gdy chodzi o równomierne obciążenie zasobów. W takich przypadkach mówimy o równoważeniu obciążenia w problemach rozdziału zasobów. W klasycznym problemie rozdziału zasobów celem jest zminimalizowanie czasu realizacji projektu przy ograniczeniach dotyczących dostępności zasobów odnawialnych, natomiast w rozważanym problemie celem jest osiągnięcie jak najbardziej równomiernego obciążenia zasobów, a ograniczeniem jest linia krytyczna dla całego projektu. Funkcja celu, związana z równoważeniem obciążenia zasobowego, jest miarą nieregularną. Oznacza to, że opóźnienie wykonania pewnej czynności może prowadzić do lepszych rozwiązań.

Projekt składa się ze zbioru czynności, które należy wykonać za pomocą zasobów kilku typów. Zasoby te są odnawialne i dostępne w ograniczonej liczbie jednostek. Ponadto pomiędzy czynnościami projektu, które są niepodzielne, zachodzi relacja częściowego porządku. Celem jest znalezienie takiego zasobowo i kolejnościowo dopuszczalnego uszeregowania czynności projektu, które optymalizuje przyjęte kryterium. Czynności są niepodzielne, a zasoby są odnawialne i dostępne w tej samej liczbie jednostek w całym horyzoncie planowania ograniczonym od góry linią krytyczną.

Równoważenie obciążenia zasobowego ma szczególne znaczenie dla właściciela zasobów, ponieważ pozwala na rozwiązywanie konfliktów zasobowych oraz wygładzanie profilu wykorzystania zasobów przez opóźnienie terminu wykonania niektórych czynności. W efekcie minimalizuje się trudne do obsłużenia wahania poziomu wykorzystania zasobów i redukuje ich przeciążanie. Wśród podstawowych korzyści płynących z równoważenia obciążenia można wymienić niższe koszty, wyższe morale pracowników (gdy zasobem jest siła robocza), obniżenie nakładów związanych z zarządzaniem gwałtownymi zmianami poziomu wykorzystania zasobów.

Rozważany problem jest NP-trudny. Zatem uzasadnione jest stosowanie algorytmów heurystycznych do rozwiązywania instancji tego problemu.

2. Sformułowanie problemu

Projekt składa się z n niepodzielnych czynności. Dodatkowo rozważa się dwie czynności pozorne: początkową 0 i końcową $n+1$. Cechą charakterystyczną czynności pozornych są zerowe czasy wykonania i zerowe żądania zasobowe. Ponadto czynność początkowa nie ma poprzedników, a czynność końcowa nie ma następników. Zatem liczność zbioru V zawierającego wszystkie czynności projektu wynosi $|V| = n+2$. Struktura projektu jest reprezentowana przez sieć czynności $G = (V, E)$, gdzie zbiór wierzchołków V reprezentuje czynności projektu, a zbiór łuków E odpowiada relacji częściowego porządku w zbiorze czynności projektu. Zakłada się, że G to graf skierowany, acykliczny, bez łuków przechodnich i uporządkowany topologicznie. Pojedyncze ograniczenia kolejnościowe, wynikające z relacji częściowego porządku, określone są przez $i \longrightarrow j$, co oznacza, że czynność i jest bezpośrednim poprzednikiem czynności j, a j jest bezpośrednim następnikiem i. Zatem, j nie może się rozpocząć przed zakończeniem wykonywania i. P_j i S_j oznaczają odpowiednio zbiór bezpośrednich poprzedników i zbiór bezpośrednich następników czynności j. Zbiór R jest zbiorem zawierającym K typów zasobów odnawialnych. Zakłada się, że czas przeznaczony na realizację projektu jest ograniczony z góry przez linię krytyczną dla całego projektu oznaczaną przez T, taką że $T \geq C^*_{max}$, gdzie C^*_{max} oznacza minimalną długość uszeregowania.

Czas wykonania czynności j wynosi p_j. Każda czynność j, $j \in V$, żąda do wykonania r_{jk} jednostek zasobu k, $k = 1, 2, \ldots, K$. Wykonywanie czynności nie może być przerwane. s_j oznacza termin rozpoczęcia wykonywania czynności j, $j = 0, 1, \ldots, n+1$. Zatem $s_0 = 0$, a $s_{n+1} = C_{max}$ oznacza czas trwania projektu. Ciąg

$S = \{s_0, s_1, \ldots, s_{n+1}\}$ całkowitoliczbowych wartości, będących terminami rozpoczęcia wykonywania poszczególnych czynności, oznacza uszeregowanie. Uszeregowanie jest dopuszczalne wtedy, gdy spełnione są wszystkie ograniczenia kolejnościowe, a linia krytyczna nie została przekroczona. Przyjmuje się, że wszystkie czynności i zasoby są dostępne już na starcie projektu. Niech $S' = \{s_j \mid j \in V' \wedge V' \subset V\}$ oznacza uszeregowanie częściowe. Wówczas, dla określonego S' oraz $t = 1, \ldots, T$, zbiór aktywny, definiowany jako $A^{S'}(t) = \{j \in V' \mid t - p_j < s_j \leq t\}$, jest zbiorem czynności wykonywanych w okresie t. Ponadto, niech $r_k^{S'}(t) = \sum_{j \in A^{S'}(t)} r_{jk}$ oznacza tzw. profile zasobowe, czyli ilość zasobu k używaną w okresie t dla częściowego uszeregowania S'. Macierz R^S o rozmiarze $K \times T$, której elementami są wartości $r_k^S(t)$, $k = 1, \ldots, K$, $t = 1, \ldots, T$, jest tzw. macierzą poziomu wykorzystania zasobów. Funkcja celu f dla rozważanego problemu jest miarą odzwierciedlającą zmiany poziomu wykorzystania zasobów. Dokładna postać funkcji celu zależy od typu problemu, co zostanie omówione w następnym punkcie. Niech ES_j oraz EF_j oznaczają najwcześniejsze możliwe, a LS_j oraz LF_j najpóźniejsze dopuszczalne terminy rozpoczęcia i zakończenia czynności j, wyznaczone odpowiednio za pomocą znanych z metody CPM metod planowania wprzód, przy założeniu $s_0 = 0$, i planowania wstecz, gdy przyjmie się $s_{n+1} = T$. Niech $c_k > 0$ oznacza współczynnik wagi dla zasobu k, reprezentujący np. koszt jednostkowy tego zasobu.

Model matematyczny rozważanego problemu wygląda następująco:

$$\text{Min} \quad f(R^S) \tag{1}$$

$$\text{p.o.:} \quad \sum_{t=EF_j}^{LF_j} x_{jt} = 1 \qquad j \in V \tag{2}$$

$$\sum_{t=EF_j}^{LF_j} (t - p_j) x_{jt} \geq \sum_{t=EF_i}^{LF_i} p_i x_{it} \qquad j \in V; i \in P_j \tag{3}$$

$$s_{n+1} \leq T \tag{4}$$

$$x_{jt} \in \{0,1\} \qquad j \in V; t = 1, \ldots, T \tag{5}$$

Funkcja celu (1) minimalizuje wielkość zmian poziomu wykorzystania zasobów. Ograniczenia (2) zapewniają, że każda czynność jest wykonana dokładnie raz. Ograniczenia kolejnościowe są reprezentowane przez (3). Ograniczenie (4) zapewnia zakończenie projektu przed linią krytyczną, a ograniczenia (6) określają binarność zmiennych decyzyjnych. Szczegółowe postacie funkcji celu są omówione w następnym punkcie.

Zakłada się, że parametry numeryczne są nieujemne i całkowite. Jedyny wyjątek stanowi parametr c_k, który może przyjąć dowolną dodatnią wartość rzeczywistą.

3. Funkcje celu

Neumann i Zimmermann w pracach [1] i [2], dotyczących równoważenia obciążeń zasobowych w problemie rozdziału zasobów dyskretnych z minimalnymi i maksymalnymi odstępami czasowymi, usystematyzowali funkcje celu dla tego problemu, przypisując je do jednej z trzech klas.

Pierwsza z klas dotyczy tzw. problemu inwestycji zasobowych, który w praktyce stosowany jest wtedy, gdy do wykonania czynności projektu trzeba zakupić kosztowne zasoby. Funkcja celu w tym przypadku ma postać:

$$f(R^S) = \sum_{k=1}^{K} c_k \max_{t=0,\dots,T} r_k^S(t) \,, \tag{6}$$

i minimalizowana prowadzi do znalezienia rozwiązania o najniższym koszcie inwestycji w zasoby.

Druga klasa zawiera funkcje uwzględniające odchylenia profilu zasobowego od pewnego z góry założonego poziomu wykorzystania zasobów Y_k. Najczęściej Y_k jest równe średniemu poziomowi wykorzystania zasobów $\overline{r_k} = \left\lceil \sum_{j \in V} \frac{r_{jk} p_j}{T} \right\rceil$. W klasie tej można wyróżnić trzy podklasy. W pierwszej podklasie funkcja celu jest tak skonstruowana, że uszeregowanie otrzymuje pewną dodatnią karę, gdy występuje przekroczenie poziomu Y_k. Funkcja celu w tym przypadku wygląda następująco:

$$f(R^S) = \sum_{k=1}^{K} c_k \sum_{t=1}^{T} [r_k^S(t) - Y_k]^+ \,. \tag{7}$$

W następnych dwóch podklasach uwzględniane są zarówno dodatnie, jak i ujemne odchylenia od poziomu Y_k. Funkcje celu dla tych podkłas są określone wzorami:

$$f(R^S) = \sum_{k=1}^{K} c_k \sum_{t=1}^{T} [r_k^S(t) - Y_k]^2 \tag{8}$$

oraz

$$f(R^S) = \sum_{k=1}^{K} c_k \sum_{t=1}^{T} |r_k^S(t) - Y_k| \tag{9}$$

i są wyrażone odpowiednio przez sumę kwadratów oraz sumę wartości bezwzględnych odchyleń.

Trzecia klasa funkcji celu to funkcje rejestrujące zmiany poziomu wykorzystania zasobów. Stosowanie tych funkcji jest szczególnie użyteczne wtedy, gdy podstawowym zasobem jest siła robocza. Zmiany poziomu wykorzystania tego zasobu mogą pociągać za sobą pewne dodatkowe koszty związane z zatrudnianiem i zwalnianiem pracowników. Podobny przypadek zachodzi na przykład wtedy, gdy wykonawca działa na wypożyczonych zasobach i musi je przetransportować do i z miejsca realizacji projektu, z czym związane są dodatkowe koszty. Podobnie jak to było w poprzedniej klasie funkcji, również tutaj istnieją trzy podobne podklasy reprezentowane odpowiednio przez wzory (10), (11) i (12):

$$f(R^S) = \sum_{k=1}^{K} c_k \sum_{t=1}^{T} [r_k^S(t) - r_k^S(t-1)]^+ \,, \tag{10}$$

$$f(R^S) = \sum_{k=1}^{K} c_k \sum_{t=1}^{T} [r_k^S(t) - r_k^S(t-1)]^2 \,, \tag{11}$$

$$f(R^S) = \sum_{k=1}^{K} c_k \sum_{t=1}^{T} |r_k^S(t) - r_k^S(t-1)| \,, \tag{12}$$

gdzie $r_k^S(0) = r_k^S(T) = 0$.

4. Heurystyki

Ze względu na złożoność obliczeniową problemu uzasadnione jest stosowanie w tym przypadku podejść heurystycznych. Można je w ogólności podzielić na trzy grupy.

Pierwszą grupę stanowią algorytmy działające w oparciu o metodę ścieżki krytycznej. Na początku działania takiego algorytmu znajdowana jest ścieżka krytyczna oraz wyznaczane są najwcześniejsze możliwe i najpóźniejsze dopuszczalne terminy rozpoczęcia i zakończenia wykonywania poszczególnych czynności. Terminy te są wyznaczane znaną z metody CPM techniką planowania wprzód, przy założeniu że termin rozpoczęcia czynności początkowej jest równy 0, oraz techniką planowania wstecz, przy założeniu że termin zakończenia czynności końcowej wynosi T. Ponadto wyznaczane są dolne i górne wartości graniczne dla maksymalnego poziomu wykorzystania zasobów oraz sprawdzenie, czy możliwe jest zrealizowanie całego projektu przed linią krytyczną. Maksymalny poziom wykorzystania zasobu k, $k = 1, 2, \ldots, K$, powinien się mieścić pomiędzy wartością $\max\left\{\frac{\sum_{j=1}^{n} r_{jk}p_j}{T}; \max_{j=1,\ldots,n}\{r_{jk}\}\right\}$ a mniejszą z dwóch wartości maksymalnego obciążenia zasobowego, z których jedna jest wyznaczona dla uszeregowania, w którym wszystkie czynności rozpoczynają się w swoich najwcześniejszych możliwych terminach rozpoczęcia wykonywania, a druga jest wyznaczona dla uszeregowania, w którym wszystkie czynności rozpoczynają się w najpóźniejszym dopuszczalnym terminie rozpoczęcia wykonywania tych czynności. Jako początkowy poziom odniesienia przyjmuje się minimalną wartość maksymalnego poziomu obciążenia. Następnie uruchomiona zostaje iteracyjna procedura polegająca na szeregowaniu wprzód czynności, których wszystkie poprzedniki już uszeregowano, tak aby nie przekroczyć poziomu odniesienia. Jeżeli istnieje kilka takich czynności, to pierwszeństwo przypada czynnościom krytycznym lub czynnościom o większych żądaniach zasobowych. Jeżeli otrzymano uszeregowanie kończące się przed linią krytyczną, to można je potraktować jako rozwiązanie problemu lub ewentualnie spróbować wygładzić profil obciążenia zasobowego. W przeciwnym przypadku w podobny sposób budujemy uszeregowanie wstecz. Jeśli i tym razem uszeregowanie nie zmieści się przed linią krytyczną, to proces jest powtarzany dla poziomu odniesienia powiększonego o jedną jednostkę zasobową.

Drugą grupę heurystyk stanowią reguły priorytetowe, w których spośród czynności, których wszystkie poprzedniki już zostały uszeregowane, wybieramy i szeregujemy w określony sposób tę czynność, której priorytet - zdefiniowany pewną miarą - jest największy. Zdarza się, że czasami priorytety kilku czynności są identyczne, wówczas dla rozwiązania takich konfliktów jest stosowana inna reguła priorytetowa.

Trzecią grupę stanowią algorytmy metaheurystyczne, takie jak: algorytm przeszukiwania tabu, algorytm genetyczny, algorytm symulowanego wyżarzania, algorytm mrówkowy itp. W tym przypadku pewien problem stanowi reprezentacja rozwiązania, gdyż najpopularniejsza w przypadku kryterium C_{max} reprezentacja w postaci listy czynności jest niewystarczająca. Należy tu zastosować reprezentację, w której możliwe jest bezwzględne lub względne określenie terminów rozpoczęcia czynności. Ponadto mechanizm generacji sąsiedztwa musi prowadzić do rozwiązań różniących się pod względem poziomu wykorzystania zasobów od rozwiązania bieżącego.

5. Podsumowanie

W rozważanym problemie rozdziału zasobów dyskretnych z kryterium równoważenia obciążenia zasobowego wyróżniono trzy kategorie funkcji celu. Zaproponowano również kilka podejść heurystycznych do rozwiązywania tego problemu. Wyniki wstępnych eksperymentów wykazały, że wśród zaproponowanych podejść nie ma takiego, które byłoby zdecydowanie najlepsze. Jakość otrzymanych daną metodą wyników zależy zarówno od postaci problemu, na którą wpływa postać funkcji celu, jak i od samej instancji problemu (ciasna lub luźna linia krytyczna, zróżnicowanie żądań zasobowych itp.). W przyszłości planowany jest zatem obszerny eksperyment obliczeniowy, który pozwoli odkryć związki pomiędzy instancją problemu a algorytmem.

BIBLIOGRAFIA

1. Neumann K., Zimmermann J.: Resource levelling for projects with schedule-dependent time windows. European Journal of Operational Research, 117, 1999, p. 591-605.
2. Neumann K., Zimmermann J.: Procedures for resource leveling and net present value problems in project scheduling with general temporal and resource constraints. European Journal of Operational Research, 127, 2000, p. 425-443.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Ewa Dudek-Dyduch

Abstract

Resource leveling problem is considered. The main objective of this problem is to minimize the fluctuations of the resource usage profiles. There are two types of constraints in this problem: a deadline for the entire project as well as precedence constraints between pairs of projects' activities. Three classes of objective functions are distinguished: minimization of the maximal number of resource units used, minimization of the number of changes of the resource usage profile and minimization of the deviations from the assumed resource usage profile. A mathematical model for the problem is presented. Basic ideas of three categories of heuristics developed to solve this NP-hard problem are described. The distinguished categories of heuristics are: CPM based heuristics, priority rules and metaheuristics.