ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2008
Seria: AUTOMATYKA z. 151 Nr kol. 1797

Ewa GAJOSZEK, Roger KSIĄŻEK, Waldemar KACZMARCZYK
Akademia Górniczo-Hutnicza

HARMONOGRAMOWANIE PRODUKCJI W SYSTEMIE GNIAZDOWYM Z OGRANICZONĄ DOSTĘPNOŚCIĄ MASZYN: BLOKOWA METODA PODZIAŁU I OGRANICZEŃ

Streszczenie. W pracy przedstawiono blokową metodę podziału i ograniczeń do minimalizacji maksymalnej nieterminowości L_{max} dla ogólnego zagadnienia gniazdowego z ograniczoną dostępnością maszyn i z podziałem partii. Zadanie sformułowano na potrzeby firmy produkującej części lotnicze. W pracy przedstawiono wyniki obliczeń dla kilkunastu kolejnych tygodni produkcji.

SCHEDULING IN A JOB SHOP MANUFACTURING SYSTEM WITH LIMITED MACHINE AVAILABILITY: A BRANCH AND BOUND METHOD

Summary. In this paper is presented a branch and bound algorithm using block properties to minimize maximal lateness L_{max} in the general job shop scheduling problem with limited machine availability and lot splitting. This method has been implemented for some company producing aircraft parts. This paper presents results of scheduling for several consecutive weeks of production.

1. Wprowadzenie

W niniejszej pracy przedstawione zostało zagadnienie harmonogramowania produkcji w pewnej firmie produkującej części lotnicze. Wszystkie wyroby produkowane są na zlecenie, a terminowość realizacji zleceń jest głównym celem planowania. Produkcja realizowana jest w systemie gniazdowym.

W opisywanym systemie występują pewne szczególne ograniczenia. Po pierwsze, każda z maszyn ma okresy, kiedy jest niedostępna. Te tzw. *ograniczenia dostępności maszyn* wynikają z różnych planowanych przestojów, np. remontów, ale powstają też, kiedy pewne operacje, zaplanowane już wcześniej, ograniczają czas pracy maszyn przy układaniu kolejnych harmonogramów (tzw. planowanie rolowane).

Po drugie, duże zamówienia są często dzielone na mniejsze zlecenia produkcyjne m.in. w celu skrócenia łącznego czasu wykonywania (ang. *lot spliting, streaming*). Z uwagi na krótkie czasy przezbrojeń zlecenia te nie muszą być wykonywane po kolei na każdej z maszyn. Zwiększenie liczby zleceń powoduje znaczny wzrost złożoności całego zagadnienia.

Literatura na temat zagadnienia gniazdowego jest bardzo bogata; jej przegląd można znaleźć m.in. w pracach [1], [3]. Przegląd metod i klasyfikację zadań z ograniczeniami dostępności maszyn zawiera praca [5]. Najczęściej rozważane były dotychczas zadania z jedną maszyną (np. [6]), maszynami równoległymi lub w systemie przepływowym (np. [7]). Zadania gniazdowe z okresami niedostępności rozważane były dotąd jedynie w dwóch pracach. W [8] zaproponowana została metoda podziału ograniczeń obliczająca dolne oszacowania jako rozwiązania zadań z dwoma wyrobami z terminami gotowości i czasami dostarczenia. W pracy [9] zaproponowano metodę genetyczną dla zadania gniazdowego z maszynami wielozadaniowymi.

W tej pracy najpierw przedstawiono model uwzględniający okresy niedostępności i podział partii. Następnie opisane zostały dwie metody rozwiązywania takiego zadania, metoda podziału i ograniczeń wykorzystująca własności blokowe będąca rozszerzeniem metody Grabowskiego, Nowickiego i Smutnickiego [1], [2], a także oparta na niej metoda heurystyczna. Na koniec przedstawione i porównane zostały wyniki obliczeń dla 11 kolejnych tygodni produkcji w opisywanym zakładzie.

2. Model zagadnienia

Produkcja w zakładzie zorganizowana jest w systemie gniazdowym. W systemie takim [2] każde zadanie $j \in J$ składa się z ustalonej liczby operacji $o \in O_j$. Operacje muszą być realizowane w określonej kolejności, zgodnie z marszrutą technologiczną $(l, k) \in \mathcal{R}_j$, gdzie $l, k \in O_j$. Bez utraty ogólności można przyjąć, że każde zadanie $j \in J$ ma jedną operację początkową s_j oraz jedną operację końcową e_j. Każdą operację $o \in O$ wykonać może dokładnie jedna maszyna $m(o) \in \mathcal{M}$. Każde zadanie $j \in J$ charakteryzuje się swoim czasem gotowości r_j oraz wymaganym terminem realizacji d_j. Każda maszyna może w danym czasie wykonywać tylko jedną operację.

Aby uwzględnić okresy niedostępności, w zbiorze zadań J wyróżniono dwa podzbiory $J = J^Z \cup J^G$. Pierwszy podzbiór J^Z to rzeczywiste zadania do wykonania. Drugi J^G zawiera zadania odpowiadające okresom niedostępności maszyn. Zadaniom tym nadawany jest czas gotowości r_j równy czasowi rozpoczęcia trwania okresu niedostępności maszyny, termin realizacji d_j równy momentowi jego zakończenia, a także czas wykonywania równy czasowi trwania tego okresu. Każde zadanie ze zbioru J^G składa się z jednej operacji.

Plan układany jest raz w tygodniu, tak więc czas obliczeń rzędu jednej godziny jest do przyjęcia. Kryterium optymalizacji stanowi funkcja regularna $L_{\max}$. Na podstawie klasyfikacji [4] opisany problem możemy zapisać jako $G, NC_{\text{win}} | r_j, d_j | L_{\max}$, gdzie NC_{win} oznacza, że okresy niedostępności mogą być dowolnie rozłożone w czasie na każdej z maszyn.

Zaimplementowana przez nas metoda podziału i ograniczeń wykorzystuje model permutacyjno-grafowy ([2] str. 212). Model ten, zgodnie ze wskazówkami autorów ([2] str. 374-375), został dostosowany do minimalizacji maksymalnej nieterminowości $L_{\max} = \max_{j \in J}(C_j - d_j)$, gdzie C_j to czas zakończenia wykonywania zadania.

Początkowa permutacja wyznaczona jest przy użyciu algorytmu priorytetowego EDD, tj. najwyższy priorytet mają operacje o najwcześniejszych terminach wykonania. W przypadku kiedy reguła EDD nie jest jednoznaczna, stosowana jest

reguła SRPT, tj. najwyższy priorytet mają operacje z zadań posiadających najkrótszy pozostały czas wykonania.

Początkowa relacja T_0, opisująca „strukturę" powiązań kolejnościowych problemu, zawiera wszystkie pary $(l, k) \in \mathcal{R}_j$ wynikające z marszrut danych zadań $j \in J$, czyli $T_0 = (\mathcal{R}_1 \cup \mathcal{R}_2 \cup ... \cup \mathcal{R}_n)$, gdzie n to liczba zadań. Następnie relacja T_0 rozszerzana jest o dodatkowe ograniczenia, które skracają czas obliczeń.

Dla każdej pary zadań $i, j \in J$, dla których termin realizacji pierwszego zadania wyprzedza najwcześniejszy możliwy termin rozpoczęcia drugiego zadania, czyli $d_i < r_j$, tworzone jest nowe ograniczenie kolejnościowe $T_0 = T_0 \cup (e_i, s_j)$, gdzie e_i to końcowa operacja zadania i, natomiast s_j to początkowa operacja zadania j.

Dodatkowe ograniczenia kolejnościowe tworzone są również w przypadku, kiedy istnieje kilka identycznych zadań, tzn. z identycznymi marszrutami, czasami gotowości, wykonywania i terminami wykonania. W takim przypadku nie ma znaczenia, w jakiej kolejności będą wykonywane. Można więc z góry narzucić ich kolejność, tworząc dodatkowe ograniczenia kolejnościowe w relacji T_0 pomiędzy wszystkimi parami operacji kolejnych zadań znajdującymi się na takich samych pozycjach w marszrucie technologicznej. Na przykład, jeżeli $i, j, k \in J$, $\mathcal{R}_i = \{(a_i, b_i), (b_i, c_i)\}$, $\mathcal{R}_j = \{(a_j, b_j), (b_j, c_j)\}$, a $\mathcal{R}_k = \{(a_k, b_k), (b_k, c_k)\}$, to $T_0 = T_0 \cup \{(a_i, a_j), (a_j, a_k), (b_i, b_j), (b_j, b_k), (c_i, c_j), (c_j, c_k)\}$.

3. Metoda optymalna

Do rozwiązywania opisanego powyżej zagadnienia najpierw zastosowano blokową metodę podziału i ograniczeń zaproponowaną przez Grabowskiego, Smutnickiego i Nowickiego [1], [2]. Przegląda ona drzewo rozwiązań w oparciu o dynamiczne rozbicie drogi krytycznej w grafie na bloki operacji. W drzewie rozwiązań każdemu węzłowi odpowiada graf reprezentujący permutacje operacji na maszynach. Każdy węzeł drzewa rozwiązań posiada swoją relacje kolejnościową powstałą w wyniku dodawania kolejnych ograniczeń kolejnościowych wyznaczonych ze zmiany kolejności operacji w blokach. Górnym oszacowaniem UB jest dokładnie wyznaczona wartość kryterium $L_{\max}$. Dolne oszacowanie LB jest wyznaczane przez rozwiązywanie dla każdej końcowej operacji e_j każdego z zadań $j \in J$ pewnego zagadnienia $1|r_j|C_{max}$ będącego uproszczeniem właściwego zagadnienia.

Wszystkie operacje ze zbioru O, zarówno te dla zadań J^Z, jak i dla zadań J^G, są traktowane przez metodę blokową w taki sam sposób. Kolejność operacji w blokach jest zmieniana zgodnie z założeniami metody blokowej. Nie wprowadzono żadnych ograniczeń co do możliwości przesuwania operacji reprezentujących niedostępności czasu pracy maszyn. Takie podejście wymusza modyfikację sposobu obliczania wartości funkcji celu UB i dolnych oszacowań LB.

Rozpatrzmy przykład z rzeczywistym zadaniem $j \in J^Z$ oraz okresem niedostępności $l \in J^G$, gdzie $d_j = 10$ i $d_l = 5$. Załóżmy, że w znalezionym rozwiązaniu czasy zakończenia wykonywania zadań wynoszą odpowiednio $C_j = 20$ i $C_l = 10$. Wartość funkcji celu wynosi $L_{\max} = 10$. Gdy założy się, że możliwa jest dalsza poprawa wartości funkcji celu: $C_j = 6$ oraz $C_l = 5$, wartość funkcji celu wynosi tym razem $L_{\max} = 0$. Zadanie l w tym momencie pokrywa się z reprezentowaną przez siebie

niedostępnością maszyny. Ze względu na r_l zadania, nie jest możliwa dalsza poprawa wartości funkcji celu.

Po spełnieniu wszystkich ograniczeń wynikających z niedostępności zasobów minimalna wartość funkcji celu L_{max} dla danego problemu w najlepszym wypadku wyniosłaby 0. Jeśli $L_{\max} = 0$, to z tego wynika, że czasy zakończenia wykonywania wszystkich zadań j ze zbioru J są $C_j \leq d_j$. Ponieważ zadanie nie może się rozpocząć wcześniej od swojego czasu gotowości r_j, to taka sytuacja gwarantuje nam, że zadania reprezentujące ograniczenia niedostępności czasu pracy maszyn pokrywają się z planowanymi czasami tych niedostępności. Dla każdego zadania ze zbioru J^G jest spełnione $C_j = d_j$. Podobnie, jeśli $L_{\max} > 0$, to mogą istnieć zadania należące do zbioru J^G, dla których $C_j > d_j$, i dlatego takie rozwiązanie nie jest akceptowane jako dopuszczalne.

Teoretycznie takie postępowanie nie gwarantuje dopuszczalności rozwiązań, gdyż dla $L_{\max} > 0$ okresy niedostępności mogą być źle „zaplanowane". Jednak praktycznie przedsiębiorstwo nie dopuszcza do takiego obciążenia, przy którym zleceń nie można wykonać terminowo.

Po spełnieniu wszystkich ograniczeń wynikających z niedostępności czasu pracy maszyn, aby metoda blokowa podziału i ograniczeń mogła dalej minimalizować wartość funkcji celu, sposób wyznaczania dolnego oszacowania, jak i funkcji celu uzależniony jest od wartości, jakie przyjmują one dla każdego ze zbiorów zadań J^Z i J^G z osobna. Kiedy wartość UB dla ograniczeń czasu pracy maszyn J^G jest równa 0, czyli ograniczenia są spełnione, L_{MAX} oraz LB wyznaczane są już tylko dla zbioru zadań do wykonania J^Z.

W momencie kiedy ograniczenia niedostępności czasu pracy maszyn są spełnione, czyli funkcja celu jest mniejsza lub równa 0, ścieżka krytyczna wyznaczana jest tylko dla zbioru rzeczywistych operacji, z pominięciem okresów niedostępności. Umożliwia to poprawę funkcji celu $L_{\max}$ dla faktycznych zadań do wykonania.

4. Heurystyka

Ponieważ blokowa metoda podziału i ograniczeń liczy zbyt długo, zastosowaliśmy heurystykę będącą jej uproszczeniem. Heurystyka ta sztucznie powiększa dolne oszacowania poszczególnych węzłów (1) za pomocą współczynnika α, co przyczynia się do wcześniejszego odrzucania węzłów i przyspiesza przegląd drzewa rozwiązań.

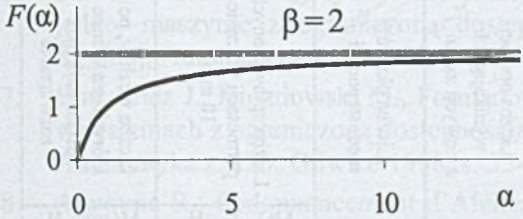
$$LB = LB\,(1+\alpha) \tag{1}$$

Przy odpowiednio dużych wartościach współczynnika α węzły drzewa są odrzucane bardzo szybko i przegląd się kończy. Następnie przeglądanie drzewa rozwiązań uruchamiane jest ponownie, z nowym współczynnikiem $\alpha = \alpha - F(\alpha)$, pomniejszonym o wartość wyliczoną przy pomocy funkcji harmonicznej (2). Przegląd wznawiany jest z najlepszym znalezionym do tej pory rozwiązaniem i początkowymi ograniczeniami kolejnościowymi T_0.

$$F(\alpha)=(2\alpha\beta)/(2\alpha+\beta) \tag{2}$$

Funkcja harmoniczna, przedstawiona na rysunku 1, pozwala na stopniowe spowalnianie kroku. Gdy współczynnik α jest pomniejszany, to w kolejnych

uruchomieniach przeszukiwanie drzewa rozwiązań jest coraz dokładniejsze. Możliwe jest też zwiększanie kroku przez wzrost współczynnika α.



Rys. 1. Funkcja harmoniczna F(α) dla β=2

Stały współczynnik β określa poziomą asymptotę funkcji harmonicznej i tym samym stanowi maksymalną wartość, o jaką mógłby ulec zmianie współczynnik α, gdyby był nieskończenie duży.

Kiedy współczynnik alfa osiągnie wartość bliską zeru, heurystyka działa jak zwyczajna metoda podziału i ograniczeń.

Trzeci parametr γ określa liczbę węzłów, które heurystyka może odwiedzić bez poprawy wartości funkcji celu. Jeżeli liczba ta zostanie przekroczona, następuje zwiększenie współczynnika $\alpha = \alpha + F(\alpha)$ o wartość funkcji (2) w celu przyspieszenia przeszukiwania zbioru rozwiązań.

5. Eksperymenty obliczeniowe

Na podstawie przekazanych przez firmę danych o zamówieniach ułożono plany produkcji na kolejnych 11 tygodni. W systemie znajduje się 16 maszyn. Nie można w nim wyróżnić stałego wąskiego gardła, gdyż w każdym tygodniu jest nim inna maszyna. Jego średnie obciążenie dla danego tygodnia oscyluje wokół 80% i znacznie odbiega od obciążenia pozostałych maszyn o niskim około 20% średnim obciążeniu. W każdym tygodniu, oprócz wąskiego gardła, są jedynie dwie bądź trzy maszyny o obciążeniu powyżej 50%.

W przeprowadzonych obliczeniach wartości parametrów dobierane były dla każdego tygodnia osobno. Parametry β, γ i początkową wartość α dobierano z przedziałów: $\beta \in [0{,}5; 1]$, $\gamma \in [50; 200]$, $\alpha \in [1; 10]$, dla każdego zadania z osobna na podstawie 20 testów trwających 1 minutę. Następnie z najlepszymi znalezionymi parametrami uruchamiano właściwe obliczenia trwające 10 minut.

Wyniki obliczeń scharakteryzowano w tabeli 1. W zadanym czasie obliczeń heurystyka za każdym razem dawała rozwiązanie, które spełniało ograniczenia tworzone przez okresy niedostępności oraz było akceptowalne ze względu na przyjętą funkcję celu. Metoda optymalna dawała w tym czasie gorsze wartości funkcji celu i tylko w pierwszym tygodniu z zerową liczbą ograniczeń dostępności była lepsza. Pojawianie się kolejnych okresów niedostępności powodowało, że metoda optymalna nie potrafiła w tak krótkim czasie dać akceptowalnego rozwiązania, tzn. nie były spełnione ograniczenia dotyczące planowanego czasu niedostępności bądź rozwiązanie to było gorsze od rozwiązania, jakie dała heurystyka.

W 9 tygodniu początkowa permutacja dla 15 operacji bez ograniczeń czasu pracy maszyn, uzyskana za pomocą algorytmu priorytetowego, była optymalna, dlatego metoda blokowa oraz heurystyka nie sprawdzały kolejnych węzłów.

Tabela 1

Wyniki obliczeń metodą optymalną (z limitem czasu) i heurystyką

Badany okres czasu	Wartość funkcji celu w pierwszej permutacji	Końcowa wartość funkcji celu [godz.]		Liczba operacji wynikających z nowych zadań J^z	Liczba okresów niedostępności J^G	Liczba sprawdzonych permutacji w czasie 10 min.		Liczba węzłów, po których znalezione zostało najlepsze rozwiązanie	
		MO	H			MO	H	MO	H
Tydzień 1	-188,66	-231,53	-229,90	70	0	402	1365	383	86
Tydzień 2	15,36	-178,94	-184,68	35	86	120	70	118	64
Tydzień 3	142,80	142,80	-61,99	44	83	1502	184	1	106
Tydzień 4	17,38	10,31	-71,94	87	28	1728	500	19	47
Tydzień 5	6,77	-423,78	-423,78	140	39	22	65	13	56
Tydzień 6	3,16	-159,52	-159,52	12	39	259	47	35	44
Tydzień 7	65,20	24,00	-102,03	100	25	339	153	313	93
Tydzień 8	38,50	-22,21	-24,71	23	12	2887	2473	58	45
Tydzień 9	-139,24	-139,24	-139,24	15	0	1	1	1	23
Tydzień 10	-54,91	-118,31	-126,11	41	0	490	421	200	329
Tydzień 11	16,00	-96,11	-96,11	29	9	966	2540	174	175

gdzie: MO – metoda optymalna (z limitem czasu), H – heurystyka

6. Podsumowanie

Dzięki zastosowaniu ograniczeń w czasie dostępności maszyn dostosowano wybrany model do rzeczywistych potrzeb firmy. Czas działania algorytmu został skrócony przez zastosowanie heurystyki opartej na blokowej metodzie podziału i ograniczeń. Pozwoliło to na generowanie akceptowalnych rozwiązań w rozsądnym czasie. Ponieważ firmie nie zależy na otrzymaniu rozwiązania optymalnego, lecz jedynie na rozwiązaniu spełniającym ograniczenia i dającym ujemną wartość funkcji celu L_{max}, model i sposób jego rozwiązania są wystarczające.

BIBLIOGRAFIA

1. Grabowski J., Nowicki E., Smutnicki C.: Metoda blokowa w gniazdowych zagadnieniach kolejnościowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Automatyka z. 84, Gliwice 1986, s. 73-80.
2. Grabowski J., Nowicki E., Smutnicki C.: Metoda blokowa w zagadnieniach szeregowania zadań. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2003.
3. Smutnicki C.: Algorytmy szeregowania. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2002.
4. Lee, C. Y., Lei L., Pindo M.: Current trends in deterministic scheduling. Annals of Operations Research, vol. 70, 1997, p. 1–41.

5. Schmidt G.: Scheduling with limited machine availability. European Journal of Operational Research, vol. 121, 2000, p. 1–15.
6. Formanowicz P.: Algorytmy tabu search dla problemów szeregowania zadań na jednej maszynie z ograniczoną dostępnością. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Automatyka z. 134, Gliwice 2002, s. 115-126.
7. Błażewicz J., Drozdowski M., Formanowicz P., Kubiak W.: Szeregowanie zadań w systemach z ograniczoną dostępnością. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Automatyka z. 123, Gliwice 1998, s. 55-63.
8. Aggoune R.: Ordonnancement d'Ateliers sous Contraintes de Disponibilite´ des Machines. Ph.D. Thesis, Universite´ de Metz, France, 2002. Cytowane za [9].
9. Zribi N., El Kamel A., Borne P.: Minimizing the makespan for the MPM job-shop with availability constraints. International Journal Production Economics, vol. 112, 2008, p. 151–160.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Adam Janiak

Abstract

In this paper is presented an extension of branch and bound algorithm using block properties to minimize maximal lateness L_{max} in the general job shop scheduling problem. Presented model and methods take into account lot splitting and limited machine availability, caused by maintaining downtimes and operations that has been already scheduled while planning in previous periods. This model has been developed for some company producing aircraft parts.

Proposed modifications of branch and bound algorithm allow to deal with additional constraints but the computational effort is too high for practical applications. Therefore some heuristic based on this optimal method has been proposed. Presented computational results of scheduling for several consecutive weeks of production has proven that proposed heuristics is able to find satisfactory solutions in acceptable time.