

Stanisław Koncewicz

Katedra Walcownictwa i Kuźnictwa

Suwak do wzorów Ekelunda

• Wyprowadzenie wzorów Ekelunda. Krytyczna ocena wzorów. Przekształcenie wzorów do postaci nadającej się do naniesienia na suwak. Zasady konstrukcji suwaka. Opis konstrukcji suwaka. Zasady posługiwania się suwakiem. Uwagi końcowe.

Stosowane oznaczenia

b_0, h_0	— szerokość, wysokość walcowanego pręta przed przepustem,
b_1, h_1	— szerokość, wysokość walcowanego pręta po przepuszczeniu,
$\Delta b = b_1 - b_0$	— roztlóczenie bezwzględne — przyrost szerokości pręta,
$\Delta h = h_0 - h_1$	— gniot bezwzględny, ubytek wysokości pręta,
$G = \frac{\Delta h}{h_0}$	— gniot względny,
$\beta = \frac{b_1}{b_2}$	— współczynnik roztlóczenia,
$\gamma = \frac{h_1}{h_0}$	— współczynnik gniotu,
$R (D)$	— czynny promień (średnica) walca,
$l_a = \sqrt{R \Delta h}$	— rzut długości łuku styku metalu z walcami na prostą prostopadłą do płaszczyzny przechodzącej przez osie walców,
α	— kąt chwytu,
f	— współczynnik tarcia metalu o walce,
t	— temperatura walcowanego metalu °C,
v	— szybkość obwodowa walców,
C, Mn, Cr	— procentowa zawartość węgla, manganu i chromu w stali,
K_{f0}	— opór plastyczny przy statycznym odkształcaniu,

K_v	— dodatkowy opór plastyczny wywołany dużą szybkością odkształcania,
K_r	— dodatkowy opór plastyczny wywołany tarcie metalu o walce,
K_w	— sumaryczny jednostkowy opór plastyczny przy walcowaniu,
K_{ws}	— średni opór plastyczny przy walcowaniu.

2. Wstęp

Liczne prace, mające na celu praktyczne zbadanie przydatności różnych wzorów do obliczania nacisku na walce i roztłoczenia przy walcowaniu w walcach gładkich, wykazały dużą zgodność wyników uzyskanych za pomocą wzorów z danymi pomiarowymi. Szczególnie zadziwiająco dokładność wykazują wzory Ekelunda do obliczania roztłoczenia. Wzory te nie znalazły do dziś szerszego zastosowania z powodu dużej trudności posługiwania się nimi.

W dalszej części pracy przeprowadzono teoretyczną analizę tych wzorów i podano zasady konstrukcji specjalnego suwaka umożliwiającego łatwe i szybkie, praktyczne wykorzystanie wzorów Ekelunda.

3. Wyprowadzenie wzoru na nacisk

Wyprowadzając swoje wzory na nacisk Ekelund [2,5] przyjął, że nacisk właściwy na walce jest sumą wytrzymałości plastycznej statycznej K_{f0} , dodatkowego oporu wywołanego znaczną szybkością odkształcania walcowanego metalu K_v , oraz dodatkowego oporu wywołanego tarcie metalu o walce.

$$K_w = K_{f0} + K_v + K_r,$$

gdzie

K_w — jednostkowy opór plastyczny przy walcowaniu,

K_{f0} — statyczna wytrzymałość plastyczna,

K_v — dodatkowy opór wywołany znaczną szybkością odkształcania,

K_r — dodatkowy opór spowodowany tarcie metalu o walce.

Przyjmując

$$K_f = K_{f0} + K_v \quad (2)$$

można napisać

$$K_w = K_f + K_r, \quad (3)$$

co pokrywa się z warunkiem plastyczności Hubera [12] określonym równaniem

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \mu K_f \quad (4)$$

dla $\mu = 1$, co jest słuszne przy swobodnym i dość znacznym roztlóczeniu.

3.1. Statyczna wytrzymałość plastyczna

Do obliczenia statycznej wytrzymałości plastycznej w zależności od temperatury podał Ekelund następujący wzór oparty o doświadczenia Puppegó

$$K_{f0} = (14 - 0,01 t) (1,4 + C + Mn + 0,3 Cr), \quad (5)$$

gdzie t — temperatura walcowanej stali w $^{\circ}\text{C}$,

C , Mn , Cr — procentowe zawartości węgla, manganu i chromu w stali.

Wzór ten ważny jest dla stali o zawartości $Mn \leq 1,0\%$, $Cr \leq 3,0\%$ i temperatury walcowania powyżej 700°C .

3.2. Wpływ szybkości odkształcenia na opór plastyczny

Wpływ szybkości odkształcenia na opór plastyczny można obliczyć na podstawie hydrodynamicznej teorii plastyczności [15] przyjmując

$$\tau_{xy} = \eta^* \frac{dv_x}{dy} = \eta^* \frac{d\gamma_{xy}}{dt} \quad (6)$$

Zakładając, że powierzchnie płaskie przyjmą w czasie odkształcania kształt paraboli (rys. 1) oraz przyjmując długość odkształcanego obszaru równą jedności, można napisać

$$(V_1)_t = \frac{dh}{dt} x \quad (7)$$

oraz

$$(V_2)_t = \frac{2h}{3} \cdot \left(\frac{a}{2}\right)_t = \frac{h}{3} \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{d\gamma_{xy}}{dt} \quad (8)$$

Ponieważ

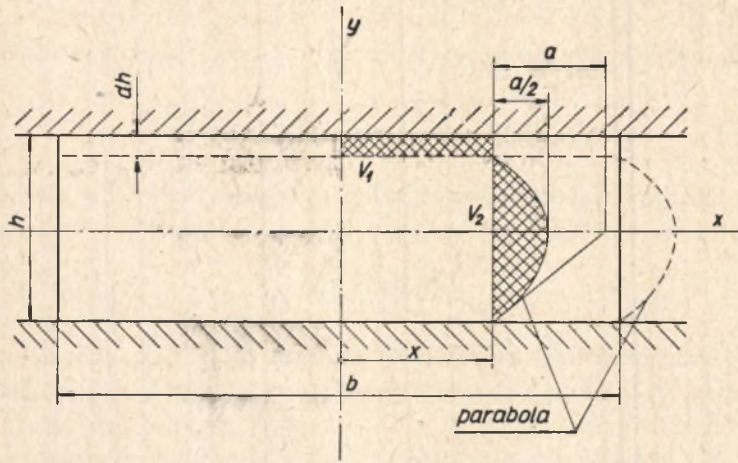
$$(V_1)_t = (V_2)_t,$$

więc

$$\frac{d\gamma_{xy}}{dt} = \frac{dh}{dt} \cdot x \cdot \frac{6}{h^2} \quad (9)$$

Podstawiając za $-\frac{dh}{dt} = v_h$ można wzór (9) napisać w postaci

$$\frac{d\gamma_{xy}}{dt} = 6 \frac{v_h}{h} \cdot \frac{x}{h} \quad (10)$$



Rys. 1. Schemat odkształcenia z uwzględnieniem przylegania metalu do narzędzia

Równanie (6) przyjmuje więc postać

$$\tau_{xy} = 6 \eta^* \frac{v_h}{h} \cdot \frac{x}{h}. \quad (11)$$

Z drugiej strony [15] w strefie przylegania metalu do walców

$$\tau_{xy} = 2 \sigma_y \frac{x}{h}. \quad (12)$$

Porównując wyrażenia (11) i (12) można napisać

$$\sigma_y = K_v = 3 \eta^* \frac{v_h}{h} = \eta \frac{v_h}{h}, \quad (13)$$

przy czym $\eta = 3\eta^*$ jest współczynnikiem ciągliwości metalu. Wobec tego, że szybkość odkształcania v_h jest zmienna wzdłuż łuku chwytu, Ekelund przyjął średnią szybkość odkształcania

$$v_h = v \cdot 2 \sin \frac{\alpha}{2} = v \sqrt{\frac{\Delta h}{R}}, \quad (14)$$

gdzie v — jest szybkością obwodową walca liczoną na dnie bruzdy,

α — kąt chwytu,

R — połowa czynnej średnicy walca,

Δh — gniot bezwzględny.

Przyjmując jednocześnie w miejsce h średnią wartość

$$h = \frac{h_1 + h_0}{2},$$

dotaddkowy opór spowodowany intensywnością odkształcenia można ostatecznie obliczyć z równania

$$K_v = 2 \eta \frac{v \sqrt{\frac{h_0 - h_1}{R}}}{h_0 + h_1} = \eta u, \quad (15)$$

gdzie

$$u = \frac{2v}{h_0 + h_1} \sqrt{\frac{\Delta h}{R}} \text{ sek}^{-1} \quad (16)$$

oraz pozostałe symbole zgodne z przyjętymi oznaczeniami .

Do wyliczenia współczynnika ciągliwości stali η Ekelund ustalił na podstawie badań Puppego następujący wzór

$$\eta = 0,01 (14 - 0,01)t, \quad (17)$$

gdzie t — temperatura walcowanego metalu w °C.

Firma SKF [3, 20] wniosła dodatkowe poprawki do wzoru (17), uwzględniające wpływ szybkości walcowania na ciągliwość metalu

$$\eta' = a \cdot \eta, \quad (17a)$$

przy czym wartość współczynnika a w zależności od szybkości walcowania podaje tablica 1.

Tablica 1
Wartości współczynnika a w zależności od szybkości walcowania (według SKF)

v m/sek	a
do 6	1,0
6 — 10	0,8
10 — 15	0,65
15 — 20	0,6

Równanie (15) ważne jest również dla innych wykrojów brzdowych, jeżeli w miejsce h_0 i h_1 wprowadzić odpowiednie wysokości średnie h_{0s} i h_{1s} (patrz tablica 2).

3.3. Dodatkowy opór spowodowany tarciem metalu o walce

Przy obliczaniu nacisku na walce Ekelund uwzględnia jedynie dodatkowy opór spowodowany tarciem metalu o walce w kierunku walcowania, pomija natomiast tarcie metalu o walce w kierunku szerokości walcowanego pręta.

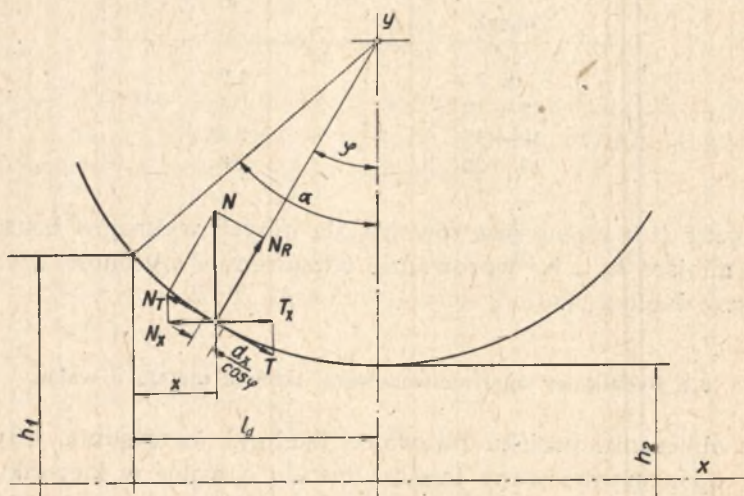
Średnia wysokość w poszczególnych wykrojach

Wykrój	$\frac{h_s}{h_{maks}}$	Uwagi
ostołek	0,55 — 0,60	
kwadrat o zaokrąglonych narożach	0,97 — 0,99	na płask
kwadrat o ostrych narożach	0,51	
romb o ostrych narożach	0,51	
kwadrat o zaokrąglonych narożach	0,56 — 0,58	ułożony po przekątnej
romb o zaokrąglonych narożach	0,56 — 0,58	
owal płaski (zależnie od h/b)	0,67 — 0,75	
owal eliptyczny	0,785 — 0,82	wchodzi pionowo do kwadratu
owal zaokrąglony	0,80 — 0,94	
owal piramida	0,55 — 0,88	
owal na płask	wartości podane zwiększyć o + 0,05	
sześciokąt foremny okrągły	0,75	ułożony po przekątnej
	0,785	

Na rysunku 2 pokazano siły działające na element dx określony dowolnym kątem φ . Odległość tego elementu od płaszczyzny wejścia metalu między walce wynosi

$$x = R (\sin \alpha - \sin \varphi), \quad (18)$$

$$dx = -R \cos \varphi d\varphi. \quad (19)$$



Rys. 2. Schemat sił działających na walce w strefie opóźniania

Nacisk pionowy na ten element (o szerokości równej l) wynosi

$$N = p dx = -p R \cos \varphi d \varphi, \quad (20)$$

gdzie p — całkowity nacisk jednostkowy na walce (opór plastyczny przy walcowaniu; $p = K_w$).

Składowa tego nacisku w kierunku promienia wynosi

$$N_R = N \cos \varphi = -p R \cos^2 \varphi d \varphi. \quad (21)$$

w kierunku stycznym zaś

$$N_T = N \sin \varphi = -p R \sin \varphi \cos \varphi d \varphi. \quad (22)$$

Siła tarcia będzie równa

$$T = N_R \cdot f = -p R f \cos^2 \varphi d \varphi. \quad (23)$$

Suma składowych poziomych siły stycznej (22) i siły tarcia (23) przedstawia siłę działającą w kierunku walcowania

$$T_x + N_x = -p R f \cos^3 \varphi d \varphi + p R \sin \varphi \cos^2 \varphi d \varphi, \quad (24)$$

co po przekształceniu można napisać w postaci

$$T_x + N_x = -p R \cos \varphi d \varphi (f \cos^2 \varphi - \sin \varphi \cos \varphi). \quad (24 a)$$

Podstawiając przybliżoną wartość

$$f \cos^2 \varphi - \sin \varphi \cos \varphi = k_1 x + k_2 \quad (25)$$

oraz stosując równanie (19) można napisać

$$T_x + N_x = + p dx (k_1 x + k_2). \quad (26)$$

Jednakże całkowity nacisk na walce p jest wielkością zmienną wzdłuż łuku chwytu. Ogólnie można napisać

$$p = K_f \Psi(x) = K_w. \quad (27)$$

Na podstawie równania (3) i (27) można więc wyliczyć dodatkowy opór spowodowany tarciem metalu o walce w kierunku walcowania

$$K_r = K_w - K_f = K_f [\Psi(x) - 1] \quad (28)$$

Opór ten występuje w przekroju o zmiennej wysokości od h_0 do h_1 . Z pewnym przybliżeniem można przyjąć, że wysokość ta jest stała i równa wysokości średniej

$$\frac{h_0 + h_1}{2} = h_s = 2 k_3. \quad (29)$$

Dodatkowa siła spowodowana tarciem w kierunku walcowania musi więc być równa

$$T_x + N_x = K_r k_3 = K_f [\Psi(x) - 1] k_3. \quad (30)$$

Podstawiając to wyrażenie do równania (26) oraz uwzględniając zależność (27) można napisać

$$K_f [\Psi(x) - 1] \kappa_3 = \int_0^x K_f \Psi(x) (k_1 x + k_2) dx. \quad (31)$$

Po obustronnym zróżniczkowaniu i uproszczeniu przez K_f mamy

$$k_3 \Psi'(x) = \Psi(x) (k_1 x + k_2). \quad (32)$$

Jeżeli wprowadzić dodatkowe oznaczenia pomocnicze w równaniu (32)

$$\Psi(x) = u \quad \text{i} \quad \Psi'(x) = \frac{du}{dx} \quad (33)$$

można po rozdzieleniu niewiadomych napisać

$$\frac{du}{u} = \frac{1}{k_3} (k_1 x + k_2) dx, \quad (34)$$

po scałkowaniu otrzymamy ostatecznie

$$\ln u = \frac{1}{k_3} \left(\frac{k_1 x^2}{2} + k_2 x \right) + C. \quad (35)$$

Dla $x = 0$ $u = 1$ oraz $C = 0$, zatem

$$u = \Psi(x) = e^{\left(\frac{k_1 x^2}{2k_3} + \frac{k_2 x}{k_3} \right)} = e^{(c_1 x^2 + c_2 x)}. \quad (36)$$

Bierąc pod uwagę równanie (28) można napisać

$$K_r = K_f (e^{c_1 x^2 + c_2 x} - 1), \quad (37)$$

Przyjmując z pewnym przybliżeniem $e^a = 1 + \frac{4}{3} a$

równanie (37) można uprościć do postaci

$$K_r = \frac{4}{3} K_f (c_1 x^2 + c_2 x). \quad (38)$$

Podstawiając do równania (25)

$$k_2 = f \cos^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha, \quad (39)$$

zaś dla $x = l_d = R \sin \alpha$ i $\varphi = 0$

$$k_1 = \frac{f \sin \alpha + \cos \alpha}{R}. \quad (40)$$

Zgodnie z równaniem (29)

$$k_3 = \frac{h_1 + h_0}{4},$$

zatem

$$c_1 = \frac{k_1}{2 k_3} = 2 \frac{f \sin \alpha + \cos \alpha}{R (h_0 + h_1)} \quad (41)$$

oraz

$$c_2 = \frac{k_2}{k_3} = 4 \frac{f \cos^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha}{h_0 + h_1}. \quad (42)$$

Wartość K_r obliczona wzorem (38) ważna jest jedynie dla strefy poślizgu (opóźniania), to jest dla $\alpha > \varphi > \gamma$, gdzie γ jest kątem płaszczyzny podziałowej.

W strefie wyprzedzania, to jest dla $\gamma > \varphi > 0$

$$K_r = K_f \frac{l_d - x}{h_1}. \quad (43)$$

Dla $\varphi = \gamma$ obie wartości K_r (z wzoru 38 i 43) muszą być sobie równe, zatem

$$\frac{4}{3} (c_1 x_\gamma^2 + c_2 x_\gamma) = \frac{l_d - x_\gamma}{h_1}, \quad (44)$$

stąd po rozwiązaniu tego równania

$$x_\gamma = \frac{c_2 + \frac{0,75}{h_1}}{2 c_1} \sqrt{\left(\frac{c_2 + \frac{0,75}{h_1}}{2 c_1} \right)^2 + 0,75 \frac{l_d}{c_1 h_1}}. \quad (45)$$

Według Ekelunda można przyjąć ogólnie

$$x = \left(\frac{7}{12} - \frac{8}{12} \right) l_d \quad (46)$$

Średni dodatkowy opór plastyczny spowodowany tarcieniem w kierunku walcowania można obliczyć z wzorów (38) i (43).

$$K_{rs} = \frac{1}{l_d} \left[K_f \int_0^{\frac{2}{3} l_d} \left(\frac{4}{3} c_1 x^2 + \frac{4}{3} c_2 x \right) dx + K_f \int_{\frac{2}{3} l_d}^{l_d} \frac{x - \frac{2}{3} l_d}{h_1} dx \right]. \quad (47)$$

Po scałkowaniu, podstawieniu granic i uproszczeniu otrzymamy

$$K_{rs} = K_f \left(c_1 \frac{32}{243} l_d^2 + c_2 \frac{8}{27} l_d + \frac{1}{18 h_1} l_d \right). \quad (48)$$

Przez uproszczenie tego równania Ekelund dochodzi do wyrażenia

$$K_{rs} = 0,8 K_f \left[c_1 \left(\frac{l_d}{2} \right)^2 + c_2 \frac{l_d}{2} \right]. \quad (49)$$

Należy jednak zaznaczyć, że wartość tego wyrażenia różni się dość znacznie od wartości wyrażenia według równania (48).

Z przekształconego wzoru (45) lub innych znanych wzorów dla obliczenia kąta linii podziałowej γ wynika, że wielkość tego kąta waha się w granicach

$$\gamma = (0,5 \div 0,25) \alpha$$

w zależności od kąta chwytu i współczynnika tarcia metalu o walcie.

Według najnowszych dociekań Korolewa [8] najmniejsza wartość kąta linii podziałowej może dochodzić do $0,24 \alpha$.

Jeżeli przyjąć dla walcowania z dużymi gniotami

$$\gamma = 0,25 \alpha, \text{ to jest } x_\gamma = 0,75 l_d = \frac{9}{12} l_d,$$

to zamiast równania (48) otrzymamy

$$K_{rs} = K_f \left(c_1 \frac{3}{16} l_d^2 + c_2 \frac{3}{8} l_d + \frac{1}{32} \frac{l_d}{h_1} \right) \quad (48 a)$$

lub po prostych przekształceniach

$$K_{rs} = 0,75 K_f \left[c_1 \left(\frac{l_d}{2} \right)^2 + c_2 \frac{l_d}{2} + \frac{1}{24} \frac{l_d}{h_1} \right]. \quad (48 b)$$

Jeżeli pominąć trzeci składnik sumy w nawiasie jako dość mały w porównaniu z pozostałymi dwoma, natomiast zwiększyć współczynnik przy K_f z 0,75 do 0,8, można otrzymać równanie (49).

Wielkości współczynników c_1 i c_2 określone równaniami (41) i (42) można przedstawić następująco, wprowadzając podstawienia

$$\sin \alpha = \frac{l_d}{R} = \sqrt{\frac{\Delta h}{R}}, \quad (50)$$

$$\cos \alpha = 1 - \frac{\Delta h}{2R}, \quad (51)$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \frac{\Delta h}{R} + \frac{\Delta h^2}{4R^2} \approx 1 - \frac{\Delta h}{R}, \quad (52)$$

$$l_d = \sqrt{R \Delta h - \frac{\Delta h^2}{4}} \approx \sqrt{R \Delta h}, \quad (53)$$

$$c_1 = \frac{2}{h_0 + h_1} \frac{1}{R} \left(f \frac{l_d}{R} + 1 - \frac{\Delta h}{2R} \right), \quad (54)$$

$$c_2 = \frac{4}{h_0 + h_1} \left[f \left(1 - \frac{\Delta h}{R} \right) - \frac{l_d}{R} \left(1 - \frac{\Delta h}{2R} \right) \right]. \quad (55)$$

Po podstawieniu tych wartości do równania (49) otrzymamy

$$K_{rs} = K_f \frac{0,8 \cdot 2}{h_0 + h_1} \left[f \sqrt{R \Delta h} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{\Delta h}{R} \right) - \frac{3}{4} \Delta h \left(1 - \frac{\Delta h}{2R} \right) \right].$$

Jeżeli w równaniu powyższym pominąć wielkości $\frac{\Delta h}{R}$ jako dość małe w stosunku do jedności, można napisać

$$K_{rs} = K_f \frac{1,6 f l_d - 1,2 \Delta h}{h_0 + h_1} = m K_f, \quad (56)$$

przy czym

$$m = \frac{1,6 f l_d - 1,2 \Delta h}{h_0 + h_1}. \quad (57)$$

Wyrażenie to jest ważne również dla innych wykrojów brzdowych, jeżeli w miejsce h_0 i h_1 wprowadzić odpowiednie wysokości średnie h_{0s} i h_{1s} (por. tabl. 2.).

3.4. Ostateczny wzór Ekelunda do obliczenia nacisku na walec

Całkowity średni opór plastyczny przy walcowaniu będzie zgodnie z wzorem (1) sumą średnich wartości obliczonych dotychczas składowych tego oporu

$$K_{ws} = K_{f0} + K_v + K_{rs} = K_f + K_{rs}.$$

Milcząco założono tu, że przy walcowaniu gorącym opór plastyczny K_f nie zmienia się wzdłuż łuku styku metalu z walcami. Wykorzystując zależność (56) można napisać

$$K_{ws} = K_f + m K_f = K_f (1 + m). \quad (58)$$

Ponieważ jednak $K_f = K_{f0} + K_v = K_{f0} + u \eta$,

$$K_{ws} = (K_{f0} + u \eta) (1 + m), \quad (59)$$

gdzie

$$K_{f0} = (14 - 0,01 t) (1,4 + C + Mn + 0,3 Cr) \text{ kG/mm}^2, \quad (5)$$

$$u = \frac{2v}{h_0 + h_1} \sqrt{\frac{\Delta h}{R}} \text{ -- intensywność gniotu sek}^{-1}, \quad (16)$$

$$\eta = 0,01 (14 - 0,01 t) \text{ -- ciągłość stali } \frac{\text{kG} \cdot \text{sek}}{\text{mm}^2}, \quad (17)$$

t — temperatura walcowania °C.

Pozostałe oznaczenia zgodne z przytoczonymi na wstępie.

Do obliczenia współczynnika tarcia Ekelund podał następujący wzór

$$f = C \cdot (1,05 - 0,0005 t), \quad (60)$$

przy czym $C = 1$ dla walców stalowych,

$C = 0,8$ dla walców żeliwnych utwardzonych.

Stosując wszystkie wyliczone podstawienia można wzór (59) przedstawić w postaci

$$K_{ws} = [(14 - 0,01 t) (1,4 + C + Mn + 0,3 Cr) + \frac{2 \eta v \sqrt{\frac{\Delta h}{R}}}{h_0 + h_1}] \cdot \left[1 + \frac{1,6 f l_d - 1,2 \Delta h}{h_0 + h_1} \right]. \quad (61)$$

Bland i Ford [1] stwierdzili, że wzór Ekelunda można stosować również przy walcowaniu na zimno bez naciągu i przeciwności, jeżeli przyjąć zamiast $K_f - K_{fs}$ z uwzględnieniem utwardzania w czasie przepustu, zamiast $R - R^*$ — promień walca spłaszczonego, obliczony z wzoru

$$R^* = R \left(1 + \frac{p^2 c}{b_s \cdot \Delta h} \right), \quad (62)$$

gdzie R — promień walca sztywnego,

c — stała, dla walców stalowych $c = 2,63 \cdot 10^{-4}$,

dla walców żeliwnych $c = 5,83 \cdot 10^{-4}$,

p — nacisk walca na 1 mm szerokości taśmy.

b_s — średnia szerokość taśmy.

Wzór Ekelunda do obliczania nacisku na walce uprości się przy walcowaniu na zimno do postaci

$$K_{ws} = K_{fs} \left(1 + \frac{1,6 f \sqrt{R^* \Delta h} - 1,2 \Delta h}{h_0 + h_1} \right). \quad (63)$$

4. Wyprowadzenie wzoru na roztlóczenie

4.1. Dodatkowy opór plastyczny wywołany tarcie w kierunku poprzecznym do kierunku walcowania

Z warunków równowagi elementu zakreskowanego na rys. 3, wydzielonego z poprzecznego przekroju walcowego metalu, wynika:

$$2 \tau dz = h d\sigma_z, \quad (64)$$

stąd zaś

$$d\sigma_z = \frac{2 \tau}{h} dz. \quad (65)$$

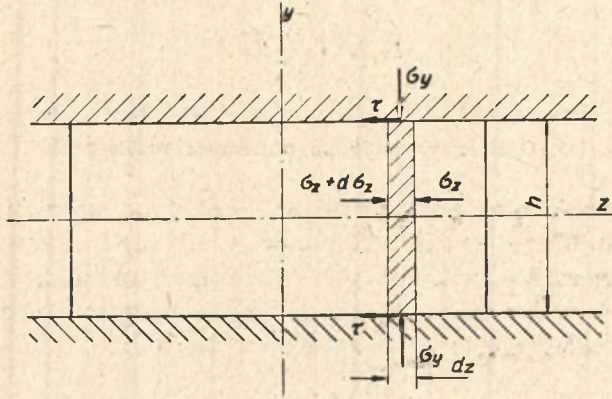
Po scałkowaniu

$$\sigma_z = \frac{2 \tau}{h} z + C. \quad (66)$$

Ponieważ na powierzchni styku metalu z walcami $\sigma_z = \sigma_y$, można napisać

$$\sigma_y = \frac{2}{h} z + C. \quad (67)$$

Stałą całkowania C można wyliczyć przyjmując dla $z = 0$ $\sigma_y = K_f$, ponieważ walcowany metal odkształca się na całej szerokości, więc również na brzegach ($z = 0$ i $z = b$) naprężenia muszą być co najmniej równe oporowi plastycznemu.



Rys. 3. Warunki równowagi w przekroju poprzecznym

Stąd wynika $C = K_f$, zatem

$$\sigma_y = \frac{2 \tau z}{h} + K_f. \quad (68)$$

Ponieważ rozkład naprężeń na powierzchni walcowanego metalu jest symetryczny względem osi walcowanej sztuki (przy założeniu, że własności mechaniczne metalu są stałe w całym przekroju), całkowity nacisk na powierzchnię o szerokości b i długości równej jeden, wyniesie

$$P = 2 \int_0^{\frac{b}{2}} \sigma_y dz = 2 \int_0^{\frac{b}{2}} \frac{2 \tau}{h} z dz + 2 \int_0^{\frac{b}{2}} K_f dz = \frac{\tau b^2}{2h} + K_f b. \quad (69)$$

Stąd zaś średni opór plastyczny na szerokości walcowanego metalu wynosi

$$K_{wsb} = \frac{\tau b}{2h} + K_f = K_{rsb} + K_f. \quad (70)$$

Dodatkowy średni opór plastyczny wywołany tarciem w kierunku poprzecznym do kierunku walcowania jest więc równy

$$K_{rsb} = \frac{\tau b}{2h}. \quad (71)$$

Jeżeli przyjąć, że na powierzchni styku następuje przywieranie metalu do walców, to

$$\tau = k = \frac{1}{2} K_f, \quad (72)$$

zatem

$$K_{rsb} = \frac{b}{4h} K_f. \quad (73)$$

4.2. Ostateczny wzór do obliczania rozłoczenia

Wyprowadzenie wzoru na rozłoczenie Ekelund oparł na hipotetycznym twierdzeniu, że praca dodatkowych sił tarcia, przypadająca na jednostkę powierzchni styku metalu z walcami, rozkłada się na jednokowe składowe w kierunku zgodnym i prostopadłym do kierunku walcowania. Twierdzenie to można zapisać w postaci:

$$p_L dl = p_B db. \quad (74)$$

Składowe dodatkowych sił jednostkowych tarcia p_L i p_B są równe wyliczonym poprzednio dodatkowym oporem tarcia K_{sr} i K_{srb} . Po podstawieniu za K_{rs} i K_{rsb} wartości wyliczonych za pomocą wzorów (56) i (73) otrzymamy:

$$K_f \cdot m dl = K_f \frac{b}{4h} db, \quad (75)$$

po uproszczeniu zaś

$$b db = 4 h m dl. \quad (76)$$

Wielkość dl zależy od gniotu i rozłoczenia. Zależność tę można wyznaczyć, wychodząc z warunku stałej objętości przy walcowaniu

$$V = b h l = \text{const}, \quad (77)$$

wobec czego

$$dV = b h dl + b l dh + h l db = 0 \quad (78)$$

Jeżeli uwzględnimy kierunek zachodzących odkształceń za pomocą odpowiedniego znaku algebraicznego (np. ubytek wysokości $-dh$, przyrost długości i szerokości $+dl$ i $+db$), równanie (76) można napisać w postaci

$$b h dl = b l dh - h l db. \quad (79)$$

Po obustronnym podzieleniu przez $V = b h l$ otrzymamy

$$\frac{dl}{l} = \frac{dh}{h} - \frac{db}{b}. \quad (80)$$

Przyjmując dodatkowo dla uproszczenia

$$h = h_s = \frac{h_0 + h_1}{2} \text{ oraz } l = l_d$$

równanie (76) można napisać w postaci:

$$b db = 4 m l_d dh - 2 m (h_0 + h_1) l_d \frac{db}{b}. \quad (81)$$

Po scałkowaniu w granicach od b_0 do b_1 oraz od h_1 do h_0 otrzymamy ostateczny wzór do obliczenia rozciągłości

$$\frac{1}{2} (b_1^2 - b_0^2) = 4 m l_d (h_0 - h_1) - 2 m (h_0 + h_1) l_d \ln \frac{b_1}{b_0}, \quad (82)^1$$

przy czym wszystkie oznaczenia zostały już omówione.

5. Krytyczna ocena wzorów Ekelunda (61) i (82)

Wzory Ekelunda wielokrotnie były sprawdzane i porównywane z innymi wzorami dla różnych warunków walcowania. Powszechnie uważa się, że wzory Ekelunda dają wyniki przeważnie najbardziej zbliżone do wielkości rzeczywistych, są jednak zbyt skomplikowane, co w znacznym stopniu utrudnia ich wykorzystanie.

5.1. Wzór do obliczania nacisku na walce (61)

Wzór ten obarczony jest całym szeregiem założeń uproszczających, które w pewnym stopniu ograniczają zakres jego stosowalności. Na podstawie przytoczonego w punkcie 3 wyprowadzenia tego wzoru można wysnuć następujące wnioski odnoszące się do zakresu stosowalności tego wzoru:

1. Oparty na doświadczeniach Puppego wzór na K_{f0} (5) ogranicza stosowalność wzoru (61) do obliczania nacisku na walce do walcowania stali o małej zawartości Mn i Cr w temperaturach powyżej 700 °C.

Chcąc stosować wzór (61) dla stali stopowych lub innych należy wprowadzić odpowiednie dla tych metali, wyznaczone praktycznie K_{f0} .

2. Wpływ intensywności odkształcenia na opór plastyczny (wzory 15, 16 i 17) wydaje się w świetle nowych badań [11, 17] uwzględniony

¹ We wszystkich prawie publikacjach wzór ten podany jest błędnie w postaci

$$b_1^2 - b_0^2 = 4 m l_d \Delta h - 2 m l_d (h_0 + h_1) \ln \frac{b_1}{b_0}.$$

Jedynie w nielicznych pracach [7, 16, 18] wzór ten podano poprawnie.

niedostatecznie. Jak wynika z prac Nadaia i Manjojnego [11] wpływ intensywności odkształcenia na opór plastyczny jest znacznie większy niż uwzględniony w podanych wzorach.

3. W wyprowadzeniu wzoru na dodatkowy opór spowodowany tarciem wzdłuż łuku styku Ekelund stosuje kilka dość znacznych uproszczeń matematycznych, które obniżają dokładność jego wzoru (61).

Pominięcie trzeciego członu w nawiasie równania (48, 48 a lub 48 b) jest równoznaczne z przyjęciem znikomo małej strefy wyprzedzania. Na skutek przyjęcia minimalnej wartości $\gamma = 0,25\alpha$ (co zachodzi jedynie przy dużych gniotach, dużym współczynniku tarcia i małym stosunku h_0/D) dokładność wzoru będzie maleć wraz ze wzrostem stosunku h_0/D oraz ze zmniejszeniem gniotów i współczynnika tarcia.

Dokładność wzoru będzie więc mniejsza przy pierwszych przepustach zgniatacza lub walcowni grubej (duży stosunek h_0/D oraz małe gnioły względne i mały współczynnik tarcia) i z każdym przepustem będzie wzrastać.

Największej dokładności wzoru Ekelunda do obliczania nacisku na walce należy spodziewać się przy walcowaniu blach i drobnych profiliów nie ograniczających roztłoczenia.

Wniosek ten został potwierdzony przez Z. Wusatowskiego i S. Bałę [19] na podstawie dokonanych przeliczeń nacisków na walce i porównania wyników z danymi pomiarowymi. Autorzy ci zalecają w swej pracy [19] stosowanie wzoru Ekelunda przy gorącym walcowaniu blachy grubej, w walcowniach blach cienkich oraz małych walcowniach o wykrojach szybko wydłużających. Nie zalecają natomiast zupełnie stosowania tego wzoru dla zgniataczy i grubych walcowni profilowych.

Wnioski dotyczące zgniataczy i walcowni grubych oparli oni na przeliczeniu kilku pierwszych przepustów, co jak już wspomniano nie może być w tym wypadku decydujące. We wcześniejszej pracy [17] Z. Wusatowski mówi o wzorze Ekelunda na podstawie porównania większej liczby przeliczeń z wynikami pomiarów następująco (str. 257): „Sposób ten najlepiej nadaje się do grubych profiliów wstępnych, jak kęsisk lub kęsów”. Również Zaroszczyński [20] uważa wzór Ekelunda za najbardziej przydatny do obliczeń nacisku na walce zgniatacza. Poglądy te są teoretycznie uzasadnione dla dalszych (środkowych i końcowych) przepustów.

Porównując różne wzory do obliczania nacisku na walce przy walcowaniu na zimno bez naciągu i przeciwności K. Filasiewicz, Z. Wusatowski i A. Galanty [4] stwierdzili dużą zgodność wzoru Ekelunda w zakresie dużych gniotów (40 — 60%). Twierdzenie to również jest zgodne z teoretycznymi wnioskami.

5.2. Wzór do obliczania rozłoczenia (82)

Wzór do obliczania rozłoczenia również oparty jest na kilku założeniach uproszczających, obniżających w pewnym stopniu jego dokładność. Szczególnie uproszczenia stosowane przy wyprowadzeniu wzoru do obliczania dodatkowego oporu tarcia w kierunku walcowania wpływają ujemnie na dokładność wzoru.

Analizując wprowadzone uproszczenia można by przypuszczać, że dokładność wzoru Ekelunda na rozłoczenie maleje wraz z gniotem i współczynnikiem tarcia oraz ze wzrostem wysokości początkowej walcowanego pręta.

Do praktycznego poparcia tego wniosku brak jest na razie dostatecznej ilości danych pomiarowych, uwzględniających wszystkie potrzebne do tego wzoru wielkości.

Wobec skomplikowanej formy wzór Ekelunda do obliczania rozłoczenia nie znalazł szerszego zastosowania. Dopiero Lendl [10] w roku 1941 wykazał na podstawie przeprowadzonych przeliczeń, że wzór ten jest najdokładniejszy spośród najbardziej rozpowszechnionych w tym czasie wzorów. Obliczenia swoje Lendl wykonywał za pomocą specjalnego suwaka skonstruowanego przez Mogiliańskiego.

Z. Wusatowski [16] uzupełnił w roku 1949 obliczenia Lendla przeliczeniem rozłoczenia innymi wzorami; mimo to jednak wzór Ekelunda pozostaje w dalszym ciągu najdokładniejszy. Wreszcie w roku 1954 autor [7] uzupełnił liczbę porównywanych wzorów obliczeniami dokonanymi według pozostałych ważniejszych wzorów (z wyjątkiem wzoru Tarnowskiego [14] — 1954 r. i wzoru Geleja [6] — 1955 r.), przy czym wartości podane przez Lendla autor skorygował na podstawie dokonanych przeliczeń drogą kolejnych podstawień.

Porównanie średniego błędu z przeliczonych 27 przykładów [7] wysunęło wzór Ekelunda na pierwsze miejsce spośród 23 badanych wzorów. Wobec trudności w posługiwaniu się wzorem Ekelunda i braku jakiegokolwiek opisu suwaka Mogiliańskiego w dostępnej w Polsce literaturze, autor skonstruował w roku 1953 specjalny suwak umożliwiający szybkie obliczenie rozłoczenia pełnym wzorem Ekelunda. Suwak ten następnie uzupełnił dodatkowymi podziałkami umożliwiającymi obliczenie szerokości walcowanego kęsa przed przepustem (b_0), jeżeli znane są pozostałe parametry walcowania (h_0 , h_1 , b_1 , R , f) oraz podziałkami umożliwiającymi szybkie obliczenie nacisku na walce. Celem wyjaśnienia zasad konstrukcji suwaka i sposobu posługiwania się nim należy przeprowadzić pewne przekształcenia oryginalnych wzorów Ekelunda.

6. Przekształcenie wzorów Ekelunda do postaci dającej się nanieść na suwak

6.1. Przekształcenie wzoru (82) do obliczania rozłtloczenia na podstawie danych wejściowych (przed przepustem)

W pełnym wzorze Ekelunda (82) można wprowadzić dodatkowe podstawienia:

$$\frac{h_0 + h_1}{2} = h_s \quad \text{oraz} \quad \frac{b_1}{b_0} = \eta. \quad (83, 84)$$

Wtedy wyrażenie (57) można przekształcić następująco

$$\begin{aligned} m &= \frac{1,6 f l_d - 1,2 \Delta h}{h_0 + h_1} = \frac{2}{h_0 + h_1} (0,8 f l_d - 0,6 \Delta h) = \\ &= \frac{l_d}{h_s} \left(0,8 f l - 0,6 \frac{\Delta h}{l_d} \right) = \frac{1}{4} a \frac{l_d}{h_s}, \end{aligned} \quad (85)$$

przy czym

$$a = \left(0,8 f - 0,6 \frac{\Delta h}{l_d} \right) \cdot 4. \quad (86)$$

Pełny wzór Ekelunda na rozłtloczenie (82) można po prostych przekształceniach przedstawić w postaci

$$b_1^2 - b_0^2 = 8 m l_d \left(\Delta h - h_s \ln \frac{b_1}{b_0} \right). \quad (87)$$

Po obustronnym podzieleniu przez b_0^2 , podstawieniu wyrażen (83), (84), (85) otrzymamy

$$\beta^2 - 1 = 2 a \frac{l_d^2}{b_0^2} \frac{1}{h_s} (\Delta h - h_s \ln \beta) = 2 a \left(\frac{l_d}{b_0} \right)^2 \left(\frac{\Delta h}{h_s} - \ln \beta \right). \quad (88)$$

Równanie to po uporządkowaniu można napisać w postaci

$$\beta^2 + 2 a \left(\frac{l_d}{b_0} \right)^2 \ln \beta - \left[2 a \left(\frac{l_d}{b_0} \right)^2 \frac{\Delta h}{h_s} + 1 \right] = 0. \quad (89)$$

Jeżeli wprowadzić dodatkowe oznaczenia

$$c = a \left(\frac{l_d}{b_0} \right)^2 \quad (90)$$

oraz

$$d = 2 a \left(\frac{l_d}{b_0} \right)^2 \frac{\Delta h}{h_s} + 1 = 2 c \frac{\Delta h}{h_s} + 1. \quad (91)$$

wzór Ekelunda przekształci się do prostszej postaci

$$\beta^2 + c \ln \beta^2 - d = 0. \quad (92)$$

Równanie to można rozwiązać tylko drogą kolejnych prób lub za pomocą specjalnego suwaka.

6.2. Przekształcenie wzoru (82) do obliczania rozłoczenia na podstawie danych wyjściowych (po przepuście)

Aby wzór (82) doprowadzić do postaci nadającej się przy kalibrowaniu walców (do wyznaczania wymiarów kęsa przed przepustem, jeżeli dane są wymiary po przepuście) wzór (87) należy obustronnie podzielić przez b_1^2 zamiast przez b_0^2 , zachowując pozostałe podstawienia bez zmian. Otrzymamy wtedy wyrażenie

$$1 - \left(\frac{1}{\beta}\right)^2 = 2a \left(\frac{l_d}{b_1}\right)^2 \left(\frac{\Delta h}{h_s} - \ln \beta\right). \quad (93)$$

Po uporządkowaniu

$$\left(\frac{1}{\beta}\right)^2 - c' \ln \beta^2 + d' = 0, \quad (94)$$

przy czym

$$c' = a \left(\frac{l_d}{b_1}\right)^2. \quad (95)$$

$$d' = 2c' \frac{\Delta h}{h_s} - 1. \quad (96)$$

Pozostałe wielkości oblicza się identycznie jak w poprzednim przypadku.

6.3. Przekształcenie wzoru (61) do obliczania nacisku na wale

Pełny wzór Ekelunda do obliczania nacisku na walce można zapisać w postaci skróconej:

$$K_{w,s} = [(14 - 0,01 t) (1,4 + C + Mn + 0,3 Cr) + \eta u] (1 + m), \quad (97)$$

przy czym

$$\eta = 0,01 (14 - 0,01 t), \quad (17)$$

$$u = \frac{v}{h_s} \sqrt{\frac{\Delta h}{R}}, \quad (16)$$

$$m = \frac{1,6 f l_d - 1,2 \Delta h}{h_0 + h_1}. \quad (57)$$

Pierwszy człon równania (97) można przekształcić z uwzględnieniem podstawienia (17) do postaci

$$[(14 - 0,01 t) (1,4 + C + Mn + 0,3 Cr + 0,01 u)] = g p, \quad (98)$$

przy czym

$$p = 1,4 + C + Mn + 0,3 Cr + 0,01 u, \quad (99)$$

$$g = 14 - 0,01 t. \quad (100)$$

Uwzględniając podstawienie (83) i (86) oraz wzór (57) — drugi człon równania (97) można przekształcić do postaci

$$n = 1 + m = 1 + \frac{1,6 f l_d - 1,2 \Delta h}{h_0 + h_1} =$$

$$1 + \frac{l_d}{h_s} \left(0,8 f - 0,6 \frac{\Delta h}{l_d} \right) = i + \frac{a l_d}{4 h_s}. \quad (101)$$

Ostatecznie więc dla walcowania na gorąco otrzymamy równanie

$$K_{ws} = g p n. \quad (102)$$

Celem dokonania przeliczeń przy walcowaniu na zimno należy obliczyć wielkość a z uwzględnieniem promienia walca spłaszczonego i aktualnego współczynnika tarcia f .

$$a' = 4 \left(0,8 f' - 0,6 \frac{\Delta h}{l'_d} \right), \quad (86 a)$$

przy czym

$$l'_d = \sqrt{R^* \Delta h}$$

gdzie R — promień walca spłaszczonego, obliczony z wzoru (62). Wtedy

$$n' = 1 + \frac{a' l'_d}{4 h_s} \quad (101 a)$$

oraz

$$K'_{ws} = K_{fs} n', \quad (102 a)$$

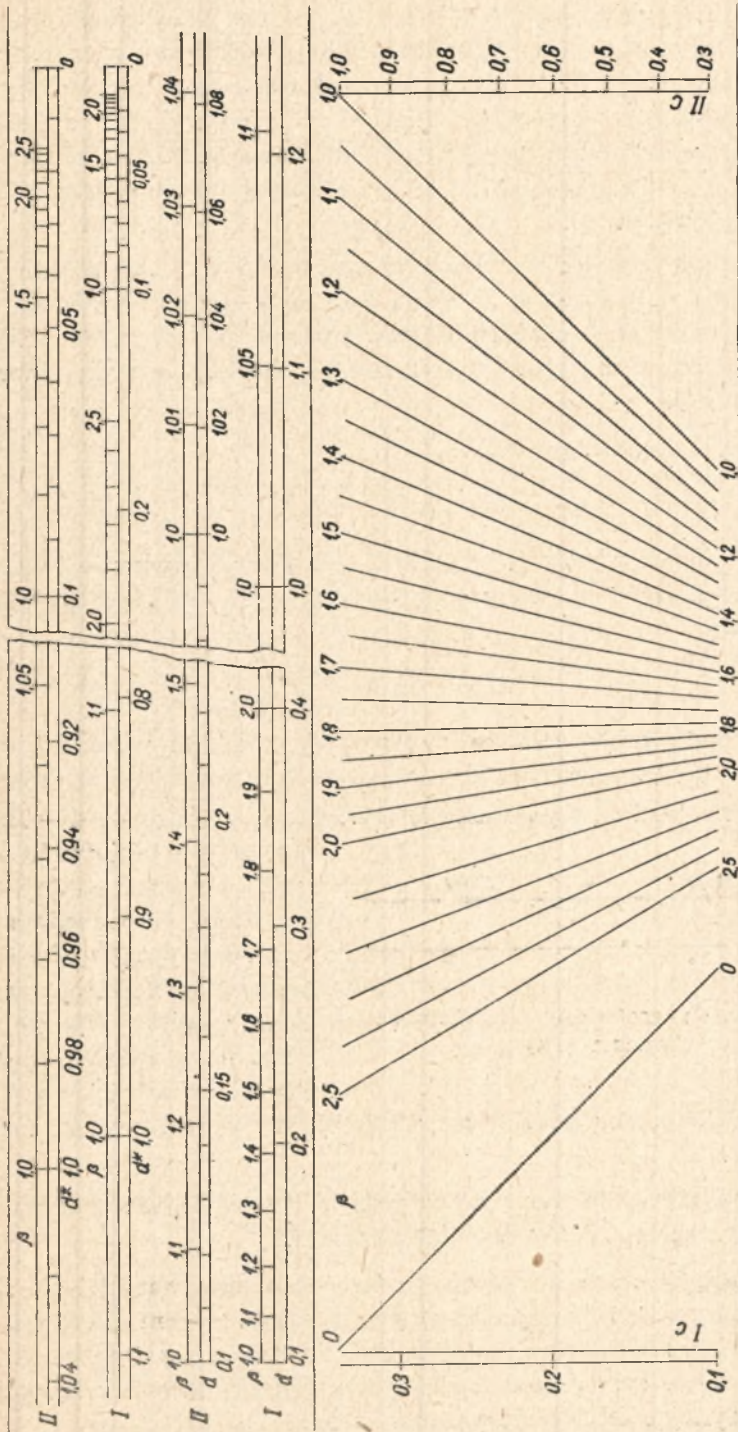
gdzie K_{fs} — średnia wytrzymałość plastyczna z uwzględnieniem umocnienia materiału przy walcowaniu zimnym.

7. Konstrukcja suwaka

7.1. Konstrukcja suwaka do obliczania rozłoczenia na podstawie danych wejściowych (przed przepustem)

Równanie (92) można dla pewnego zakresu (wystarczającego dla praktycznego zastosowania) rozwiązać wykreślnie drogą kombinacji wykresu z suwakiem.

Wykres (rys. 4) stanowi wiązkę prostych w układzie współrzędnych c , $\ln \beta$ dla różnych wartości $\beta = \text{const}$. Wykres ten umieściłem



Rys. 4. Schemat układu skal suwaka (strona dolna)

na korpusie suwaka, jakkolwiek można go również umieścić na przesuwce. Na przesuwce natomiast umieściłem funkcyjną, kwadratową podziałkę dla wartości β^2 w taki sposób, że wartości β na podziałce funkcyjnej wzrastają w przeciwnym kierunku niż na wykresie dla stałego c . Ponadto przesuwkę zaopatrzyłem w dodatkową podziałkę równomierną, powiązaną z podziałką funkcyjną β , na której odnotowałem odpowiednie wartości d (rys. 4).

Posługiwanie się tak zestawionym suwakiem wymaga użycia specjalnego okienka do suwaków ze skalą krzyżową (patent nr 37 504). Jeżeli kreskę szkiełka pomocniczego nastawimy na wartość c , to przy przesuwaniu okienka skrzyżowanie kresek będzie wskazywać odpowiednie wartości $c \ln \beta$.

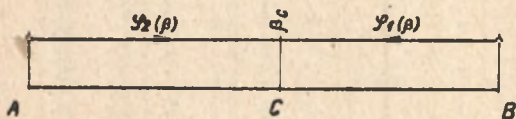
Zgodnie z równaniem (92)

$$d = 2c \ln \beta + \beta^2. \quad (103)$$

Ponieważ $c > 0$, $\beta \geq 1$, tj. $c \ln \beta > 0$ oraz $\beta^2 > 0$ równanie to nie zmieni się, jeżeli zamiast wielkości algebraicznych podstawimy wielkości bezwzględne

$$|d| = |c \ln \beta^2| + |\beta^2|. \quad (104)$$

Jeżeli z obu końców odcinka d odłożymy zmienne wielkości $\varphi_1(\beta) = c \ln \beta^2$ i $\varphi_2(\beta) = \beta^2$ tak, by ich wartości wzrastały w kierunkach przeciwnych (wzdłuż tego odcinka) (rys. 5), to na odcinku $d = \overline{AB}$ musi



Rys. 5. Zasada graficznego rozwiązywania równania (104)

znaleźć się taki punkt C , którego odległości od punktów A i B będą odpowiednio określone funkcjami $\varphi_1(\beta_c)$ i $\varphi_2(\beta_c)$. Zamiast wartości odpowiednich funkcji $\varphi_1(\beta)$ i $\varphi_2(\beta)$ można wypisać na podziałce funkcyjnej wprost wartości β . Wtedy

w punkcie C na obu podziałkach funkcyjnych będzie wypisana ta sama wartość β_c .

W ten sposób dla danych wartości c i d równanie (92) może być szybko rozwiązane ze znaczną dokładnością.

Nieco więcej czasu wymagają jeszcze obliczenia wartości c i d , które można wykonać za pomocą zwykłego suwaka. Celem ułatwienia tych przeliczeń oraz skrócenia koniecznego do ich przeprowadzenia czasu, przystosowałem drugą część suwaka do wyliczania wielkości pomocniczych poczynając od współczynnika tarcia.

Do obliczenia wyrażenia (86)

$$a = 4 \left(0,8 f - 0,6 \frac{\Delta h}{l_d} \right)$$

zastosowałem 3 podziałki proporcjonalne (rys. 6), z których dwie są ze sobą powiązane i umieszczone na korpusie suwaka.

Na jednej z nich (B) naniosłem w odpowiedniej skali wartości współczynnika tarcia f , na drugiej (C) natomiast odpowiednie wartości wielkości pomocniczej a .

Na podziałce (D) umieszczonej na przesuwce podałem wartości stosunku $\frac{\Delta h}{l_d}$ w skali wynikającej z wyrażenia (86), przy czym kierunek wzrostu tych wartości jest przeciwny do kierunku wzrostu wartości f i a .

Stosunek $\frac{\Delta h}{l_d}$ można wyliczyć za pomocą zwykłego suwaka logarytmicznego.

Dla ułatwienia obliczenia współczynnika tarcia przy walcowaniu stali usytuowano odpowiednio podziałkę A, na której naniesiono temperatury walcowania. Dla temperatur tych w zależności od materiału walców odczytuje się na podziałce współczynnik tarcia (B). Do wyliczenia wartości c i d łatwo już przystosować kilka skal logarytmicznych w taki sposób, by obliczenie tych wartości sprowadzić do minimalnej liczby przesunięć przesuwki i okienka suwaka. W szczególności naniesienie na oddzielną podziałkę (G) wartości $\frac{1}{\left(\frac{l_d}{b_0}\right)^2}$ umożliwi odczytanie wartości c

i d bez przesuwania przesuwką. Do tego celu zastosowano zespół podziałek F, G, H. Przez zastosowanie normalnej logarytmicznej podziałki E, dla której podziałka F jest podziałką potęgową, eliminuje się konieczność stosowania oddzielnego suwaka do przeliczeń pomocniczych. Należy zaznaczyć, że podziałka G jest podziałką odwrotności w stosunku do normalnej podziałki logarytmicznej E. W ten sposób podziałki E, F, G stanowią zespół podziałek zwykłego suwaka logarytmicznego.

7.2. Konstrukcja suwaka do obliczenia roztlóczenia na podstawie danych wyjściowych (po przepuście)

Do obliczenia wielkości pomocniczych a' i c' nie potrzeba żadnych podziałek dodatkowych. Wystarczy tylko nastawić na podziałce G wartość $\frac{l_d}{b_1}$ zamiast wartości $\frac{l_d}{b_0}$. Wartość d' należy odczytać na skali J.

Wzoru (94) nie da się jednak rozwiązać bezpośrednio na suwaku prze-

znaczonym dla wzoru (92), ponieważ nie można ustalić podziałek $1/\beta^2$ i $c \ln \beta^2$ w taki sposób, by kierunki rosnących wielkości były przeciwne. Równanie (94) można poddać dodatkowo pewnym przekształceniom

$$\frac{1}{\beta^2} - 2c' \ln \beta + d' = \frac{1}{\beta^2} + c' \ln \frac{1}{\beta^2} + d' = 0. \quad (94 a)$$

Ponieważ praktycznie

$$1 \leq \beta < 2,5, \text{ zatem } 1 \geq \frac{1}{\beta} > 0,4.$$

Wyrażenie

$c' \ln \frac{1}{\beta^2}$ można przekształcić następująco

$$c' \ln \frac{1}{\beta^2} = c' \ln \frac{10 \cdot 1/\beta^2}{10} = c' \ln \frac{10}{\beta^2} - c' \ln 10.$$

Ostatecznie

$$c' \ln \frac{1}{\beta^2} = c' \ln \frac{10}{\beta^2} - 2,303 c' \quad (105)$$

oraz

$$\frac{1}{\beta^2} + c' \ln \frac{10}{\beta^2} - 2,303 c' + d' = 0. \quad (106)$$

Jeżeli podstawić za $2,303 c' = c''$ oraz $d'' = -d'$, można napisać

$$\frac{1}{\beta^2} + c' \ln \frac{10}{\beta^2} = c'' + d''. \quad (107)$$

Jeżeli przyjąć dodatkowo $c'' + d'' = d^*$, równanie (107) przyjmie postać analogiczną do równania (104)

$$\left| d^* \right| = \left| c' \ln \frac{10}{\beta^2} \right| + \left| \frac{1}{\beta^2} \right|. \quad (108)$$

Równanie to podobnie jak równanie (104) można rozwiązać za pomocą kombinacji wykresu i suwaka (rys. 4).

Aby umożliwić wykorzystanie tego samego wykresu dla obu równań, konieczne było wprowadzenie dodatkowych skal dla d^* i $\frac{1}{\beta^2}$. Jeżeli na wykresie i skali potęgowej wpisać zamiast $\frac{1}{\beta^2}$ symbole β , można odczytywać na suwaku wprost szukane wartości β .

7.3. Konstrukcja suwaka do obliczania nacisku na walec

Obliczenie nacisku na walec za pomocą wzoru (61) jest również nieco uciążliwe, jakkolwiek można je wykonać za pomocą zwykłego suwaka logarytmicznego.

Czas potrzebny do wyliczenia nacisku na walec można jednak wydatnie skrócić przez wprowadzenie kilku dodatkowych skal do opisanego suwaka.

Po obliczeniu z wzoru (16) intensywności odkształcenia u , wyrażenie p według wzoru (99) łatwo można obliczyć przez proste dodawanie odcinków skali L , N i K .

Wielkość n według równania (101) można również odczytać wprost na skali H , jeżeli poprzednio wyliczono a w sposób opisany przy obliczaniu roztlóczenia. Dla wielkości g według równania (100) przewidziano oddzielną skalę logarytmiczną M , na której wypisano wprost wartości temperatury walcowania t .

Rozwiązanie równania (61) sprowadzonego do postaci (102) wymaga więc jedynie kilku kolejnych nastawień suwaka. Schemat układu skal przedstawiono na rys. 6.

Rysunki 7 i 8 przedstawiają widok obu stron suwaka.

Na rysunku 7 pokazano oddzielnie dolną stronę przesuwki. Na każdej skali przesuwki naniesiono kilka zakresów wartości d (d^*) i β oraz podano, do jakich zakresów wielkości c (c') odnoszą się odpowiednie wartości β . Na skali II d^* podano w nawiasach wartości d^* odnoszące się do sąsiedniego zakresu wielkości β . Rysunki 7 i 8 mogą być wykorzystane do sporządzenia suwaka dla praktycznych przeliczeń.

8. Sposób posługiwania się suwakiem do wzorów Ekelunda

8.1. Sprawdzenie kalibrowania

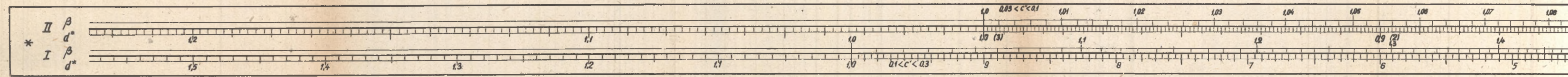
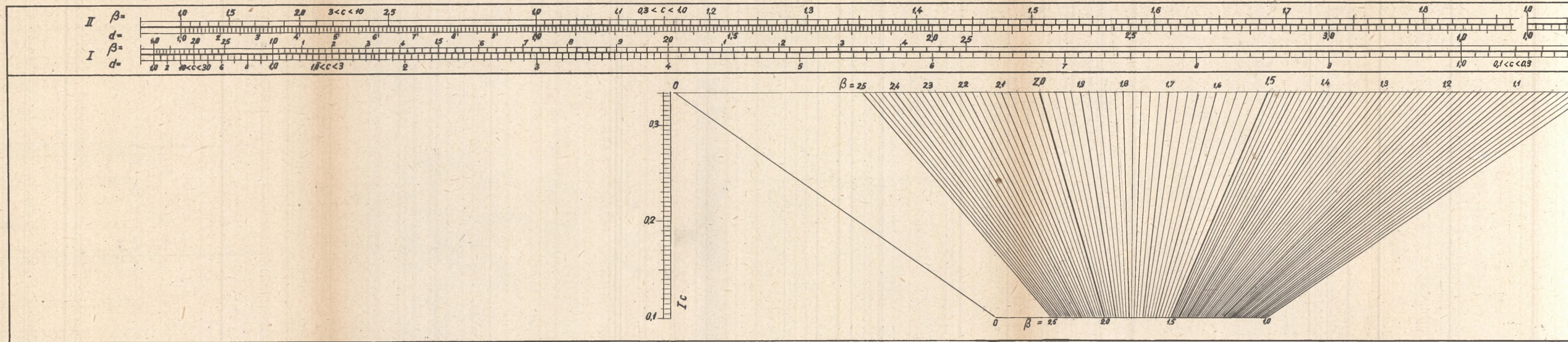
Dane: b_0 , h_0 , h_1 , R , f (lub t i materiał walców).

Należy znaleźć b_1 .

Na wstępie należy obliczyć wielkości pomocnicze: l_d , h_s , Δh , $\frac{\Delta h}{l_d}$, $\frac{\Delta h}{h_s}$, $\frac{l_d}{b_0}$

Na skali A lub B nastawia się wielkość t lub f w zależności od tego, czy znamy temperaturę walcowania i materiał walców, czy współczynnik tarcia. Pod kreskę okienka suwaka należy przesunąć zero skali D (rys. 9 a), następnie okienko przesunąć na obliczoną poprzednio wartość $\frac{\Delta h}{l_d}$ (rys. 9 b).

II β d



Rys. 7. Suwak do wzoru Ekelunda (strona dolna)

Pod kreską okienka odczytuje się na skali C wartość pomocniczą a . Wartość tę nastawia się następnie na stałą skali F , po czym pod kreską okienka należy podjechać wartością $\frac{l_d}{b_0}$ na skali G (rys. 9 c). Naprzeciw jedyńki ruchomej skali F odczytuje się na stałej skali F wartość pomocniczą c . Przesuwając kreskę okienka na wartość $\frac{\Delta h}{h_s}$ na ruchomej skali F , odczytuje się pod kreską na skali H wartość pomocniczą d (rys. 9 d). Opisane kolejne nastawiania i odczyty uwidoczniiono na rys. 9. Teraz należy odwrócić suwak na drugą stronę. Do posługiwania się tą stroną suwaka należy użyć specjalnego okienka do suwaków (patent nr 37 504). Okienko pomocnicze nastawia się na wartość c na skali Ic lub IIC w zależności od tego, w jakim zakresie znajduje się wartość c . Dalej okienko należy przesunąć w taki sposób, by krzyż utworzony z kreską okienka zasadniczego i pomocniczego nastawiony był na jedynekę nomogramu. Teraz podjeżdża się pod kreskę okienka głównego wielkością d na skali Id lub IId w zależności od tego, czy wielkość c nastawiono na skali Ic czy IIC . W końcu szukamy takiego położenia okienka, by wartości pod kreską okienka głównego na skali $I\beta$ lub $II\beta$ oraz pod krzyżem kresek okienka głównego i pomocniczego były sobie równe. W ten sposób znaleziona wartość daje rozwiązanie cytowanego wzoru (82).

Kolejne nastawienia i odczyty uwidoczniiono na rys. 10. Wielkość c może być większa od 1,0 lub mniejsza niż 0,1. W takich przypadkach należy nastawić c na odpowiedniej wartości bez uwzględnienia przecinka dziesiętnego, wartości zaś d i β odczytywać dla odpowiedniego rzeczywistego c . Mając wielkość β , łatwo można obliczyć $b_1 = \beta b_0$.

8.2. Obliczenie roztłoczenia przy kalibrowaniu

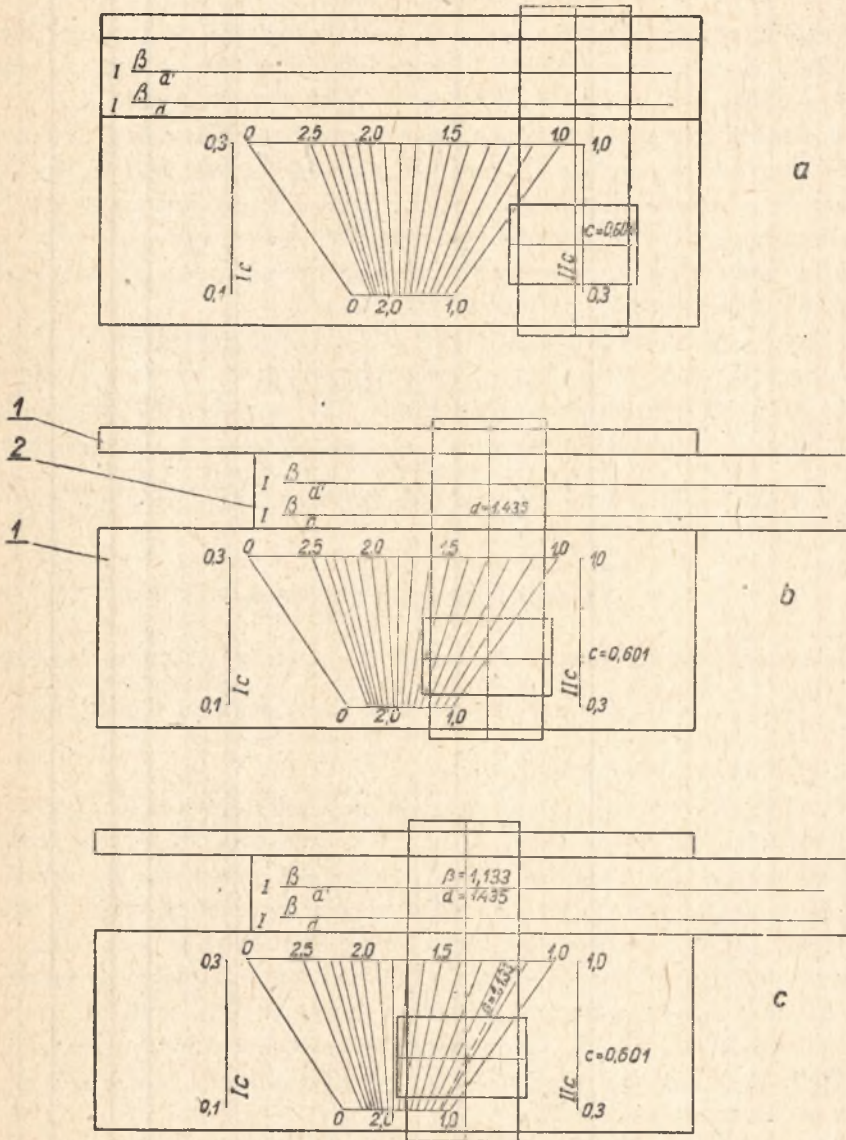
Dane: b_1 , h_1 , Δh , R , f (lub t i materiał walców).

Należy znaleźć b_0 .

Podobnie jak przy sprawdzaniu kalibrowania należy obliczyć na wstępie wielkości pomocnicze:

$$h_0 = h_1 + \Delta h, \quad l_d = \sqrt{R \Delta h}, \quad h_s = \frac{h_0 + h_1}{2}, \quad \frac{\Delta h}{l_d}, \quad \frac{\Delta h}{h_s}, \quad \frac{l_d}{b_1}.$$

Wielkość pomocnicza a znajduje się analogicznie jak przy sprawdzaniu kalibrowania. Po znalezieniu wartości pomocniczej a i nastawieniu jej na stałą skali F (analogicznie do poprzedniego przypadku) należy podjechać pod kreskę okienka wartością $\frac{l_d}{b_1}$ na skali G . Naprzeciw je-



Rys. 10. Kolejne nastawianie i odczyty przy obliczaniu b_0

dynki ruchomej skali F odczytuje się wartość pomocniczą c' (podobnie jak w poprzednim przypadku — na stałej skali F). Przesuwając okienko kreską na wartość $\frac{\Delta h}{h_s}$ na ruchomej skali F , odczytuje się pod kreską na skali J wartość pomocniczą d'' . Nie ruszając przesuwką odczytuje się na stałej skali F , naprzeciw strzałki umieszczonej na ruchomej skali F i oznaczonej przez C' , wartość pomocniczą c'' .

Wartość pomocniczą $d^* = c'' + d''$ należy obliczyć w pamięci lub na oddzielnej kartce, pamiętając o uwzględnieniu znaku $+$ lub $-$ odczytanej na skali J wartości d'' . Wartość c'' jest zawsze dodatnia.

Po odwróceniu suwaka i nastawieniu okienka pomocniczego na wartość c' na skali Ic lub Iic ustawia się okienko w taki sposób, by krzyż utworzony z kresk okienka głównego i pomocniczego wskazywał 0 (zero) na nomogramie. Dalej tok postępowania jest analogiczny jak przy sprawdzaniu kalibrowania, z tą tylko różnicą, że posługujemy się skalami przesuwki oznaczonymi gwiazdką (d^*).

W celu uniknięcia pomyłek skale d^* i odpowiadające im skale β należy umieścić na wewnętrznej stronie przesuwki 2, przy czym do obliczenia b_0 należy przekręcić obie skale o 180° wokół podłużnej osi.

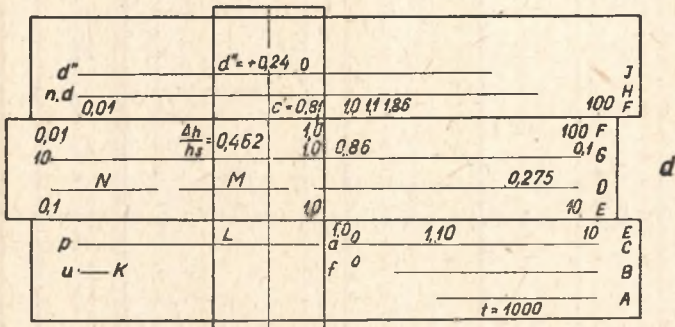
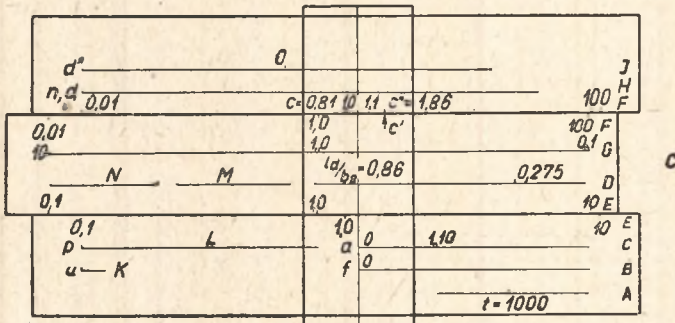
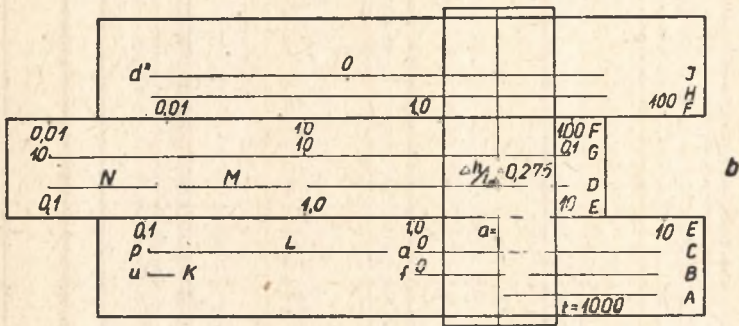
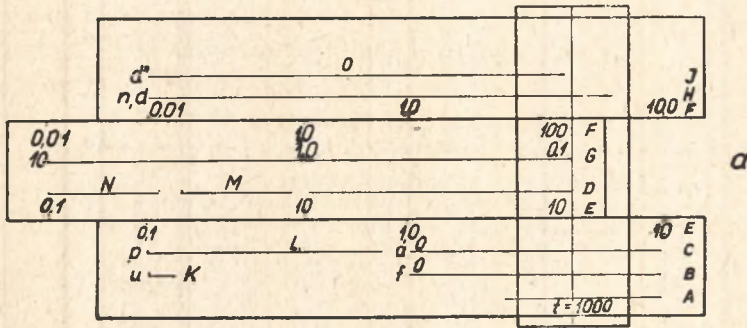
Kolejne nastawienia i odczyty przy kalibrowaniu uwidoczniło na rys. 11 i 12. Mając β łatwo można obliczyć $b_0 = \frac{b_1}{\beta}$.

8.3. Obliczenie nacisku na walce

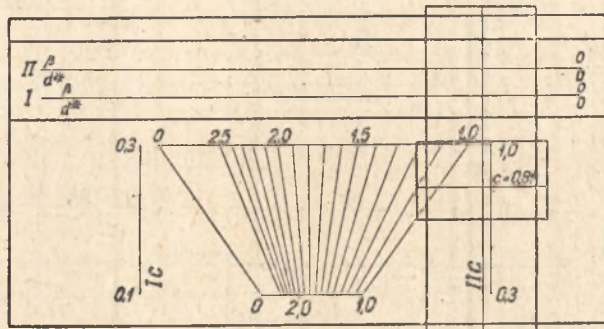
Celem obliczenia nacisku na walce K_{ws} należy wstępnie obliczyć l_d , h_s , u , $\frac{\Delta h}{l_d}$, $\frac{l_d}{h_s}$. Poza tym należy znać temperaturę walcowania oraz skład chemiczny walcowanej stali.

Na skali K nastawia się wyliczoną poprzednio wartość u , pod kreskę podjeżdża się zerem skali N , okienko przesuwa się na wielkość zawartości węgla (C) w stali w procentach, dalej przesuwa się przesuwkę tak, by pod kreskę podjechać znów zerem tej samej skali i okienko przesuwa się na wielkość zawartości manganu (Mn) w stali. Jeżeli stal zawiera dodatkowo chrom (Cr), to przesuwkę 3 suwaka przesuwa się tak, by pod kreskę okienka podjechać znów zerem skali N , po czym okienko przesuwa się na odpowiednią zawartość chromu na dolnej części skali. Pod kreską okienka odczytuje się na skali L wartość pomocniczą p , którą należy zapisać.

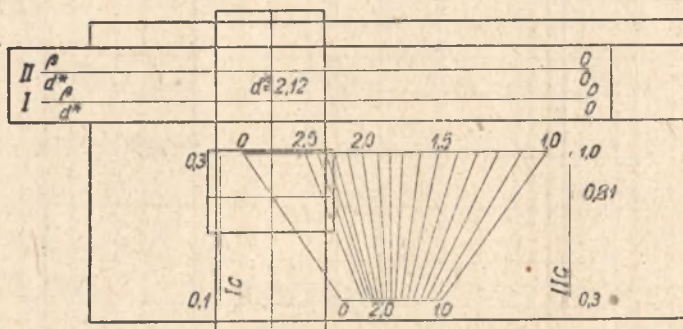
Dalej znajduje się wartość pomocniczą a w sposób opisany poprzednio oraz wartość tę nastawia się na stałej skali F . Pod kreskę okienka należy następnie podjechać wielkością A oznaczoną na ruchomej skali F i okienko przesunąć na wyliczoną poprzednio wartość $\frac{l_d}{h_s}$, nastawioną na ruchomej skali F . Na skali H odczytuje się pod kreską okienka wartość pomocniczą n . Wartość tę należy nastawić na stałej skali F . Pod kreską okienka należy nastawić odpowiednią temperaturę t na skali M . Teraz nie ruszając przesuwką należy przesunąć okienko na wartość p



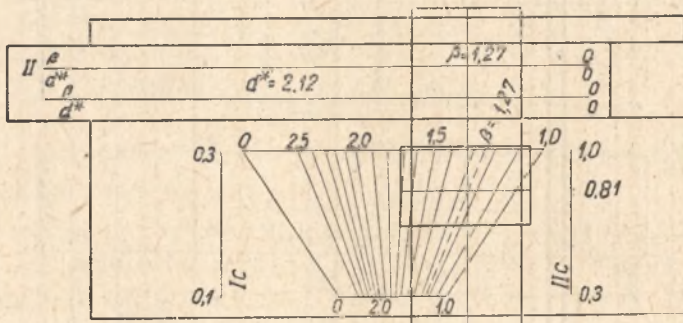
Rys. 11. Kolejne nastawianie i odczyty przy obliczaniu b_0



a

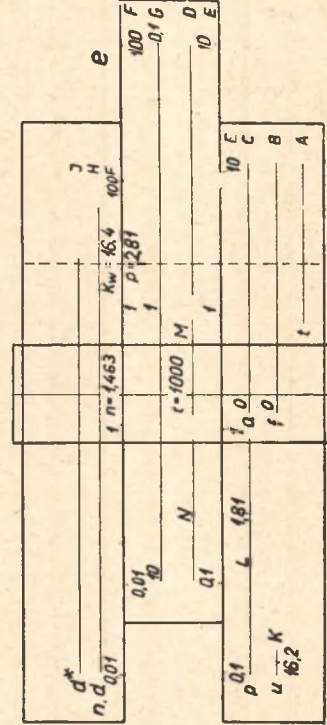
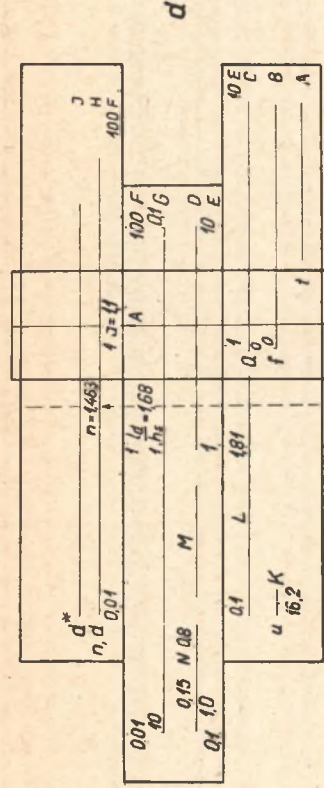
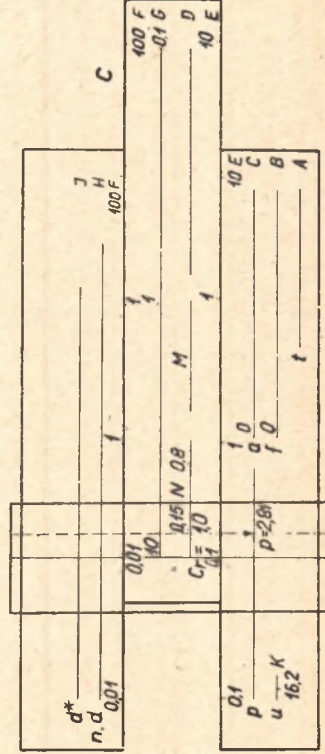
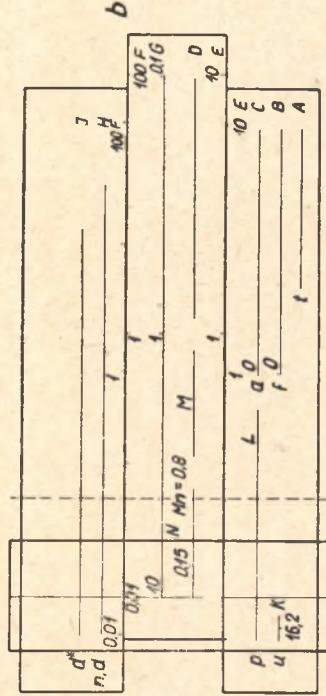
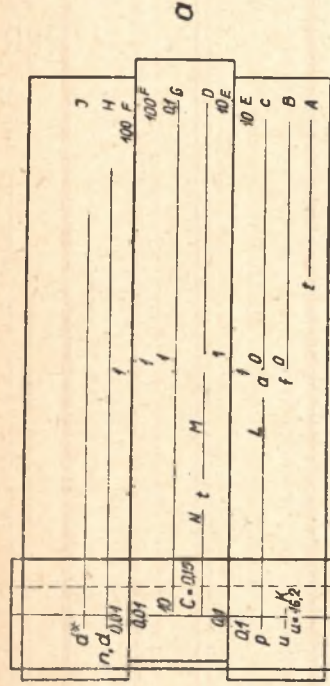


b

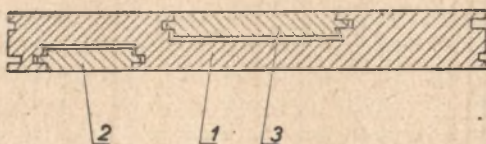


c

Rys. 12. Kolejne nastawianie i odczyty przy obliczaniu b_1



Rys. 13. Kolejne nastawianie i odczyty przy obliczaniu $K_{1,2}$



Rys. 14. Przekrój suwaka

nastawioną na ruchomej skali F i odczytać pod kreską okienka na stałej skali F wynik z przeliczeń nacisku na walce wzorem (61).

Kolejne nastawienia i odczyty uwidoczniiono na rys. 13.

Rysunek 14 przedstawia przekrój suwaka.

9. Uwagi końcowe

1. Liczne prace poświęcone obliczeniom nacisku na walce i rozłożenia w czasie walcowania wykazały dużą zgodność wyników obliczeń wzorami Ekelunda z danymi pomiarowymi.

2. Uproszczenia stosowane przez Ekelunda przy wyprowadzeniu omawianych wzorów powodują pewne błędy i ograniczają zakres ich stosowalności.

3. Wobec skomplikowanej postaci wzorów Ekelunda powszechne ich stosowanie było utrudnione.

4. Suwak autora do wzorów Ekelunda daje wyniki zgodne z obliczeniowymi (drogą kolejnych podstawień) w granicach dokładności odczytu (dla prototypu suwaka o długości około 50 cm średni błąd w stosunku do obliczeń wynosi 0,26%).

5. Suwak do wzorów Ekelunda daje następujące efekty:

Czas potrzebny do obliczenia jednej pozycji:

	dotychczas na suwaku	
a. kontrola kalibrowania (obliczenie b_1)	ok. 60 min.	ok. 1 min.
b. kalibrowanie (obliczenie b_0)	ok. 60 min.	ok. 1 min.
c. obliczenie nacisku na walce	ok. 15 min.	ok. 1 min.

BIBLIOGRAFIA

- [1] D. R. Bland, H. Ford, „Proceed Inst. Mech. Eng.” t. 158, 1948, nr 39. s. 144.
 [2] S. Ekelund, *Nagra dynamiska förhållanden vid valsning*, „Jernkontorets Annaler” 1927, Häft 2, s. 39.
 [3] K. Filasiewicz, *Technologia metali WGH*, Stalinogród 1954, s. 238.
 [4] K. Filasiewicz, Z. Wusatowski, A. Galanty, *Porównanie metod obliczania nacisku walców w procesie walcowania taśm na zimno bez naciągu i przeciwciągu*, Prace IMH t. 5, 1954, s. 57—80.

- [5] J. S. Gałaj, *Materiały po teorii prokatki*, cz. IV, *Metalurgizdat* 1948, s. 229
- [6] A. Geleji, *Die Berechnung der Kräfte und des Arbeitsbedarfes bei der Formgebung im bildsamem Zustande der Metalle*, Budapest 1955, s. 120—132.
- [7] S. Koncewicz, *Analiza i porównanie wzorów do obliczania rozciągłości przy walcowaniu na gorąco*, *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, „Mechanika”* nr 3, 1956, s. 47—63.
- [8] A. A. Korolew, *Nowyje issledowanija dieformacji mietalla pri prokatkie*, *Maszgiz*, 1953, s. 94.
- [9] N. N. K'rejndilin, *Rasczot obzatiij pri prokatkie listow i lent iz cwietych mietallow i splawow*, *Metalurgizdat* 1950, s. 74.
- [10] A. E. Lendl, *Roll More Tons. „Iron and Steel”*, 1941 (streszczenie w „*Stahl und Eisen*” 1943, s. 480).
- [11] A. N. Nadai, „*Proceed Inst. Mech. Engl. Appl. Mech.*”, t. 157, 1947, s. 121.
- [12] T. Pełczyński, *Podstawy obróbki plastycznej metali*, *Mechanik — Poradnik techniczny*, t. III, cz. 1—2, *PWT* 1954, s. 17.
- [13] W. W. Sokołowski, *Teorija piasticznosti*, wyd. II, Moskwa-Leningrad 1950.
- [14] J. J. Tarnowski, *Formoizmienienije pri piasticzeskoj obrabotkie mietallow*, *Metalurgizdat*, 1954.
- [15] E. P. Unksow, *Nowoje w tiechnologii goriaczej szampowki*, *Maszgiz* 1948, s. 176—184.
- [16] Z. Wusatowski, *Gniot, wydłużenie i rozciągłość w procesie walcowania na gorąco*, *Prace GIMO*, t. 1, 1949, s. 27—58.
- [17] Z. Wusatowski, *Obliczanie nacisku walców w procesie walcowania*, *Prace GIMO*, t. 1, 1949, s. 233—290.
- [18] R. Wusatowski, *Walcownictwo*, *PWSZ*, 1953, s. 260.
- [19] Z. Wusatowski, S. Bala, *Porównanie metod obliczania nacisku walców w procesie walcowania na gorąco*, *Prace IMH*, t. 6 1954, s. 120—132.
- [20] M. Ł. Ząroszczyński, *Walcowanie stali*, *PWT*, 1952, s. 108.