Zygmunt Wusatowski

Próba krytyki dotychczasowych podstawowych pojęć z przeróbki plastycznej

W pracy tej autor poddaje krytycznej ocenie pewne, dotychczas używane określenia z dziedziny przeróbki plastycznej. Wprowadza nowe, poprawniejsze definicje popierając swoje wywody teoretyczne odpowiednio dobranymi przykładami.

Wstęp

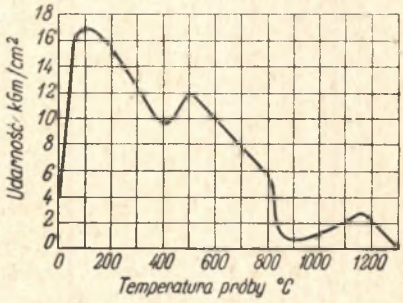
Na podstawie prowadzonych ostatnio prac dla Poradnika Technicznego „Mechanika", doszedłem do wniosku, że szereg dotychczas przyjętych i ustalonych podstawowych pojęć i określeń z dziedziny przeróbki plastycznej metali wymagałby rewizji i zmiany. Mam tu na myśli: plastyczność metalu, przeróbkę na gorąco i na zimno, zgniot, umocnienie, stopień zgniotu jako miarę zgniotu. Chciałbym pojęcia te nieco szerzej przedyskutować.

1. Plastyczność metalu

Przez plastyczność metalu Krupkowski i Truszkowski [1] rozumieją podatność na trwałe odkształcenie pod wpływem sił zewnętrznych.

Ostatnio określamy to według Hubera [3] jako zdolność metalu do odkształceń trwałych bez naruszenia spójni krystalicznej (więzi).

Nie można uznawać plastyczności wyłącznie za własność metalu, zależną tylko od niego. Wiemy obecnie, że na plastyczność metalu wpływają czynniki zewnętrzne, niezależne od metalu, które przy rozważaniu pojęcia plastyczności musimy uwzględnić.



Rys. 1. Zależność zakresów plastyczności i kruchości stali armco od temperatury, według Gałłaja i Złotnikowa [10]

Pierwszym ważnym czynnikiem jest temperatura metalu. W zakresie sięgającym od temperatury bliskiej zera bezwzględnego aż do temperatury początków topnienia metal wykazuje zwykle w pewnych przedziałach kolejno zmieniające się zakresy większej lub mniejszej plastyczności (rys. 1).

Drugim czynnikiem, który posiada zasadniczy wpływ na plastyczność jest wielkość i kierunek naprężeń.

Znane są możliwości odkształcenia plastycznego piaskowca i marmuru, a więc ciał zupełnie kruchych, przy trójosiowym ściskaniu. W ten sposób możemy odkształcać również walec żeliwny przez ściskanie go w kierunku osi po uprzednim wtłoczeniu w tuleję stalową.

Najlepszą plastyczność otrzymuje się przy trójosiowym ściskaniu siłami wywołującymi w metalu naprężenia różnej wielkości; natomiast przy naprężeniach równej wielkości żadne odkształcenie nie wystąpi. Naprężenia te wywołują w metalu stan napięcia, który możemy określić jako hydrostatyczny.

Po uwzględnieniu wyrażonych zastrzeżeń można by obecnie określić plastyczność metali jako *zdolność metalu do znoszenia odkształceń trwałych bez uszkodzenia swojej całości — przy danej temperaturze i układzie naprężeń.*

2. Przeróbka na gorąco i na zimno

Z kolei postaramy się ująć ściślej potoczne, a więc niezbyt dokładne określenie: „na gorąco“ i „na zimno“. Wbrew definicji, która sugeruje, jakoby sam zabieg odbywał się na gorąco lub na zimno, czyli jak gdyby urządzenia pracowały na gorąco lub na zimno, w rzeczywistości przerabia się plastyczny metal na gorąco lub plastyczny metal na zimno i tak powinno by brzmieć dokładniejsze określenie.

Zasadniczym jednak czynnikiem, który decyduje o zachowaniu się plastycznego metalu jest to, czy on się umacnia w czasie przeróbki plastycznej — czy temu umocnieniu nie ulega.

Mamy tu zasadnicze sformułowanie zagadnienia, ponieważ znamy metale, które przy odkształceniu w temperaturze pokojowej nie ulegają umocnieniu. Należą do nich np. ołów lub cyna i dla nich jest to przeróbka plastyczna „na gorąco“.

Z tych powodów Krupkowski [1] dzieli metale na dwie zasadnicze kategorie: „metale, które na skutek odkształceń utwardzają się trwale“ i „metale, które nie utwardzają się, względnie nabyta ich twardość dość szybko (spada) zanika“.

Czynnikiem, który decyduje o zachowaniu się metalu w czasie przeróbki plastycznej są warunki jego rekrystalizacji. Jeśli przeróbka plastyczna odbywa się w takiej temperaturze i z taką szybkością, że odkształcone krystality mają dość czasu do zupełnej rekrystalizacji, a więc do wytworzenia kryształów nowych, wolnych od naprężeń, to po odkształceniu metal wykazuje strukturę i własności mechaniczne bardzo zbliżone do wartości początkowych. W takim przypadku metal nie ulega umocnieniu i mamy do czynienia z typową przeróbką plastyczną „na gorąco“.

Ponadto musimy pamiętać, że według prac Krupkowskiego i Ba-

lickiego [2] rekrystalizacja zachodzi w każdej temperaturze, lecz szybkość jej w miarę obniżania temperatury gwałtownie spada. Zwykle jednak wykresy rekrystalizacji poszczególnych metali nie uwzględniają wpływu czasu [18].

Jeśli przeróbka plastyczna odbywa się poniżej warunków rekrystalizacji, wtedy zgniot, jaki otrzymały ziarna metalu utrzymuje się w całości lub częściowo, powodując większe lub mniejsze umocnienie metalu.

Po tych wyjaśnieniach możemy określać „przeróbkę plastyczną na gorąco“ dla danego metalu jako proces zachodzący powyżej warunków, w których następuje zupełna rekrystalizacja, natomiast „przeróbka plastyczna na zimno“ zachodzi poniżej warunków rekrystalizacji danego metalu, przy jakich rekrystalizacja przebiega tylko częściowo lub prawie się nie odbywa.

3. Zgniot

W szeregu metali o wysokiej temperaturze topnienia, odkształconych w temperaturze poniżej warunków rekrystalizacji, procesy rekrystalizacji zachodzą — jak wiemy — w tak małym stopniu, że możemy je uznać za praktycznie nie istniejące.

W metalach takich, jak czyste żelazo, stal lub wolfram, występują przy odkształceniu plastycznym zmiany trwałe; z tego powodu Broniewski [1] określając zgniot nazwał go *odkształceniem metali z trwałym zachowaniem zmienionych własności.*

Przy odkształceniu poniżej warunków rekrystalizacji występują następujące zmiany:

wzrastają: wytrzymałość na rozciąganie, granica plastyczności i sprężystości,

maleją zaś: wydłużenie, przewężenie i udarność.

Oprócz zmian własności mechanicznych zmieniają się również własności fizyczne, jak: opór elektryczny, własności termoelektryczne, ciężar właściwy, a co najważniejsze, w zasadniczy sposób zmienia się struktura metalu na skutek poślizgów w kryształach, obrotów kryształów, tworzenia się kryształów bliźniaczych oraz rozdrobnienia kryształów aż do tekstury włącznie.

Zgniot powoduje więc zmianę własności mechanicznych, fizycznych, w pewnej mierze chemicznych, a głównie strukturalnych metalu. Z tego względu jako poprawne określenie zgniotu proponuje się obecnie następujące: *Zespół trwałych zmian zachodzących w odkształconym plastycznie metalu w zakresie poniżej warunków jego rekrystalizacji.*

4. Umocnienie

Określenie, które bezpośrednio wiąże się ze zgniotem, to *utwardzenie*, czyli *umocnienie*. Krupkowski [1], [3] używa terminu *utwardzenie* jako odpowiednika dla „naklep mietałła“, „strain hardening“, „Verfestigung“.

Nie uważam określenia *utwardzenie* za szczęśliwe. Jeśli zmiany własności mechanicznych metalu wywołane zgniotem — a więc przyrost wytrzymałości, granicy plastyczności i sprężystości oraz jego twardości, przy równoczesnym spadku wydłużenia, przewężenia i udarności — są tymi czynnikami, które należałoby ująć jednym wyrażeniem, to *umocnienie* jest znacznie poprawniejsze niż *utwardzenie*, ponieważ obejmuje ono zmiany wszystkich własności mechanicznych, a nie tylko i wyłącznie twardości.

Podane w *Metals Handboock* [4] określenie „strain hardening" oznacza przyrost twardości i wytrzymałości spowodowany plastycznym odkształceniem w temperaturach poniżej zakresu rekrystalizacji.

W świetle dotychczasowych wywodów poprawniejsza będzie definicja: *Umocnienie jest to przyrost twardości i wytrzymałości metalu spowodowany plastycznym odkształceniem poniżej warunków rekrystalizacji metalu.*

Termin *utwardzenie* jest niewskazany również ze względu na powszechnie przyjęte określenie *żeliwo utwardzone*, co ze zjawiskiem utwardzenia metalu przy odkształceniu na zimno nie stoi w żadnym związku.

5. Stopień zgniotu jako miara zgniotu

Pozostaje z kolei ostatnie — najtrudniejsze do omówienia — zagadnienie *stopnia zgniotu*, czyli miary zgniotu, jako próba poprawnego określenia.

Zagadnienie to powstało stosunkowo niedawno, stało się jednak aktualne w związku z zamierzeniami dokładniejszego zbadania istoty odkształcenia metalu.

Wielokrotnie wyrażano już wątpliwość co do słuszności używanego powszechnie wzoru dla określenia stopnia zgniotu z:

$$z = 1 - \frac{F_1}{F_0}, \tag{1}$$

gdzie

F_0 — powierzchnia początkowa przekroju,
F_1 — powierzchnia po odkształceniu.

Już w pracach Finka (1874) nad zjawiskami walcowania można dostrzec pierwszy przebłysk koncepcji rozpatrywania odkształcenia plastycznego pod kątem zużytej pracy. Poczesne miejsce w rozwoju tej myśli zajmują badania P. Ludwika, który w pracy ogłoszonej w roku 1909 wprowadza zasadę *względnego przesuwu* (spezifische Verschiebung) i stosuje ją do poszczególnych rodzajów odkształcenia. Praca ta nie zyskała zbyt wielkiego rozgłosu dlatego, iż autor proponował termin *właściwy przesuw*, a nie związał go z pracą odkształcenia. Stosunkowo późno, bo dopiero w roku 1925, w artykule napisanym wspólnie z Scheuem [5],

Ludwik stwierdza łączność właściwego przesuwu z pracą odkształcenia. Jednak wyniki różnych prób nie pokrywały się na ogół wzajemnie, tak że na przykład dla miedzi w granicach równomiernego wydłużenia rozbieżność ta wynosiła 12%. Dodać należy, że badania Ludwika w tej dziedzinie były wówczas nie doceniane.

Propozycja Ludwika sprowadza się do zasadniczych dwóch wzorów, mianowicie skręcanie ma być uzależnione od współczynnika odkształcenia:

$$\gamma = R \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{l}, \tag{2}$$

gdzie

R — promień przekroju skręconej próbki,
n — ilość skręceń,
l — długość pomiarowa próbki,

odkształcenie zaś przy rozciąganiu należy liczyć według wyrażenia:

$$\ln(1+a), \tag{3}$$

w którym wydłużenie a obliczamy z wzoru:

$$a = \frac{l_1}{l_0} - 1, \tag{4}$$

gdzie

l_0 — początkowa długość pręta,
l_1 — końcowa długość pręta.

W roku 1927 Siebel i Pomp [7] rozpatrywali również zjawiska odkształcenia pod kątem pracy. Zajmując się wtedy głównie zagadnieniami ściskania wprowadzali następujące wzory:

$$A = V \cdot \int_{\ln \varphi_0}^{\ln \varphi} K_f \cdot d \ln \varphi, \tag{5}$$

gdzie

A — praca,
V — objętość,
K_f — wytrzymałość plastyczna metalu,

oraz

$$\ln \varphi = \ln \frac{h_0}{h_1} = \ln \frac{F_1}{F_0}. \tag{6}$$

Łatwo zauważyć, że wyrażenie (6) na pracę jest właściwie znanym wzorem (5) Finka. Także Huber [8] poddał szczegółowej krytyce stosowane obecnie wzory na zgniot i proponował zastąpić je wzorem logarytmicznym w odniesieniu do odkształcenia przy ścieńczaniu pręta, podkreślając

racjonalność takiego wzoru z punktu widzenia matematycznego. W myśl jego poglądów miarą wydłużenia jest wyrażenie:

$$\ln \frac{l_0}{l_1}. \tag{7}$$

Następnie Siebel [9] określa stopień umocnienia (zgniotu) jako funkcję odkształcenia:

$$\varphi = \ln \frac{F_0}{F_1}, \tag{8}$$

względnie przez ubytek przekroju:

$$z = U = \frac{F_0 - F_1}{F_0} = \frac{\Delta F}{F_0}. \tag{1a}$$

Pawłow [10] jako stopień zgniotu podaje zależności (1):

$$\frac{l_1 - l_0}{l_0}$$

lub następną:

$$\frac{F_0 - F_1}{F_0}.$$

W dyskusji nad tymi wzorami uważa on wyrażenie:

$$\frac{F_0 - F_1}{F_0}$$

za poprawniejsze dla właściwego określenia umocnienia metalu, ponieważ — zdaniem jego — ujmuje ono wpływ równoczesnych zmian szerokości odkształconego metalu.

Natomiast w przykładach nie jest konsekwentny odnosząc wykresy rozciągania do zależności:

$$\frac{l_1 - l_0}{l_0},$$

w przypadku zaś walcowania na zimno do zależności:

$$\frac{h_0 - h_1}{h_0}, \tag{9}$$

jako w tym przypadku poprawniejszej.

Krupkowski i Jasiewicz [3] wprowadzili następujące określenia i wzory:

z — zgniot według zmiany pola przekroju:

$$z = 1 - \frac{F_1}{F_0} = \frac{F_0 - F_1}{F_0} \quad \text{(przy rozciąganiu)}, \tag{1}$$

$$z = 1 - \frac{F_0}{F_1} = \frac{F_1 - F_0}{F_1} \quad \text{(przy ściskaniu)}; \tag{1b}$$

w — zgniot właściwy wyprowadzony z pracy odkształcenia:

$$w = \operatorname{tg} \alpha \quad \text{(przy skręcaniu)}, \tag{10}$$

gdzie α — kąt odkształcenia elementu przy próbie skręcania, obliczamy jako $\operatorname{tg} \alpha = \gamma$ z wzoru (2):

$$w = 2 \ln \frac{F_0}{F_1} \quad \text{(przy rozciąganiu)}, \tag{11}$$

$$w = 2 \ln \frac{F_1}{F_0} \quad \text{(przy ściskaniu)}. \tag{11a}$$

D_m — zgniot według największego odkształcenia liniowego:

$$D_m = \ln \frac{F_0}{F_1} \quad \text{(przy rozciąganiu)}, \tag{12}$$

$$D_m = \ln \frac{F_1}{F_0} \quad \text{(przy ściskaniu)}. \tag{12a}$$

Z wzorów (11 i 12) wynika, że

$$D_m = \frac{w}{2}, \tag{13}$$

$$D_m = \ln \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{2} + \sqrt{\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{4} + 1} \right) \quad \text{(przy skręcaniu)}. \tag{14}$$

Nie podają oni jednak konkretnej oceny praktycznej wartości tych wzorów.

W późniejszych pracach Krupkowski [1] prowadząc badania nad własnościami wytrzymałościowymi używa znanego określenia:

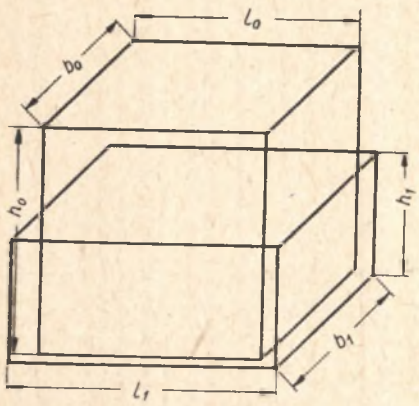
$$z = 1 - \frac{F_1}{F_0} \quad \text{(dla rozciągania)}, \tag{1}$$

wprowadzonego do naszej terminologii technicznej przez Broniewskiego [1]. Zresztą Broniewski nie odróżniał właściwego określenia zgniotu od jego miary, czyli stopnia zgniotu.

Zdaniem autora niniejszej pracy zgniot jest sumą trwałych zmian własności metalu wywołanych odkształceniem plastycznym na zimno, stopień zgniotu zaś — matematycznym ujęciem tych zmian przez dobranie odpowiedniej miary dla nich w ścisłej zależności od zmian wymiarów odkształconego plastycznie metalu.

Dla należytego ujęcia tego zagadnienia należałoby się zastanowić nad pytaniem, dlaczego metal trwale odkształcony zmienia swoje własności.

Zmiany te wywołane są naprężeniami, które występują w siatce krystalograficznej, przy czym podczas odkształcenia zachodzi tu szereg procesów, powodujących w wyniku swoisty naprężony stan siatki krystalograficznej. Ich zewnętrznym objawem są zmiany wymiarów elementu odkształconego zależne od wielkości odkształcenia.



Rys. 2. Zmiany kształtu elementu odkształcanego plastycznie

Rysunek 2 przedstawia zmiany kształtu elementu odkształconego plastycznie.

Z warunku stałej objętości, w myśl którego objętość odkształconego plastycznie metalu nie ulega zmianie w żadnej fazie odkształcenia, wynika, że:

$$V = l_0 \cdot b_0 \cdot h_0 = l_1 \cdot b_1 \cdot h_1 = l \cdot b \cdot h = \text{const.} \quad (15)$$

Wobec tego możemy określić zmiany kształtu elementu przedstawiając je następująco:

wydłużenie:

$$\int_{l_0}^{l_1} \frac{dl}{l} = \ln \frac{l_1}{l_0} = \varphi_1 = \varphi_l, \quad (6a)$$

roztłoczenie:

$$\int_{b_0}^{b_1} \frac{db}{b} = \ln \frac{b_1}{b_0} = \varphi_2 = \varphi_b, \quad (6b)$$

spęczenie:

$$\int_{h_0}^{h_1} \frac{dh}{h} = \ln \frac{h_1}{h_0} = \varphi_3 = \varphi_h. \quad (6c)$$

Z wzorów (15) oraz (6a) do (6c) wynika:

$$\ln \frac{l_1}{l_0} + \ln \frac{b_1}{h_0} + \ln \frac{h_1}{h_0} = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = \varphi_h - \sum \varphi_i = 0. \quad (16)$$

Wywody te wprowadzają nas w istotę zagadnienia: ponieważ zmiana własności plastycznych odkształconego metalu wywołana jest naprężeniami, które występują w jego siatce krystalograficznej, staje się dla nas

jasne, że miarą odkształcenia, a więc miarą naprężenia może być tylko największe odkształcenie plastyczne metalu. Mniejsze odkształcenie bowiem nie mogłoby wywołać odpowiedniej wielkości zmian w siatce krystalograficznej, a co za tym idzie — w naprężeniach. Jest to znane twierdzenie Ludwika [5], [6].

Wynika stąd, że miarą odkształcenia plastycznego może być — patrz wzór (16) — tylko wielkość

$$\varphi_h = \Sigma_{\varphi_i}, \tag{16a}$$

w związku z następującą zależnością:

$$\ln \frac{h_1}{h_0} = \ln \frac{b_0}{b_1} + \ln \frac{l_0}{l_1}. \tag{16b}$$

Przy równomiernym na boki odkształceniu metalu, jak na przykład przy ściskaniu walca, wielkości odkształcenia w kierunku poprzecznym do osi walca są sobie równe, a więc

$$\varphi_{i_1} = \varphi_{i_2} = -\frac{1}{2}\varphi_h. \tag{17}$$

Przy osiowym tylko odkształceniu metalu nie zachodzi żadne odkształcenie w trzecim kierunku. Wtedy dwa pozostałe główne odkształcenia są sobie równe, lecz przeciwnie skierowane, a więc

$$\varphi_i = -\varphi_h. \tag{17a}$$

Podamy teraz kilka przykładów wykazujących, dlaczego dotychczasowy ogólnie stosowany na stopień zgniotu wzór (1)

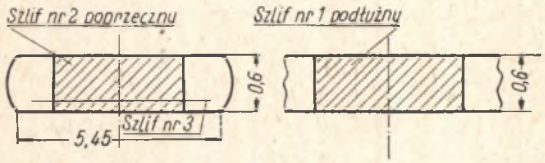
$$z = \frac{F_0 - F_1}{F_0}$$

jest już dziś nie wystarczający, a omawiane zagadnienie wymaga nowego sposobu ujęcia w myśl propozycji Krupkowskiego i Jasiewicza.

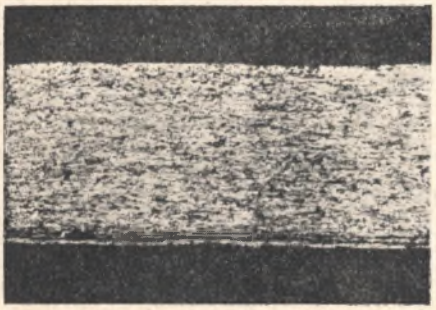
Przykład 1. Drut okrągły ze stali stopowej o składzie chemicznym: C — 0,07%, Mn — 0,17%, Cr — 19,3%, Al — 5,14%, Co — 3,05%, Ce — 0,08% i Fe — 71,48% w stanie wyjściowym wyżarzonym w temperaturze 700°C przez 0,5 godz. spłaszczony był przez walcowanie na zimno na walcarce o średnicy walców $D = 180$ mm, przy szybkości walcowania 0,2 m/sek.

W przepuście *5* zgniot całkowity procentowy $\frac{(d - h_5)}{h_5} \cdot 100$ wynosił 79,18%, wymiary taśmy przed przepustem $5{,}05 \times 0{,}6$ mm po przepuście $5{,}45 \times 0{,}5$ mm.

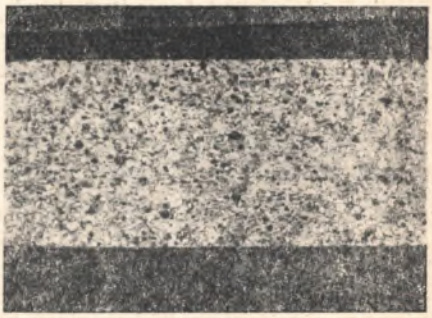
Z taśmy pobrano trzy szlify z miejsc, jak na rysunku 3. Rysunek 4 przedstawia strukturę taśmy wziętą podłużnie do kierunku walcowania, a więc obrazującą skutki zmian wysokości, czyli φ_h. Rysunek 5 przedstawia szlif wzięty poprzecznie do kierunku walcowania obrazujący zmiany szerokości, czyli φ_b. Wreszcie rysunek 6 przedstawia strukturę metalu wziętą wzdłuż próbki, obrazującą zmiany długości próbki; zaznaczyć jednak należy, że na skutek wykonania szlifu tuż pod powierzchnią taśmy zmiany te zostały zatrzymane przez hamujące działanie tarcia na powierzchni taśma — walce.



Rys. 3. Sposób pobrania próbek z taśmy stalowej walcowanej na zimno z drutu



Rys. 4. Szlif podłużny z taśmy



Rys. 5. Szlif poprzeczny z taśmy

Struktury szlifów odpowiadają w zupełności wywodom matematycznym. Struktura rysunku 4, która wchodzi już w teksturę, odpowiada największemu odkształceniu, jakie próbka otrzymała w środku swej wysokości.

Próbka na rysunku 5 przedstawia strukturę znacznie mniej odkształconą plastycznie niż na rysunku 4 — co zgodne jest z φ_b. Na rysunku 6 ujawnił się wpływ nie tylko miejscowego odkształcenia w kierunku φ_l, lecz także hamującego działania tarcia.

Rys. 6. Szlif przy powierzchni taśmy

Przykład 2. Rysunek 7 przedstawia przypadek czysto plastycznego zginania metalu. Miarą odkształcania plastycznego poszczególnych włókien

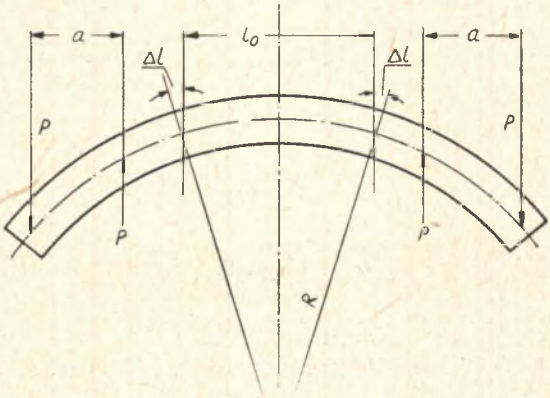
metalu jest ich wydłużenie albo skrócenie względne w stosunku do włókna obojętnego. Dla włókna skrajnego otrzymujemy zależność:

$$\varepsilon_g = \frac{2 \cdot \Delta l}{l_1}, \tag{18}$$

dla włókna zaś obojętnego:

$$\varepsilon_g = 0.$$

Można w takim przypadku określić zmiany przekroju wzorem (1), lecz nie dadzą one właściwego obrazu zmian umocnienia metalu wywołanych plastycznym zginaniem, a więc nie będą tak dokładnie jak wzór (18) przedstawiać stopnia umocnienia metalu.



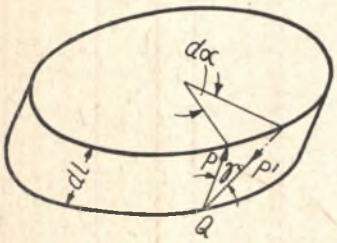
Rys. 7. Schemat plastycznego zginania pręta

Przykład 3. Czysto plastyczne skręcanie metalu (rys. 8).

Jeśli w odkształconym plastycznie przez skręcanie pręcie rozpatrujemy dwie płaszczyzny odległe od dl i punkt P na obwodzie odległy o R od środka przekroju pręta — wtedy przy skręcaniu następuje przesunięcie punktu P w położeniu P', na łuku koła $P-P'$. Wówczas odcinek $Q-P$, który był początkowo równoległy do osi pręta, skręca się o bardzo mały kąt γ.

Miarą całkowitego odkształcenia plastycznego włókna skrajnego jest wielkość łuku: $PP' = R \cdot d\alpha = \gamma\, dl$, a więc otrzymujemy przesunięcie jednostkowe:

$$\gamma = \frac{R \cdot d\alpha}{dl} = \frac{dt}{dl}. \tag{19}$$



Rys. 8. Schemat plastycznego skręcania próbki

Tu także otrzymujemy jako miarę zgniotu wielkość przesunięcia jednostkowego:

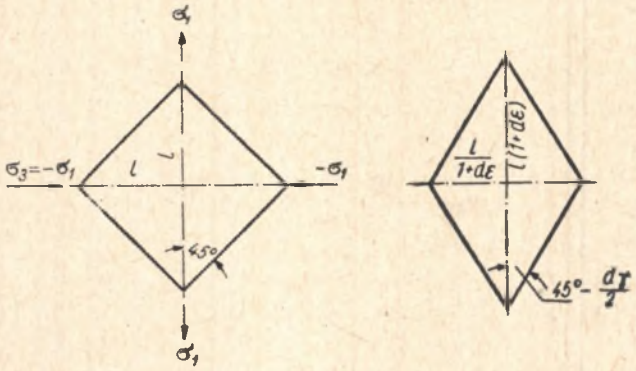
$$\gamma = \frac{dt}{dl},$$

która w miarę zbliżania się do osi pręta dąży do zera i dlatego nie można wyrazić jej przez wzór (1).

Podobnie będzie w pewnych przypadkach odkształceń złożonych, z których jedno będzie skręcaniem plastycznym metalu. Wtedy użycie tylko wzoru (1) nie dałoby właściwego obrazu stanu metalu.

Reguła Ludwika [5], [6] zawiera dwa twierdzenia:

1. *Miarą umocnienia jest największe odkształcenie metalu.*
2. *Umocnienie spowodowane wydłużeniem równe jest umocnieniu przy spęczaniu* (rys. 9).



Rys. 9. Schemat odkształcenia elementu

W przypadku jednoosiowego rozciągania lub ściskania zmiana wydłużenia dl musi spowodować takie same zmiany jak spęczanie elementu o dh:

$$\varepsilon_f = \frac{dl}{l}, \qquad \varepsilon_g = -\frac{dh}{h}.$$

Z warunków równoważności umocnienia otrzymujemy

$$\frac{dl}{l} = -\frac{dh}{h}, \tag{20}$$

dla skończonych zaś odkształceń (16 b)

$$\ln\frac{l_1}{l_0} = \ln\frac{h_0}{h_1}$$

przy b = constans.

Przy ścinaniu miarą umocnienia będzie największa zmiana kąta (rys. 9)

$$\begin{gathered} dl = 2 \cdot d\varepsilon \\ \gamma = 2 \cdot \ln(1+l) = 2 \cdot \varepsilon, \end{gathered} \tag{21}$$

gdzie [12]

$$\varepsilon = \frac{l_1 - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0}. \tag{4a}$$

Odkształcenia wielkości skończonej [11]:

Weźmy pod uwagę sześcian o boku = 1 (rys. 10). Wtedy zmiana długości Δ w kierunku dowolnej osi powoduje przyrost jej o $d\Delta$.

Stąd

$$d\varphi = \frac{d\Delta}{1+\Delta} \tag{7a}$$

albo

$$\varphi = \int \frac{d\varphi}{1+\Delta} = \ln(1+\Delta), \tag{7b}$$

wobec czego

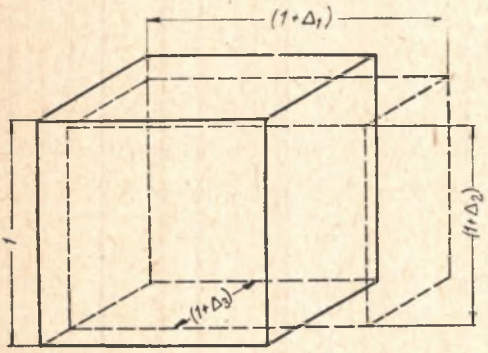
$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \ln(1+\Delta_1), \\ \varphi_2 &= \ln(1+\Delta_2), \\ \varphi_3 &= \ln(1+\Delta_3). \end{aligned} \tag{7c}$$

Z warunku stałej objętości wynika:

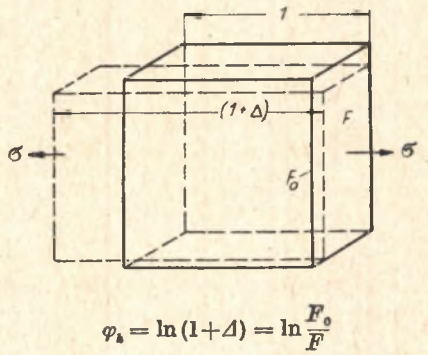
$$V = (1+\Delta_1)\cdot(1+\Delta_2)\cdot(1+\Delta_3) = 1, \tag{15b}$$

wobec czego

$$\ln(1+\Delta_1) + \ln(1+\Delta_2) + \ln(1+\Delta_3) = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 0. \tag{17b}$$



Rys. 10. Odkształcenie elementu o wielkościach skończonych



Rys. 11. Przykład osiowego rozciągania

Na podstawie powyższych wzorów Körber i Eichinger [11] wyprowadzili zależność na wielkość wydłużenia porównawczego, równego w tym przypadku $\varphi_{h\,max}$:

dla osiowego rozciągania (rys. 11):

$$\varphi_h = \ln(1+\Delta) = \ln\frac{F_0}{F_1}; \tag{22}$$

dla osiowego ściskania (rys. 12):

$$\varphi_h = \ln\frac{1}{(1-\Delta)} = \ln\frac{F_1}{F_0}; \tag{23}$$

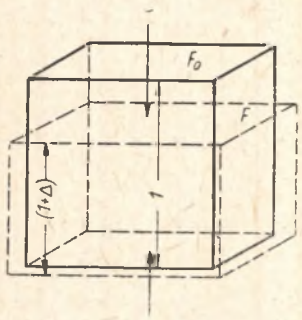
dla przeciągania bez zmian szerokości:

$$\varphi_h = \frac{2}{\sqrt{3}}\ln(1+\Delta) = \frac{2}{\sqrt{3}}\ln\frac{F_0}{F_1}; \tag{24}$$

przy ściskaniu bez roztłoczenia (rys. 13):

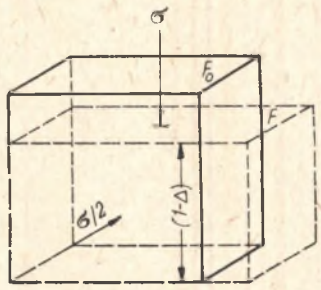
$$\varphi_h = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{1}{(1-\Delta)} = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{F_1}{F_0}. \tag{25}$$

Jak z powyższych rozważań wynika, jako stopień zgniotu można więc przyjąć największe, całkowite, rzeczywiste odkształcenie plastyczne metalu poniżej warunków jego rekrystalizacji.



$$\varphi_h = \ln \frac{1}{(1-\Delta)} = \ln \frac{F}{F_0}$$

Rys. 12. Przykład osiowego ściskania



$$\varphi_h = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{1}{(1-\Delta)} = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{F}{F_0}$$

Rys. 13. Przykład ściskania bez roztłoczenia

Stopień zgniotu wyrazić można w zależności od rodzaju przeróbki plastycznej następującymi wzorami:

a) dla wypadków plastycznego rozciągania (spęczanie, przeciąganie itp.) (16):

$$z = \varphi_h = \Sigma\varphi;$$

b) dla wypadków plastycznego zginania (13):

$$z = \varepsilon_g = \frac{2 \cdot \Delta l}{l_1};$$

c) dla wypadków plastycznego skręcania (2):

$$z = \gamma = \frac{R \cdot 2 \cdot \pi \cdot n}{l}.$$

BIBLIOGRAFIA

[1] A. Krupkowski, W. Truszkowski, *Plastyczne odkształcenie metali w procesie rozciągania do granicy równomiernego wydłużenia*, Gdańsk 1950.

[2] A. Krupkowski, M. Balicki, *Nowa teoria rekrystalizacji metali zgniecionych*, „Hutnik" 10, 1938, str. 624.

[3] A. Krupkowski, Z. Jasiewicz, *Zagadnienie plastyczności metali w świetle próby skręcania i rozciągania*, Warszawa 1934.
[4] A. S. M., *Metals Handbook*, Cleveland 1948.
[5] P. Ludwik, R. Scheu, *Vergleichende Zug-, Druck-, Dreh- und Walzversuche*, „Stahl u. Eisen" 45 (1925) str. 373—381.
[6] G. Sachs, *Spannlose Formung der Metalle*, Leipzig 1937.
[7] L. Siebel, A. Pomp, *Die Ermittlung der Formänderungsfestigkeit von Metallen durch Stauchversuch*, Mitt. Kais. Wilh. Inst., 1927, str. 157—171.
[8] M. T. Huber, *Stereomechanika Techniczna*, t. 1, Warszawa 1951.
[9] E. Siebel, *Technologische Mechanik der bildsamen Verformung*, „Archiv für das Eisenhüttenwesen" 18 (1944), str. 13—22.
[10] М. Павлов, *Теория прокатки*, Москва 1950.
[11] F. Körber, A. Eichinger, *Die Grundlagen der bildsamen Verformung*, „Stahl u. Eisen" 60 (1940), str. 829—832, 854—862, 882—887.
[12] E. Siebel, *Die Formgebung im bildsamen Zustande*, Düsseldorf 1932.
[13] A. Nadai, *Theory of Flow and Fracture of Solids*, New York 1950.
[14] В. Соколовский, *Теория пластичности*, Москва 1950.
[15] М. Каганов, *Механика пластических сред*, Москва 1948.
[16] П. Уксов, *Новые исследования в области кузнечной технологии*, Москва 1950.
[17] L. Siebel, *Einfluss der Formänderungsgeschwindigkeit auf den Verlauf der Fliesskurve von Metallen*, Mitt. Kais. Wilh. Inst. 10 (1928), str. 63—69.
[18] И. Рогельберг, Е. Шпицинецкий, *Диаграммы рекристаллизации металлов и сплавов*, Москва 1950.