

Marek MAGIERA
Akademia Górniczo-Hutnicza

METODA SELEKCJI SEKWENCJI MONTAŻOWYCH DLA SYSTEMÓW WYTWARZANIA DOKŁADNIE NA CZAS

Streszczenie. Metoda przeznaczona jest dla wielostadialnych linii montażowych, obsługujących równocześnie wiele różnych typów produktów. Dla każdego z tych produktów wybierana jest spośród danych sekwencji dokładnie jedna. W zbudowanych w tym celu liniowych modelach matematycznych zadań programowania całkowitoliczbowego minimalizowane są koszty związane z nieterminowością wykonania operacji przynależnych wyselekcjonowanym sekwencjom.

THE ASSEMBLY SELECTION METHOD FOR JUST IN TIME PRODUCTION SYSTEMS

Summary. The method is constructed for multistage assembly lines. The alternative assembly sequences are given for each product. The mathematical linear models with binary decision variables are used for the assembly selection method. The cost criterion is used in the minimization function. The proposed models are used to a select assembly sequences with minimal differences between the operation time and the preferred producing term for all products.

1. Wprowadzenie

W systemach montażowych operacje wykonywane są wg danych sekwencji montażowych. Pierwszą operacją jest umocowanie części bazowej w uchwycie montażowym. Każda następna operacja montażowa polega na domontowaniu kolejnej części lub podzespołu do części uprzednio zmontowanych. Dla danego produktu może być danych więcej niż jedna sekwencja montażowa. Alternatywne sekwencje montażowe, wygenerowane dla tego samego produktu, mogą się różnić liczbą operacji montażowych. Wynika to z różnej liczby podzespołów przypisanych tym sekwencjom. Każdy z produktów przepływających przez system montowany jest jednak wg jednej sekwencji montażowej. W celu wyselekcjonowania po jednej sekwencji dla każdego produktu stosuje się różne metody, np. metody uwzględniające obciążenie maszyn, liczbę przemieszczeń między stanowiskami montażowymi. Selekcja sekwencji montażowych znalazła odzwierciedlenie m. in. w pracach [2, 4, 5].

Niniejsza praca dotyczy przedstawionej problematyki. Przedstawiona jest w niej metoda selekcji sekwencji montażowych, uwzględniająca budowę harmonogramu montażu, a dokładniej: terminy wykonania poszczególnych zadań. Wybierane są takie

sekwencje, których realizacja zapewnia jak najmniejszą nieterminowość zakończenia montażu poszczególnych produktów.

2. Opis metody

Metoda selekcji sekwencji montażowych i równoczesnej budowy harmonogramu montażu opracowana została dla wielostadialnych systemów montażowych. Systemy te umożliwiają równoczesny montaż wielu różnych typów produktów w krótkich seriach. Każde stadium to zbiór maszyn montażowych pracujących równolegle. Przechodząc przez dane stadium, produkt obciąża w nim tylko jedną maszynę. Uwzględnione zostały dwa rodzaje przepływu produktów przez system: przepływ jednokierunkowy z możliwością omijania stadiów oraz przepływ z możliwością powrotów. Pomiędzy stadiami znajdują się bufory międzyoperacyjne o ograniczonych pojemnościach, w których produkty mogą oczekiwać na wykonanie kolejnych operacji.

Dla opisanego powyżej systemu montażowego zbudowane zostały liniowe modele matematyczne zadań programowania całkowitoliczbowego. Minimalizowane są w nich koszty związane z nieterminowym zmontowaniem poszczególnych produktów – z przyspieszeniem lub opóźnieniem wykonania poszczególnych produktów. Dzięki temu możliwe jest wybranie dla każdego produktu tylko jednej sekwencji montażowej – spośród danych alternatywnych sekwencji – takiej, która zapewnia wykonanie wszystkich operacji w terminie jak najmniej odległym od terminu realizacji zlecenia.

Oto oznaczenia opisanych modeli matematycznych:

M1 - model dla jednokierunkowego systemu przepływowego z możliwością omijania;

M2 - model dla systemu przepływowego z możliwością powrotów.

Tabela 1 zawiera zestawienie wszystkich indeksów, parametrów i zmiennych, zastosowanych w zbudowanych liniowych modelach matematycznych.

Tabela 1

Zestawienie indeksów, parametrów wejściowych oraz zmiennych

Indeksy: i – maszyna;	$i \in I = \{1, \dots, M\}$	l – przedział czasowy;	$l \in L = \{1, \dots, H\}$
j – typ operacji;	$j \in J = \{1, \dots, N\}$	s – sekwencja;	$s \in S = \{1, \dots, T\}$
k – produkt;	$k \in K = \{1, \dots, W\}$	v – stadium.	$v \in V = \{1, \dots, \mathcal{Q}\}$

Parametry wejściowe:

a_v - pojemność bufora międzyoperacyjnego, umieszczonego przed stadium v ;

b_i - maksymalna liczba podajników, jakie można ustawić przy maszynie i ;

f_{1k} - koszt ponoszony w ciągu jednej jednostki czasu (jeden przedział czasowy), wynikający z przyspieszenia wykonania operacji dla produktu k ;

f_{2k} - koszt ponoszony w ciągu jednej jednostki czasu (jeden przedział czasowy), wynikający z opóźnienia wykonania operacji dla produktu k ;

f_{3k} - jednostkowa kara (koszt) za przekroczenie najpóźniejszego terminu wykonywania operacji dla produktu k .

g_{av} - czas transportu produktu pomiędzy maszynami należącymi do stadiów: ε, v ;

p_{js} - czas wykonywania operacji j w sekwencji s ;

q_k - termin zakończenia wykonywania operacji dla produktu k ;

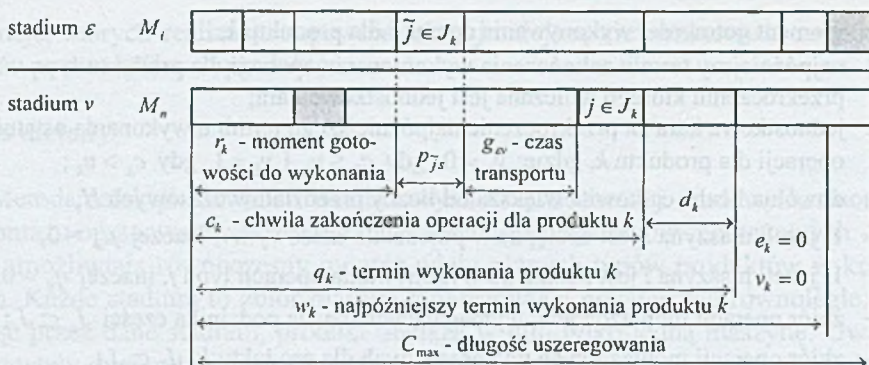
- r_k - moment gotowości wykonywania operacji dla produktu k ;
 w_k - najpóźniejszy termin zakończenia wykonywania operacji dla produktu k , po przekroczeniu którego naliczana jest jednostkowa kara;
 v_k - jednostkowa kara za przekroczenie najpóźniejszego terminu wykonania ostatniej operacji dla produktu k , gdzie: $v_k = 0$, gdy $c_k \leq u_k$ i $v_k = 1$, gdy $c_k > u_k$;
 α - dowolna liczba całkowita większa od liczby przedziałów czasowych H ;
 $\mu_{il} = 1$, jeżeli maszyna i jest dostępna w przedziale czasowym l , inaczej $\mu_{il} = 0$;
 $\eta_{ij} = 1$, jeżeli maszyna i jest zdolna do wykonywania operacji typu j , inaczej $\eta_{ij} = 0$;
 J_c - zbiór operacji montażowych, wymagających użycia podajnika części $J_c \subset J$;
 J_k - zbiór operacji montażowych wykonywanych dla produktu k , $J_k \subset J$;
 D - zbiór uporządkowanych par (i, v) , takich że maszyna i należy do stadium v ;
 F_s - zbiór par (s, j) , gdzie $s \in T$, $j \in J$ i j jest ostatnią operacją w sekwencji s ;
 R_s - zbiór par operacji (j, r) , kolejno wykonywanych wg sekwencji montażowej s ;
 S_k - zbiór sekwencji montażowych wygenerowanych dla produktu k .

Zmienne:

- c_k - chwila zakończenia ostatniej operacji dla produktu k ;
 d_k - przyspieszenie wykonania ostatniej operacji dla produktu k ; $d_k = \max\{c_k - s_k, 0\}$;
 e_k - opóźnienie wykonania ostatniej operacji dla produktu k , gdzie $e_k = \max\{c_k - d_k, 0\}$;
 v_k - jednostkowa kara za przekroczenie najpóźniejszego terminu wykonania ostatniej operacji dla produktu k , gdzie: $v_k = 0$, gdy $c_k \leq u_k$ i $v_k = 1$, gdy $c_k > u_k$.
 $u_s = 1$, jeżeli wybrano sekwencję s , inaczej $u_s = 0$;
 $y_{siv} = 1$, jeżeli bufor międzyoperacyjny znajdujący się przed stadium v jest obciążony w przedziale czasowym l przez produkt montowany wg sekwencji s , inaczej $y_{siv} = 0$;
 $z_{ijls} = 1$, jeżeli na maszynie i wykonywana jest operacja typu j w przedziale czasowym l dla produktu montowanego wg sekwencji s , inaczej $z_{ijls} = 0$.

Cechą charakterystyczną opracowanej metody jest podział długości uszeregowania na jednostkowe przedziały czasowe. Liczbę tych przedziałów stanowi zwiększone o 20% dolne oszacowanie długości uszeregowania. Procedura wyznaczania liczby przedziałów czasowych jest szczegółowo opisana w pracy [3], a także w [4].

Interpretacja niektórych parametrów oraz zmiennych dotyczących czasu wykonywania operacji przedstawiona jest na diagramie zamieszczonym na rysunku 1.



Rys. 1. Podstawowe charakterystyki harmonogramu dla sekwencji s przypisanej produktowi k , dla którego kolejno wykonywanymi operacjami są: \tilde{j}, j .

3. Modele matematyczne

Oto modele matematyczne M1 oraz M2:

$$\text{Zminimalizować: } \sum_{k \in K} (d_k f_{1k} + e_k f_{2k} + v_k f_{3k}) \quad (1)$$

$$\text{przy ograniczeniach: } \sum_{i \in I: \eta_{ij}=1} \sum_{l \in L} z_{ijls} = p_{js} \cdot u_s; \quad j \in J_k; s \in S_k; k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{s \in S_k} u_s = 1; \quad k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{s \in S} \sum_{j \in J_k: p_{js} > 0} \left(\sum_{l \in L} z_{ijls} / p_{js} \right) \leq b_i; \quad i \in I \quad (4)$$

$$\sum_{s \in T} \sum_{j \in J: \eta_{ij}=1} z_{ijls} \leq \mu_{ij} u_s; \quad i \in I; l \in L \quad (5)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{s \in S_k} z_{ijls} \leq u_s; \quad k \in K; l \in L \quad (6)$$

$$l \cdot z_{ijls} \geq r_k \cdot u_s; \quad i \in I; j \in J: \eta_{ij}=1; k \in K; l \in L; s \in S_k \quad (7)$$

$$z_{ijls} + z_{rjfs} \leq 1; \quad (i, v), (r, v) \in D: \tau \neq i; \quad j, r \in J: j \neq r; l, f \in L; s \in T \quad (8)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{l \in L} \frac{l \cdot z_{ijls}}{p_{js}} - \sum_{i \in I} \sum_{l \in L} \frac{l \cdot z_{irfs}}{p_{rs}} - \frac{u_s (p_{js} + p_{rs})}{2} \geq 0; \quad (r, j) \in R_s; s \in T \quad (9)$$

$$l \cdot \sum_{i \in I} z_{ijls} - f \cdot \sum_{i \in I} z_{irfs} \leq p_{js} - 1 + (1 - \sum_{i \in I} z_{ijfs}) \cdot \alpha; \quad j \in J; f \in L: l < f; s \in T \quad (10)$$

$$c_k = \sum_{i \in I} \sum_{s \in S_k} \sum_{l \in L} \sum_{j \in J_k: \{s, j\} \in F} \frac{l \cdot z_{ijls}}{p_{js}} + u_s \cdot \frac{p_{jk} - 1}{2}; \quad k \in K \quad (11)$$

$$d_k \geq q_k - c_k; \quad k \in K \quad (12)$$

$$e_k \geq c_k - q_k; \quad k \in K \quad (13)$$

$$c_k - w_k \leq \alpha \cdot v_k; \quad k \in K \quad (14)$$

Ograniczenia (16) ÷ (20) zostały zbudowane dla $(r, j) \in R_s$, gdzie $s \in T$:

$$l \cdot z_{ijls} - f \cdot z_{irfs} \leq p_{js} + p_{rs} - 1 + \alpha(1 - z_{ijls}) + \alpha(1 - z_{irfs}); \quad i \in J; \quad l, f \in L: l < f; \quad (15)$$

$$l \cdot z_{ijls} - f \cdot z_{irfs} - 1 \geq g_{sv} u_s + \alpha \cdot (1 - z_{ijls}); \quad (i, v), (\tau, \varepsilon) \in D; \quad l, f \in L: f < l \quad (16)$$

$$\sum_{l \in L} \frac{l \cdot z_{ijls}}{p_{js}} - \sum_{l \in L} \frac{l \cdot z_{irfs}}{p_{rs}} - u_s \left[\frac{(p_{js} + p_{rs})}{2} + g_{sv} \right] \leq \sum_{l \in L} y_{slv}; \quad (\tau, \varepsilon), (i, v) \in D: \varepsilon < v \quad (17)$$

$$l \cdot y_{slv} \geq \sum_{f \in L} \frac{f \cdot z_{irfs}}{p_{rs}} + u_s \left(\frac{p_{rs} + 1}{2} + g_{sv} \right) - \alpha \cdot (1 - y_{slv}); \quad (\tau, \varepsilon) \in D; \quad v \in V: \varepsilon < v \quad (18)$$

$$l \cdot y_{slv} \leq \sum_{f \in L} f \cdot z_{ijfs} / p_{js} + 0,5 \cdot u_s \cdot (1 - p_{js}) + \alpha \cdot (1 - y_{slv}); \quad (i, v) \in D; \quad \varepsilon \in V: \varepsilon < v \quad (19)$$

$$\sum_{s \in T} y_{slv} \leq d_v; \quad l \in L; \quad v \in V \setminus \{1\} \quad (20)$$

$$d_k \geq 0; \quad e_k \geq 0; \quad k \in K \quad (21)$$

$$u_s, v_k, y_{klv}, z_{ijls} \in \{0, 1\}; \quad i \in I; \quad j \in J; \quad k \in K; \quad l \in L; \quad s \in T; \quad v \in V \quad (22)$$

$$\text{Tylko dla M1: } i \cdot z_{ijls} \geq \tau \cdot z_{irfs} - \alpha \cdot (1 - z_{ijls}); \quad i, \tau \in I; \quad (r, j) \in R_s; \quad l, f \in L; \quad s \in T \quad (23)$$

Minimalizowana w modelach M1 i M2 suma (1) [3] przedstawia koszty ponoszone w związku z nieterminowym zmontowaniem produktów. Do kosztów tych zalicza się koszty dotyczące zbyt wczesnego zmontowania produktów (np. koszty magazynowania), opóźnionego zmontowania produktów oraz koszty stanowiące umowną karę za przekroczenie najpóźniejszego dopuszczalnego terminu zmontowania produktów.

Kolejne ograniczenia zapewniają: (2) – rozdział wszystkich operacji przynależnych wybranym sekwencjom pomiędzy te maszyny, które mają zdolność ich wykonania; (3) – wybór dokładnie jednej sekwencji montażowej dla każdego produktu; (4) – umieszczenie dopuszczalnej liczby podajników części przy każdej z maszyn; (5) – przydział co najwyżej jednej operacji do maszyny dostępnej w danym przedziale czasowym; (6) – wykonywanie w danej chwili co najwyżej jednej operacji dla każdej wybranej sekwencji; (7) – wprowadzanie produktów do systemu tylko wtedy, gdy system jest przygotowany do wykonywania czynności montażowych; (8) – przejście produktu przez co najwyżej jedną maszynę danego stadium; (9) – wykonywanie operacji montażowych w kolejności zgodnej z wybraną sekwencją; (10) – niepodzielność w czasie i w przestrzeni dla każdej wykonywanej operacji; (11) – wyznaczenie czasów zakończenia montażu poszczególnych produktów; (12), (13) – wyznaczenie nieterminowości (przyspieszenia, opóźnienia) w montażu produktów; (14) – przyznanie jednostkowych kar za przekroczenie najpóźniejszych terminów wykonania; (15) – niepodzielność obciążenia maszyny przez dany produkt (w przypadku przydzielenia danej maszynie kilku operacji przypisanych temu samemu produktowi, operacje te wykonywane są w bezpośrednim następstwie); (16) – uwzględnienie czasu transportu produktu pomiędzy maszynami różnych stadiów.

Następne ograniczenia dotyczą wykorzystania buforów międzyoperacyjnych. Obciążenia buforów przez poszczególne produkty wyznaczone są wg zależności (17). Odpowiednie produkty znajdują się w buforach bezpośrednio przed wykonaniem kolejnych operacji dzięki nierównościom (18) i (19). W warunku (20) zagwarantowane jest, że ograniczone pojemności buforów nie zostaną przekroczone.

Zależność (21) gwarantuje nieujemność zmiennych, a (22) - binarność pozostałych zmiennych. Ograniczenie (23), zbudowane wyłącznie dla modelu M1, gwarantuje jednokierunkowość przepływu montowanych produktów przez system.

Do weryfikacji modeli M1 i M2 wykorzystany został pakiet optymalizacji dyskretnej [1]. Obliczenia przeprowadzone zostały dla 60 zadań testowych o następujących maksymalnych rozmiarach: liczba stadiów: 4, liczba maszyn: 8, liczba produktów: 6, liczba przedziałów czasowych: 30. W celu porównania tych modeli przyjęto założenia: jednakowe są dla wszystkich produktów momenty gotowości do wykonania operacji; jednakowe są terminy wykonania wszystkich produktów – równe szacowanej długości uszeregowania (wyznaczonej wg procedury opisanej w [3]); pominięto kary za przekroczenie najpóźniejszych terminów wykonania; dla wszystkich produktów jednakowe są koszty ponoszone w związku z ich nieterminowym wykonaniem.

Wyniki eksperymentów obliczeniowych wykazały znaczne zmniejszenie kosztów – o około 14% - w minimalizowanej sumie (1) w przypadku umożliwienia przepływu powrotnego, w porównaniu do przepływu jednokierunkowego. Pełna analiza kosztów byłaby jednak możliwa po uwzględnieniu innych kosztów dotyczących procesu montażu, np. kosztów dotyczących systemu transportowego, eksploatacji buforów. Porównano również długość harmonogramu z dolnym oszacowaniem długości uszeregowania (wyznaczonym wg procedury zamieszczonej w [3]). Dla zadań o największych rozmiarach wartość odchyłki wyznaczonej długości harmonogramu od dolnego oszacowania długości uszeregowania wynosiła: 7,6% – dla M1, 5,4% – dla M2.

4. Uwagi końcowe

Zaletą przedstawionej metody jest nie tylko możliwość selekcji montażowych, ale również budowa harmonogramu montażu dla wybranych selekcji. Opracowane w tym celu modele matematyczne mogą być więc stosowane do harmonogramowania montażu, zwłaszcza w systemach otwartych, w których nie utrzymuje się zapasów gotowych produktów. Montowanie produktów „dokładnie na czas” lub w czasie zbliżonym do zadanego terminu wykonania zadania ogranicza w znacznym stopniu koszty magazynowania zmontowanych produktów.

Opisane modele matematyczne, sformułowane dla monolitycznego podejścia do selekcji sekwencji i budowy harmonogramów montażu, odznaczają się znaczną liczbą parametrów i zmiennych. Rozwój techniki komputerowej i oprogramowania umożliwia jednak rozwiązywanie zadań o coraz większych rozmiarach. W celu skrócenia czasu rozwiązywania zadań o stosunkowo dużych rozmiarach można zastosować opracowane modele w algorytmach heurystycznych, np. relaksacyjnych.

Najistotniejszą cechą i zaletą opracowanej metody selekcji sekwencji montażowych jest uwzględnienie konfiguracji parku maszynowego i obciążenia poszczególnych maszyn. Dzięki temu możliwy jest wybór – spośród wielu wariantów – odpowiednich sekwencji oraz wyznaczenie marszrut przepływu produktów przez system.

BIBLIOGRAFIA

1. Fourer R., Gay D., Kernighan B.: AMPL - A Modelling Language for Mathematical Programming. Boyd & Fraser Publishing Company 1993.
2. Łebkowski P.: Metody komputerowego wspomaganie montażu mechanicznego w elastycznych systemach produkcyjnych. Wydawnictwa AGH, Kraków 2000.
3. Magiera M.: Modele PLC szeregowania operacji dla wielostadialnego systemu wytwarzania dokładnie na czas; w: Wybrane zagadnienia logistyki stosowanej. Rocznik 2007. Polska Akademia Nauk - Komitet Transportu, s. 152-159.
4. Magiera M.: Algorytmy selekcji sekwencji montażowych dla systemów przepływowych z uwzględnieniem przestojów maszyn; w: Technologia i automatyzacja montażu. Kwartalnik naukowo-techniczny nr 2; Ośrodek Badawczo-Rozwojowy Podstaw Technologii i Konstrukcji Maszyn TEKOMA, Warszawa 2006, s. 30-33.
5. Sawik T.: Planowanie i sterowanie produkcji w elastycznych systemach montażowych. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1996.
6. Wan G., Yen B.P.-C.: Tabu search for single machine scheduling with distinct due Windows and weighted earliness/tardiness penalties. European Journal of Operational Research, 142, 2002, p. 271-281.

Recenzent: Dr inż. Waldemar Grzechca

Abstract

The monolithic method of assembly selection and scheduling is presented. The method is constructed for multistage assembly lines with intermediate buffers. The two types of flow are regarded: unidirectional and flow with return abilities. The alternative assembly sequences and parameters of machine park are given. The schedule is divided into time intervals in the method.

The mathematical linear models (M1 – for unidirectional, M2 – for flow with return abilities) with binary decision variables are constructed for the method. The cost criterion is used in the minimization function. The costs are connected with time-lag and hastening of assembly finish for all products. The proposed models are used to a fixed assembly schedule with minimal differences between the operation time and the preferred producing term for all products.

Results of computational experiment with proposed method are presented. The schedule for flow with return abilities and unidirectional flow are compared.