ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1988

Seria: ENERGETYKA z. 102 Nr kol. 935

Jan NADZIAKIEWICZ

Instytut Techniki Cieplnej
Politechniki Śląskiej

LINIOWE RADIACYJNE ŹRÓDŁO CIEPŁA

Streszczenie. Przedstawiono koncepcję liniowego radiacyjnego źródła ciepła. Określono geometryczne właściwości promieniowania takiego źródła oraz omówiono obliczanie współczynników konfiguracji w układzie liniowego źródła ciepła i ściany płaskiej w różnych konfiguracjach.

Ważniejsze oznaczenia

A, F - powierzchnia, m^2

$\dot{E}$ - całkowity strumień energii, W

$\dot{e}_l$ - gęstość strumienia energii na jednostkę długości źródła, W/m

I_l - intensywność promieniowania na jednostkę długości źródła, W/m rad

l, r - współrzędne, m

φ, ψ, θ - kąty płaskie, rad

Ω - kąt przestrzenny, sr; $d\Omega = dF/r^2$,

φ_{1-A} - stosunek konfiguracji.

Wstęp

Obliczenia wymiany ciepła drogą promieniowania w układzie wielopowierzchniowym są niejednokrotnie uciążliwe i wymagają stosowania całek wielokrotnych do obliczania stosunków konfiguracji. W przypadkach gdy jedna z powierzchni w układzie (np. powierzchnia grzejna) jest mała w stosunku do pozostałych powierzchni oraz ma kształt wydłużonego cylindra lub taśmy, można ją zastąpić liniowym radiacyjnym źródłem ciepła, którego koncepcję i główne własności przedstawiono poniżej. Praktyczne zastosowanie może ten model źródła znaleźć w obliczeniach pieców grzewczych i suszarniczych, w których źródłem ciepła są np. rury promieniujące, oporowe elementy grzejne w kształcie cylindrycznych prętów itp.

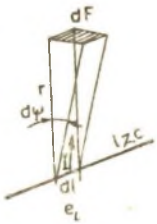
1. Geometria promieniowania liniowego radiacyjnego źródła ciepła

Promieniowanie liniowego źródła ciepła posiada pewne specyficzne cechy, które odróżniają je od promieniowania powierzchniowego źródła ciepła. Nie mogą tu być stosowane wielkości odnoszące się do jednostki powierzchni jak gęstość powierzchniowa emisji $\dot{e}$ i intensywność promieniowania I. Obecnie wielkości te muszą zostać odniesione do jednostki długości źródła, jak np. liniowa gęstość emisji źródła $\dot{e}_l$ i liniowa intensywność promieniowania I_l.

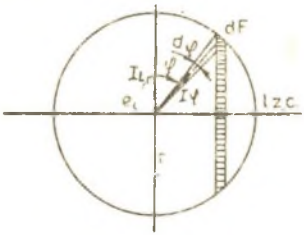
Wielkości te mogą być wyprowadzone przez ekstrapolację powierzchniowego cylindrycznego źródła ciepła do granicy dla promienia $r \to 0$. Wielkości te przedstawiono poglądowo na rysunku (rys. 1). Jeżeli dla powierzchniowego źródła ciepła intensywność promieniowania każdego jego punktu jest taka sama we wszystkich kierunkach, to liniowe źródło powinno posiadać podobną właściwość tzn. intensywność promieniowania każdego punktu ma być niezależna od kąta pod jakim się źródło obserwuje. Ten warunek prowadzi do kątowej zależności intensywności promieniowania podobnej do prawa Lamberta dla płaszczyzny:

$$I_l(\varphi) = I_{ln} \cos\varphi \tag{1}$$

gdzie: I_{ln} jest liniową intensywnością promieniowania w kierunku normalnym do źródła.



Rys. 1
Fig. 1



Rys. 2
Fig. 2

Z kierunkowymi własnościami promieniowania wiąże się zależność intensywności promieniowania w kierunku normalnym I_{ln} od liniowej gęstości emisji promieniowania źródła $\dot{e}_l$. Aby ten związek określić, należy rozpatrzyć kąt bryłowy w jakim rozchodzi się promieniowanie źródła (rys. 2).

Całkowitą energię wypromieniowaną z jednostkowej długości źródła można wyrazić przez liniową gęstość emisji:

$$d\dot{E}_l = \dot{e}_l \cdot dl \tag{2}$$

Z drugiej strony jest ona całką z liniowej intensywności promieniowania po całym kącie przestrzennym:

$$d\dot{E}_1 = \int_{\Omega} I_{1n} \cdot dl \cdot \cos\varphi \; d\Omega \tag{3}$$

gdzie:

$$d\Omega = \frac{dF}{r^2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \cos\varphi \cdot r \cdot d\varphi}{r^2} = 2\pi \cdot \cos\varphi \, d\varphi \tag{4}$$

więc

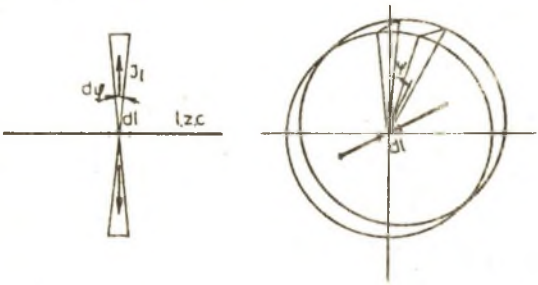
$$d\dot{E}_1 = 2\pi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} I_{1n} \cdot dl \cdot \cos^2\varphi \; d\varphi = 2\pi \cdot I_{1n} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot dl$$

$$d\dot{E}_1 = \pi^2 \cdot I_{1n} \cdot dl \tag{5}$$

Porównując równania (5) i (2) otrzymamy:

$$I_{1n} = \frac{\dot{e}_1}{\pi^2} \tag{6}$$

Jest to związek między liniową intensywnością promieniowania w kierunku normalnym do źródła i liniową gęstością emisji źródła. Dla porównania warto przypomnieć, że dla powierzchniowego źródła ciepła zależność ta ma postać $I_n = \dot{e}/\pi$



Rys. 3
Fig. 3

Można wprowadzić nową wielkość J_1 będącą intensywnością promieniowania wokół liniowego źródła ciepła (rys. 3). J_1 jest więc intensywnością promieniowania we wszystkich kierunkach wokół źródła odniesioną do jednostki długości źródła i jednostki kąta płaskiego w płaszczyźnie źródła:

$$J_1 = \frac{d^2E}{dl \cdot d\varphi} \tag{7}$$

Związek między J_1 a I_1 można znaleźć całkując intensywność I_1 wokół źródła:

$$J_1 d\varphi = \int_{\varphi=0}^{2\pi} I_1 d\Omega \tag{8}$$

stąd

$$J_1 = 2\pi \cdot I_1 \tag{9}$$

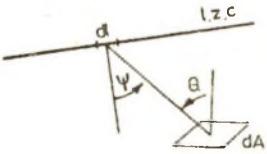
Założono tu, że I_1 nie zależy od kąta wokół źródła.

Przedstawione wyżej zależności będą wykorzystane przy określaniu zależności geometrycznych w układzie liniowego źródła ciepła i płaszczyzny np. w komorze spalania pieca.

2. Zależności geometryczne w układzie liniowe radiacyjne źródło ciepła - ściana płaska

W sytuacji gdy źródło ciepła zastąpione zostaje liniowym źródłem ciepła, konieczne staje się rozpatrzenie zależności geometrycznych występujących w układzie liniowego źródła ciepła i płaskiej ściany, przy różnej ich wzajemnej konfiguracji. Rozważania przytoczone poniżej ważne są dla ogólnie przyjętych założeń stosowanych przy wyznaczaniu stosunków konfiguracji między powierzchniami. Tak więc ośrodek nie bierze udziału w radiacyjnej wymianie ciepła i wszystkie powierzchnie są czarne lub szare i dyfuzyjne. Kierunkowe własności promieniowania liniowego źródła ciepła przedstawiono w poprzednim rozdziale.

Rozważmy układ liniowego źródła ciepła oraz dowolnie położonej elementarnej powierzchni dA (rys. 4):



Rys. 4
Fig. 4

Strumień energii wyemitowany z elementu źródła o długości dl i padający na elementarną powierzchnię dA wynosi:

$$d^2\dot{E}_{dl-dA} = I_{1n}\, dl \cdot \cos\psi\, d\Omega \tag{10}$$

wykorzystując r.6:

$$d^2\dot{E}_{dl-dA} = \frac{1}{\pi^2}\, \dot{e}_1\, dl \cos\psi\, d\Omega \tag{11}$$

gdzie: $d\Omega$ jest elementarnym kątem bryłowym, pod jakim widać element powierzchni dA z miejsca położenia elementu dl:

$$d\Omega = \frac{\cos\theta\, dA}{r^2} \tag{12}$$

Kąty Ψ i Θ tworzy promień r łączący elementy dl i dA z normalną do powierzchni dA.

$$d^2\dot{E}_{dl-dA} = \frac{1}{\pi^2}\,\dot{e}_l\,\frac{\cos\Psi\,\cos\Theta}{r^2}\,dl\,dA \tag{13}$$

Zgodnie z definicją, elementarny stosunek konfiguracji jest częścią energii wyemitowanej przez element dl i padającą na elementarną powierzchnię dA:

$$\varphi_{dl-dA} = \frac{d^2E_{dl-dA}}{\dot{e}_l\,dl} = \frac{\cos\Psi\,\cos\Theta}{\pi^2 r^2}\,dA \tag{14}$$

Lokalny stosunek konfiguracji skończonej powierzchni A względem elementarnego odcinka źródła dl można wyznaczyć całkując r. (14) po całej powierzchni A:

$$\varphi_{dl-A} = \int_A \varphi_{dl-dA} = \frac{1}{\pi^2}\int_A \frac{\cos\Psi\,\cos\Theta}{r^2}\,dA \tag{15}$$

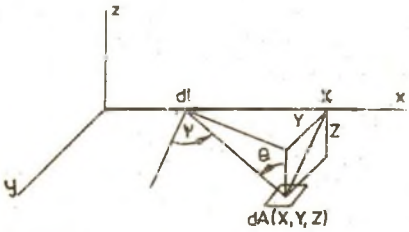
Tak więc, znając rozkład emisji $\dot{e}_l(l)$ wzdłuż długości źródła można wyznaczyć strumień ciepła padający na powierzchnię A od całego liniowego źródła ciepła całkując równanie (13) po długości źródła i wykorzystując równanie (15):

$$\dot{E}_{L-A} = \int_L \dot{e}_l(l)\,\varphi_{dl-A}\,dl \tag{16}$$

Wartości elementarnych stosunków konfiguracji dla konkretnego układu źródła i powierzchni powinny być obliczone analitycznie lub numerycznie.

Układ liniowego źródła ciepła i powierzchni równoległej do źródła

Dla uproszczenia zależności geometrycznych założymy, że liniowe źródło ciepła pokrywa się z osią x układu współrzędnych prostokątnych (rys. 5). W takim układzie cosinusy kątów Ψ i Θ mogą być wyrażone przez współrzędne X, Y, Z określające położenie elementu dA oraz współrzędną x elementu dx źródła:



Rys. 5
Fig. 5

$$\cos\Psi = \frac{\sqrt{Y^2 + Z^2}}{r}, \quad \cos\Theta = \frac{Z}{r}$$

$$r = \sqrt{(X^2 - x)^2 + Y^2 + Z^2}$$

Elementarny stosunek konfiguracji może być wyznaczony z równania (14):

$$\varphi_{dl-dA} = \frac{1}{\pi^2} \frac{z\sqrt{Y^2 + Z^2}}{\left[(X-x)^2 + Y^2 + Z^2\right]^2} dX \cdot dY \tag{14a}$$

gdzie podstawiono $dA = dX\,dY$.

Lokalny stosunek konfiguracji:

$$\varphi_{dl-A} = \frac{1}{\pi^2} \int_Y \int_X \frac{z\sqrt{Y^2 + Z^2}}{\left[(X-x)^2 + Y^2 + Z^2\right]^2} dX \cdot dY \tag{15a}$$

Całka podwójna w r.(15a) jest trudna do analitycznego obliczenia i najwygodniej jest obliczyć ją numerycznie.

Układ liniowego źródła ciepła i powierzchni prostopadłej (rys. 6)

W tym przypadku $\psi = \frac{\pi}{2} - \Theta$, a więc elementarny stosunek konfiguracji wynosi:

$$\varphi_{dl-dA} = \frac{1}{\pi^2} \frac{\sin\psi \cos\Theta}{r^2} dA \tag{16}$$

kąt ψ może być wyznaczony z zależności:

$$\cos\psi = \frac{\sqrt{Y^2 + Z^2}}{r}, \qquad \sin\psi = \frac{X - x}{r}$$

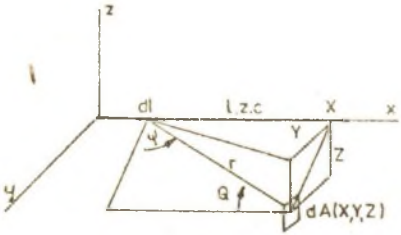
Więc

$$\varphi_{dl-dA} = \frac{1}{\pi^2} \frac{(X-x)\sqrt{Y^2+Z^2}}{r^4} dX\,dY$$

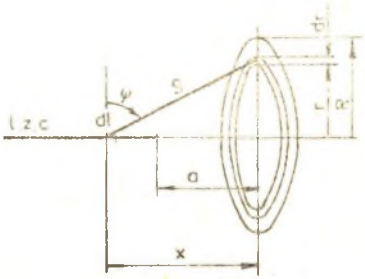
Lokalny stosunek konfiguracji:

$$\varphi_{dl-A} = \frac{1}{\pi^2} \int_Y \int_Z \frac{(X-x)\sqrt{Y^2 + Z^2}}{\left[(X-x)^2 + Y^2 + Z^2\right]^2} dY\,dZ \tag{16a}$$

Układ liniowego źródła ciepła i prostopadłej tarczy kołowej (rys. 7)



Rys. 6
Fig. 6



Rys. 7
Fig. 7

W tym przypadku elementarna powierzchnia wynosi: $dA = 2\pi . rdr$, a elementarny kąt przestrzenny

$$d\Omega = \frac{dA \cdot \cos\Theta}{\rho^2} = \frac{2\pi\, rdr \cos\Theta}{x^2 + r^2}$$

Elementarny stosunek konfiguracji:

$$\varphi_{dl-dA} = \frac{2}{\pi} \frac{\cos\Phi \cos\Theta \; r\, dr}{x^2 + r^2} \tag{17}$$

Ponieważ $\Theta = \frac{\pi}{2} - \Phi$, $\cos\Phi = \frac{r}{\rho}$, $\sin\Phi = \frac{x}{\rho}$ więc:

$$\varphi_{dl-dA} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{xr^2 dr}{(x^2 + r^2)^2}$$

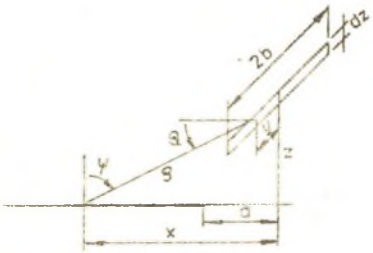
Lokalny stosunek konfiguracji jest równy:

$$\varphi_{dl-A} = \int_A \varphi_{dl-dA} = \frac{2}{\pi} \int_0^R \frac{xr^2 dr}{(x^2+r^2)^2} = \frac{1}{\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{R}{x} - \frac{xR}{x^2 + R^2}\right) \tag{17a}$$

Obliczenie stosunku φ_{L-A} dla całej długości źródła L jest trudne do wykonania analitycznie szczególnie przy zmiennej wzdłuż długości emisji źródła i najlepiej jest wykonać je numerycznie.

Układ liniowego źródła ciepła i prostopadłego wąskiego paska o długości 2b (rys. 8).

Elementarny stosunek konfiguracji wynosi:



Rys. 8
Fig. 8

$$\varphi_{dl-dA} = \frac{1}{\pi} \int_Y \int_Z \frac{\sin\Phi \cos\Theta}{\rho^2} \, dy\, dz \tag{18}$$

$$\varphi_{dl-dA} = \frac{1}{\pi^2} \int_Y \int_Z \frac{x^2 dy\, dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} =$$

$$= \frac{1}{\pi^2} x^2 \cdot \ln \frac{b + \sqrt{x^2 + b^2 + z^2}}{-b + \sqrt{x^2 + b^2 + z^2}} \, dz \tag{18a}$$

Całkowanie tego wyrażenia po L najlepiej jest wykonać numerycznie.

3. Uwagi końcowe

Zastosowanie modelu liniowego radiacyjnego źródła ciepła uprości znacząco obliczanie radiacyjnych stosunków konfiguracji, głównie przez obniżenie krotności całek występujących w równaniach. Całkowanie należy tu przeprowadzić jedynie po powierzchni odbierającej promieniowanie. Łatwo można uwzględnić zmienną na długości źródła liniową gęstość emisji.

Z drugiej strony ograniczeniem stosowania modelu liniowego źródła ciepła jest warunek, że powierzchnia źródła powinna być mała w stosunku do pozostałych powierzchni w układzie. Ten sam warunek likwiduje jednak konieczność wyznaczania temperatury źródła - operuje się jedynie liniową gęstością emisji.

LITERATURA

[1] Rudnicki Z.: Radiacyjny przepływ ciepła w piecach przemysłowych. Skrypt Politechniki Śląskiej. Gliwice 1985.

[2] Szargut J.: Metody numeryczne w obliczeniach cieplnych pieców przemysłowych. Śląsk, Katowice 1972.

[3] Sala A.: Radiacyjna wymiana ciepła. WNT, Warszawa 1982.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Stanisław Jerzy Gdula

Wpłynęło do redakcji w lutym 1987

ЛИНЕЙНЫЙ РАДИАЦИОННЫЙ ИСТОЧНИК ТЕПЛА

Р е з ю м е

Предложена идея линейного радиационного источника тепла. Представлены геометрические свойства такого источника и предложено вычисление коэффицентов конфигурации для системы линейного источника тепла и плоской стены.

LINEAR RADIATION HEAT SOURCE

S u m m a r y

The concept of a linear radiation heat source is presented. The geometrical features of radiation of the source are determined and calculation of geometrical view-factors for the system of linear heat source and a flat wall is discussed.