ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2008
Seria: AUTOMATYKA z. 150 Nr kol. 1796

Grzegorz BOCEWICZ[1)], Robert WÓJCIK[2)], Zbigniew BANASZAK[1)]
[1)]Politechnika Koszalińska
[2)]Politechnika Wrocławska

PLANOWANIE PRACY ZESPOŁU ROBOTÓW WIELOFUNKCYJNYCH W WARUNKACH NIEPEWNOŚCI

Streszczenie. Planowanie pracy zespołu robotów wielofunkcyjnych sprowadza się do problemów decyzyjnych związanych z rozstrzyganiem konfliktów zasobowych w sytuacjach, kiedy jednoczesne wykonanie różnych operacji wymaga dostępu do współdzielonych robotów – dyskretnych zasobów odnawialnych. Przyjęty model referencyjny problemu planowania pracy robotów dopuszcza występowanie zarówno ostrych, jak i rozmytych zmiennych decyzyjnych – czasów alokacji robotów.

MULTI-ROBOT SCHEDULING UNDER UNCERTAINTY CONSTRAINTS

Summary. Scheduling of multi-robot in a multi-product flow shop can be seen as an allocation problem of shared renewable resources and then can be resolved in terms of constraint satisfaction problem. To make it possible a reference model of a constraint satisfaction problem is developed, and provided case illustrates its usability in an example taking into account both an accurate and an uncertain specification of robots operation time.

1. Wstęp

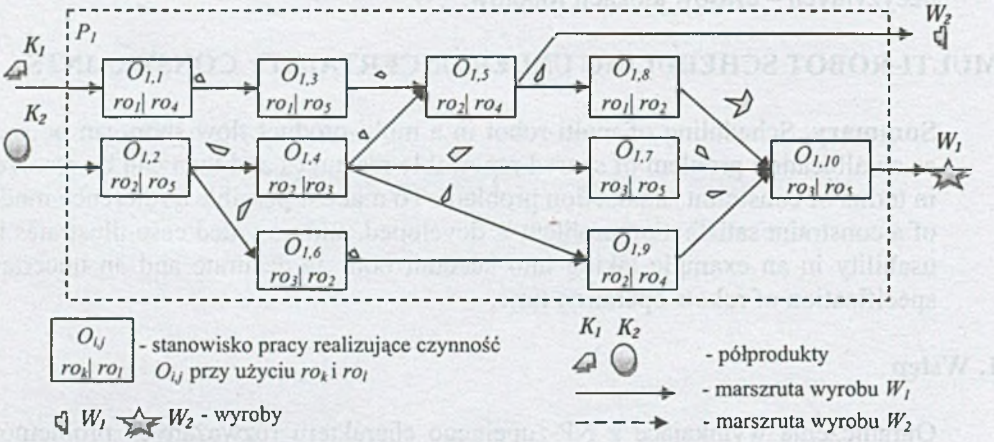
Ograniczenia wynikające z NP-zupełnego charakteru rozważanych problemów harmonogramowania, pracy zespołu robotów wielofunkcyjnych, rozmiarów podejmowanych zadań, a także wiążące się z oczekiwaniami zautomatyzowanego i przyjaznego, w trybie „on-line" przebiegającego wspomagania decyzji, implikują potrzebę budowy zadaniowo zorientowanych, interakcyjnych systemów wspomagania. W przedstawionym kontekście celem pracy jest ukazanie możliwości budowy tego typu systemów, systemów implementujących techniki programowania z ograniczeniami [3].

Przyjęty model referencyjny [4], ujmujący specyfikę zrobotyzowanych, wielofunkcyjnych systemów, potokowej produkcji wieloasortymentowej, pozwala rozważać dwie klasy pytań rutynowych; pytań odnoszących się do prognozowanych (w oparciu o przyjęte założenia) wartości funkcji celu oraz pytań odnoszących się do założeń implikujących oczekiwane wartości funkcji celu. Rozważany przypadek ogranicza się do problemów decyzyjnych związanych z rozstrzyganiem konfliktów zasobowych w sytuacjach, kiedy jednoczesne wykonanie różnych czynności wymaga dostępu do współdzielonych robotów - dyskretnych zasobów odnawialnych. Z uwagi na sposób specyfikacji modelu referencyjnego (zbiory zmiennych, dziedzin zmiennych i ograniczeń), pozwalający rozważać go w kategoriach Problemu Spełnienia Ograniczeń [3], wykorzystywane są techniki programowania z ograniczeniami [2], w szczególności język ogólnie dostępnego systemu OZ Mozart [10].

2. Model problemu decyzyjnego

2.1. Planowanie pracy zespołu robotów wielofunkcyjnych

Na linii produkcyjnej P_1, na 10 stanowiskach (rys. 1), z dwóch typów półproduktów K_1, K_2 wytwarzane są wyroby W_1 i W_2. Wykonywane czynności zaliczane do trzech kategorii: „podziału", np. demontażu, $\{O_{1,2},O_{1,4}\}$, „łączenia", np. montażu, $\{O_{1,5},O_{1,9},O_{1,10}\}$ oraz „przetwarzania", np. obróbki, $\{O_{1,1},O_{1,3},O_{1,6},O_{1,7},O_{1,8}\}$. Stanowiska te obsługiwane są przez trzy roboty (ro_1, ro_2, ro_3) i dwóch pracowników (ro_4, ro_5), przy czym, wykonywane na niektórych z nich operacje wymagają jednoczesnego współdziałania dwóch robotów lub pracownika i robota (tabela 1).



Rys. 1. Przykładowy systemu produkcyjny – linie produkcyjne P_1

Tabela 1

Wykorzystanie robotów i pracowników przy realizacji czynności marszruty P_1

		$O_{1,1}$	$O_{1,2}$	$O_{1,3}$	$O_{1,4}$	$O_{1,5}$	$O_{1,6}$	$O_{1,7}$	$O_{1,8}$	$O_{1,9}$	$O_{1,10}$
roboty	ro_1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
	ro_2	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0
	ro_3	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1
pracownicy	ro_4	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
	ro_5	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1

Znane są czasy trwania poszczególnych operacji oraz związane z nimi momenty alokacji robotów. Tak rozumiane zmienne decyzyjne mogą przyjmować charakter dokładny lub przybliżony, związany np. z nominalnymi czasami operacji technologicznych wykonywanymi odpowiednio przez robot i/lub pracownika. Łatwo zauważyć, że ograniczona pula zasobów może prowadzić do występowania konfliktów zasobowych, związanych z koniecznością rozstrzygania pierwszeństwa przydziału limitowanych zasobów. Sytuacje tego typu występują w chwilach, gdy kontynuacja równolegle realizowanych operacji wymaga przydziału danego zasobu w ilości przekraczającej jego limit. Oznacza to niebezpieczeństwo występowania blokad ograniczające m.in. możliwości sterowania alokacją zasobów w trybie na bieżąco.

Nieprecyzyjny charakter zmiennych decyzyjnych implikuje również nieprecyzyjny charakter funkcji celu, terminu ukończenia produkcji – pojedynczych sztuk asortymentu wyrobów W_1 i W_2. Nieprecyzyjność tę pogłębia konieczność uwzględnienia ograniczeń łączących zmienne nieprecyzyjne, tzn. konieczność przyjęcia stopnia spełnienia tych ograniczeń.

W przedstawionym kontekście problem planowania pracy zespołu robotów wielofunkcyjnych w systemie potokowej, jednoczesnej i wieloasortymentowej produkcji jednostkowej sprowadza się do wyboru takich wartości zmiennych decyzyjnych, które spełniają, wyrażone w pytaniach rutynowych, oczekiwania dyspozytora, np. związane z wyznaczaniem wartości funkcji celu implikowanych przez przyjęte wartości zmiennych decyzyjnych, a w szczególności związane z pytaniami typu: Czy dana alokacja robotów i/lub czasy realizacji czynności gwarantuje ukończenie produkcji w zadanym horyzoncie H?

2.2. Model referencyjny

Dalsze rozważania koncentrują się na modelu referencyjnym problemu planowania jednoczesnej produkcji wieloasortymentowej; modelu obejmującym zbiór zmiennych decyzyjnych, opisujących przedsiębiorstwo i realizowane w nim procesy produkcyjne, dyskretne dziedziny zmiennych decyzyjnych, a także zbiór ograniczeń łączących zmienne decyzyjne, zbiór ograniczeń specyfikujących pytania rutynowe oraz zbiór ograniczeń odnoszących się do pytań rutynowych (zwykle formułowanych w postaci warunków wystarczających, których spełnienie wyklucza odpowiedź typu NIE WIEM). Model ten sformułowany jest pod kątem pytania rutynowego: Czy dostępne zdolności produkcyjne oraz przyjęty sposób alokacji zasobów pozwolą ukończyć produkcję w oczekiwanym terminie? i obejmuje [1], [2]:

Zmienne decyzyjne: Dana jest liczba lz zasobów odnawialnych ro_i (np. pracowników, maszyn, narzędzi, itp.) tworzących sekwencje: $Ro = (ro_1, ro_2, \ldots, ro_z)$. Znane są wielkości zo_i dostępnych zasobów odnawialnych ro_i tworzących sekwencje $Zo = (zo_1, zo_2, \ldots, zo_{lz})$, gdzie zo_i – dopuszczalna wartość i-tego zasobu. Zakłada się, że dopuszczalna liczba zasobów odnawialnych nie zmienia się w czasie. Znane są czasy trwania przeprowadzanych czynności oraz niezbędne do ich wykonania ilości zasobów. Dany jest zbiór marszrut technologicznych $P = \{P_1, P_2, \ldots, P_{lp}\}$. Każda marszruta P_i składa się z lo_i czynności $P_i = \{O_{i,1}, O_{i,2}, O_{i,3}, \ldots, O_{i,loi}\}$, gdzie:

$$O_{i,j} = (x_{i,j}, t_{i,j}, Tp_{i,j}, Tz_{i,j}, Dp_{i,j}), \tag{1}$$

$x_{i,j}$ – termin rozpoczęcia czynności $O_{i,j}$ liczony względem początku horyzontu H,

t_{ij} – czas trwania czynności $O_{i,j}$,

$Tp_{i,j} = (tp_{i,j,1}, tp_{i,j,2}, \dots , tp_{i,j,lz})$ - sekwencja terminów pobrania przez czynność $O_{i,j}$ kolejnych zasobów odnawialnych: $tp_{i,j,k}$ – termin liczony względem $x_{i,j}$ pobrania przez czynność $O_{i,j}$, k-tego zasobu odnawialnego w ilości $dp_{i,j,k}$. Przyjmuje się, że zasób jest pobierany w trakcie trwania czynności: $0 \le tp_{i,j,k} < t_{ij}$; $k = 1,2,\dots,lz$,

$Tz_{i,j} = (tz_{i,j,1}, tz_{i,j,2}, \dots , tz_{i,j,lz})$ - sekwencja terminów zwracania przez czynność $O_{i,j}$ kolejnych zasobów odnawialnych: $tz_{i,j,k}$ – termin liczony względem $x_{i,j}$ zwrócenia przez czynność $O_{i,j}$, k-tego zasobu odnawialnego w ilości $dp_{i,j,k}$. $Dp_{i,j} = (dp_{i,j,1}, dp_{i,j,2},\dots, dp_{i,j,lz})$ oznacza sekwencję ilości pobieranych przez czynności $O_{i,j}$ zasobów odnawialnych: $dp_{i,j,k}$ – ilość k-tego zasobu pobieranego przez czynność,

Wartości $x_{i,j}$, t_{ij} oraz elementy sekwencji $Tp_{i,j}$, $Tz_{i,j}$, $Dp_{i,j}$, gdzie $x_{i,j}$, t_{ij}, $tp_{i,k,j}$, $tz_{i,k,j}$, $dp_{i,k,j} \in N$, są elementami następujących sekwencji:

- terminów rozpoczęcia czynności marszruty technologicznej P_i:
  $X_i = (x_{i,1}, x_{i,2},\dots,x_{i,lo_i})$, $\quad 0 \le x_{i,j} < h$; $i = 1, 2,\dots, lp$; $j = 1, 2,\dots, lo_i$,
- czasów trwania czynności marszruty P_i: $T_i = (t_{i,1}, t_{i,2}, \dots , t_{i,lo_i})$,
- terminów pobierania j-tego zasobu podczas trwania czynności marszruty P_i:
  $TP_{i,j} = (tp_{i,1,j}, tp_{i,2,j},\dots, tp_{i,lo_i,j})$,
- terminów zwalniania j-tego zasobu podczas trwania czynności marszruty P_i:
  $TZ_{i,j} = (tz_{i,1,j}, tz_{i,2,j},\dots , tz_{i,lo_i,j})$,
- ilości pobieranego j-tego zasobu w trakcie realizacji czynności marszruty P_i:
  $DP_{i,j} = (dp_{i,1,j}, dp_{i,2,j},\dots , dp_{i,lo_i,j})$.

Ograniczenia: Dany jest horyzont H, zbiór marszrut technologicznych P, dopuszczalne wartości zasobów nieodnawialnych Zo. Znane są początkowe ilości zasobów odnawialnych Zn oraz sekwencje T_i, $TP_{i,j}$, $TZ_{i,j}$, $DP_{i,j}$.

Dany jest horyzont $H = [0, h]$, $H \subset N$, określający przedział czasowy realizacji asortymentu wyrobów. Czynności są niepodzielne w czasie oraz mogą rezerwować dowolną ilość zasobów. Przyjmuje się, że:

- każdy zasób w danej czynności może być wykorzystany tylko jednokrotnie,
- ilość danego zasobu odnawialnego wykorzystywanego przez daną czynność nie ulega zmianie i nie może być przydzielona do innej czynności,
- warunkiem rozpoczęcia czynności jest dostęp do żądanej ilości zasobów odnawialnych w zadanych terminach $Tp_{i,j}$, $Ts_{i,j}$.

Przyjęto, że zmienne określające terminy rozpoczęcia czynności $x_{i,j}$ oraz czasy ich trwania $t_{i,j}$ są zmiennymi rozmytymi [7]. Zmienne te są oznaczane symbolami $\hat{x}_{i,j}$, $\hat{t}_{i,j}$, odpowiednio w sekwencji:

- terminów rozpoczęcia czynności marszruty P_i:

$$\hat{X}_i = (\hat{x}_{i,1}, \hat{x}_{i,2}, \dots , \hat{x}_{i,lo_i}), \tag{2}$$

- czasów trwania czynności marszruty P_i:

$$\hat{T}_i = (\hat{t}_{i,1}, \hat{t}_{i,2}, \dots , \hat{t}_{i,lo_i}), \tag{3}$$

Zgodnie z powyższym czynność $O_{i,j}$ ma postać:

$$O_{i,j} = (\hat{x}_{i,j}, \hat{t}_{i,j}, Tp_{i,j}, Tz_{i,j}, Dp_{i,j}), \tag{4}$$

gdzie: $\hat{x}_{i,j}$ – rozmyty termin rozpoczęcia czynności $O_{i,j}$,

$\hat{t}_{i,j}$ – rozmyty czas trwania czynności $O_{i,j}$,

$Tp_{i,j}$, $Tz_{i,j}$, $Dp_{i,j}$, – tak jak w wyrażeniu (1).

W oparciu o wprowadzone postacie operatorów „$\hat{=}$", „$\hat{<}$", „$\hat{>}$", „$\hat{+}$", „$\hat{-}$" ograniczenia na liczbach rozmytych mają postać:

Ograniczenia kolejnościowe: Dana jest sieć czynności marszruty technologicznej. Ograniczenia kolejnościowe opisujące relacje zmiennych rozmytych $\hat{x}_{i,j}$, $\hat{t}_{i,j}$ mają postać:

- dla czynności występujący po sobie:

$$\hat{x}_{i,j} \hat{+} \hat{t}_{i,j} \hat{\leq} \hat{x}_{i,k}, \tag{5}$$

- dla wielu poprzedników:

$$\hat{x}_{i,j} \hat{+} \hat{t}_{i,j} \hat{\leq} \hat{x}_{i,k},\ \hat{x}_{i,j+1} \hat{+} \hat{t}_{i,j+1} \hat{\leq} \hat{x}_{i,k}, \ldots, \hat{x}_{i,j+n} \hat{+} \hat{t}_{i,j+n} \hat{\leq} \hat{x}_{i,k}, \tag{6}$$

- dla wielu następników:

$$\hat{x}_{i,j} \hat{+} \hat{t}_{i,j} \hat{\leq} \hat{x}_{i,k+1}, \hat{x}_{i,j} \hat{+} \hat{t}_{i,j} \hat{\leq} \hat{x}_{i,k+2}, \ldots, \hat{x}_{i,j} \hat{+} \hat{t}_{i,j} \hat{\leq} \hat{x}_{i,k+n}. \tag{7}$$

Należy zaznaczyć, że zgodnie z wyrażeniami (patrz Dodatek) (D8), (D9), (D10), (D11), (D12), każde ograniczenie na zmiennych rozmytych C_i (np.: $\hat{v}_i \hat{<} \hat{v}_l$) charakteryzowane jest przez wartość logiczną $E(C_i)$, $E(C_i) \in [0,1]$. Wartości $E(C_i)$ determinują stopień niepewności DE określający, w jakim stopniu ograniczenia wchodzące w skład modelu referencyjnego są spełnione. $DE = 1$ oznacza, że wszystkie ograniczenia są spełnione„na pewno", a $DE = 0{,}8$, że „prawie na pewno". Stopień DE definiuje wyrażenie (8):

$$DE = \min_{i=1,2,\ldots,lo_c} \{E(C_i)\}, \tag{8}$$

gdzie: lo_c – liczba ograniczeń modelu referencyjnego.

Ograniczenia na zasoby odnawialne: Dla zmiennych precyzyjnych ograniczenie gwarantujące brak blokady dla zasobów odnawialnych ma postać (9) [4]. Ograniczenie to zapewnia, że w chwili g horyzontu H suma zarezerwowanych zasobów odnawialnych nie przekracza dopuszczalnej wartości Zo. Ograniczenie to przyjmuje postać nierówności:

$$\sum_{i=1}^{lp} \sum_{j=1}^{lo_i} \left[dp_{i,j,k} \cdot \bar{1}(g, x_{i,j} + tp_{i,j,k}, x_{i,j} + tz_{i,j,k}) \right] \leq zo_k, \tag{9}$$

gdzie: lp – liczba projektów, lo_i – liczba operacji w i-tym projekcie,

$dp_{i,j,k}$ – liczba k-tego zasobu rezerwowana przez operację $O_{i,j}$,

$\bar{1}(g,a,b) = 1(g-a) - 1(g-b)$ – jednostkowa funkcja czasu rezerwacji zasobu,

$1(g)$ – funkcja jednostkowa.

Celem zdefiniowania analogicznych ograniczeń dla zmiennych rozmytych $\hat{x}_{i,j}$, $\widehat{tp}_{i,j}$, $\widehat{tz}_{i,j}$, konieczne jest zdefiniowanie rozmytej jednostkowej funkcji czasu rezerwacji zasobu (10):

$$\hat{\bar{1}}(\hat{g}, \hat{a}, \hat{b}, E_{\hat{1}}) = \hat{1}(\hat{g}, \hat{a}, E_{\hat{1}}) - \hat{1}(\hat{g}, \hat{b}, E_{\hat{1}}), \tag{10}$$

gdzie: $\hat{a}, \hat{b}$ – liczby rozmyte, $\hat{1}(\hat{g}, \hat{a}, E_{\hat{1}})$ – rozmyta funkcja jednostkowa.

Przyjęto, że rozmyta funkcja jednostkowa ma postać (11):

$$\hat{1}(\hat{g},\hat{a},E_{\hat{1}}) = 1 - \frac{E_{\hat{1}} - E(\hat{g} \gtreqqless \hat{a})}{1 - 2E(\hat{g} \gtreqqless \hat{a})}, \tag{11}$$

gdzie: $\hat{1}(\hat{g},\hat{a},E_{\hat{1}}) \in \{0,1\}$, $E_{\hat{1}} \in [0,1]$ - wartość logiczna funkcji jednostkowej.

Rozmyta funkcja jednostkowa (11) oraz założenie o stałej ilości zasobów odnawialnych w czasie umożliwiają sformułowanie ograniczeń narzucanych na zasoby odnawialne, ograniczeń gwarantujących (na określonym poziomie niepewności) brak występowania sytuacji blokadowych:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{lp}\sum\limits_{j=1}^{lo_i}\left[dp_{i,j,k}\cdot \hat{1}\left(\hat{x}_{1,1}\hat{+}tp_{1,1,k},\hat{x}_{i,j}\hat{+}tp_{i,j,k},\hat{x}_{i,j}\hat{+}tz_{i,j,k},E_{\hat{1},i,j,1}\right)\right] \le zo_k \\ \dots \\ \sum\limits_{i=1}^{lp}\sum\limits_{j=1}^{lo_i}\left[dp_{i,j,k}\cdot \hat{1}\left(\hat{x}_{1,lo_1}\hat{+}tp_{1,lo_1,k},\hat{x}_{i,j}\hat{+}tp_{i,j,k},\hat{x}_{i,j}\hat{+}tz_{i,j,k},E_{\hat{1},i,j,lo_1}\right)\right] \le zo_k \\ \sum\limits_{i=1}^{lp}\sum\limits_{j=1}^{lo_i}\left[dp_{i,j,k}\cdot \hat{1}\left(\hat{x}_{2,1}\hat{+}tp_{2,1,k},\hat{x}_{i,j}\hat{+}tp_{i,j,k},\hat{x}_{i,j}\hat{+}tz_{i,j,k},E_{\hat{1},i,j,lo_1+1}\right)\right] \le zo_k \\ \dots \\ \sum\limits_{i=1}^{lp}\sum\limits_{j=1}^{lo_i}\left[dp_{i,j,k}\cdot \hat{1}\left(\hat{x}_{lp,lo_{lp}}\hat{+}tp_{lp,lo_{lp},k},\hat{x}_{i,j}\hat{+}tp_{i,j,k},\hat{x}_{i,j}\hat{+}tz_{i,j,k},E_{\hat{1},i,j,lo_1+lo_2+..+lo_p}\right)\right] \le zo_k \end{cases} \tag{12}$$

dla: $k = 1,2, \dots, lz$, gdzie lz – liczba zasobów odnawialnych,

$E_{\hat{1},i,j,q}$ – wartość logiczna (stopień spełnienia) i,j-tej rozmytej funkcji jednostkowej dla q-tej nierówności.

Wartość logiczną nierówności układu $E(Co_q)$ (gdzie Co_q to q-ta nierówność układu (12)) definiuje (13):

$$E(Co_q) = \min_{i=1,2,\dots lp}\left\{\min_{j=1,2,\dots,lo_i}\left\{E_{\hat{1},i,j,q}\right\}\right\}, \tag{13}$$

gdzie: lp – liczba marszrut technologicznych, lo_i – liczba czynności w i-tej marszrucie.

W przypadku modeli referencyjnych, opisywanych na rozmytych zmiennych decyzyjnych, wykorzystywane jest doświadczenie projektanta decydującego o charakterze niepewności występujących w modelu zmiennych rozmytych (np. kształcie liczb rozmytych) oraz dopuszczalnych wartościach stopnia spełnienia wprowadzanych ograniczeń.

3. Problem spełnienia ograniczeń

Programowanie z ograniczeniami CP (Constraint Programming) jest obszarem technologii oprogramowania bazującym na specyfikacji ograniczeń zmiennych decyzyjnych rozwiązywanych problemów. Istotną cechę ograniczeń stanowi ich deklaratywny charakter. Oznacza to, że ograniczenia specyfikują jedynie postać wymaganych relacji, nie podają natomiast sposobu gwarantującego ich zachodzenie.

W tym kontekście specyfikację problemu spełnienia ograniczeń (PSO) stanowią zbiory zmiennych i ich dziedzin oraz zbiór ograniczeń wiążących wybrane zmienne decyzyjne. Poszukiwanym rozwiązaniem jest zbiór wartości zmiennych spełniających przyjęte ograniczenia.

Problem spełniania ograniczeń $CS = ((V,D),C)$ determinują: skończony zbiór zmiennych decyzyjnych $V = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$, rodzina dziedzin zmiennych $D = \{D_i \mid D_i = (d_{i,1},...,d_{i,j},...,d_{i,m}),\ i = 1, ..., n\}$ oraz skończony zbiór ograniczeń $C = \{C_i \mid i = 1, ..., L\}$ limitujących wartości zmiennych decyzyjnych. Poszukiwane jest rozwiązanie bądź to dopuszczalne, tzn. rozwiązanie, w którym wartości wszystkich zmiennych spełniają wszystkie ograniczenia (zwykle jedno – najwcześniej uzyskane), bądź też rozwiązanie optymalne ekstremalizujące funkcję celu określoną na wybranym podzbiorze zmiennych decyzyjnych.

Rozwiązanie CS uzyskiwane jest w wyniku systematycznego bądź heurystycznego przeszukiwania możliwych przyporządkowań wartości zmiennych decyzyjnych. Metody przeszukiwania implementowane są w językach klasy CP, np. Oz Mozart [8], ILOG [6].

Łatwo zauważyć, że zaproponowany model referencyjny wpisuje się w terminologię PSO, a jego dopuszczalnym rozwiązaniem jest kombinacja wartości zmiennych decyzyjnych spełniająca przyjęty zbiór ograniczeń – w tym ograniczeń determinujących pożądane właściwości funkcji celu.

4. Przykład ilustracyjny

Dana jest marszruta technologiczna P_1, wzdłuż której realizowanych jest 10 czynności (rys. 1). Po ukończeniu czynności $O_{1,5}$ uzyskiwany jest wyrób W_2, a po ukończeniu czynności $O_{1,10}$, wyrób W_1. Rozmyte czasy trwania poszczególnych operacji zadane są w postaci sekwencji $\widehat{T}_1 = (\hat{t}_{1,1}, \hat{t}_{1,2}, ..., \hat{t}_{1,10})$. Elementy sekwencji $\widehat{T}_1$ mają postać:

$\hat{t}_{1,1} = \{\{[1,3],[2,3],[3,3]\},\{0;0{,}5;1\}\}$, (dodatek rys. D1)
$\hat{t}_{1,2} = \{\{[2,6],[2,5],[1,1]\},\{0;0{,}5;1\}\}$, $\hat{t}_{1,3} = \{\{[5,5],[5,5],[5,5]\},\{0;0{,}5;1\}\}$,
$\hat{t}_{1,4} = \{\{[3,5],[3,4],[3,3]\},\{0;0{,}5;1\}\}$, $\hat{t}_{1,5} = \{\{[2,4],[3,4],[4,4]\},\{0;0{,}5;1\}\}$,
$\hat{t}_{1,6} = \{\{[2,4],[2,3],[2,2]\},\{0;0{,}5;1\}\}$, $\hat{t}_{1,7} = \{\{[1,5],[2,4],[2,2]\},\{0;0{,}5;1\}\}$,
$\hat{t}_{1,9} = \{\{[2,2],[2,2],[2,2]\},\{0;0{,}5;1\}\}$, $\hat{t}_{1,10} = \{\{[2,4],[3,4],[4,4]\},\{0;0{,}5;1\}\}$

Przyjęto, że zasoby są rezerwowane wraz z rozpoczęciem operacji i zwalniane w momencie jej ukończenia. Stąd sekwencje $TP_{1,1}$, $TP_{1,2}$, $TP_{1,3}$, $TP_{1,4}$, $TP_{1,5}$ są sekwencjami zerowymi: $TP_{1,1} = TP_{1,2} = TP_{1,3} = TP_{1,4} = TP_{1,5} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$. Sekwencje $\widehat{TZ}_{1,1}$, $\widehat{TZ}_{1,2}$, $\widehat{TZ}_{1,3}$, $\widehat{TZ}_{1,4}$, $\widehat{TZ}_{1,5}$, mają postać: $\widehat{TZ}_{1,1} = \widehat{TZ}_{1,2} = \widehat{TZ}_{1,3} = \widehat{TZ}_{1,4} = \widehat{TZ}_{1,5} = \widehat{T}_1$. Z kolei, wymagane ilości zasobów odnawialnych ro_1, ro_2, ro_3, ro_4, ro_5, alokowanych do czynności marszruty P_1, zgodnie z tabelą 1, wyrażają sekwencje:

$DP_{1,1} = (1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0)$, $DP_{1,2} = (0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0)$,
$DP_{1,3} = (0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1)$, $DP_{1,4} = (1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0)$,
$DP_{1,5} = (0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1)$.

Dane są: horyzont czasowy $H = [0, 20]$, $H \subset N$, dopuszczalny zakres niepewności $DE \geq 0{,}8$, dopuszczalne wartości zasobów odnawialnych $Zo = (zo_1, zo_2, zo_3, zo_4, zo_5)$, gdzie: $zo_1 = zo_2 = zo_3 = zo_4 = zo_5 = 1$. Poszukiwana jest odpowiedź na pytanie: **Czy istnieje harmonogram realizacji produkcji gwarantujący jej ukończenie w horyzoncie H?**

Odpowiedź na postawione pytanie wiąże się wyznaczeniem rozmytych wartości elementów sekwencji $\hat{X}_1$: $\hat{X}_1 = (\hat{x}_{1,1}, \hat{x}_{1,2}, \ldots, \hat{x}_{1,10})$. Przyjęto, że elementy sekwencji $\hat{X}_1$ przyjmują wartości o trójkątnym kształcie funkcji przynależności.

Ponadto przyjęto, że ograniczenia kolejnościowe są zgodne z (5), (6), (7), a ograniczenia narzucane na zasoby odnawialne są zgodne z (12). Ograniczenia te zaimplementowane zostały w środowisku OzMozart. Pierwsze rozwiązanie dopuszczalne zostało znalezione w czasie 3 minut (komputer z procesorem AMD Athlon(tm)XP 2500 + 1.85 GHz i pamięcią RAM 1,00 GB).

$$\hat{x}_{1,1} = \{\{[0,0],[0,0],[0,0]\},\{0;0{,}5;1\}\},\ \hat{x}_{1,2} = \{\{[0,0],[0,0],[0,0]\},\{0;0{,}5;1\}\}$$
$$\hat{x}_{1,3} = \{\{[2,4],[3,4],[4,4]\},\{0;0{,}5;1\}\},\ \hat{x}_{1,4} = \{\{[2,4],[3,4],[4,4]\},\{0;0{,}5;1\}\}$$
$$\hat{x}_{1,5} = \{\{[7,9],[8,9],[9,9]\},\{0;0{,}5;1\}\},\ \hat{x}_{1,9} = \{\{[12,14],[12,13],[12,12]\},\{0;0{,}5;1\}\},$$
$$\hat{x}_{1,6} = \{\{[5,7],[6,7],[7,7]\},\{0;0{,}5;1\}\},\ \hat{x}_{1,8} = \{\{[11,13],[11,12],[11,11]\},\{0;0{,}5;1\}\},$$
$$\hat{x}_{1,7} = \{\{[7,9],[8,9],[9,9]\},\{0;0{,}5;1\}\},\ \hat{x}_{1,10} = \{\{[13,15],[14,15],[15,15]\},\{0;0{,}5;1\}\}.$$

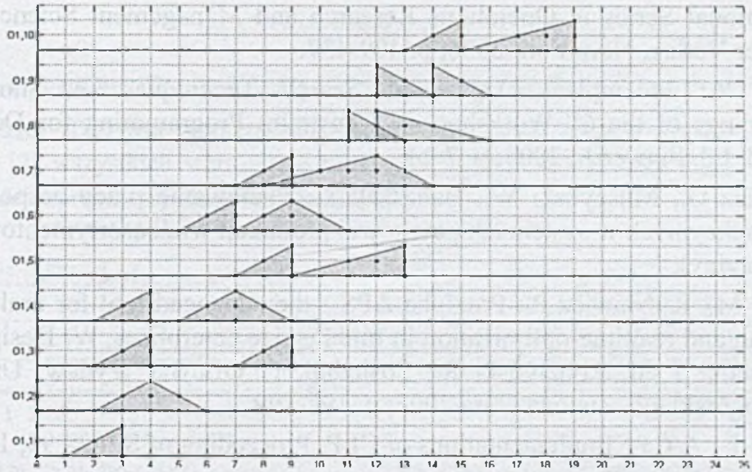
Harmonogram realizacji marszruty technologicznej P_1, dla uzyskanego rozwiązania dopuszczalnego, ilustruje rysunek 2.

Każdej operacji $O_{i,j}$ odpowiadają dwie liczby rozmyte. Pierwsza określa termin jej rozpoczęcia, a druga ukończenia. Otrzymane wartości określają przedziały terminów, w których operacja może się rozpocząć i ukończyć. Przyjęty stopień spełnienia $DE \geq 0{,}8$ oznacza, że w najgorszym przypadku 80% wartości z przedziałów liczb rozmytych spełnia ograniczenia modelu referencyjnego.

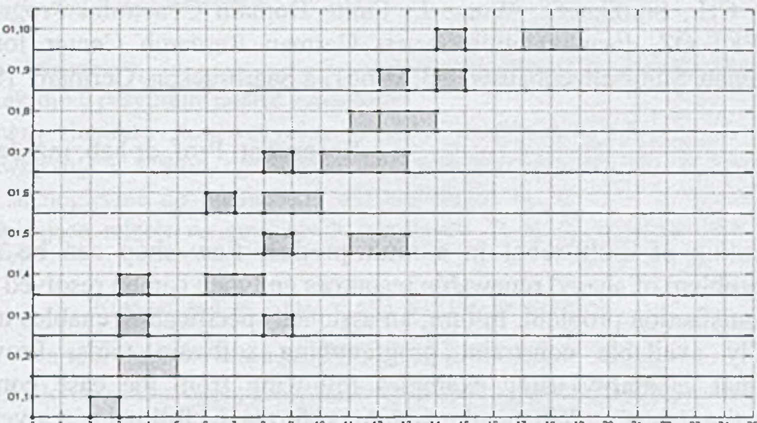
Na rysunku 3 przedstawiono przedziały wartości, dla których stopień przynależności do każdej z liczb jest co najmniej 0,5. Oznacza to, że 80% otrzymanych wartości spełnia ograniczenia modelu referencyjnego, a wyznaczone terminy, ze stopniem spełnienia 0,5 ukończenia wyrobów W_1 i W_2, wynoszą odpowiednio 19 i 15 jednostek czasu.

5. Wnioski

Przedstawiony przykład ilustruje możliwości wykorzystania języków programowania z ograniczeniami przy rozwiązywaniu problemów planowania pracy zespołu robotów wielofunkcyjnych w systemach potokowej i wieloasortymentowej produkcji jednostkowej. W przykładzie wykorzystano opracowany model referencyjny problemu decyzyjnego, stanowiący swoistą reprezentację problemu spełniania ograniczeń, który koncentruje się na klasie zadań, związanych z wyznaczaniem wartości zmiennych decyzyjnych gwarantujących zadane wartości funkcji celu.



Rys. 2. Rozmyty harmonogram realizacji czynności marszruty P_1



Rys. 3. Przedziały wartości ze stopniem spełnienia, co najmniej 0,5

Model referencyjny umożliwia budowę bardziej zaawansowanych, zadaniowo zorientowanych, systemów interakcyjnego wspomagania decyzji, np. systemów sterowania dyspozytorskiego w Elastycznych Systemach Produkcyjnych. Aktualnie prowadzone badania wiążą się z opracowaniem metod interakcyjnego rozwiązywania zadań alokacji zasobów odnawialnych i nieodnawialnych realizowanych w systemach produkcyjnych, w warunkach niepewności.

BIBLIOGRAFIA

1. Bach I., Tomczuk-Piróg I., Bzdyra K., Banaszak Z.: Zarządzanie wiedzą MŚP (wspomaganie decyzji). W: Komputerowo zintegrowane zarządzanie, T. I, Knosala R., Oficyna Wydawnicza PTZP, Opole 2007, s. 22-31.
2. Banaszak Z.: CP-based decision support for project-driven manufacturing. In: Perspectives in Modern Project Scheduling (Józefowska J. and Węglarz J. (Ed.)),

International Series in Operations Research and Management Science, Vol. 92, Springer Verlag, New York 2006; p. 409-437.

3. Barták R.: Incomplete Depth-First Search Techniques: A Short Survey, Proceedings of the 6th Workshop on Constraint Programming for Decision and Control, Ed. Figwer J., 2004; p. 7-14.
4. Bocewicz G., Muszyński W., Banaszak Z.: Planowanie pracy zespołu robotów wielofunkcyjnych w systemach potokowej produkcji wieloasortymentowej (Model referencyjny).
5. Dzikuć M., Kużdowicz P.: Proalpha APS - the advanced tool for multi-resource-planning and realtime-optimization in middle-size enterprises, W: Design methods for practice / ed. Rohatyński R., Poślednik P. Oficyna Wydaw. Uniwersytetu Zielonogórskiego, Zielona Góra 2006; p. 197-199.
6. Puget J-F.: A C++ Implementations of CLP. Proceeding of SPICS 94, 1994.
7. Piegat A.: Modelowanie i sterowanie rozmyte. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 1999.
8. Schulte CH., Smolka G., Wurtz J.: Finite Domain Constraint Programming in Oz, DFKI OZ documentation series, German Research Center for Artificial Intelligence, Stuhlsaltzenhausweg 3, D-66123 Saarbrucken, Germany 1998.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Jerzy Świder

Abstract

Scheduling of multi-robot in a multi-product flow shop can be seen as an allocation problem of shared renewable resources and then can be resolved in terms of constraint satisfaction problem. In turn, an assumed specification enables usage of the commercially available constraint programming software tools. Provided case illustrates that capability using examples following from the case concerning of routine questions such as: What is the system performance following a given resources allocation? What is the production completion time following assumed robots operation time? The proposed reference model of multi-robot scheduling problem can be used as a formal framework for designing of more advanced, i.e., taking into account both renewable and non-renewable resources as well as accurate and uncertain data specification, decision support tools.

Dodatek

Zgodnie z [7], liczba rozmyta jest zbiorem rozmytym opisywanym na zbiorze liczb rzeczywistych i reprezentowanym przez wypukłą funkcję przynależności. Przyjęto, że liczby rozmyte są opisywane na zbiorze liczb naturalnych i postrzegane jako pary postaci:

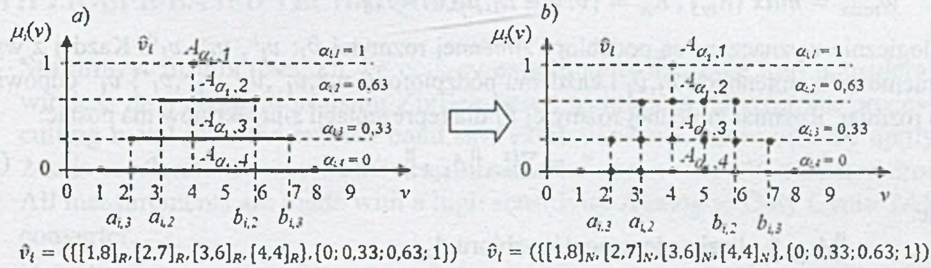
$$\{A_i, \alpha_i\} \tag{D1}$$

gdzie: $A_i = \{ A_{z_i,1}, A_{z_i,2}, \ldots, A_{z_i,lz} \}$ skończony zbiór z - przekrojów, $\alpha_{i,j} = \{\alpha_{i,1}, \alpha_{i,2}, \ldots, \alpha_{i,lz}\}$ zbiór wartości cięć kolejno dla przekrojów $A_{z_i,1}, A_{z_i,2}, \ldots, A_{z_i,l\alpha}$. lz – liczba z-przekrojów.

$$A_{z_i,k} = [a_{i,k}, b_{i,k}]_N, \tag{D2}$$

gdzie: $a_{i,k}$, $b_{i,k}$ – najmniejsza i największa wartość α-przekroju $A_{\alpha_i,k}$ [7], $a_{i,k}, b_{i,k} \in N$.

Z-przekrój (D2) jest zbiorem liczb naturalnych uzyskanym w wyniku usunięcia z α-przekroju [7] wszystkich wartości niebędących liczbami naturalnymi: $A_{z_i,k} = A_{\alpha_i,k} \cap N$. Przykład takiej reprezentacji ilustruje rysunek D1.



Rys. D1. Rozmyty zbiór V_i reprezentowany: a) przy użyciu α-przekrojów, b) przy użyciu dyskretnych α-przekrojów

Należy zaznaczyć, że reprezentacja zmiennej liczbowej o charakterze ostrym przy użyciu z przekrojów przyjmuje postać singletonu.

Niepewny charakter stosowanych w modelu zmiennych $\hat{x}_{i,j}$, $\hat{t}_{i,j}$ implikuje niepewny charakter związanych z nimi ograniczeń (np. kolejnościowych). Do budowy tego typu ograniczeń, analogicznie do operatorów algebraicznych =, ≠, <, >, ≥, ≤ , wykorzystano operatory opisujące relacje na zmiennych rozmytych $\hat{=}$, $\hat{<}$, $\hat{>}$, gwarantujące zachodzenie warunku (D3):

$$E(\hat{v}_i \mathbin{\hat{<}} \hat{v}_l) + E(\hat{v}_i \mathbin{\hat{=}} \hat{v}_l) + E(\hat{v}_i \mathbin{\hat{>}} \hat{v}_l) = 1, \tag{D3}$$

gdzie: $E(a)$ – wartość logiczna zdania a, $E(a) \in [0,1]$.

W celu zdefiniowania operatorów rozmytych spełniających (D3) wprowadzono pojęcia podzbiorów zmiennych rozmytych: $v_i{}^L$, $v_i{}^*$, $v_i{}^P$ i $v_l{}^L$, $v_l{}^*$, $v_l{}^P$ oraz pojęcia rozmiaru zmiennych rozmytych S_i i rozmiaru ich podzbiorów: $S_i{}^L, S_i{}^P, S_l{}^L, S^*, S_l{}^P$.

Każdej parze zmiennych $\hat{v}_i$, $\hat{v}_l$ przyjmujących wartości w postaci liczb rozmytych (definiowanych w postaci: $\{(\mu_i(v), v)\}, \forall v \in K_i$, gdzie K_i zbiór wartości, na którym opisywana jest liczba $\hat{v}_i$) odpowiadają podzbiory $v_i{}^L$, $v_i{}^*$, $v_i{}^P$ i $v_l{}^L$, $v_l{}^*$, $v_l{}^P$. Dla $\hat{v}_i$ można wyróżnić trzy podzbiory: $v_i{}^L$– określająca podzbiór zawierający elementy v mniejsze od elementów zbioru $\hat{v}_l$; $v_i{}^*$ – podzbiór elementów wspólnych z elementami zbioru $\hat{v}_l$; $v_i{}^P$ – podzbiór zawierający elementy v większe od elementów zbioru $\hat{v}_l$. Podzbiory $v_i{}^L$, $v_i{}^*$, $v_i{}^P$, definiowane są następująco:

$$v_i{}^L = \{(\mu_i{}^L(v), v)\}, \quad \forall v \in K_i, \tag{D4}$$

gdzie:

$$\mu_i{}^L(v) = \begin{cases} \mu_i(v) - \mu_l(v) & \text{gdy } \mu_i(v) \geq \mu_l(v), \quad v < w_{min} \\ 0 & \text{gdy } \mu_i(v) < \mu_l(v), \quad v < w_{min} \text{ lub } v \geq w_{min}, \end{cases}$$

$$w_{min} = min\,\{K_w\},\ K_w = \{v: v \in K_i, \mu_l(v) = 1\},$$

$$v_i{}^* = \{(\mu_i{}^*(v), v)\}, \quad \forall v \in K_i, \tag{D5}$$

gdzie:

$\mu_i^*(v) = min\{\mu_i(v), \mu_l(v)\}$

$$v_i^P = \{(\mu_i^P(v), v)\}, \quad \forall v \in K_i, \tag{D6}$$

$$\mu_i^P(v) = \begin{cases} \mu_i(v) - \mu_l(v) \text{ gdy } \mu_i(v) \geq \mu_l(v), & v > w_{max} \\ 0 \quad \text{gdy } \mu_i(v) < \mu_l(v), & v > w_{max} \text{ lub } v \leq w_{max}, \end{cases}$$

$w_{max} = max\,\{K_w\}$, $K_w = \{v: v \in K_i, \mu_l(v) = 1\}$.

Analogicznie wyznaczane są podzbiory zmiennej rozmytej $\hat{v}_l$: v_l^L, v_l^*, v_l^P. Każdej z wyżej wymienionych zmiennych $\hat{v}_i,\hat{v}_l$ i każdemu podzbiorowi $v_i^L, v_i^*, v_i^P, v_l^L, v_l^*, v_l^P$ odpowiada jego rozmiar. Rozmiar zmiennej rozmytej $\hat{v}_i$ dla reprezentacji z-przekrojów ma postać:

$$S_i = \sum_{k=1}^{lz} \|A_{z_l,k}\|, \tag{D7}$$

gdzie:

$\|A_{z_l,k}\|$ - liczba elemenentów zbioru $A_{z_l,k}$.

Analogicznie do (D7) wyznaczane są rozmiary zmiennej $\hat{v}_l$ oraz podzbiorów v_i^L, v_i^*, v_i^P i v_l^L, v_l^*, v_l^P, oznaczane są one kolejno symbolami: $S_l, S_i^L, S_i^*, S_i^P, S_l^L, S_l^*, S_l^P$. Ze względu na to, że rozmiary v_i^*, v_l^* są sobie równe, $S_l^* = S_i^*$, oznaczane dalej są symbolem S^*.

W oparciu o wyrażenia (D4), (D5), (D6), (D7) zdefiniowane zostały rozmyte operatory algebraiczne spełniające warunek (D3). Dane są dwie zmienne $\hat{v}_i$, $\hat{v}_l$ przyjmujące wartości rozmyte (D1):

Wartość logiczna zdania $\hat{v}_i \,\hat{=}\, \hat{v}_l$ wynosi:

$$E(\hat{v}_i \,\hat{=}\, \hat{v}_l) = \frac{2S^*}{S_i + S_l}, \tag{D8}$$

gdzie: S_i, S_l – rozmiary kolejno zbiorów $\hat{v}_i$, $\hat{v}_l$, S^* – rozmiar części wspólnej zbiorów $\hat{v}_i$ i $\hat{v}_l$.

Wartość logiczna zdania $\hat{v}_i \,\hat{<}\, \hat{v}_l$ wynosi:

$$E(\hat{v}_i \,\hat{<}\, \hat{v}_l) = \frac{S_i^L + S_l^P}{S_i + S_l}, \tag{D9}$$

gdzie: S_i – rozmiar zbioru $\hat{v}_i$, S_l – rozmiar zbioru $\hat{v}_l$,

S_i^L– rozmiar podzbioru v_i^L, S_l^P– rozmiar podzbioru v_l^P.

Wartość logiczna zdania $\hat{v}_i \,\hat{>}\, \hat{v}_l$ wynosi:

$$E(\hat{v}_i \,\hat{>}\, \hat{v}_l) = \frac{S_i^P + S_l^L}{S_i + S_l}. \tag{D10}$$

Wartość logiczna zdania $\hat{v}_i \,\hat{\geq}\, \hat{v}_l$ wynosi:

$$E(\hat{v}_i \,\hat{\geq}\, \hat{v}_l) = \frac{2S^* + S_i^P + S_l^L}{S_j + S_l}. \tag{D11}$$

Wartość logiczna zdania $\hat{v}_i \,\hat{\leq}\, \hat{v}_l$ wynosi:

$$E(\hat{v}_i \,\hat{\leq}\, \hat{v}_l) = \frac{2S^* + S_i^L + S_l^P}{S_i + S_l}. \tag{D12}$$

Wyrażenia (D8), (D9), (D10), (D11), (D12) umożliwiają budowę ograniczeń opisujących relacje równości, mniejszości/większości między dwiema zmiennymi rozmytymi. Aby móc budować ograniczenia odpowiadające ograniczeniom zmiennych precyzyjnych, konieczne jest określenie rozmytych operatorów dodawania i odejmowania. Podobnie jak poprzednio, operatory te oznaczane są symbolem „^" („$\hat{+}$", „$\hat{-}$"). Przyjęto, że operacje dodawania i odejmowania liczb rozmytych realizowane są zgodnie z [7].