ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLASKIEJ 2008
Seria: AUTOMATYKA z. 151 Nr kol. 1797

Maciej HOJDA
Politechnika Wrocławska

ALGORYTM SZEREGOWANIA ZADAŃ I STEROWANIA ICH WYKONANIEM W SYSTEMIE PRODUKCYJNYM Z RUCHOMYMI REALIZATORAMI

Streszczenie. Praca dotyczy problemu podejmowania decyzji w dwupoziomowym systemie łączącym szeregowanie zadań i sterowanie ich wykonaniem. Głównym celem pracy jest przedstawienie algorytmu rozwiązania dla kryterium czasowego sformułowanego wspólnie dla obu poziomów systemu. Proponowany algorytm opiera się na idei wielokrotnego wykonywania algorytmu szeregowania w celu kompensacji zmian w czasie wykonywania zadań, wynikających z działania algorytmu sterowania ich wykonaniem.

TASK SCHEDULING AND EXECUTION CONTROL ALGORITHM IN A PRODUCTION SYSTEM WITH MOVING EXECUTORS

Summary. This work concerns a decision-making problem in a two-level system, joining task scheduling and task execution. Main point of the work is to present a solution algorithm for the time criterion formulated simultaneously for both levels. Algorithm proposed is based on the idea of rescheduling, which is performed as a means of compensation for the changes in task execution times, coming from the performance of the task execution algorithm.

1. Wstęp

Jednym z kierunków badawczych rozwijanych w zakresie szeregowania zadań, w szczególności w zastosowaniu do systemów wytwarzania, są zagadnienia związane z reharmonogramowaniem (ang. *rescheduling*), czyli z wielokrotnym wykonywaniem algorytmu szeregowania. Potrzeba taka istnieje wówczas, gdy często lub wręcz w trakcie wykonywania algorytmu szeregowania w systemie produkcyjnym zmieniają się dane problemu. Stwarza to konieczność ponownego rozpatrzenia i rozwiązania problemu szeregowania, np. [1].

W nawiązaniu do tego kierunku badań, w pracy jest rozpatrywany tzw. dwupoziomowy system szeregowania (rys. 1), w którym szeregowanie zadań na ruchomych realizatorach jest powiązane ze sterowaniem ich ruchem. Problemy składowe, czyli szeregowanie i sterowanie, są ze sobą powiązane, tzn. wyniki jednego z nich są danymi dla drugiego. Szczegółowy opis systemu dwupoziomowego oraz wymienionych problemów składowych jest przedstawiony m. in. w [2, 3].

Szeregowanie zadań na ruchomych realizatorach polega na wyznaczeniu ich tras między stanowiskami, na których są wykonywane czynności produkcyjne, tak aby minimalizować łączny czas wykonywania wszystkich zadań produkcyjnych. Każde zadanie składa się z dojazdu realizatora do stanowiska oraz z wykonania czynności na tym stanowisku. Kontrolowanie ruchu realizatora polega na sterowaniu jego mechanizmem jazdy wzdłuż trasy wyznaczonej przez algorytm szeregowania. Wynikiem sterowania są czasy jazdy realizatorów.

W punkcie 2 zostanie krótko przedstawione sformułowanie problemu w systemie dwupoziomowym, a dalsze punkty poświęcone są prezentacji proponowanego algorytmu rozwiązania, przykładu zastosowania oraz uwag końcowych.

Rys. 1. Dwupoziomowy system szeregowania i sterowania

2. Sformułowanie problemu

Wprowadźmy następujące oznaczenia: $r \in \mathbf{R} = \{1,2,...R\}$, R – indeks realizatora, liczba realizatorów; $h \in \mathbf{H} = \{1,2,...H\}$, H – indeks zadania (lub odpowiadającego mu stanowiska), liczba zadań; $\tilde{x}_h$ – położenie stanowisk, $\tau_{r,g,h} = \hat{\tau}_{r,g,h} + \bar{\tau}_{r,h}$ – czas wykonania zadania h, będący sumą czasu dojazdu realizatora ze stanowiska g oraz czasu wykonania czynności produkcyjnej; $\gamma = [\gamma_{r,g,h}]_{r\in 1,...,R;g,h\in 1,...H+1}$ – macierz decyzyjna, z elementami o interpretacji: $\gamma_{r,g,h} = 1(0)$, jeśli realizator r dojechał ze stanowiska g do stanowiska h (w przeciwnym przypadku), $\tau = [\tau_{r,g,h}]_{r\in 1,...,R;g,h\in 1,...H+1}$ – macierz czasów wykonania zadań przydzielonych poszczególnym realizatorom, $u = [u_r]_{r\in 1,...,R}$ – macierz decyzyjna, której elementy zawierają zmienne sterujące ruchem poszczególnych realizatorów.

Rozpatrywany problem szeregowania na ruchomych realizatorach polega na minimalizacji długości uszeregowania, która w przypadku braku ograniczeń kolejnościowych na zadania ma postać:

$$K(\gamma,\tau(u)) = \max_{r\in 1,2,...R} \sum_{g=1}^{H+1} \sum_{h=1}^{H+1} \gamma_{r,g,h} (\hat{\tau}_{r,g,h}(u) + \bar{\tau}_{r,h}). \tag{1}$$

Na macierz γ są nałożone ograniczenia zapewniające wyznaczenie dopuszczalnych tras przejazdów realizatorów i wykonania wszystkich zadań [2, 3].

W czasowo-optymalnym problemie sterowania ruchem pojedynczego realizatora wykorzystuje się model mechanizmu jazdy w postaci układu następujących równań różniczkowych:

$$\begin{cases} \dot{x}_r^{(1)} = x_r^{(5)} \cos(x_r^{(3)} - x_r^{(4)}), \quad \dot{x}_r^{(2)} = x_r^{(5)} \sin(x_r^{(3)} - x_r^{(4)}), \quad \dot{x}_r^{(3)} = \alpha_r * x_r^{(5)} \sin x_r^{(4)}, \\ \dot{x}_r^{(4)} = x_r^{(6)}, \quad \dot{x}_r^{(5)} = \beta_r^1 u_r^{(1)}, \quad \dot{x}_r^{(6)} = \beta_r^2 u_r^{(2)} \end{cases} \tag{2}$$

gdzie: $x_r^{(1)}, x_r^{(2)}$ – współrzędne wybranego punktu pojazdu, $x_r^{(3)}$ – kąt nachylenia osi pojazdu do osi Ox_l, $x_r^{(4)}$ – kąt nachylenia koła do osi pojazdu, $x_r^{(5)}$ – prędkość liniowa pojazdu, $x_r^{(6)}$ – prędkość kątowa pojazdu, zaś parametry $\alpha_r, \beta_r^1, \beta_r^2$, są ustalone dla konkretnego realizatora i określają jego fizyczne właściwości [2]. Wielkości sterujące $u_r^{(1)}$ i $u_r^{(2)}$ mają interpretację momentów sił. Na występujące w modelu wielkości nałożone są typowe ograniczenia przedziałowe.

Dodatkowe, dynamiczne ograniczenia wynikają z konieczności unikania kolizji między realizatorami, które mogą wystąpić podczas sterowania ruchem całej grupy realizatorów. W rozpatrywanym zadaniu przyjmuje się, że unikanie kolizji wymaga zachowania przynajmniej minimalnej dozwolonej odległości między dowolną parą realizatorów w każdej chwili sterowania ruchem. Ze względu na możliwe zróżnicowanie realizatorów pod względem rozmiaru, dla każdej ich pary (r, p) minimalna odległość jest określona niezależnie i oznaczona przez $\underline{d}(r, p)$.

Wprowadzony model realizatora jest ciągły, jednak rozpatrzone zostało sterowanie o charakterze dyskretnym, tzn. jedynie na początku taktów o ściśle określonej długości v jest możliwa zmiana wartości wielkości sterujących $u_r^{(1)}$ i $u_r^{(2)}$. Przyjęto, że w trakcie trwania taktu wielkości te pozostają stałe.

W konsekwencji, problem decyzyjny jest następujący.

Dane: $\mathbf{R}, \mathbf{H}$, $\bar{\tau}_{r,h}, r \in R, h \in H$ – czasy realizacji czynności produkcyjnych, $\underline{d}(r, p)$ – minimalna odległość między dwoma realizatorami r i p, v – zadana długość taktu sterowania, $\tilde{x}_h$ – położenie stanowisk.

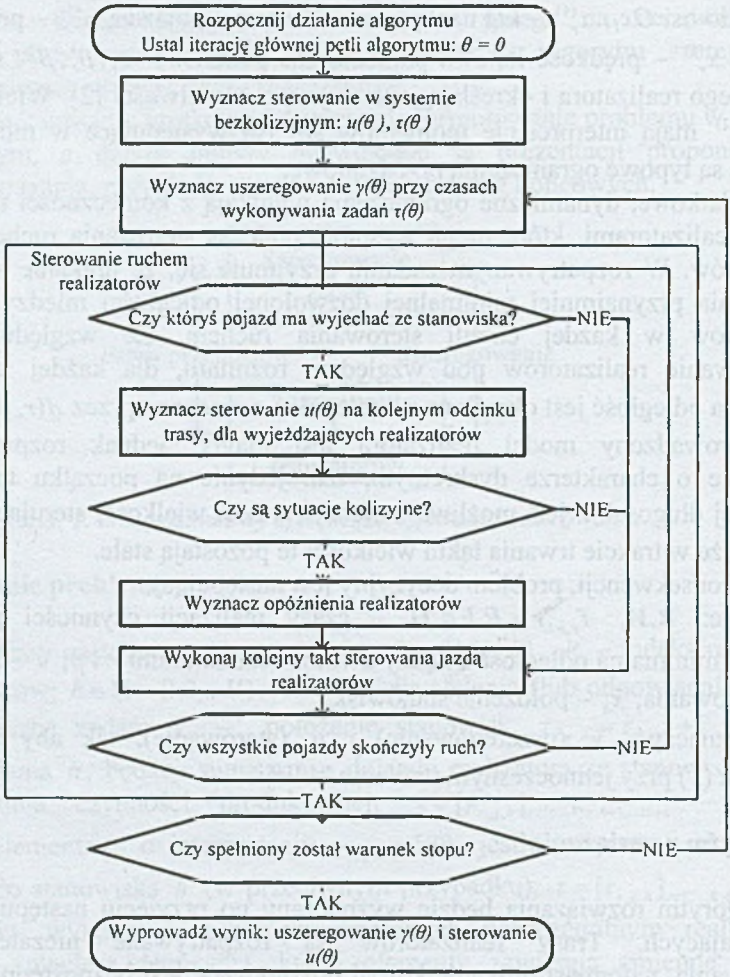
Wyznaczyć: γ (uszeregowanie) i u (sterowanie), tak aby minimalizować kryterium (1) przy jednoczesnym unikaniu kolizji.

3. Algorytm rozwiązania

Algorytm rozwiązania będzie wyznaczany po przyjęciu następujących założeń upraszczających. Trasy realizatorów są rozpatrywane niezależnie podczas szeregowania, natomiast unikanie kolizji dokonywane jest bezpośrednio na poziomie sterowania ruchem. Zakłada się również, że w przypadku braku kolizji odcinki tras między stanowiskami mogą być rozpatrywane niezależnie (wektor stanu realizatora jest ściśle ustalony dla każdego stanowiska). Ruch realizatora między stanowiskami został podzielony na dwie fazy: obrotu i ruchu prostoliniowego.

Algorytm rozwiązania ma charakter iteracyjny i składa się z dwóch głównych elementów (rys. 2): algorytmu szeregowania i algorytmu sterowania ruchem, które są wykonywane naprzemiennie. Uzyskane podczas sterowania czasy przejazdu są wykorzystywane jako dane wejściowe algorytmu szeregowania. Podobnie uzyskane uszeregowanie stanowi argument algorytmu sterowania. W pierwszej iteracji, gdy czasy przejazdu nie są jeszcze znane, wejście algorytmu szeregowania jest uzyskiwane przez symulację w systemie bezkolizyjnym. Przyjęty warunek stopu dotyczy poprawy wartości kryterium (1) i potrzeby omijania kolizji. Algorytm kończy działanie, gdy nie

następuje poprawa i nie pojawiają się nowe sytuacje kolizyjne. Praca koncentruje się na przedstawieniu algorytmu sterowania ruchem, odwołując się do [2] w zakresie algorytmu szeregowania.



Rys. 2. Schemat algorytmu rozwiązania

Sterowanie ruchem realizatora na pojedynczym odcinku trasy jest przeprowadzane w dwóch fazach: obrotu i ruchu prostoliniowego. Za dojazd do stanowiska docelowego bezpośrednio odpowiada część prostoliniowa. Ruch ten odbywa się już po odpowiednim obrocie realizatora, toteż dla uproszczenia zapisu prostoliniowa faza ruchu jest sprowadzona do przypadku jednowymiarowego przez obrót układu współrzędnych o taki kąt, aby zerowana była współrzędna $x_r^{(2)}$, a także przez takie przesunięcie tego układu, żeby jego początek pokrywał się z pozycją realizatora przed rozpoczęciem ruchu. Dla ułatwienia zapisu zakładamy także, że ruch rozpoczyna się w chwili zerowej. Po dokonaniu takiej translacji otrzymujemy $x_r^{(2)}(t) = x_r^{(3)}(t) = x_r^{(4)}(t) = x_r^{(6)}(t) = u_r^{(2)}(t) = 0$, zaś $x_r^{(2)}(0) = x_r^{(5)}(0) = 0$.

Optymalne sterowanie ruchem prostoliniowym składa się z dwóch części – fazy przyśpieszania i fazy hamowania, toteż sterowanie ma postać:

$$u_r^{(1)}(t) = \begin{cases} \overline{u}_r^{(1)} & 0 \le t \le t_p \\ \underline{u}_r^{(1)} & t_p < t \le \mu_{r,g,h} \end{cases}, \tag{3}$$

gdzie: t_p to moment przełączenia sterowania, zaś $\overline{u}_r^{(1)}$ i $\underline{u}_r^{(1)}$ to granice zmienności $u_r^{(1)}$. Kryterium optymalizacji jest czas trwania ruchu $\mu_{r,g,h} = v * N_{r,g,h}$, gdzie $N_{r,g,h}$ to liczba taktów sterowania na zadanym odcinku trasy o długości $\Delta x_{r,g,h}$.

Aby wyznaczyć czas jazdy, należy rozwiązać układ równań wynikający z warunków na stany końcowe pojazdu: $x_r^{(1)}(\mu_{r,g,h}) = \Delta x_{r,g,h}$, $u_r^{(1)}(\mu_{r,g,h}) = 0$, gdzie pierwszy warunek gwarantuje dojazd realizatora do stanowiska, zaś drugi – jego zatrzymanie się po dojeździe. Wyliczony z warunków moment przełączenia wynosi:

$$t_p = \sqrt{\frac{2\Delta x_{r,g,h}}{\beta_r^1[3\overline{u}_r^{(1)} - (\overline{u}_r^{(1)})^2 / \underline{u}_r^{(1)}]}}. \tag{4}$$

W przypadku dyskretnym szukanym momentem przełączenia jest najbliższa czasowi t_p wielokrotność długości taktu sterowania v. Całkowity czas jazdy realizatora na odcinku prostoliniowym wynosi:

$$\mu_{r,g,h} = \frac{(\overline{u}_r^{(1)} - \underline{u}_r^{(1)})}{-\underline{u}_r^{(1)}} t_p \quad . \tag{5}$$

Przed ruchem prostoliniowym następuje ustawienie realizatora – obrót wykonywany w celu nakierowania realizatora na stanowisko, do którego ma on dojechać. Sterowanie w tym ruchu jest podzielone na trzy części: obrót osi kół pojazdu tak, aby wychylenie $x_r^{(4)}$ było maksymalne możliwe (oznaczone: $\overline{x}_r^{(4)}$), ruch, wyrównanie osi kół do osi pojazdu. Część odpowiedzialna za ruch jest analogiczna do sterowania w przypadku prostoliniowym (3) o czasie przyłączenia równym:

$$t_{po} = \sqrt{\frac{2\delta_{rgh}}{\alpha_r \sin(\overline{x}_r^{(4)})\beta_r^1[3\overline{u}_r^{(1)} - (\overline{u}_r^{(1)})^2 / \underline{u}_r^{(1)}]}}, \tag{6}$$

gdzie: δ_{rgh} – kąt, o jaki należy obrócić realizator. Czas ruchu $\varsigma_{r,g,h}$ jest dany wzorem (5), gdzie zamiast (4) podstawione jest (6).

Czas obrotu wynosi $\eta_{r,g,h} = \varsigma_{r,g,h} + \vartheta_{r,g,h}$, gdzie czas obrotu osi kół pojazdu to

$$\vartheta_{r,g,h} = \frac{(\overline{u}_r^{(2)} - \underline{u}_r^{(2)})}{-\underline{u}_r^{(2)}} t_{pk}, \text{ oraz } t_{pk} = \sqrt{\frac{2(\overline{x}^{(4)} - \underline{x}^{(4)})}{\beta_r^2[3\overline{u}_r^{(2)} - (\overline{u}_r^{(2)})^2 / \underline{u}_r^{(2)}]}}. \tag{7}$$

Położenie realizatora w każdej chwili czasu jest opisywane przez wzory:

$$x_r^{(1)}(t) = \int_0^t x_r^{(5)} \cos(x_r^{(3)} - x_r^{(4)}) d\tau, \quad x_r^{(2)}(t) = \int_0^t x_r^{(5)} \sin(x_r^{(3)} - x_r^{(4)}) d\tau. \tag{8}$$

Jednoczesne sterowanie wieloma realizatorami może doprowadzić do kolizji. Mechanizm zapobiegania im jest realizowany przez zatrzymanie przy początkowym stanowisku odcinka trasy jednego z pojazdów, wybranego zgodnie z wcześniej przydzielonym priorytetem, zależnym od całkowitego czasu przejazdu (zatrzymywany

jest pojazd o krótszym spodziewanym czasie przejazdu). W rozpatrywanym systemie kolizję pojazdów można przewidzieć, bowiem znana jest dokładna pozycja każdego pojazdu w dowolnej chwili czasu (8).

4. Przykład zastosowania

Przykładem ruchomych realizatorów są roboty mobilne przeznaczone do realizacji zadań produkcyjnych. Znajdują one szerokie zastosowanie w elastycznych systemach produkcyjnych, od których wymagana jest zdolność do szybkiej rekonfiguracji linii produkcyjnej, gdy ruch narzędzia może ułatwić zaprojektowanie systemu bądź zmniejszyć jego koszty. Przykładem takich narzędzi są lasery przemysłowe [4], które ze względu na zróżnicowany zakres zastosowań (cięcie, spawanie, czyszczenie, znakowanie, formowanie) są uniwersalnym, chociaż drogim, komponentem systemu produkcyjnego.

Rozpatrzmy system produkcji samolotów (lub inny system produkcji dużych struktur) o czterech stanowiskach montażowych $H=4$, dwóch robotach mobilnych $R=2$ wyposażonych w systemy laserowe o różnej wydajności $\bar{\tau}_{1,h}=10$, $\bar{\tau}_{2,h}=12$, zamontowanych na jednakowych mechanizmach jazdy $\beta_r^1=\beta_r^2=\alpha_r=1$, $\underline{d}(r,p)=5$, $\overline{u}_r^{(i)}=\underline{u}_r^{(i)}=1$ $i\in\{1,2\}$, $\overline{x}_r^{(4)}=\underline{x}_r^{(4)}=\pi/3$, $v=1$, $x_r(0)=\overline{0}$ i położeniu stanowisk $\tilde{x}_1=[100,100]$, $\tilde{x}_2=[100,-100]$, $\tilde{x}_3=[200,100]$, $\tilde{x}_4=[200,-100]$, $\tilde{x}_5=[0,0]$.

W pierwszej iteracji algorytmu wyznaczone zgodnie ze wzorami (5) i (7) czasy przejazdu w systemie bezkolizyjnym podawane są na wejście algorytmu szeregowania, który zwraca trasy (5,1,3,5) dla $r=1$, (5,2,4,5) dla $r=2$ i czasy przejazdu $\hat{\tau}_{1,5,1}=22$, $\hat{\tau}_{1,1,3}=20$, $\hat{\tau}_{1,3,5}=28$, $\hat{\tau}_{2,5,2}=22$, $\hat{\tau}_{2,2,4}=20$, $\hat{\tau}_{2,4,5}=28$ oraz całkowity czas jazdy $K=94$. Podczas wyjazdu robotów z bazy i wjazdu do niej dochodzi do sytuacji kolizyjnych. Unikanie kolizji modyfikuje czasy przejazdu: $\hat{\tau}_{1,5,1}=28$ i $\hat{\tau}_{2,4,5}=36$ i wydłuża całkowity czas przejazdu do $K=102$.

W drugiej iteracji uwzględnione są nowe czasy przejazdu, toteż algorytm szeregowania wybiera inne trasy: (5,2,4,5) dla $r=1$ i (5,1,3,5) dla $r=2$, a czasy przejazdu odcinków tych tras to: $\hat{\tau}_{1,5,2}=22$, $\hat{\tau}_{1,2,4}=20$, $\hat{\tau}_{1,4,5}=28$, $\hat{\tau}_{2,5,1}=22$, $\hat{\tau}_{2,1,3}=20$, $\hat{\tau}_{2,3,5}=28$. Ponownie, unikanie kolizji modyfikuje czasy przejazdu: $\hat{\tau}_{2,5,1}=28$, $\hat{\tau}_{1,4,5}=36$, chociaż całkowity czas jazdy pozostaje bez zmian.

W trzeciej iteracji trasy pozostają niezmienione, natomiast w wyniku unikania kolizji zmieniają się czasy przejazdu $\hat{\tau}_{2,5,1}=22$, $\hat{\tau}_{1,5,2}=28$, $\hat{\tau}_{1,4,5}=32$ i całkowity czas realizacji kompleksu skraca się do $K=100$. Warunek stopu jest spełniony dopiero w czwartej iteracji; algorytm kończy działanie z czasem przejazdu $K=100$.

5. Uwagi końcowe

W pracy został przedstawiony algorytm łącznego szeregowania i sterowania wykonaniem zadań dla systemu dwupoziomowego. W zaproponowanym iteracyjnym algorytmie rozwiązania algorytm szeregowania jest realizowany wielokrotnie dla różnych czasów realizacji zadań, będących wynikiem sterowania. Algorytm

sterowania wyróżnia dwie fazy ruchu: obrót i ruch prostoliniowy. Taka dekompozycja pozwala na jednoznaczne ustalenie pozycji realizatorów w każdej chwili czasu, co upraszcza proces unikania kolizji. Dalsze prace nad algorytmem dotyczyć będą jego porównania z rozwiązaniem optymalnym. Przewiduje się również rozpatrzenie innych wersji problemu podejmowania decyzji w systemach dwupoziomowych.

BIBLIOGRAFIA

1. Haldun A., Lawley M., McKay K., Mohan S., Uzsoy R.: Executing production schedules in the face of uncertaintities: A review and some future directions. European Journal of Operational Research 161, 2005, s. 86-110.
2. Józefczyk J.: Wybrane problemy podejmowania decyzji w kompleksach operacji. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2001.
3. Józefczyk J.: Decision-making algorithms in two-level complex operation system. Decision Support Systems 38, 2004, s. 171-182.
4. Steen W. M.: Laser Material Processing. Springer, 2004.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Bożena Skołud

Abstract

This work presents a joint algorithm for task scheduling and task execution in a in a two-level operation system. The algorithm is based on the idea of rescheduling as a means of compensation for the changes in task execution times, which are a result of the task execution algorithm. To provide solution for the problem with a time-optimal criterion, a series of considerations were introduced. Most notably, task execution – the movement of executors – was divided into two parts: turning and linear movement. Decomposition of the control algorithm simplifies the prediction for the collision avoidance process. An analytical solution concerning control of executors was provided along with calculation of their movement times. Obtained results were illustrated with a simple example.