Jahrgang VI. 1900. Nr. 6.

Unterrichtsblätter
für
Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung
des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften.

Herausgegeben von
Prof. Dr. B. Schwalbe, Direktor des Dorotheenstädt. Realgymnasiums zu Berlin.
und
Prof. Fr. Pietzker, Oberlehrer am Königl. Gymnasium zu Nordhausen.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 30.

Redaktion: Alle für die Redaktion bestimmten Mitteilungen und Sendungen werden nur an die Adresse des Prof. Pietzker in Nordhausen erbeten.
Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (3 Mk. Jahresbeitrag oder einmaliger Beitrag von 45 Mk.) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Lindenerstrasse 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 6 Nummern ist 3 Mark, für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift unentgeltlich; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhdlg. zu beziehen.
Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermässigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Die darstellende Geometrie im Lehrplan der höheren Schulen.

Bericht, erstattet auf der Hauptversammlung zu Hamburg*)
von
F. Pietzker.

H. H. Der Bericht, den ich Ihnen zu erstatten mich anschicke, dient zur Ausführung des Beschlusses, den im vergangenen Jahre auf Anregung des Herrn Dr. Hildebrandt unsere Hauptversammlung zu Hannover**) gefasst hat, ich darf annehmen, dass dieser Beschluss Ihnen allen bekannt ist. Der Vereinsvorstand glaubte sich zunächst auf die durch den ersten Teil dieses Beschlusses geforderten Schritte beschränken zu sollen, er richtete demgemäss an eine ganze Reihe von Fachmännern, die auf dem Gebiete des Unterrichts in der darstellenden Geometrie Erfahrungen besitzen, die Bitte, ihre Ansicht über die zweckmässigste Gestaltung dieses Unterrichts, möglichst unter spezieller Berücksichtigung der Anstaltsart und der Klassenstufe in irgend einer hierfür passend erscheinenden Form zum Ausdruck zu bringen; die Auswahl eines Berichterstatters, der die eingesandten Gutachten zu einem Gesamtreferat zu verarbeiten haben würde, behielt sich der Vorstand vor.

*) S. Unt.-Bl. VI, 3, S. 51.
**) S. Unt.-Bl. V, 3, S. 61.

Unserer Aufforderung wurde bereitwilligst entsprochen, von den aufgeforderten Herren war nur einer, der es bedauerte, durch anderweite starke Inanspruchnahme seiner Zeit an der Mitarbeit verhindert zu sein. Dagegen gingen Gutachten ein von den Herren Böttcher (Leipzig), Gerland (Clausthal), Hildebrandt (Braunschweig), Holzmüller (Hagen), C. H. Müller (Frankfurt a. M.), Schröder (Hamburg), Schwann (Berlin), sowie ein Collectiv-Gutachten der Fachlehrer an der städtischen Ober-Realschule zu Halle, das durch Herrn Direktor Schotten übermittelt wurde.*)

Die Einsendung dieser Gutachten zog sich über einen längeren Zeitraum hin, dieser Umstand liess es unthunlich erscheinen, noch Verhandlungen mit einem Referenten anzuknüpfen, dem zur Einarbeitung in das Material nur eine ziemlich kurze Zeit hätte zur Verfügung gestellt werden können. Im Einverständnis mit dem übrigen Vereinsvorstand entschloss ich mich darum, das Referat selbst zu übernehmen.

Hatte ich ursprünglich geglaubt, dass die Erstattung des Berichts über die vorliegende Frage eine wesentlich einfachere Sache sein würde, als die vor vier Jahren gleichfalls von Vereins wegen bewirkte Aufstellung eines Nor-

*) Den Wortlaut dieser Gutachten enthält die besondere Beilage zu der vorliegenden Nummer.

malverzeichnisses für die physikalischen Sammlungen der höheren Schulen, so überzeugte ich mich bald, dass diese Meinung nicht zutraf. Allerdings besass ja das zu verarbeitende Material einen weit geringeren Umfang, aber der Unterschied zwischen den durch die einzelnen Gutachten zum Ausdruck gebrachten Ansichten war viel schärfer und tiefergehend, als es bei den Gutachten über die Einrichtung der physikalischen Schulsammlungen der Fall gewesen war.

Hinsichtlich der Form war den einzelnen Gutachten alle Freiheit absichtlich gewährt worden, demgemäss begnügten sich einzelne Entwürfe mit der Angabe der Hauptgesichtspunkte, während andere einen bis ins Einzelne ausgearbeiteten Plan vorlegten. Was die Tragweite der eingereichten Lehrplanentwürfe anbetrifft, so beschränkten sich einige Gutachten ausdrücklich auf die Anstaltsart, an der der Verfasser seine Erfahrungen gemacht hatte, während andere besondere Vorschläge für jede Schulgattung machten. Unter diesen letzteren bestand wieder ein Unterschied hinsichtlich der Gruppierung der einzelnen Anstaltsarten.

Im allgemeinen wurde ein prinzipieller Unterschied zwischen dem Unterrichtsbetrieb auf dem Gymnasium einerseits und dem auf den Realanstalten andererseits gemacht, wobei dann wieder zwischen Realgymnasium und Oberrealschule eine stufenweise Unterscheidung vorgenommen wurde. Aber unter den Gutachten befindet sich auch eines, das vielmehr Gymnasium und Realgymnasium vereinigt der Oberrealschule gegenüberstellt. Ueber die Frage, ob ein systematischer auf einen gewissen Abschluss gerichteter oder ein mehr methodischer, der Bemessung der Lehraufgabe eine grössere Freiheit gewährender Lehrbetrieb sich mehr empfehle, ob dem Unterricht eine selbständige Stundenzahl zu gewähren oder eine Einfügung in das System des übrigen geometrischen Unterrichts vorzuziehen sei, über die Höhe des zu erreichenden Lehrzieles gehen die Ansichten im grossen ebensoweit auseinander, wie sich bei den auf die Einzelheiten des Plans eingehenden Entwürfen wesentliche Verschiedenheiten über die Projektionsart finden, an deren Hand die erste Einführung in den Stoff des Unterrichts zu bewirken sein würde.

Das grösste Mass von Uebereinstimmung fand sich noch inbetreff des Verhältnisses zum Zeichenunterricht, eine enge Verbindung mit diesem befürworten alle Gutachten bis auf eines, es entpricht dies im übrigen auch dem Standpunkt, auf dem der Urheber des in Hannover gefassten, zu unseren heutigen Verhandlungen den Anlass gebenden Beschlusses, Herr Dr. Hildebrandt in Braunschweig, selber steht.

Ich hatte ursprünglich geglaubt, mich mit der Rolle des ehrlichen Maklers zwischen den Vertretern der verschiedenen zur Entscheidung vorgelegten Vorschläge begnügen zu können, sah aber bald ein, dass das nicht möglich war, dass für die Aufstellung eines Entwurfes, der von gewissen, allen Vorschlägen gemeinsamen und darum als Ausdruck der allgemeinen Ueberzeugung der Fachmänner erscheinenden Gesichtspunkten ausgehe, die Grundlagen völlig fehlen, dass ich darum genötigt sei, selbständig zu der Sache Stellung zu nehmen.

Hier bin nun genötigt, für meine Kompetenz dazu eine kurze Rechtfertigung zu geben. Ich stehe dem Stoff nicht völlig fremd gegenüber, da ich — allerdings vor längerer Zeit — eine Reihe von Jahren hindurch einen planmässigen Unterricht in darstellender Geometrie an einer Realanstalt (der damaligen Realschule I. Ordnung in Tarnowitz) erteilt und auch nachdem, während der langen Jahre, wo ich den mathematischen Unterricht auf den obersten Stufen eines humanistischen Gymnasiums erteile, meinem Unterricht in der Stereometrie mannigfach Partien aus dem Gebiete der darstellenden Geometrie eingeflochten habe.

Ich glaubte demgemäss ein gewisses Recht zur Abgabe eines Urteils allerdings zu besitzen, für welches ich nun zunächst einen sicheren Ausgangspunkt zu gewinnen bemüht war. Für diesen Zweck schien es mir vor allem wichtig, zunächst die Frage zu beantworten, welchem Zweck der einzurichtende Unterricht zu dienen hat, ob er als ein Bestandteil der von der höheren Lehranstalt zu gewährenden Allgemeinbildung oder als eine Vorbereitung für gewisse technische Berufsarten gelten soll.

In der Mehrzahl der mir vorliegenden Gutachten ist der zweitgenannte Standpunkt mit grösserer oder geringerer Entschiedenheit zum Ausdruck gebracht worden, namentlich soweit es sich um die Aufstellung des dem Unterricht der Realanstalten zu stellenden Lehrziels handelt. Demgemäss hat sich auch fast überall da, wo die Gutachten alle Anstaltsarten berücksichtigen, ein ziemlich starker Unterschied zwischen dem auf dem Gymnasium und dem auf der Realanstalt zu verfolgenden Lehrziel ergeben, eine gewisse Ausnahme macht darin nur das Gutachten von Herrn Müller (Frankfurt a. M.) insofern, als hier auch das Gymnasiallehrziel sehr hoch gesteckt ist.

Ich möchte mich nun gegen diese Hervorhebung des Fachstandpunktes mit aller Entschiedenheit aussprechen. Meines Erachtens liegt die Betonung dieses Standpunktes auch in keiner Weise im Interesse der Realanstalten, die einer Anerkennung der von ihnen beanspruchten vollen Gleichberechtigung mit dem humanistischen Gymnasium meiner Meinung nach kein grösseres Hindernis in den Weg stellen können, als dadurch, dass sie ihren Lehrplan allzusehr auf den Zweck der Vorbereitung für die technische Hochschule zuschneiden.

Gegen die Geltendmachung des Fachstandpunkts bei der Einreihung der darstellenden Geometrie in den Lehrplan spricht auch die Rücksicht auf das Zahlenverhältnis zwischen den verschiedenen Anstaltsarten. Die Zahl der humanistischen Gymnasien ist in Preussen dreimal so gross als die der Realgymnasien und Oberrealschulen zusammen genommen.*) Nun entlassen aber auch die humanistischen Gymnasien in neuerer Zeit eine immer steigende Zahl von jungen Leuten, die die Technische Hochschule beziehen wollen; man wird die Zahl der auf einem humanistischen Gymnasium vorgebildeten Studierenden an den Technischen Hochschulen recht wohl auf die Hälfte der überhaupt in Vergleich zu ziehenden Studierenden annehmen können.

Auf die Bedürfnisse dieser Schulen muss der Hochschulunterricht notwendig Rücksicht nehmen, den Nachteil davon haben die Abiturienten der Realanstalten, deren Lehrziel zu hoch gesteckt ist und dem Hochschulunterricht zu viel vorweg nimmt, es liegt hier die gar nicht unerhebliche Gefahr vor, dass diese jungen Leute, indem sie dem Anfangsunterricht, der ihnen nichts neues bietet, ihre Aufmerksamkeit versagen, den richtigen Anschluss an der Stelle, wo auch für sie ein neues Wissensgebiet sich eröffnet, verpassen.

Zu diesen praktischen Erwägungen tritt für mich auch noch der prinzipielle Gesichtspunkt, dass es an sich nicht gut ist, die Grenze zwischen dem Unterricht auf den für die Hochschule vorbildenden Schulen und dem Hochschulunterricht zu sehr zu verwischen. Der letztere ist mehr oder weniger Fachunterricht, der erstere soll eben kein Fachunterricht sein, vielmehr dadurch, dass er dem auf den besonderen Beruf zugeschnittenen Fachunterricht als Grundlage dient, ein Schutzmittel vor der Berufseinseitigkeit gewähren.

Er gewährt diesen Schutz, indem er aus den verschiedenen Wissensgebieten die allgemein bildenden Elemente auswählt und in deren intensiver Verarbeitung seine eigentliche Aufgabe erblickt. Löst er diese Aufgabe richtig, so gewährt er zugleich eine wirksame Vorbereitung für die Aneignung der speziellen Fachausbildung, die nachher durch die Zwecke der einzelnen Berufsarten gefordert wird.

Zu dieser Allgemeinbildung gehört nun aber meines Erachtens allerdings eine gewisse Kenntnis der Hauptgesichtspunkte und Prinzipien der darstellenden Geometrie. Von einem gebildeten Manne unserer Zeit muss man verlangen, dass er von der Sprache, deren sich die Technik bedient, eine gewisse Vorstellung besitzt, dass er technischen Zeichnungen nicht von vornherein als einem vollkommenen Rätsel gegenübersteht, dass er eine Ahnung von der Art hat, körperliche Verhältnisse durch Flächendarstellung zum Verständnis zu bringen, von einem gebildeten Menschen unserer Zeit muss man ein gewisses räumliches Vorstellungsvermögen verlangen, ebenso wie die Fähigkeit, einen einfachen räumlichen Sachverhalt durch zeichnerische Darstellung anderen Personen deutlich zu machen.

Damit aber erschöpft sich die dem Unterricht in der darstellenden Geometrie obliegende allgemeine Bildungsaufgabe, für die die Einführung in das System dieser Disziplin nicht erforderlich ist. Für den künftigen Techniker reicht ja diese allgemeine Behandlung nicht aus, dessen Bedürfnis hat der Hochschulunterricht zu befriedigen, aber auch für diesen Unterricht ist es von wesentlichem Nutzen, wenn ihm eine derartige mehr skizzenhafte Bekanntmachung mit den wichtigsten Gesichtspunkten der darstellenden Geometrie vorangegangen ist; richtig betrieben, wird diese bei den Elementen, die sich nachher einem technischen Berufe zuwenden, das Bedürfnis nach einer systematischen Behandlung des Stoffes geradezu hervorrufen.

Die eben entwickelten Gesichtspunkte habe ich in dem ersten der in Ihren Händen befindlichen Leitsätze zum Ausdruck zu bringen gesucht, alles weitere ergiebt sich hieraus nun von selbst.

Vor allem folgt daraus, dass ich einem selbständigen systematischen Unterricht in der darstellenden Geometrie auf den für die Hochschule vorbildenden Anstalten nicht das Wort reden möchte, auch nicht auf den Realanstalten, wo ein solcher Unterricht ja sehr wohl möglich ist. Ich habe selbst in meinem früheren Amtsverhältnis einen derartigen systematischen Unterricht erteilt und weiss aus Erfahrung, dass das sehr gut geht, es ist nicht allzuschwer, die Schüler dafür zu interessieren und auch ziemlich weit zu führen. Meine eigene Erinnerung an diese Zeit befähigt mich, auch den Reiz zu verstehen, den ein solch planmässiger Unterricht für einen den Gegenstand selbst mit Liebe erfassenden Lehrer besitzt.

Aber als notwendig für das, was wirklich

*) Auf 265 humanistische Gymnasien kamen 1899 nur 62 Realgymnasien und 26 Oberrealschulen. Bei den unvollständigen Anstalten besteht allerdings ein für die Realanstalten günstigeres Verhältnis, auf 45 Progymnasien und 22 Realprogymnasien kommen 85 Realschulen. Stellt man die unvollständigen Anstalten unter Annahme des Verhältnissatzes 2:3 gegenüber den vollständigen Anstalten mit in Rechnung, so stehen 295 gymnasialen Anstalten 77 realgymnasiale und 83 lateinlose Schulen gegenüber, was immer noch ein Verhältnis der gymnasialen Anstalten zu den beiden anderen Kategorien zusammengenommen vom Werte 20:11 ergiebt. Für die hier in Rede stehende Frage kommen überdies eigentlich auch nur die Vollanstalten in Betracht.

zur Allgemeinbildung gehört, kann ich solch planmässigen Unterricht nicht erachten. Da genügt es vollständig, wenn der Schüler das Prinzip der Projektion im allgemeinen und die charakteristischen Eigenschaften der einzelnen Projektionsarten im besonderen begriffen hat, ein solches Begreifen, und zwar auch ein nicht blos theoretisches, sondern praktisches, lebendiges Verständnis kann man auch ohne einen planmässigen Unterricht durch Verwertung der Anknüpfungspunkte erreichen, die der regelmässige geometrische Unterricht im übrigen bietet.

Das ist nicht nur überhaupt ein zweiter, sondern auch für viele Elemente unter den Schülern, namentlich die Elemente, bei denen eine besondere mathematische Befähigung nicht vorhanden ist, der bessere Weg, wie ich ebenfalls aufgrund einer gewissen Erfahrung behaupten kann, denn nach diesem Grundsatz pflege ich seit Jahren meinen Unterricht an einem humanistischen Gymnasium einzurichten.

Ueber die Art, in der diese Einflechtung der Hauptgesichtspunkte der darstellenden Geometrie in den Unterricht zu erfolgen hat, kann man natürlich von vornherein sehr verschiedener Meinung sein, ich glaube aber allerdings, dass sich doch gewisse allgemeine Normen sehr wohl aufstellen lassen. Für mich besteht kein Zweifel darüber, dass der Unterricht, um völlig fruchtbar zu sein, mit dem Zeichenunterricht in angemessene Verbindung gesetzt werden muss; mit Herrn Hildebrandt, dem wir ja die Anregung zu unseren gegenwärtigen Verhandlungen überhaupt verdanken, bin ich durchaus der Ansicht, dass der Zeichenunterricht überhaupt ein ganz unentbehrlicher Bestandteil der Allgemeinbildung ist, dessen Einfügung in den Lehrplan bis in die obersten Klassenstufen hinauf auch für das humanistische Gymnasium mir eine Notwendigkeit zu sein scheint. Für den Unterricht in der darstellenden Geometrie hat das Zeichnen den besonderen Wert, dass es den Uebungsstoff liefert und so die Möglichkeit gewährt, die gewonnenen Begriffe durch die Anwendung zum festen geistigen Besitz zu machen.

Zum zweiten glaube ich, dass man auf die Hauptgesichtspunkte der Orthogonalprojektion durchaus nicht verzichten darf, gerade für das vorhin von mir als wesentliches Element der Allgemeinbildung bezeichnete allgemeine Verständnis der Methoden des technischen Zeichnens ist eine gewisse Kenntnis dieser Gesichtspunkte unentbehrlich, die überdies noch ein vorzügliches Mittel zur Ausbildung des räumlichen Vorstellungsvermögens abgeben. Zu ihrer Erörterung und Durchnahme in dem sich aus dem allgemeinen Bildungszweck ergebenden Umfange bietet der regelmässige stereometrische Unterricht auch mancherlei Anlass.

Drittens möchte ich nicht auf die Centralprojektion verzichten, die schon wegen ihrer für die darstellende Kunst grundlegenden Bedeutung im Schulunterricht notwendig einen Platz finden muss. Dass man den Schülern auch der humanistischen Anstalten ein ausreichendes Verständnis dafür auch ohne einen planmässigen Unterricht sehr wohl vermitteln kann, hat m. E. Herr Holzmüller überzeugend gezeigt, aus eigener Erfahrung kann ich verschiedene Unterrichtsabschnitte anführen, die zur Bekanntmachung mit den wichtigsten Gesichtspunkten der Centralprojektion passenden Anlass geben, so z. B. die Behandlung der Kegelschnitte nach projektiven Gesichtspunkten, mit der ich die Durchnahme der Kegelschnitte abzuschliessen pflege. Ich möchte dabei bemerken, dass ich das Mass der analytischen Behandlung der Kegelschnitte überhaupt einschränke und mich z. B. auf den analytischen Beweis für die Halbierung eines Winkels durch eine Gerade nur beim Vorhandensein eines besonders gut beanlagten Schülerjahrganges einlasse. Ich glaube bemerkt zu haben, dass das Interesse und das Verständnis für die formellen Beweisführungen der analytischen Geometrie in der Regel weit geringer ist, als das Verständnis für die anschaulichen konstruktiven Beweisführungen, für die man durch passende Beschränkung der analytischen Behandlung dann auch die nötige Zeit findet.

Von ganz besonderer Bedeutung ist dann viertens auch noch die erste Einführung in die Methoden der darstellenden Geometrie; hier bin ich in Uebereinstimmung mit einem Teil der Gutachten, namentlich auch mit Herrn Holzmüller, mit dem mich mannigfach hier in Uebereinstimmung zu sehen mir eine besondere Genugthuung bereitet, der Ansicht, dass diese Einführung durch die Praxis des Zeichnens, namentlich auch durch die praktische Ausführung der Zeichnungen erfolgen muss, deren sich der in Untersekunda vorgeschriebene propädeutische Unterricht in der Körperlehre bedient. Dass bei dieser Einführung, die sich in ihren das Verständnis der Schüler erweckenden Erläuterungen vor allem an die Anschauung zu wenden hat, die schräge Parallel-Projektion nicht nur einen gangbaren, sondern geradezu den natürlichsten Weg darstellt, das ist in mehreren Gutachten, namentlich auch von Herrn Holzmüller, zur Genüge nachgewiesen.

Dies sind die Hauptgesichtspunkte, die für meine Auffassung der Frage in Betracht kommen. Wie ich mir demnach die Gestaltung des Unterrichts im allgemeinen unter Berücksichtigung der thatsächlichen durch die Art der einzelnen Anstalten bedingten Verhältnisse denke, das erfahren Sie aus den in Ihren Händen befindlichen Thesen, auf die ich im übrigen verweise.

Ich bedauere, dass ich statt eines objektiven Extrakts aus den mir vorgelegten Gutachten Ihnen vielmehr diese, meine subjektive Ansicht ausdrückenden Leitsätze zur Diskussion vorlegen muss; warum dies nicht anders ging, habe ich bereits erörtert.

Pietzkers Leitsätze.

I. Allgemeiner Art:

1. Das Ziel des Unterrichts in der darstellenden Geometrie ist die Entwickelung und Kräftigung des räumlichen Vorstellungsvermögens, soweit dieses ein notwendiges Element der allgemeinen Bildung ist. Dies gilt für alle Arten der höheren Schulen, die sich lediglich durch die Intensität unterscheiden, mit der sie die genannte Aufgabe betreiben.
2. Die zusammenhängende wissenschaftliche Behandlung der darstellenden Geometrie ist Sache des Hochschulunterrichts. Diesem ist insbesondere die Axonometrie zu überlassen.
3. Die theoretischen Begründungen, welche der Unterricht an den höheren Lehranstalten giebt, sind dem planmässigen Unterricht in der Geometrie einzufügen.
4. Die Uebung in der Anwendung der theoretischen Kenntnisse ist Sache des Zeichenunterrichts, der ein allgemein verbindliches Lehrfach auch in den oberen Klassen der Gymnasien notwendig werden muss.
5. Der Zeichenunterricht ist mit dem mathematischen Unterricht in möglichst enge Verbindung zu setzen, wenn möglich von demselben Lehrer zu erteilen.
6. Die für den Zeichenunterricht der höheren Klassen ausgeworfene Zeit ist zur Hälfte auf das gebundene, zur Hälfte auf das Freihandzeichnen zu verwenden; die für die preussische Oberrealschule geltenden Bestimmungen sind demgemäss abzuändern und zwar sowohl für den allgemein verbindlichen wie für den wahlfreien Zeichenunterricht.
7. Bei der ersten Einführung in die einzelnen Abschnitte der darstellenden Geometrie sind geeignete Modelle zu benutzen, bei der weiteren Fortführung ist vorzugsweise die Projektion vollständiger Körper ins Auge zu fassen.

II. Besonderer Art:

8. Vorzubereiten ist der Unterricht in der darstellenden Geometrie durch den Zeichenunterricht in Obertertia, für den sich insbesondere die Anwendung geeigneter Architekturformen empfiehlt.
9. Im vorbereitenden stereometrischen Kursus in Untersekunda ist auf genaue Zeichnung der Figuren besonderer Wert zu legen, wobei für die Polyeder die schräge Parallel-Projektion zu bevorzugen ist. Die Ausführung dieser Zeichnungen ist den Schülern unter Berufung auf die natürliche Anschauung zu erläutern.
10. Im systematischen stereometrischen Unterricht ist die Zeichnung von Netzen und Schnitten einfacher Körper in ihrer wahren Gestalt durchzunehmen, ferner die elementarsten Prinzipien der orthogonalen Projektion und zwar, soweit unerlässlich, auch für gerade Linien und Ebenen.
11. Die Central-Projektion ist durch die Behandlung der Aehnlichkeitslehre vorzubereiten; eingehendere Durchnahme erfolgt im Zusammenhange mit den auf der Schule zu behandelnden Kapiteln der neueren Geometrie und ganz besonders in Verbindung mit der Lehre von den Kegelschnitten, bei der überhaupt auf die konstruktive Behandlung mehr Gewicht zu legen ist als auf die mittelst der analytischen Geometrie.
12. Alle Karten-Projektionen sind dem Unterricht in der mathematischen Geographie vorzubehalten.
13. Im Zeichenunterricht der Untersekunda der Realanstalten, der Unter- und Obersekunda der Gymnasien ist die selbständige Darstellung von Körpern in schräger Parallel-Projektion bei einfacher Lage der Körper und Drehung aus solcher Lage in eine andere zu üben.
14. In Obersekunda der Realanstalten, in Unterprima der Gymnasien sind Körper in allgemeiner Lage ohne Herstellung aus besonderer Lage zu zeichnen und zwar sowohl in schräger, wie in orthogonaler Parallel-Projektion.
15. In Unterprima der Realanstalten, in Oberprima der Gymnasien treten Darstellungen von Central-Projektionen, Schatten-Konstruktionen und Durchdringungen einfacher Körper hinzu.
16. Die Aufgabe der Oberprima an Realanstalten besteht in vergleichender Behandlung derselben Aufgabe in den verschiedenen Projektionsarten.

An der Diskussion beteiligten sich ausser dem Vortragenden selbst die Herren C. H. Müller (Frankfurt a. M.), Presler (Hannover), Schroeder (Hamburg) und Thaer (Hamburg). Herr Schroeder wendet sich in längerer Ausführung gegen die von dem Redner vertretene Auffassung, er befürwortet einen von Anfang an einzurichtenden planmässigen Unterricht in der darstellenden Geometrie, auch verwirft er die Forderung der Verknüpfung dieses Fachs mit dem Zeichenunterricht. Der Unterricht im Freihandzeichnen müsse immer in der Hand von künstlerisch vorgebildeten Lehrern liegen, diese Voraussetzung werde bei den Mathematikern nur ganz ausnahmsweise erfüllt sein. Seine Ausführungen fasst er in eine Reihe von Sätzen zusammen, die am Schlusse dieses Berichts angegeben sind. Andere Redner bekundeten eine teilweise Uebereinstimmung mit den Ausführungen des Vortragenden, so insbesondere Herr Müller, der den Wunsch aussprach, dass über die Thesen sofort abgestimmt würde, hinsichtlich deren Uebereinstimmung herrsche, als eine solche bezeichnete er insbesondere die These 11. Die Mehrheit der Anwesenden war jedoch der Ansicht, dass die ganze Frage noch zu wenig geklärt sei, als dass ein Beschluss erfolgen könne, der auch wirklich die in den Fachkreisen herrschende Ansicht zum Ausdruck bringt. Dementsprechend stimmte sie dem Vorschlage des Vorsitzenden Direktor Schotten zu, dass die Frage nochmals auf die Tagesordnung der nächsten Versammlung gesetzt werden solle; um der Beschlussfassung eine sicherere Grundlage zu geben, wurde ferner auf Antrag von Herrn Thaer beschlossen, die sämtlichen, im Eingange des Berichts erwähnten Lehrplanentwürfe und Gutachten durch den Druck zur Kenntnis der Vereinsmitglieder zu bringen*); drittens wurde der Vorschlag des Herrn Presler angenommen, der nächsten Versammlung auch die Frage, welche Modelle für den Unterricht in der darstellenden Geometrie unentbehrlich seien, vorzulegen.

Thesen (mit erläuternder Vorbemerkung) von Dr. J. Schroeder (Hamburg).

A. Vorbemerkung.

Zur Charaterisierung der folgenden, im Anschluss an das Referat des Herrn Professor Pietzker von mir eingebrachten Thesen will ich, indem ich mir zugleich noch eine eingehendere Darlegung meiner Ansichten und Grundsätze vorbehalte, vorläufig das Nachstehende bemerken.

In der dem Referate des Herrn Professor Pietzker folgenden, leider wider Erwarten nur recht kurzen Diskussion glaubte ich mich zunächst dahin äussern zu müssen, dass die grosse Zahl der von dem Herrn Referenten vorgeschlagenen Thesen schwerlich die Beschlussfassung über die Grundsätze erleichtern werde**), nach welchen sich in Zukunft die Regelung des Unterrichts in der darstellenden Geometrie vollziehen soll. Nur wenige Thesen in knapper, klarer Form und frei von jeder Bezugnahme auf geradezu selbstverständliche Dinge können meines Erachtens das Gemeinsame in den sicherlich noch weit auseinandergehenden Wünschen der beteiligten Fachgenossen zum Ausdruck bringen. Darum ist eine Reduktion der Zahl der Thesen unter allen Umständen geboten.

Zweitens kann ich dem Vorschlage des Herrn Referenten nicht zustimmen, dass die zusammenhängende, wissenschaftliche Behandlung der darstellenden Geometrie dem Hochschulunterrichte vorbehalten bleiben soll. Im Gegenteil meine ich, dass, wenn wir überhaupt auf unseren höheren Schulen den Unterricht in der darstellenden Geometrie für nutzbringend und notwendig erachten, wir keineswegs auf den systematischen, wissenschaftlichen Aufbau des Lehrganges verzichten dürfen. Es ist das umsoweniger nötig, als diejenigen Teile der darstellenden Geometrie, welche überhaupt im Schulunterrichte berücksichtigt werden können, ihre Wurzeln in einfachen stereometrischen Grundgesetzen haben, welche jedem Obersekundaner bekannt sein müssen.

Aus der Thatsache wiederum, dass die Stereometrie einen Teil des mathematischen Pensums der Untersekunda ausmacht, um dann später in Obersekunda vertieft zu werden, folgt aber unmittelbar, dass man zwekmässiger Weise den Beginn des darstellend-geometrischen Unterrichts in die Obersekunda legt. Alle auf früheren Klassenstufen unternommenen Versuche, gewisse Abschnitte aus der darstellenden Geometrie vielleicht auch nur deswegen zu betreiben, um, wie es heutzutage mehr als früher Mode ist, den Schülern den Unterricht interessant zu machen, halte ich für völlig unangebracht. In den Mittelklassen soll man zwar mit allem Nachdruck im geometrischen Unterricht auf Anfertigung exakter Figuren seitens der Schüler achten und man kann in diesem Sinne mit dem geometrischen Unterricht eine Art geometrisches Zeichnen Schritt halten lassen, um rechtzeitig den Schülern den Sinn für Sauberkeit und Genauigkeit beim Zeichnen anzuerziehen. Man soll sich aber davor hüten, schon etwa mit Obertertianern etwas darstellende Geometrie im engeren Sinne treiben zu wollen, weil den Schülern auf dieser Klassenstufe ihrer bisherigen Vorbildung nach für solche Dinge das Verständnis fehlt.

Lässt man den Unterricht in der darstellenden Geometrie in Obersekunda beginnen, so ergiebt sich die in meiner vierten These vorgeschlagene Gliederung des Lehrstoffs fast ganz von selbst. Dabei findet die Forderung meiner zweiten These völlig ihr Recht, dass nämlich der Schulunterricht sich im wesent-

*) S. d. Beilage zu der vorliegenden Nummer.

**) Hier liegt ein Irrtum des Herrn Verfassers vor. Die von dem Berichterstatter aufgestellten Leitsätze bezweckten nur eine übersichtliche Darstellung des von ihm der ganzen Frage gegenüber eingenommenen Standpunktes, sie sollten eine Verkürzung des mündlichen Vortrags ermöglichen. Anm. d. Berichterstatters.

lichen auf diejenigen Teile der darstellenden Geometrie beschränken muss, welche auf Anwendung der geraden und schrägen Parallelprojektion beruhen.

Hat man gerade eine aus gutem Schülermaterial zusammengesetzte Oberprima, so steht ja durchaus nichts im Wege, auch gelegentlich die Grundzüge der Centralprojektion mit passenden Beispielen zeichnerisch zu behandeln.

Ein wichtiges Erfordernis bleibt es aber, das Vorstellungsvermögen wenigstens im ersten Jahre recht häufig durch exakt ausgeführte Modelle zu unterstützen. Mehr als bisher muss man daher an unseren höheren Lehranstalten auf Anlegung und Ausgestaltung guter mathematischer Modellsammlungen bedacht sein. Diese Forderung vertrete ich in der dritten These.

Die erste These, die prinzipaliter auf die Einführung des darstellend-geometrischen Unterrichts abzielt, bedarf keiner weiteren Begründung.

Schliesslich muss ich noch einen mir wesentlich erscheinenden Punkt in den Leitsätzen des Herrn Prof. Pietzker berühren. Herr Prof. Pietzker plaidiert dafür, dass der Zeichenunterricht mit dem mathematischen Unterricht in möglichst enge Verbindung zu bringen und womöglich von demselben Lehrer zu erteilen ist. Diese Forderung kennzeichnet sich in den Leitsätzen des Herrn Referenten als eine fast notwendige Folge aus den beiden unmittelbar voraufgehenden Thesen, deren eine besagt, dass die theoretischen Begründungen für die einzelnen Kapitel der darstellenden Geometrie dem planmässigen Unterricht in der Geometrie einzufügen sind, während die andere These die Uebung in der Anwendung der erworbenen theoretischen Kenntnisse als Sache des Zeichenunterrichts hinstellt.

Wenn ich den Standpunkt des Herrn Referenten nicht teile, so kann ich das durch verschiedene Gründe motivieren. Zuvörderst liegen an der Mehrzahl unserer höheren Lehranstalten die Verhältnisse gar nicht so, dass sich die von Herrn Prof. Pietzker geforderte engere Verbindung zwischen dem Mathematik- und Zeichenunterricht zur Zeit ohne Beseitigung grosser Schwierigkeiten erzielen liesse. Wohl ist eine grosse Zahl von Mathematikern durchaus in der Lage, den darstellend-geometrischen Unterricht zu erteilen. Sobald es aber zum Prinzip erhoben würde, dass der Mathematiker auch den Zeichenunterricht als solchen in der betreffenden Klasse mitzuübernehmen hätte, würde mancher der Herren Fachgenossen in eine recht unangenehme Lage geraten; wie viele derjenigen Herren, die sich speziell zu Lehrern der Mathematik ausgebildet haben, würden es wohl verstehen, den recht schwierigen Unterricht im Freihandzeichnen kunstgerecht zu erteilen? Der Lehrer, der die Schüler im Freihandzeichnen bilden soll, muss künstlerisch durchgebildet sein in mehr als einer Beziehung; das sind, wie mir zweifelsohne wohl eine grosse Zahl meiner Herren Kollegen zugeben wird, wir Mathematiker im allgemeinen nicht. Darum warne ich schon jetzt dringend davor, dem Zeichenunterricht durch Uebertragung auf die Mathematiker ein anderes Gepräge zu geben, als er von Hause aus haben soll.

Und warum ist denn überhaupt eine Scheidung in der Art der Uebermittlung der theoretischen Kenntnisse und der Ausführung der praktischen Uebungen in der darstellenden Geometrie wünschenswert? Warum diese Spaltung? Das Einfachste bleibt es doch immer, wenn die darstellende Geometrie als völlig selbständiges, vielleicht noch wahlfreies Fach in den Lehrplan aufgenommen wird und als solches von einem dazu befähigten Vertreter der mathematischen Disziplinen gelehrt wird.

Auf die Materie des Zeichenunterrichts einzugehen, haben wir, wie mir scheint, nicht die geringste Veranlassung und gerade deshalb habe ich diesen Gegenstand in meinen Thesen absolut nicht gestreift.

Indem ich mich der Hoffnung hingebe, dass meine aus dem Vorstehenden entsprungenen Thesen geeignet sein mögen, schon jetzt in den interessierten Kreisen eine fruchtbringende Diskussion über den ganzen Gegenstand mit anzubahnen, lasse ich die vier Leitsätze jetzt in ihrem Wortlaute folgen.

B. Wortlaut der Thesen.

1. In die Lehrpläne für die Oberklassen aller mehr als sechsstufigen höheren Lehranstalten sind die „Grundsätze der darstellenden Geometrie“ zum mindesten als wahlfreies Fach aufzunehmen.
2. Der Schulunterricht hat sich in der Hauptsache auf diejenigen Kapitel der darstellenden Geometrie zu beschränken, welche auf der Anwendung der geraden und schrägen Parallelprojektion beruhen.
3. Bei der Behandlung der einzelnen Abschnitte ist zur Erleichterung und Unterstützung der räumlichen Vorstellung die ausgiebige Benutzung von guten Modellen erforderlich. Die Anlegung von geeigneten Modellsammlungen an allen in Frage kommenden Anstalten ist daher unerlässlich.
4. Für die Gliederung des Lehrstoffes ist die folgende Anordnung zu empfehlen:

a) Obersekunda: Darstellung von einfach gestalteten ebenflächigen und krummflächigen Körpern in gerader und schräger Parallelprojektion. Herleitung der allgemeinen Stellung aus einer speziellen Anfangsstellung durch Drehung um Horizontal- bezw. Vertikalachsen. — Darstellung des Punktes, der Geraden und der Ebene. Fundamentalaufgaben über diese Gebilde.

b) Unterprima: Ebene Schnitte von ebenflächigen Körpern. Netzbestimmungen. Darstellung der regelmässigen Körper im Anschluss an die Behandlung des Dreikants. Zeichnung der wichtigsten Kegelschnittseigenschaften. Ebene Schnitte einfacher, krummflächiger Körper. Mantelbestimmungen. — Durchdringungen einfacher Grundformen mit ebenflächiger und krummflächiger Begrenzung.

c) Oberprima: Tangentialebenen. — Schattenkonstruktionen. Elemente der Beleuchtungslehre. — Eventuell bei vorgeschritteneren Schülern noch die Grundzüge der Centralperspektive.

Ueber die Mechanik der Flugbewegung.

Vortrag in der Hauptversammlung zu Hamburg*)

von

Fr. Ahlborn (Hamburg.)

Meine Herren! Unter Flug oder Fliegen verstehen wir allgemein jede Bewegung eines frei schwebenden Körpers durch die Luft. Das fortgeschleuderte Geschoss, das herabtaumelnde Blatt, die zahllosen geflügelten Früchte und Samen, das Heer der befiederten und beflügelten Bewohner der Lüfte aus allen Klassen des Tierreichs, sie alle liefern uns charakteristische Bilder des Fluges, die sämtlich durch den Widerstand der Luft mehr oder weniger mechanisch bedingt und beeinflusst werden.

In einigen Fällen sind wir geneigt, diesen Einfluss zu übersehen oder als unwesentlich zu betrachten, sofern er die Form der Bewegung nicht erheblich ändert. So in der Ballistik, wenn wir die Geschossbahn als Parabel bezeichnen und dabei vernachlässigen, dass diese Linie durch den Luftwiderstand verkürzt oder gleichsam gestaut wird.

Der Einfluss des Luftwiderstandes ist in diesen und ähnlichen Fällen deshalb so wenig augenfällig, weil die Oberflächen des Flugkörpers allseitig symmetrisch zur Bewegungsrichtung angeordnet sind, und daher auch der Luftwiderstand nur eine hemmende, keine ablenkende Wirkung ausüben kann.

Dies ändert sich mit einem Schlage, sobald das System der Widerstandsflächen des fliegenden Körpers eine, wenn auch noch so geringe Asymmetrie zeigt. Sofort treten die auffälligsten Bewegungen auf, erhebliche Abweichungen von der durch die Triebkräfte bedingten Bewegungsrichtung. Die Frage des Luftwiderstandes tritt in den Vordergrund.

Das auffälligste Beispiel hierfür ist der Bumerang. Die beiden Schenkel dieses seltsamen, aus hartem Holz geschnitzten Wurfgeschosses sind, wie die vor uns liegende Auswahl aus dem Museum für Völkerkunde zeigt, mehr oder weniger hakenförmig gestaltet; alle Ränder sind schneidenartig zugeschärft und die beiden Schenkel stehen windschief zu einander, sodass immer die eine Spitze ein wenig von der Unterlage absteht, während der andere Schenkel in seiner ganzen Länge aufliegt.

Den Bumerang so zu werfen, dass er im gebogenen Lauf das Jagdtier trifft und beim Fehlen des Zieles in die Hand des Jägers zurückkehrt, ist die Kunst des Australnegers. Im Kleinen lässt sich der merkwürdige Flug des Instrumentes leicht vorführen. Man braucht nur nach dem Muster der nebenstehenden Umrissfiguren 1

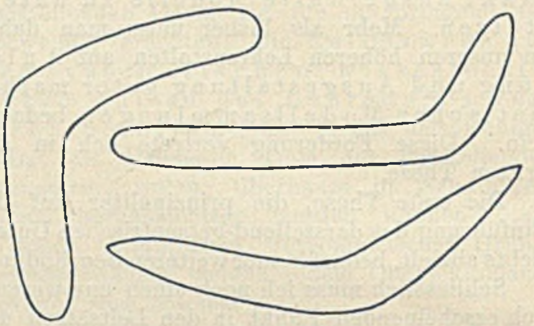


Fig. 1.

ein Stück Kartenpapier auszuschneiden und den einen Schenkel ein wenig windschief aus der Ebene des anderen zu verbiegen. Legt man das so gewonnene Modell eines Bumerang auf eine feste Unterlage, sodass der eine Schenkel frei herausragt, so kann man das Ding leicht durch Abknipsen mit dem Finger in Flug setzen und wird alsbald die Freude haben, zu sehen, wie es im Fluge wendet und nach seinem Ausgangspunkte zurückzukehren strebt. So wird durch die Wirkung des Luftwiderstandes an den windschiefen Flächen des Bumerangs die anfängliche Bewegung in die entgegengesetzte verwandelt.

Nicht minder auffällig als der Flug des Bumerang ist die Fallbewegung flächenhafter Körper durch die Luft*).

Nimmt man ein rechtwickliges Stück Kartenpapier und lässt es aus horizontaler Lage von der Hand auf den Tisch fallen, so wird es nach Art eines gewöhnlichen Fallschirmes herabsinken und alsbald mit der ganzen Unterfläche die Tischplatte berühren. Ebenso wird das Blatt mit seinem Rande auf den Tisch stossen, wenn es aus vertikaler Stellung herabfällt. Hat dagegen das Blatt im Anfang eine geneigte Lage, so ist seine Fallbewegung mit seitlich schaukelnden Schwankungen verbunden, und diese Schwankungen gehen schnell in Rotationen über, wenn man die anfängliche Stellung mehr der Vertikalen nähert. Der Verlauf der Fallbewegung ist somit, wie diese Versuche zeigen, in ruhiger Luft im wesentlichen abhängig von dem Neigungswinkel, unter welchem sich die Flächen dem Luftwiderstande darbieten.

Die mechanische Erklärung dieser so häufig zu beobachtenden, auf den ersten Blick recht komplizierten

*) S. Unt.-Bl. VI, 3, S. 51.

*) Fr. Ahlborn: Schwebflug u. Fallbewegung etc. in „Abhandl. a. d. Geb. d. Naturw.“, herausgegeben vom Naturwissensch. Verein zu Hamburg. Bd. XV. Hamburg 1897. L. Friederichsen & Co.

Bewegungen ergiebt sich leicht aus den grundlegenden hydrodynamischen Versuchen, welche vor nunmehr 100 Jahren der Italiener Avanzini anstellte, um die Lage des „Widerstandspunktes“, d. h. des Angriffspunktes der Resultante des Widerstandes festzustellen.

1. Avanzini nahm eine rechteckige, ebene Platte CD (Fig. 2), die um eine durch ihren Flächen-

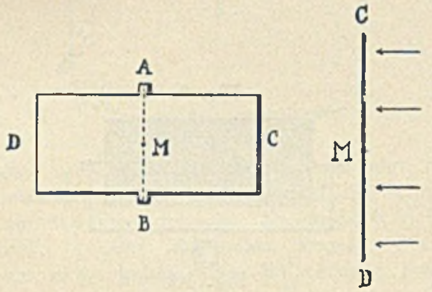


Fig. 2.

mittelpunkt gehende Achse AB frei beweglich war, und tauchte sie in einen Flüssigkeitsstrom. Die Tafel stellte sich alsbald senkrecht zur Stromrichtung ins Gleichgewicht und es folgte daraus, dass der Widerstand auf beiden Seiten von der Achse gleich war. Die Resultante des Widerstandes greift daher in diesem Falle im Schwerpunkte M der Fläche an.

2. Wurde nun in einem zweiten Versuche die Drehungsachse AB aus dem Flächenmittelpunkte entfernt und gegen den einen Rand der Tafel verschoben

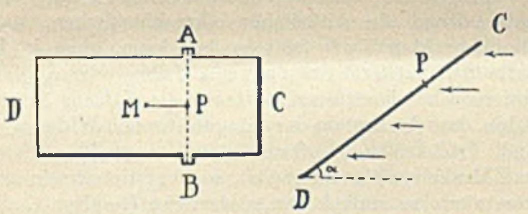


Fig. 3.

(Fig. 3), so nahm die Tafel in der Strömung eine schräge Lage an und es entfiel somit auf das kleinere, vor der Achse liegende Stück PC der Tafel dieselbe Widerstandsgrösse, wie auf das grössere, nachschleppende Stück PD. Der Widerstandspunkt P liegt daher bei dem Neigungswinkel α, unter dem sich die Tafel eingestellt hatte, nicht mehr im Flächenmittelpunkte, sondern er ist gegen den vorangehenden Tafelrand um die Strecke MP verschoben*).

Eine eben solche Verschiebung findet natürlich auch statt, wenn die Tafel, ohne selbst drehbar zu sein, der strömenden Flüssigkeit unter einem Winkel α entgegengestellt wird, oder wenn immer der Strom die Tafel unter dem Winkel α trifft. Wird dieser Winkel kleiner, so wandert auch P weiter von M fort gegen den vorderen Tafelrand, um sich wieder der Flächenmitte M zu nähren, wenn α grösser wird und sich dem Rechten nähert.

Was ist nun die Folge dieses merkwürdigen Verhaltens des Luftwiderstandes in dem uns interessierenden Falle einer aus schräger Anfangslage herabsinkenden rechteckigen Tafel? —

Die treibende Kraft, die unseren einfachen Apparat in Bewegung setzt, ist die Schwerkraft. Sie greift im Schwerpunkt der Tafel an, der bei der homogenen Beschaffenheit des Kartenpapieres mit dem Flächen-

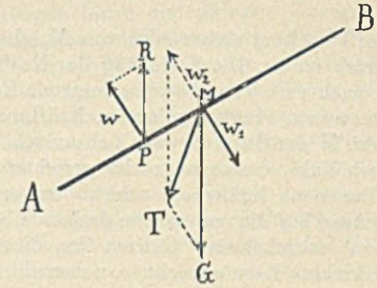


Fig. 4.

mittelpunkt M (Fig. 4) zusammenfällt. Wie nun die Schwere MG die Tafel AB nach unten zieht, ruft sie einen Luftwiderstand PR hervor, dessen Angriffspunkt P nach dem zweiten Avanzinischen Satz in einem gewissen Abstande vor M liegt, und dessen wirksame Normalkomponente wir mit w bezeichnen wollen. Fügt man in M zwei entgegengesetzte Kräfte w_1 und w_2 hinzu, die gleich und parallel w sind, so liefert w_1 mit w zusammen das Kräftepaar w (PM) und w_2 mit MG die translatorische Resultante MT.

Hieraus ergeben sich zwei wichtige Folgerungen:

1. Die Tafel fällt nicht senkrecht, sondern gemäss der Resultante MT schräg nach der Seite des tiefer liegenden Randes A.

2. Das Kräftepaar (w . PM) bewirkt eine Drehung der Tafel AB im Sinne einer Annäherung an die Horizontallage.

Während diese Bewegungen stattfinden und die Tafel sich mehr und mehr quer zur Fallrichtung einstellt (Fig. 5), nähert sich der Widerstandspunkt P mehr und mehr dem Flächenmittelpunkte, und die translatorische Resultante MT bildet immer kleinere Winkel mit der Vertikalen MG, bis schliesslich die horizontale Tafelstellung (Fig. 6) erreicht ist und P auf M und MT auf MG fällt.

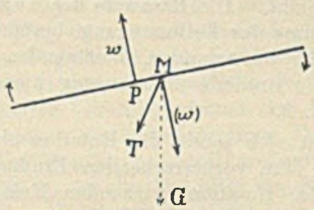


Fig. 5.

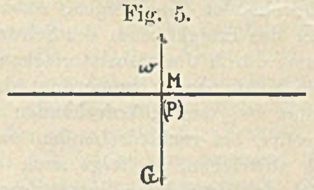


Fig. 6.

Wäre nun die Tafel nicht materiell, so könnte sie in dieser Stellung wie ein Fallschirm senkrecht herabschweben, aber ihre materiellen Teilchen sind durch das Beharrungsvermögen gezwungen, die drehende Bewegung fortzusetzen, die ihnen durch das eben verschwundene Kräftepaar mitgeteilt wurde. So erscheint denn bald (Fig. 7) der Rand B der Tafel unterhalb der

*) Die weiteren, hier nicht im einzelnen wieder aufzuführenden Versuche Avanzinis, die ich l. c. S. 7 nach Duchemin zitiert habe, bezogen sich auf sekundäre Verschiebungen des Widerstandspunktes bei abgeänderter Strömungsgeschwindigkeit und Flächenform.

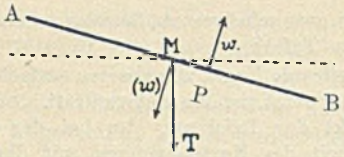


Fig. 7.

Horizontale; P entfernt sich wieder von M, aber in der Richtung nach rechts. Die Zerlegung der Kräfte liefert daher eine nach *rechts* seitwärts zeigende Resultante M T und ein neues, *links* drehendes Kräftepaar. Der Schwerpunkt M der Tafel bewegt sich sonach auf einer anfangs nach links, dann nach rechts gerichteten Kurve abwärts. Das neue Kräftepaar wirkt, dem ersten entgegen, hemmend auf die vorhandene drehende Bewegung und strebt sie umzukehren. Gelingt ihm dieses, bevor AB die senkrechte Lage erreicht, so schwankt die Tafel nach links zurück, und wir haben eine schaukelnde Fallbewegung vor uns, wie sie so oft an fallenden Blättern zu beobachten ist. War dagegen bei steiler anfänglicher Tafelstellung die Wirkung des ersten Kräftepaares andauernd genug, so kommt es leicht dazu, dass der Rand B trotz der Hemmung des zweiten Paares ganz nach unten durch die Vertikallinie hindurchschlägt.

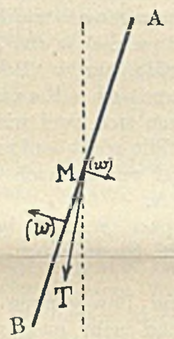


Fig. 8.

Im Moment des Durchganges der Tafel durch die Vertikale verschwindet das zweite Kräftepaar und ein neues drittes entsteht, das die Arbeit des ersten fortsetzt, indem es der Tafel neuen Antrieb zur Rechtsdrehung verleiht. Die Rotation der Tafel bleibt nun bis zum Schluss der Fallbewegung bestehen, denn die immer wieder auftretenden, hemmenden Kräftepaare vermögen die Drehung ebensowenig umzukehren, wie das Paar Nr. 2.

Vollzieht sich somit die Rotation einer fallenden Tafel unter dem vorherrschenden Einfluss des ersten im Sinne der Rotation wirkenden Kräftepaares und seiner gleichdrehenden Nachfolger, so wird auch die Fallbahn oder das Trajektorium des Schwerpunktes der Tafel bestimmt durch die translatorischen Resultanten, welche diesen Kräftepaaren zugeordnet sind. Da nun die Resultanten bei den linksdrehenden Kräftepaaren stets nach rechts, bei rechtsdrehenden nach links von der Lotlinie abweichen, so folgt auch die rotierend fallende Tafel den Impulsen dieser Resultanten: ihre Bahn führt bei Linksdrehung schräg abwärts nach rechts, bei Rechtsdrehung schräg abwärts nach links (Fig. 9).

Leitet man durch geeignete Steilstellung der Tafel die Rotation in bestimmtem Sinne ein, so lässt sich die Fallbahn vorausbestimmen. Neues Spielzeug eines *rotierenden Fallschirmes*, der eine kleine Last abwärts und seitwärts trägt (Fig. 10).

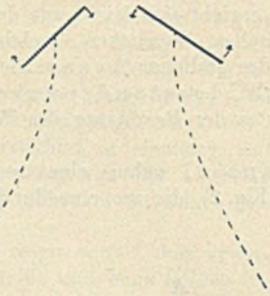


Fig. 9.

Fig. 10.

Der Flug im engeren Sinne.

Wenn wir unter Flugapparaten im engeren Sinne solche flächenhaften Mechanismen verstehen, die sich fortschwebend mit möglichst geringen Schwankungen und ohne Rotationen der eben besprochenen Art seitwärts durch die Luft bewegen können, so gehört weder der gewöhnliche, noch der Rotationsfallschirm zu den eigentlichen Flugapparaten, denn dem ersteren fehlt die Eigenschaft des seitlichen Fortschreitens, dem letzteren die Ruhe des Schwebens.

Fragen wir nach den mechanischen Bedingungen, unter denen ein natürlicher oder künstlicher, vogelähnlicher Flugkörper fortschweben kann, ohne in lebhafte Schaukelbewegungen zu verfallen oder kopfüber rotierend herabzustürzen, so lautet die einfache Antwort dahin, dass das System der antagonistischen Widerstands- und Triebkräfte, (Luftwiderstand einerseits, Schwere und Muskelkraft andererseits), so abgestimmt sein muss, dass nur eine einfache translatorische Resultante, aber kein drehendes Kräftepaar entstehen kann. Die weitere Frage ist dann, wie dies zu bewerkstelligen ist. Ein Blick auf Fig. 4 zeigt, dass man zu diesem Zweck nur für das Zusammenfallen des Widerstandspunktes P und des Schwerpunktes M zu sorgen braucht, da dann und nur dann die Schwerkraft und der Luftwiderstand eine einfache Resultante und kein Kräftepaar liefern. Für das senkrechte Herabschweben ist diese Bedingung am gewöhnlichen Fallschirm dadurch erfüllt, dass der Schwerpunkt mit dem Flächenmittelpunkte des Schirmes zusammenfällt (oder senkrecht darunter liegt). *Für seitlichen Flug muss der Schwerpunkt seitlich vom Flächenmittelpunkte liegen, der Flug erfolgt dann nach der Seite; nach der der Schwerpunkt verschoben ist.* Das System der Kräfte gestaltet sich dann wie in Fig. 11.

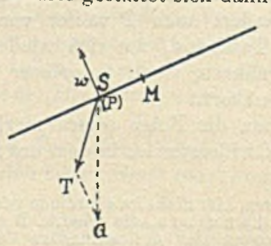


Fig. 11.

Versuch: Ein glattes Oktavblatt wird durch loses Einknicken symmetrisch halbiert und im Knick nahe dem Vorderrande durch zwei Heftwanzen beschwert Fig. 12. Der Schwerpunkt S ist dadurch hinreichend

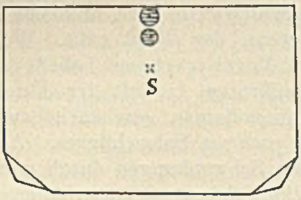


Fig. 12.

nach vorn verschoben, und der Versuch zeigt, dass das Blatt jetzt aus der hochgehobenen Hand schräg seitwärts auf den Tisch schwebt. Es empfiehlt sich dabei, das Blatt, — „den künstlichen Vogel“ — vor dem Loslassen so zu halten, dass der vordere, beschwerte Rand etwas tiefer liegt, als der hintere, und aus Gründen der Stabilität die beiden hinteren Ecken ein wenig emporzubiegen. Man wird bei den schnell wiederholten Versuchen bemerken, dass die Flugbewegung je nach dem Grade der anfänglichen Schrägstellung mit mehr oder weniger Schwankungen von statten geht. Dies hat seinen Grund darin, dass man erstens nicht genau den Neigungswinkel trifft, bei dem der Widerstandspunkt mit dem Schwerpunkt zusammenfällt, und dass zweitens der Widerstandspunkt gewisse Verschiebungen erleidet, die in gesetzmässiger Weise von der Fluggeschwindigkeit abhängen. Da nun die letztere zu Beginn des Fluges so lange zunimmt, bis die Vertikalkomponente des Luftwiderstandes gleich dem Gewicht des Flugkörpers geworden ist, so folgt, dass der Widerstandspunkt überhaupt nicht genau mit dem Schwerpunkte zusammenfallen kann, sondern schwankend bald vor, bald hinter ihm erscheinen wird. Allerdings wohnt dem Apparat die Tendenz inne, das Zusammenfallen beider Punkte herbeizuführen, denn in dem Augenblick, wo der Widerstandspunkt P vor dem Schwerpunkte S erscheint (Fig. 13, 1), hebt der Widerstand den Vorderrand des Blattes empor, der Neigungswinkel vergrössert sich und P wird auf S zurückgedrängt (Fig. 13, 2). Geht nun die Drehung weiter, so tritt P hinter S hervor (Fig. 13, 3),

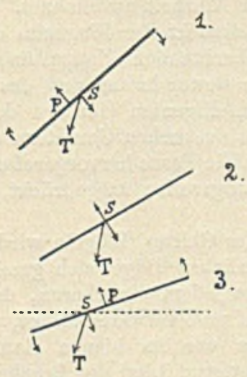


Fig. 13.

hemmt die Drehung und kehrt sie um und wird dadurch wieder nach S gedrängt. Aehnliche Hemmungen treten ja auch bei den Schwankungen der Falltafeln mit zentraler Schwerpunktslage hervor, aber die hemmenden Kräftepaare erscheinen dort immer erst, nachdem die Platten die Stellung normal zur Fallbahn erreicht und überschritten haben, während bei den Flugapparaten mit exzentrischer Lage des Schwerpunktes die Hemmung schon vor Eintritt der Flugflächen in die Normalstellung einsetzt und daher wirksamer ist, als dort.

Eine einfache Flugbewegung ohne jede Schwankung ist hiernach nicht möglich. In der freien Luft kommen als sehr wirkungsvolle äussere Ursachen der Flugschwankungen hinzu die zahllosen Unregelmässigkeiten und Windstösse des bewegten Mediums. Kleinere Vögel haben oft Mühe, dagegen anzukämpfen, grössere nutzen nach L a n g l e y die Pulsationen aus zur Unterhaltung ihres flügelschlaglosen, kreisenden Segelfluges. Immer besteht die Kunst des Fliegens darin, die Schwankungen zu vermeiden oder sie gleichsam im Keime zu unterdrücken durch das einzige mechanisch mögliche Mittel der Verschiebung des Schwerpunktes im Sinne einer andauernden Unterhaltung seiner Coïnzidenz mit dem Widerstands- oder Unterstützungspunkte. Es ist im Grunde dasselbe zweckmässige, ununterbrochene, wenn auch unbewusste, sehr komplizierte Spiel der lebendigen Muskeln, dessen wir uns zur Unterhaltung des körperlichen Gleichgewichtes beim Stehen und in der Fortbewegung bedienen. So sehen wir die Möven, die im Winde kreisend das Schiff umschweben, fortwährend balancierend, bald den einen, bald den anderen, bald beide Flügel hebend und senkend, entfaltend und einziehend, vorstreckend und zurückziehend: alle Flugmuskeln sind gespannt und bereit, augenblicklich dem feinen Gefühl für jede Aenderung des Luftwiderstandes zu folgen und die Flugflächen stets in der Form und Stellung zu halten, dass der Unterstützungspunkt in der durch den Schwerpunkt gehenden Vertikalen erhalten wird.

Für diesen wichtigen Zweck sind die langen und schmalen Flügel besonders geeignet, da sie leichter als kurze, breite Flügel die Luft durchschneiden und sich einstellen lassen.

Von grosser Bedeutung ist auch das geringe Gewicht der Flügel, denn es verleiht dem Werkzeug leichte Beweglichkeit und erhöht die Stabilität. Alle peripherischen Massen schwingender Körper erhöhen das Schwungmoment, erschweren die Hemmung und die Unterdrückung der Schwankungen. Daher verdankt auch der vollkommenste aller passiven Flugapparate, der geflügelte Same der javanischen Cucurbitaceen, Z a n o n i a m a c r o c a r p a, seinen geradezu entzückenden Flug dem ausserordentlich geringen Gewicht der grossen Flugflächen und der Konzentration seiner Körpermasse in der nächsten Nähe des Schwerpunktes. Die angestellten Versuche erfreuen das Auge durch den schönen, ruhigen und gleichförmigen Flug der Zanonia auf schwach geneigter, sanft wellenförmiger Bahn. Wie man sieht, ist die Stabilität der Zanonia so vollkommen, dass der Samen aus jeder beliebigen seitlichen oder Rückenlage zu Beginn des Fluges sofort und unbedingt in die richtige Flugstellung gelangt. Ein Ueberkippen, wie bei L i l i e n t h a l s Flugapparaten, ist wegen der tiefen Lage des Schwerpunktes und der unterseits konvexen Form der Flugflächen absolut ausgeschlossen. Es ist sehr zu beklagen, dass der kühne Mann den Mangel an hinreichender Stabilität seiner Apparate mit dem Leben hat bezahlen müssen.

Der Schwebflug als die einfachste Flugart ist, wie wir gesehen haben, das Ergebnis der Wechselwirkung zwischen Schwerkraft und Luftwiderstand. Da die Schwerkraft allein die Arbeit des Fluges leistet, so ist die Bewegung naturgemäss stets mit Herabsinken verbunden. Soll daher der Flug horizontal oder aufwärts gehen, so müssen andere, hebende Kräfte in Wirkung treten.

Die gewöhnlichste dieser Hubkräfte ist die der Flugmuskeln der Vögel und Insekten. Der Flügel wird dadurch senkrecht nach unten bewegt und erzeugt so eine nach oben gerichtete, hebende Rückwirkung des Luftwiderstandes, die beim horizontalen Fluge der Schwerkraft das Gleichgewicht hält, beim ansteigenden Fluge sie übertrifft.

Dass dabei auch jedesmal eine vortreibende Komponente des Luftwiderstandes ausgelöst wird, zeigt in überraschender Weise der Versuch mit dem künstlichen Flügel (Fig. 14). Man stellt denselben, wie die vor-

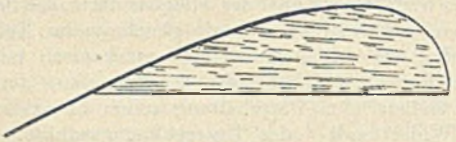


Fig. 14.

liegenden Stücke, am besten aus einer $1^1/_2$ m langen Bambusgerte her, deren Spitze durch einen in der Nähe des Griffes festgebundenen Bindfaden umgebogen wird. Die Fläche zwischen Faden und Gerte wird mit leichtem Baumwollstoff überzogen. Ergreift man nun die Gerte am Schaft und versucht den mit der Fläche horizontal gehaltenen Flügel in dieser Stellung kräftig nach unten zu schlagen, so wird man sehen und fühlen, wie das Werkzeug mit fast unwiderstehlicher Gewalt nach vorn ausgleitet. Man muss sich hüten, dass bei dem Versuch nicht seitwärts stehende Personen oder Gegenstände getroffen werden, da der Flügel meist gegen alle Erwartung weit nach der Seite ausschlägt, obgleich man nur beabsichtigte, ihn senkrecht nach unten zu bewegen*).

Diese merkwürdige Wirkung des Flügelschlages erklärt sich mechanisch sehr einfach dadurch, dass die Kraft K, die den Flügel AB an der Gerte A abwärts führt, am vorderen Flügelrande angreift, wie die Flugmuskeln am ähnlich liegenden Flügelskelett. Da nun der Luftwiderstand die Flügelfläche nach oben drängt, so erfährt der elastische Flügel eine Drehung zur Schrägstellung und der Widerstand w (Fig. 15) erhält eine vortreibende Komponente t und eine hebende h.

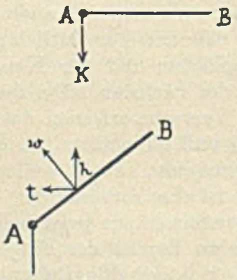


Fig. 15.

Die seltsamste und wunderbarste aller Flugarten ist jedenfalls die unter dem Namen des Segelns und Kreisens bekannte Bewegung der grossen Raubvögel, Segler, Störche, Möven u. a. Vögel. Scheinbar mühelos und ohne einen Flügelschlag erheben sich diese Tiere auf spiraliger Bahn, bis sie dem Auge verschwinden, oder ziehen wie die Störche in langen cykloidischen Schleifen in mässiger Höhe „jagend“ über die Felder. Abgewickelt erscheinen diese Flugbahnen als Wellenlinien mit kurzen und steilen ansteigenden und längeren schwächer geneigten Hängen. Nur im Winde vermögen die Vögel diese Flugart auszuführen, und der Albatros, der vollendetste aller Segler, ist hilflos und unfähig sich zu erheben, wenn der Wind ruht. Woher nun die Kraft, die den Vogel trägt und hebt?

Die wellenförmige Gestalt der Flugbahn ist, wie wir beim Zanonia-Samen gesehen haben, die Normalform des rein passiven Schwebfluges. Aber der Vogel pflegt d i e s e n Schwankungen durch geeignete Steuerungen unwillkürlich entgegenzuarbeiten und er kann durch geeignete Einstellung seiner Flugflächen der Fluglinie jederzeit willkürlich eine bestimmte Wellenform verleihen. Ob nun die Wellenbahn passiv durch Schwerkraft und Luftwiderstand, oder aktiv durch willkürliche Steuerung entsteht, jedenfalls führt sie abwärts, wie die bekannten wellenförmigen Bergbahnen, solange ausser der Schwerkraft keine andere motorische Kraft eingreift. Nach L a n g l e y ist eine solche arbeitsfähige Kraft in den Windstössen vorhanden, denn die Luft weht so gut wie niemals gleichförmig, sondern immer in den verschiedensten Stärken und Formen pulsierend. Der Vogel soll es verstehen, durch geeignete Steuerung die Kraft dieser Windstösse auszunutzen, und den Nachteil der Windflauen zu vermeiden. In der That haben Lilienthals Flugversuche gezeigt, dass ein Windstoss den Flugkörper weit über seinen Abflugplatz erheben kann, aber es ist dem fliegenden Manne nicht gelungen, den Einfluss der Windflauen zu umgehen, denn im ganzen blieb sein Kunstpflug trotz der Windböen ein unregelmässiger, sinkender Schwebflug.

Wenn somit der „Segelflug“ trotz aller darauf verwandten Mühe noch nicht in allen Punkten so völlig aufgeklärt ist, wie es zu erstreben ist, so glaube ich gezeigt zu haben, dass die einfachen Flugarten des Schweb- und Ruderfluges dem Verständnis keinerlei Schwierigkeiten mehr bieten.

Die vor Ihnen entwickelte Theorie des Fluges steht durchaus auf dem Boden der elementaren Mechanik. Ausser dem Satz vom Parallelogramm der Kräfte und dem Kräftepaar wird zur Erklärung nur noch der zweite Avanzinische Versuch gebraucht, der sich durch grosse Einfachheit und Klarheit auszeichnet.

Ganz zweifellos ist der Flug eins der auffälligsten, täglich zu beobachtenden Naturphänomene, das zu allen Zeiten die Bewunderung und das Entzücken der Menschen, in intelligenten Geistern den Wunsch der Nachahmung, in poetischen Gemütern das Sehnen nach aufwärts und in die Ferne hervorgerufen hat. Niemand hat das stimmungsvoller ausgedrückt, als Goethe im Faust:

„Ach zu des Geistes Flügeln wird so leicht kein körperlicher Flügel sich gesellen,
Doch ist es jedem eingeboren, dass sein Gefühl hinauf und vorwärts dringt,
Wenn über uns im blauen Raum verloren ihr schmetternd Lied die Lerche singt,
Wenn über schroffen Fichtenhöhn der Adler ausgebreitet schwebt,
Und über Flächen, über Seen der Kranich nach der Heimat strebt“.

Das, meine Herren, ist die Poesie des Fluges! Noch immer ist nicht der körperliche Flügel erfunden, der den Menschen sicher durch die Lüfte trägt, aber das ist Sache der Technik. Wissenschaftlich ist die

*) Auch bei den vorgeführten Versuchen wurde durch einen Flügelschlag eine ganz seitwärts auf dem Tische stehende wertvolle Zanonia-Frucht getroffen und herabgeschleudert, was als durchaus unbeabsichtigter Erfolg um so überzeugender die vortreibende Wirkung des Flügelschlages zur Anschauung brachte.

Flugfrage im Prinzip entschieden, — und doch werden Sie in keinem Lehrbuche, in keinem Handbuche der Physik die Flugbewegung auch nur mit einem Worte erwähnt finden. Der Flug als ein rein mechanischer Vorgang ist unbedingt und in erster Linie ein Gegenstand der Physik und nicht der Physiologie, und es ist sicher eine dankbare Aufgabe des physikalischen Unterrichts, das Verständnis des Flugphänomens nach Kräften zu fördern. Daher glaube ich Ihrer Zustimmung sicher zu sein, wenn ich Sie bitte, meine Herren, dafür einzutreten, dass der Flugtheorie ein, wenn auch nur bescheidenes Plätzchen im Schulunterricht eingeräumt werde und zwar im Anschluss und zur Vervollständigung der Aerodynamik, in der bisher der Flug als die wichtigste und interessanteste aller aerodynamischen Erscheinungen überhaupt nicht erwähnt wurde. Demgemäss beantrage ich zum Schluss die Annahme der folgenden These: „Die Versammlung erachtet es für zeitgemäss, dass dem Unterrichte über Aerodynamik ein Kapitel über die Theorie der Flugbewegungen hinzugefügt werde“. — Die These wird nach einigen empfehlenden Bemerkungen des Vorsitzenden ohne Widerspruch angenommen.

Schulaufgaben aus der Mechanik, unter besonderer Berücksichtigung der Technik.

Vortrag, gehalten auf der Haupt-Versammlung zu Hamburg von

Alex. Wernicke (Braunschweig).

(Schluss.)

3. Um die beiden Umformungen des Parallelogramm-Prinzips für Kräfte, welche als Momenten-Satz und als Arbeits-Satz bezeichnet werden, abzuleiten, kann man folgendermassen verfahren:

Verschiebt man ein, aus V_1, V_2 und V gebildetes Vectoren-Dreieck, bei dem V die Resultante von V_1 und V_2 ist so, wie es Fig. 7 anzeigt, so ist das Parallelogramm, welches V beschreibt, der Summe der

Fig. 7.

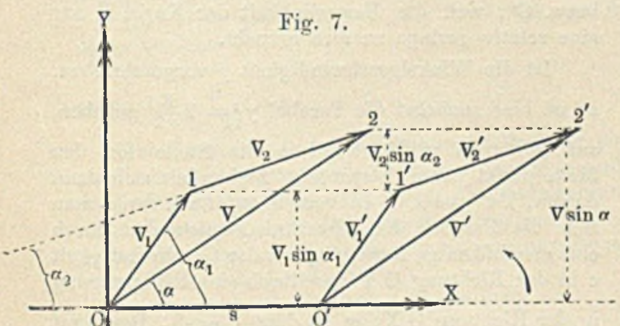
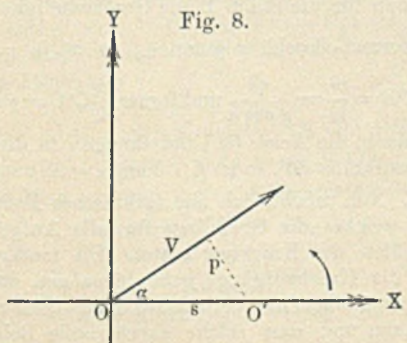


Fig. 8.



Parallelogramme gleich, welche V_1 und V_2 beschreiben, man hat

$$V_1\, s \sin \alpha_1 + V_2\, s \sin \alpha_2 = V s \sin \alpha.$$

Fällt man von O′ auf einen in O entspringenden Vector V ein Lot p, wie es Fig. 8 zeigt, so ist $p = s \sin \alpha$ und demnach lässt sich die oben entwickelte Gleichung als Momenten-Gleichung

$$V_1\, p_1 + V_2\, p_2 = V\, p$$

schreiben.

Für beliebig viele Vectoren von beliebiger Lage ist zu beachten, dass $\sin \alpha$ für $\alpha = 0\,.\,.\,180^0$ positiv und für $180^0\,.\,.\,360^0$ negativ ist, so dass im ersten Falle (Uhrzeiger-Drehung um O′) positive Werte $V\,.\,p$ und im zweiten Falle (Gegendrehung) negative Werte $V\,.\,p$ anzusetzen sind.

Damit ist der Momenten-Satz für Vectoren aus einem Punkte allgemein bewiesen.

Für eine Verschiebung des Vectoren-Dreiecks, bei der O auf der XY-Achse gleitet, ergiebt sich ebenso

$$V_1\, s \cos \alpha_1 + V_2\, s \cos \alpha_2 = V s \cos \alpha$$

und man erhält auf entsprechendem Wege einen allgemein giltigen Beweis des Arbeitssatzes für Vectoren aus einem Punkte.

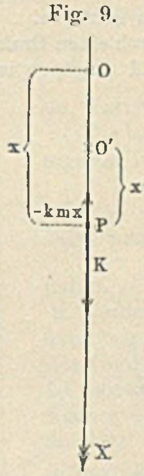
Um beide Sätze auf Vectoren mit zerstreuten Angriffspunkten in der Ebene auszudehnen, zieht man am einfachsten Culmanns graphostatische Konstruktion heran und wendet auf die Knoten des Seilpolygons die eben bewiesenen Sätze an.

In dieser Ausdehnung bilden die Sätze die Grundlage für ein überaus reiches Gebiet von Aufgaben.

II. Ferner möchte ich zeigen, wie geläufige Beispiele des physikalischen Unterrichts oft leicht in technische Beispiele übergeführt werden können.

1. Die harmonische Schwingung, welche aus der Projection der gleichförmigen Kreisbewegung entsteht, ist ein geläufiges Beispiel der physikalischen Lehrbücher, während wir es in der Technik fast stets mit sogenannten belasteten Schwingungen zu thun haben, die Ihnen z. B. eine Spiralfeder von senkrechter Achse mit angehängter Belastung veranschaulichen kann.

Fig. 9.



Stellt in Fig. 9 der Punkt O den Mittelpunkt der unbelasteten Schwingung dar, so gilt für die bewegende Kraft der belasteten Schwingung die Gleichung

$$-\,k\, m\, x + K,$$

diese hat an der Stelle $x = \frac{K}{m\,k}$ den Wert Null. Macht man $O\,O' = \frac{K}{m\,k}$, so lässt sich O′ als Mittelpunkt der belasteten Schwingung auffassen, und es stellt sich nun die bewegende Kraft

$$-\,k\, m\, x + K \text{ dar als } -K - k\, m\, x' + K = -\,k\, m\, x',$$

d. h. die belastete Schwingung unterliegt denselben Gesetzen wie die unbelastete, nur ist der Mittelpunkt um die Strecke $\frac{K}{m\,k}$ im Sinne der Belastung verschoben.

Für einen senkrecht aufgehängten Stab vom Querschnitte f und der Länge l, dessen Material den Elastizitätsmodul E hat, ist für eine Belastung G

$$O\,O' = \frac{G\,.\,l}{E\,.\,f} \text{ und } k = \frac{E\,.\,f\,.\,g}{G\,.\,l}.$$

Demgemäss ist die Dauer einer Doppel-Schwingung

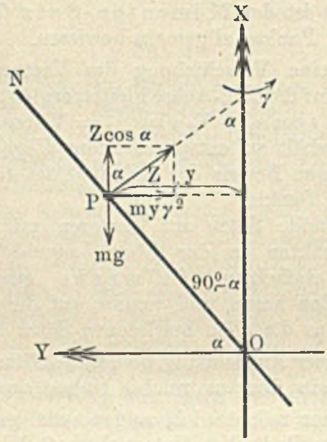
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{G \cdot l}{E \cdot f \cdot g}}$$

und man hat: $E = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{l \cdot G}{f \cdot g}$.

Findet man an einem Stahlstabe, für den $l = 5$ m und $f = 1$ qcm ist, bei einer Belastung $G = 1000$ kg durch Beobachtung $T = \frac{1}{11}$ Sekunde, so ist $E =$ 2 500 000.

2. Es ist ferner ein geläufiges Beispiel des physikalischen Unterrichtes, die Bedingung für die relative Ruhe einer durchbohrten Kugel zu bestimmen, welche sich, wie es Fig. 10 zeigt, auf einem sich mit der Winkel-

Fig. 10.



geschwindigkeit γ drehenden Drahte O N bewegen kann. Unter Vernachlässigung der Reibung muss der Draht einen Druck Z entwickeln, der einerseits die Centripetalkraft $m\,y\,\gamma^2$ liefert und anderseits das Gewicht $m\,g$ aufhebt, sodass

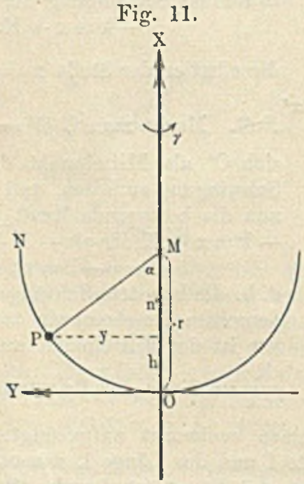
$Z \sin\alpha = m\,y\,\gamma^2$ und $Z \cos\alpha = m\,g$ und demnach auch

$$y = \frac{g}{\gamma^2} \cdot \operatorname{tng} \alpha \text{ ist.}$$

Es ist nun äusserst leicht, von hier aus zur Lösung einer wirklich technischen Aufgabe zu gelangen.

Ersetzt man den geraden Draht durch einen Draht von ebener Krümmung, wie es Fig. 11 zeigt, so ist

Fig. 11.



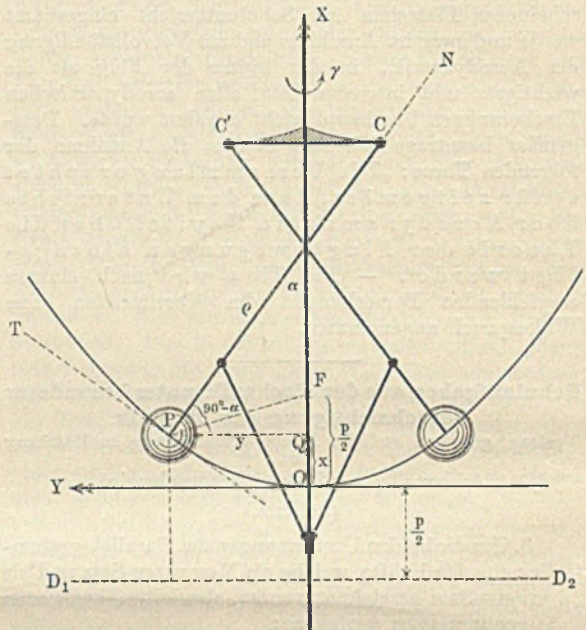
die sogenannte Subnormale $n' = y \operatorname{cotg} \alpha = \frac{g}{\gamma^2}$, d. h. konstant.

Für eine Kurve von konstanter Subnormale ist also die Kugel P in jeder Lage in relativer Ruhe zum Drahte.

Da die Parabel $y^2 = 2\,p\,x$ die konstante Subnormale p hat, so ist $y^2 = 2\frac{g}{\gamma^2}$ die Gleichung einer Parabel, auf der die Kugel P bei einer bestimmten Winkelgeschwindigkeit γ an **j e d e r** Stelle in relativer Ruhe ist.

Darauf beruht die Konstruktion des in Fig. 12

Fig. 12.



dargestellten Schwungkugel-Regulators. Hier ist die Parabel in der Konstruktion ersetzt durch ein Stück des Krümmungskreises der Parabel (Bogen aus C bezw. C'), weil die Beweglichkeit der Kugel P nur eine relativ geringe zu sein braucht.

Ist die Winkelgeschwindigkeit γ vorgeschrieben, so ist hier zunächst die Parabel $y^2 = 2\frac{g}{\gamma^2}$ gegeben, auf der man **w i l l k ü r l i c h** die Stelle für den Mittelpunkt von P bestimmt. Es handelt sich dann darum, PC und CC' zu berechnen. Dazu denkt man sich die Parabel als Schusslinie, entstanden durch eine gleichförmige Bewegung mit der Geschwindigkeit c in der Richtung O Y und durch eine Fallbewegung in der Richtung O X; es ist dann $c = \frac{g}{\gamma}$. Bestimmt man nun für die Stelle P die Geschwindigkeit v und die Normal-Beschleunigung j_n, so ist $j_n = \frac{v^2}{\varrho}$ und

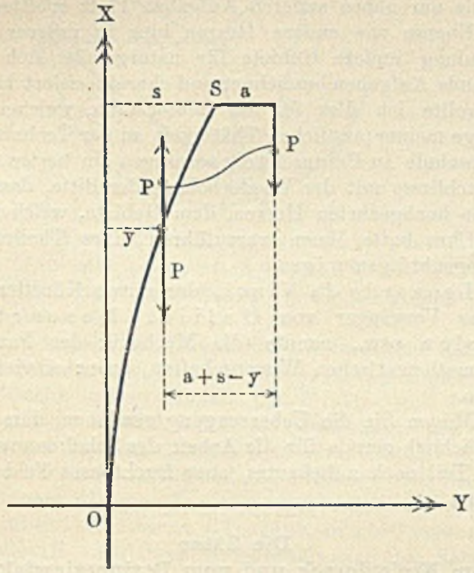
$$\varrho = CP = \frac{v^2}{j_n} = \frac{v^2}{g \cos\alpha} \text{ und ferner } \frac{1}{2} C'C = \varrho \sin\alpha - y.$$

Macht die Achse 50 Umdrehungen in der Minute (Tourenzahl = 50), so ist $\gamma \sim 5$ und $c = 2$ und $p \sim 0{,}4$.

III. Nun möchte ich ein technisches Beispiel anführen, welches die Grundlage für alle Aufgaben aus dem Gebiete der Knickung bietet. Die moderne Auffassung der Knickvorgänge geht davon aus, dass Knickung von Stäben nur bei excentrischer Belastung auftreten kann und dass solche excentrische Belastungen (Montierungs-Excentricität) bei der sorgfältigsten Konstruktion wegen der Beschaffenheit des Materials usw. unvermeidlich sind.

Die Achse eines Stabes O S, der bei O eingelassen (geführt) ist, erleidet bei excentrischer Belastung P am Arme a eine Biegung, wie es Fig. 13 zeigt.

Fig. 13.



Bringt man an einer beliebigen Stelle Q die Gegenkräfte P und P an, so bildet P mit der ursprünglichen Kraft ein Kräftepaar, dessen Moment $P(a + s - y)$ ist. Hat die Achse des Stabes nach der Biegung (Elastische Linie) die Gleichung $y = f(x)$, so gilt die elementar leicht abzuleitende Gleichung

$$E . Tr . f''(x) = P(a + s - y),$$

in der E den Elastizitäts-Modul des Materials, Tr das der Biegung entsprechende Trägheits-Moment und $f''(x)$ die zweite Ableitung von $f(x)$ bezeichnet.

Setzt man $a + s - y = z$, so ist $y = a + s - z = f(x)$ d. h. man hat $z = -f(x) + (a + s) = \varphi(x)$ und $-f'(x) = +\varphi'(x)$ und $-f''(x) = +\varphi''(x)$, so dass obige Gleichung die Gestalt

$$\varphi''(x) = -k^2 . z$$

erhält für $\frac{P}{E . Tr} = k^2$

Fasst man $z = \varphi(x)$ als Stellungs-Gleichung einer gradlinigen Bewegung auf, so dass z den Weg und x die Zeit bezeichnet, so stellt $\varphi''(x)$ die Beschleunigung dieser Bewegung dar. Da diese Beschleunigung zu $-z$ proportional ist, so ist die Bewegung eine harmonische Schwingung von der Gestalt

$$z = C_1 \cos(kx) + C_2 \sin(kx),$$

das heisst man hat

$$f(x) = y = a + s - z = a + s - C_1 \cos(kx) - C_2 \sin(kx)$$
$$\text{und } f'(x) = +C_1 k \sin(kx) - C_2 k \cos(kx).$$

Im Punkt O ist $x = o$, $y = o$, $f'(x) = o$, d. h. für diesen Punkt gilt

$$o = a + s - C_1 \text{ und } o = -C_2 k,$$

d. h. es ist $C_1 = a + s$ und $C_2 = o$ und also

$$y = (a + s)\left(1 - \cos(kx)\right).$$

Für S ist $x = l$ und $y = s$, d. h. hier hat man

$$s = (a + s)\left(1 - \cos(kl)\right).$$

Daraus folgt: $s = a \frac{1 - \cos(kl)}{\cos(kl)}$ u. $y = a \cdot \frac{1 - \cos(kx)}{\cos(kl)}$.

Die seitliche Abweichung, welche von O bis S selbst von o bis s wächst, ist durch einen Ausdruck dargestellt, in dessen Nenner $\cos(kl)$ steht.

Für $l = L$ wird $\cos(kl) = o$, falls $kL = \frac{\pi}{2}$

oder $k^2 L^2 = \frac{\pi^2}{4}$ d. h. $\frac{P}{E . Tr} . L^2 = \frac{\pi^2}{4}$ ist.

Für ein gegebenes L stellt also $P = \frac{\pi^2}{4} . \frac{E . Tr}{L^2}$

und für ein gegebenes P stellt also $L = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{E . Tr}{P}}$

die Grenze dar, für welche y von Anfang an den Wert ∞ erhält, falls a eine noch so kleine endliche Grösse ist, d. h. der Stab von der Länge L knickt bei einer Belastung $P = \frac{\pi^2}{4} \frac{E . 2}{L^2}$.

Damit ist die berühmte Euler'sche Formel abgeleitet, durch welche die Lösung aller Aufgaben in diesem Gebiet ermöglicht wird.

IV. Zum Schlusse möchte ich noch zwei interessante physikalische Beispiele herausgreifen, welche meist nicht behandelt werden, obwohl sie ziemlich leicht zu erledigen sind.

1. Die Bestimmung der östlichen Abweichung beim freien Falle gelingt leicht nach dem Satze von Coriolis. Denkt man sich eine durchbohrte Kugel ohne Reibung auf einem geraden Drahte fallen, welcher die Richtung der b e o b a c h t e t e n Fallbeschleunigung hat, so ist $j_f = 0$, während j_d für eine Breite β den Wert $2 w \omega \cos \beta$ hat, falls man die relative Geschwindigkeit der Kugel mit w und die Winkelgeschwindigkeit der Erde mit ω bezeichnet.

Die nach Osten gerichtete Komponente $j_d = 2 w \omega \cos \beta$ bestimmt ohne weiteres die östliche Abweichung.

Setzt man $v = g t$ für w ein, so begeht man einen kleinen Fehler, der aber innerhalb der Genauigkeits-Grenzen der ganzen Betrachtung liegt. Es ist dann:

$$j_d = 2 g w \cos \beta . t$$

und demnach die entsprechende Geschwindigkeit $g w \cos \beta . t^2$ und der entsprechende Weg

$$a = \frac{1}{3} g \omega \cos \beta . t^3.$$

Für eine mässige Fallhöhe h ist $t^2 = \frac{2h}{g}$, so dass sich

$$a = \frac{2}{3} \omega \cos \beta . h \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

als Wert für die östliche Abweichung ergiebt.

Die berühmten Versuche von F r e i b e r g ($\beta = 51^0$) ergeben für $h = 158{,}5$ m

$$a = 2{,}83 \text{ cm},$$

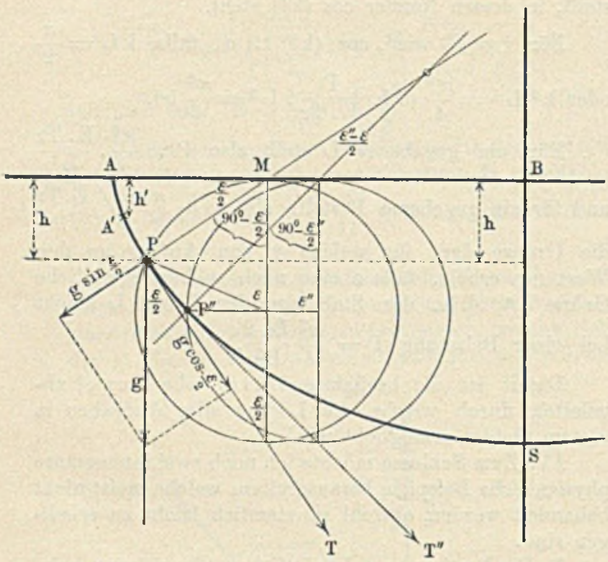
während unsere Formel, bei deren Herleitung ja vom Widerstande der Luft abgesehen wird,

$$a = 2{,}75 \text{ cm}$$

liefert.

2. Die Behandlung des Cykloidenpendels gelingt leicht, wenn man die Cykloide durch ein g l e i c h f ö r m i g e s Abrollen des erzeugenden Kreises bestimmt denkt. Ist nämlich in Fig. 14 die Stellung des erzeugenden Kreises zur Zeit t durch ε und zur Zeit $t'' = t + \tau$ durch ε'' bestimmt, so lässt sich der entsprechende, in der Zeit τ erzeugte Bogen $\overset{\frown}{PP''}$ für $\lim \tau = 0$ als Kreisbogen aus dem Mittelpunkte des Krümmungskreises auffassen. Setzt man $\varepsilon = p . t$, so hat der Winkel zwischen der Normalen von P und P'' den Wert $\frac{1}{2} p \tau$, während $\varrho = 2 P M = 4 r \sin {}^{\varepsilon}/_{2}$ ist. Demgemäss

Fig. 14.



ist der Grenzwert des Bogens P P'' durch

$$\lim \left[4\,r \,.\, \frac{p}{2} \sin \frac{pt}{2} \,.\, \iota\right]$$

gegeben, d. h. die Erzeugungsgeschwindigkeit w hat den Wert $4\,r \,.\, \frac{p}{2} \,.\, \sin \frac{pt}{2}$.

Demgemäss ist die zugehörige Weg-Gleichung

$$s = \text{Konstante} - 4\,r \cos \frac{pt}{2}.$$

Da für $t = o$, falls man die Stellung in A zu zählen beginnt, $s = o$ ist, so gilt

$$o = \text{Konstante} - 4\,r,$$

d. h. man hat

$$A\,P = s = 4\,r - 4\,r \cos \frac{\varepsilon}{2}.$$

Ferner ist $A\,S = 4\,r$, da hier $\varepsilon = 180^0$ ist, und demnach gilt:

$$P\,S = A\,S - A\,P = 4\,r \cos \frac{\varepsilon}{2}.$$

Anderseits hat die Tangential-Beschleunigung j_t in P den Wert $g \cos \varepsilon/_2$, so dass sie also in aller Strenge zu P S proportional ist.

Demgemäss gilt in aller Strenge

$$j_t = -k\,.\,S\,P$$

und es ist $k = \frac{g}{4\,r}$, also auch

$$T = 2\,\pi \sqrt{\frac{1}{k}} = 2\,\pi \sqrt{\frac{4\,r}{g}}.$$

Auch die Eigenschaft der Cykloide als Brachystochrone lässt sich leicht erweisen.

Meine Herren, damit will ich die Gruppen der herausgegriffenen Beispiele abschliessen.

Andere Gruppen habe ich bereits in der mathematisch-naturwissenschaftlichen Sektion der letzten Philologen-Versammlung (1899) in Bremen behandelt, einem besonderen Wunsche der damaligen Sektions-Leitung folgend, und ich habe mir Mühe gegeben, mich heute nicht zu wiederholen. Damals habe ich hauptsächlich Aufgaben aus der Statik fester Körper einschliesslich der Bestimmung von Reaktionen, und aus der Biegungs-Theorie herausgegriffen, auch einiges aus der Lehre der flüssigen Körper und der Gase, und ausserdem habe ich gezeigt, wie die Theorie des Erddruckes ausgezeichnete Beispiele für Aufgaben über Maxima und Minima liefert.

Verwahren möchte ich mich, meine Herren, wie ich es auch schon in Bremen gethan, davor, dass ich etwa den Aufgaben aus der Mechanik im Schulunterrichte ein Uebergewicht geben wollte, ich will für sie nur neben anderen Aufgaben Platz erbitten.

Ebenso wie andere Herren hier in unserer Versammlung andere Gebiete für naturgemäss sich darbietende Aufgaben bezeichnet und charakterisiert haben, so wollte ich dies für das Gebiet thun, welches mir infolge meiner amtlichen Thätigkeit an der Technischen Hochschule zu Braunschweig sozusagen am besten liegt. Ich schliesse mit der Wiederholung der Bitte, dass Sie, meine hochgeehrten Herren, dem Gebiete, welches ich die Ehre hatte Ihnen vorzuführen, ihre Theilnahme entgegenbringen mögen.

Leonordo da Vinci, der grosse Künstler und grosse Vorgänger von Galilei, Descartes, Kepler usw., nannte die Mechanik das Paradies der mathematischen Wissenschaften, denn: si viene al frutto.

Mögen Sie die Ueberzeugung gewinnen, dass hier thatsächlich gerade für die Arbeit des Schulmannes ein zum Teil noch unbebautes, aber fruchtbares Feld vorhanden ist!

Die Sätze vom Kreisviereck und vom Peripheriewinkel

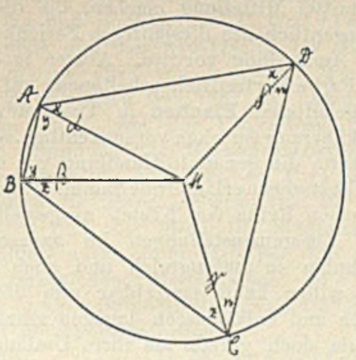
von G. Lony (Hamburg).

Als ich in diesem Sommer in Untertertia die Kreislehre zu behandeln hatte, fiel mir ein Mangel in dem herkömmlichen Aufbau des Unterrichtsstoffes auf, der vielleicht auch schon von anderer Seite empfunden worden ist. Bei dem üblichen, in allen mir bekannten Lehrbüchern eingehaltenen Gange werden (von Einzelheiten abgesehen) zuerst die Fragen nach der Zahl der Kreise durch einen, zwei, drei Punkte (bezw. an eine, zwei, drei Gerade) erörtert. Statt nun, wie es naturgemäss wäre, hier sofort die weitere Frage nach der Zahl der Kreise durch vier Punkte, bezw. nach der Bedingung für die Lösbarkeit dieser Aufgabe, anzuschliessen, wird dann zuerst der Satz vom Peripheriewinkel eingeschoben, weil dieser zur Herleitung der charakteristischen Eigenschaft des Kreisvierecks notwendig zu sein scheint. Das hat für den Schüler einen doppelten Nachteil. Einmal wird dadurch der natürliche und nächstliegende Gang der Entwicklung unterbrochen; dann, und das ist pädagogisch besonders bedenklich, kommt mit dem Peripheriewinkel ganz unvermittelt ein neues Element in die Betrachtung, das mit dem Vorhergehenden in gar keinem Zusammenhang steht. Diese methodische Schwierigkeit kann einfach dadurch gehoben werden, dass man versucht, den gebräuchlichen Gang umzukehren, d. h. den Satz vom Kreisviereck unabhängig von der Peripheriewinkeleigenschaft zu beweisen, und dann letztere aus ersterem abzuleiten. Das ist in der That auch möglich und hat vor dem gewöhnlichen Vorgehen noch den Vorzug grösserer Einfachheit.

Verbindet man in dem Kreisviereck A B C D den Mittelpunkt M des umgeschriebenen Kreises mit den vier Ecken A, B, C, D, so erhält man vier gleichschenklige Dreiecke. Bezeichnet man darin die gleichen Winkel mit x, y, z, w, so ist:

$$2x + 2y + 2z + 2w = 4\,R,$$

$$\text{daher } x + y + z + w = 2\,R.$$



Da aber $x + y = \alpha$, $z + n = \gamma$ und $x + n = \delta$, $y + z = \beta$, so ist $\alpha + \gamma = 2R$, $\beta + \delta = 2R$.

Die Umkehrung dieses Satzes beweist man dann in üblicher Weise.

Hieraus ergiebt sich nun ohne weiteres der Satz, dass alle Peripheriewinkel über demselben Bogen gleich sind. Verschiebt man nämlich den Punkt C auf dem Kreis, so muss Winkel BCD bei jeder Lage von C den Winkel α zu 2R ergänzen, d. h. Winkel $BCD = \gamma$ darf sich überhaupt nicht ändern. Bewegt man den Punkt C nach B, so gehen CD und CB (verlängert gedacht) über in die Sehne BD, bezw. in die Tangente des Punktes B. Auf diese Weise erhält man den Satz, dass der Sehnentangentenwinkel gleich dem Peripheriewinkel im anderen Bogen ist. Da schon aus den Anfangsgründen der Kreislehre bekannt ist, dass zu jedem Bogen ein ganz bestimmter Centriwinkel gehört, und da jetzt neu gezeigt ist, dass jeder Bogen auch einen Peripheriewinkel von ganz bestimmter Grösse hat, so erhebt sich von selbst die Frage, in welcher Beziehung diese beiden Winkel stehen. Am einfachsten erledigt man diese Frage, indem man den Peripheriewinkel in eine möglichst bequeme Lage dreht, also etwa so, dass CB der Richtung nach mit MB zusammenfällt. Dann wird der Centriwinkel Aussenwinkel an der Spitze eines gleichschenkligen Dreiecks, dessen Basiswinkel γ ist, also: Winkel $BMD = 2\gamma$.

Schul- und Universitäts-Nachrichten.

Naturwissenschaftliche Kurse innerhalb der städtischen Schul-Verwaltung von Berlin im Winter 1900/1901.

Die Kurse, die von den Direktoren Dr. Schwalbe (Dorotheenstädtisches Realgymnasium) und Dr. Reinhardt (II. Realschule) geleitet werden, zerfallen in zwei Abteilungen.

A. Vor Weihnachten 1900 beginnen folgende Kurse:

I. Ueber Zeitmessung und Uhrenwesen; neuere astronomische Forschungen (Geh. Rat Prof. Dr. Förster), 7 Vorlesungen, 26. Nov. 1900 bis 22. Februar 1901.

II. Erklärung und Gebrauch der zum astronomischen Unterricht am Andreas-Realgymnasium vorhandenen Einrichtungen (Prof. Koppe), 5 Demonstrationen. 28. Nov. 1900 bis 10. Januar 1901.

III. Methodische Uebungen im Schulexperiment (Prof. Heyne). Anfang 28. Nov. — Schluss nach Verabredung.

IV. Vorträge und ausgewählte Kapitel aus der Methodik des Experiments und Uebungen in Durchführung der Versuche (Dir. Prof. Dr. Schwalbe), 9 Vorlesungen und Praktika vom 1. Dezember 1900 bis 9. Februar 1901.

V. Geologische Exkursion in ein Kohlenbergwerk des Plauenschen Grundes am 4. und 5. Januar 1901 (Landesgeologe Dr. Potonié). Zahl der Teilnehmer höchstens 30.

B. Von Ende Januar bis März 1901 sind in Aussicht genommen:

I. Vorträge über Bakterien (Prof. Dr. Müller).

II. Die Biologie des Süsswassers und ihr Studium mit Exkursionen (Dr. Schiemenz), Vorsteher der biologischen „Fischerei-Versuchsstation des deutschen Fischerei-Vereins, Müggelsee“).

III. Uebungen aus der Elektrotechnik (Prof. Dr. Szymanski).

IV. Vorlesungen über Molekularphysik und ihre experimentelle Verwertung für den Unterricht (Direkt. Prof. Dr. Schwalbe).

V. Grössere Exkursion für etwa 20 Teilnehmer zu Ostern nach Westphalen, dem Ruhrgebiet, Schlesien oder Provinz Sachsen.

Nähere Auskunft erteilen die Leiter der Kurse, an die auch Wünsche über Einrichtung besonderer Kurse zu richten sind. Für die im Jahre 1901/1902 zu veranstaltenden Kurse ist bereits ein Plan entworfen, im Sommer 1901 sollen geodätische und physikalische Uebungen sowie Vorlesungen über die Entwickelung einiger Industriezweige und technologische Vorlesungen und Exkursionen stattfinden.

Vereine und Versammlungen.

Naturforscher-Versammlung zu Aachen. Die Versammlung, der im Auftrage des Vereins zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften Prof. Pietzker (Nordhausen) beiwohnte, war verhältnismässig schwach besucht, was umsomehr bedauert werden muss, als ihr durch verschiedene, den Fortschritt der Naturwissenschaften und der Medizin im neunzehnten Jahrhundert zur Darstellung bringende Vorträge eine besondere Bedeutung verliehen wurde.

In der ersten allgemeinen Sitzung (am 17. September) sprachen Van t'Hoff (Charlottenburg) „Ueber die Entwicklung der exakten Naturwissenschaften“ und O. Hertwig (Berlin) „Ueber die Entwickelung der Biologie“, (während die Entwickelung der inneren und der äusseren Medizin durch Naunyn und Chiari geschildert wurde).

Die zweite allgemeine Sitzung (am Schlusstage, 21. September) brachte ausser zwei Vorträgen medizinischen Inhalts einen Vortrag von Holzapfel (Aachen) über „Ausdehnung und Zusammenhang der deutschen Steinkohlenfelder“ und E. v. Drygalski (Berlin) über „Plan und Aufgaben der deutschen Südpolar-Expedition“.

Von den drei Vorträgen, die für die gemeinsame Sitzung der naturwissenschaftlichen Hauptgruppe am 19. September angesetzt waren, fielen die von Beyerink und Dürre aus, für die zwei ursprünglich auf das Programm der Abteilungssitzungen bestimmte Vorträge in diese gemeinsame Sitzung herübergenommen wurden, nämlich der Vortrag von F. Klein (Göttingen): „Die Mechanik in der Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften“ und der von Bakhuis-Rozeboom (Amsterdam) „Ueber die Bedeutung der Phasenlehre“. Dann kam drittens der bereits ursprünglich für diese Sitzung angesetzt gewesene Vortrag von Pietzker (Nordhausen) „Sprachunterricht und Sachunterricht vom naturwissenschaftlichen Standpunkt“. Alle drei

Vorträge gaben zu eingehenden Diskussionen Anlass, die in den Abteilungen 1 (Mathematik und Astronomie), 6 (Chemie) und 17 (mathematischer und naturwissenschaftlicher Unterricht) erfolgten.

Ein ähnliches Missgeschick, wie über der eben erwähnten gemeinsamen Sitzung der naturwissenschaftlichen Hauptgruppe, waltete auch über den Verhandlungen der Abteilung für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht. Der Besuch dieser Abteilung war nur schwach, insbesondere fiel die geringe Beteiligung von Seiten der im Rheinland selbst ansässigen Fachgenossen auf.

Nach einer ganzen Reihe übereinstimmender Mitteilungen scheint die Annahme begründet zu sein, dass die behufs Teilnahme an der Versammlung von den Fachlehrern eingereichten Urlaubsgesuche nicht überall die wohlwollende Berücksichtigung gefunden haben, die von der höchsten Unterrichtsbehörde empfohlen worden war.

So hielt sich auch die Anmeldung von Vorträgen für diese Abteilung nur in engen Grenzen, es befanden sich auf dem Programme überhaupt nur sechs Vorträge, von denen nun noch der grösste Teil infolge des Umstandes ausfiel, dass die Redner überhaupt nicht erschienen. Wirklich gehalten in der Abteilung wurde nur der Vortrag von Krebs (Barr i. E.) „Ist von einer Organisation der höheren Schulen als örtlicher Centralen für die landeskundliche Forschung wesentliche Förderung, einerseits dieser Forschung, andererseits des Unterrichts, vor allem des naturwissenschaftlichen zu erwarten“?, der zugleich für die Sektion I angesetzte Vortrag von F. Klein (s. oben) wurde in die gemeinsame Sitzung verlegt, die Vorträge von Archenhold, Landois und Marcuse mussten von der Tagesordnung abgesetzt werden. Dafür fand sich Ersatz durch zwei nachträglich angemeldete Vorträge von Drecker (Aachen): „Experimentelle Darstellung von Kreis und gleichseitiger Hyperbel als Erzeugnisse von Strahlbüscheln“ und von Beuriger (Bonn): „Schulversuche über das Zwei- und Drei-Leiter-System“, sowie durch die in die Abteilung verlegte Diskussion, welche sich an den oben erwähnten Pietzkerschen Vortrag anschloss. Auch war die Abteilung zu einer Sitzung der Abteilung 34 (Hygieine und Bakteriologie) eingeladen worden, in der Erismann (Zürich) einen Vortrag über „Tagesbeleuchtung der Schulzimmer“ hielt.

Ueber den Inhalt dieser Vorträge wird in der nächsten Nummer eingehender berichtet werden.

Als Versammlungsort für 1901 wurde Hamburg gewählt, Geschäftsführer der nächsten (73.) Versammlung werden Professor Dr. Voller und Medizinalrat Dr. Reinke in Hamburg sein. Aus dem Vorstande der Gesellschaft schied Professor von Leube aus; Vorsitzender im nächsten Jahre wird R. Hertwig (München) sein, neu in den Vorstand ein trat Professor Van t'Hoff (Charlottenburg), der zugleich den bereits in diesem Jahre von ihm verwalteten Vorsitz der naturwissenschaftlichen Hauptgruppe für das nächste Jahr beibehielt. P.

Lehrmittel-Besprechungen.

Neue zoologische Lehrmittel der Linnaea zu Berlin. Im Anschluss an meinen Bericht auf S. 74 der Unterrichtsblätter darf ich von den bemerkenswerten Objekten aus dem Gebiete der zoologischen Unterrichtsmittel Mitteilung machen, die die Linnaea auf der gelegentlich des diesjährigen Ferienkursus veranstalteten Ausstellung vorwies. Ausser mehreren in Form und Farbe vortrefflich erhaltenen, auf Brettern seitlich aufgehefteten **Fischen** in Trockendarstellung, die mit Lacküberzug versehen voraussichtlich sehr dauerhaft sind, hatte die genannte Handlung vor allem eine biologische Thatsachen erläuternde Sammlung von **Kerfen** in einer grossen Reihe von Kästen ausgestellt. Wenn auch diese Zusammenstellungen im ganzen für die höheren Schulen zu umfangreich und auch schon um des Preises willen kaum erwerbbar sein dürften (für Universitäten und Volksmuseen dagegen sehr geeignet), so bieten sie doch gerade um ihres Umfanges willen die Möglichkeit, je nach Erfordernis und Geschmack mannigfach Auswahl zu treffen. Das Gebiet der **Schutzfärbungen** (s. l. c. S. 76) betreffen die rindenähnlichen Schmetterlinge Sphinx convolvuli, Catocala fraxini, Psilura monacha, Boarmia lichenaria, die tropischen und subtropischen Tagfalter mit schutzgefärbter blattähnlicher Unterseite Hebomoia glaucippe, Anaea Morphus, Zarethes zethus und Kallima philarchus, ferner Eugonia autumnaria und Venilia macularia mit Herbstlaub ähnlicher und der Javaner Phyllodes Verhuelli mit blattähnlicher Oberseite, Smerinthus populi mit Pappellaub gleichenden Flügelschnitt und -färbung. Von Raupen sind schutzgefärbt die von Psilura monacha und Boarmia lichenaria (Rinde), Cucullia argentea und artemisiae (Beifuss), Eugonia autumnaria (Birkenzweig); ihnen schliessen sich die Raupengehäuse von Psyche und die Cocons von Hybocampa Milhauseri an. Retinia buoliana war auf verkrümmten Kieferntrieben montiert. Dazu kamen die Borkenfliege Platysoma umbrarum, der Blattkäfer Cassida viridis, der madagassische Borkenkäfer Holonychus acanthopus, die Boretschwanze Psacasta exanthematica, die Blattheuschrecke Inomarchus cretaceus und endlich als einziges Beispiel für die interessante Kothnachahmung Penthina salicella. Auch die Beispiele für **Nachäffung** waren durch die Zweiflügler Sciapteron und Chrysotoxum, die Cerceris und Vespa nachahmen, vermehrt, sowie durch Clerus formicarius, der Mutilla, und Necydalis, der Trogus nachäfft; dazu die südamerikanischen Necydalopsis und Callisphisis. Die Nachäffung der Schmetterlinge aus den Gattungen Danais, Euploca, Amauris, Heliconius durch Arten von Papilio, Elymnias, Hypolimnas, Melinaea und Athyma war allein durch 25 Beispiele vertreten. Unter ihnen fanden sich auch die interessanten Nachahmungen von geschützten Tagfaltern durch am Tage fliegende Nachtschmetterlinge. Der Fall, dass nur die Weibchen die Nachahmer sind, wurde durch Papilio merope (ahmt Amauris nach), aus Kamerun und Natal, durch Hypolimnas bolina (Euploca core), durch H. misippus (äfft auf Java Danais chrysippus, in Dar es Salam D. dorippus nach) und durch Pereute charops (Heliconius quarica) illustriert. Aus dem Gebiet des **Geschlechtsdimorphismus** lagen 27 Beispiele vor, vor allem Tagfalter und Spinner. Ganz vortrefflich war eine Zusammenstellung von Faltern, die in verschiedenen Oertlichkeiten verschiedene Weibchen besitzen, sodass ein sehr verwickelter Geschlechtspolymorphismus resultiert. Für Papilio memnon waren dem Männchen dreierlei Weibchen aus Assam, Java und Borneo, für P. polytes drei aus Java, Lombok und den Aru-Inseln, für Hypolimnas alimena zwei von Java und den Aru-Inseln und für H. bolina gar fünf aus Assam, Borneo, China, den Fidji- und den Tonga-Inseln beigegeben. Auch die Sammlung von **Saisondimorphismen** war durch neue Beispiele erweitert, so Polyommatus und Selenia für unsere Jahreszeiten, für die Regen- und trockene Zeit aber allein 19. Schliesslich enthielt die Sammlung auch einige Beispiele für **Ortsdimorphismus** verschiedener Meereshöhen. Melanargia zeigt unter unseren Schmetterlingen vortrefflich Ebenen-, Berg- und Hochgebirgsformen.

C. Matzdorff (Berlin).

* * *

Mustersammlungen von Mineralien und Gesteinen. Die rühmlichst bekannte Lehrmittelhandlung Linnaea (Berlin, Invalidenstrasse 105) hatte aus Anlass des diesjährigen naturwissenschaftlichen Ferienkursus im Dorotheenstädtischen Realgymnasium zu Berlin auch eine Mustersammlung von Mineralien und Gesteinen ausgestellt. Die grössere dieser Sammlungen enthält 178 Mineralspezies (Form. 6 : 8), geordnet nach ihrer technischen Verwendbarkeit, insbesondere Eisenerze, gediegen Platin, Gold und Silber, Silber-, Blei-, Quecksilber-, Kupfer-, Zink-, Zinn-, Nickel-, Kobalt-, Aluminium-, Wismut-, Antimon- und Arsenerze. Eine zweite Gruppe enthält Mineralien, die bei der Darstellung der Schwefelsäure, der Vitriole, von Glas, Porzellan, Mineralfarben und chemischen Präparaten aller Art eine Rolle spielen; von den letzteren seien hier nur die Lithium- und Borpräparate, die Alaune und die Kali- und Düngesalze hervorgehoben. Eine fernere Reihe von Mineralien, 18 Spezies, findet in der Technik als Zuschläge und bei der Herstellung feuerfester Materialien Verwendung. Die Gruppe der Mineralien, die als Brenn- und Heizstoffe bezw. bei der trocknen Destillation usw. inbetracht kommen, umfasst 14 Nummern. Sehr reichhaltig sind auch die Edelsteine und Halbedelsteine vertreten.

Die kleinere Kennzeichen-Sammlung enthält charakteristische Beispiele zur Veranschaulichung der verschiedenen Arten und Grade des Glanzes, der verschiedenen Farben und Farbenerscheinungen, der Durchsichtigkeit, der Lichtbrechung, der Struktur, der Spaltbarkeit, des Bruches, des spezifischen Gewichtes, der Härte und der physiologischen Merkmale.

Die Felsarten-Sammlung enthält 150 Spezies (Form. 8 : 10). Alle drei Sammlungen bestehen aus durchweg typischen Stücken der bekanntesten Fundorte und dürften, zumal auch der Preis ein durchaus angemessener ist, besonders als Grundstock für neu anzulegende Sammlungen bezw. zu Demonstrationszwecken beim Unterrichte willkommen sein.

Jedenfalls wollten wir es nicht unterlassen, die Herren Fachkollegen für den Bedarfsfall darauf aufmerksam zu machen.

Henniger (Charlottenburg).

* * *

Unterrichts-Apparate für die Darstellung des Calciumcarbids und des Acetylens. (Mitteilung aus dem wissenschaftlichen Ferienkursus zu Berlin, Michaelis 1900). Der Moissansche Ofen lässt sich im Kleinen nachbilden, indem man als die eine Elektrode entweder eine aus Retortenkohle gedrehte, etwa 10 cm weite Schale oder einen dickwandigen aus Graphit und Thon hergestellten Tiegel- und als die andere Elektrode einen Bogenlichtkohlestab benutzt. Die Schale resp. der Tiegel werden mit kleinen Mengen eines im Stahlmörser komprimierten Gemisches von gebranntem Kalk und Kienruss teilweise gefüllt. Das im Lichtbogen nach etwa 10 Minuten geschmolzene Gemisch liefert Calciumcarbidmengen, welche ausreichen, um 1 bis 2 l Acetylen darzustellen. Obiger Ofen wird zu einem mässigen Preise (ca. 40 Mk.) von der Firma Dr. Rohrbeck Berlin, Karlstrasse angefertigt.

R. Lüpke (Berlin).

Bücher-Besprechungen.

Schoedler, Friedrich, Dr. Das Buch der Natur. 23. vollständig neu bearbeitete Auflage von Prof. Schwalbe und Prof. Thomé; zweiter Teil, 1. Abteilung: Chemie von Professor H. Böttger. Mit 85 Abbildungen in Holzstich und 1 Tafel. Braunschweig, Vieweg & Sohn, 1899.

Wenn ein Werk in 23. Auflage erscheint, so hat es damit nicht nur seine Daseinsberechtigung erwiesen, sondern auch Anspruch auf volles Bürgerrecht in der zeitgenössischen Literatur erworben. In der That gehört Schoedler's Buch der Natur seit einer langen Reihe von Jahren zum eisernen Bestande und zugleich zu den gediegensten Werken unseres populär-naturwissenschaftlichen Bücherschatzes. Und wenn zu den Herausgebern der vorliegenden neusten Auflage Männer wie Schwalbe und Thomé zählen, so darf man billig erwarten, dass diese ihren Zweck in nicht minder mustergiltiger Weise erfüllen wird. Für die von Böttger bearbeitete, die Chemie behandelnde erste Abteilung von Teil II des Schoedlerschen Buches trifft solche Erwartung in vollem Masse zu.

Nach Absicht der Herausgeber will das Werk den Gebildeten die Thatsachen übermitteln, die am Schlusse des neunzehnten Jahrhunderts zum elementaren Verständnis der Natur und Technik erforderlich sind. Zu welchem Umfang diese Thatsachen in den letzten Jahrzehnten allein auf dem Gebiete der Chemie angeschwollen sind, erhellt schon daraus, dass diese Neubearbeitung trotz aller Beschränkung des Stoffs den vierfachen Umfang der vorigen Auflage angenommen hat. Natürlich musste dieser ungeheure Materialzuwachs wie auf den Inhalt, so auch auf die Darstellungsform von umgestaltendem Einfluss werden. Auf manches, was in der alten Auflage einen nicht unbeträchtlichen Raum einnahm, und was, wie die Beschreibung einer grösseren Zahl von Vorlesungsversuchen, derselben sogar den Charakter eines Lehr- und Lernbuches gab, musste unter solchen Umständen verzichtet werden. Dafür haben nicht nur die neuesten Thatsachen der Chemie bis zum Argon, Krypton, Metargon, Neon und Helium ihren Platz gefunden, sondern es sind auch die neuesten wissenschaftlichen Ergebnisse, wie E. Fischers fundamentale Bearbeitung der Saccharide und die Fortschritte der physikalisch-chemischen Forschung in Thermo- und Elektrochemie u. a. gebührend berücksichtigt worden. Was aber den Wert des Buches besonders erhöht, ist, dass jene Fortschritte nicht in mehr oder weniger ausführlichen und umständlichen Kapiteln erläutert, sondern in einer derartig geschickten Weise an passender Stelle eingeflochten und angefügt sind, dass der Leser unmerklich und ohne Schwierigkeit in ihr Verständnis eingeführt wird. Ueberall auch sonst ist nur das Notwendigste und Wesentlichste berücksichtigt und dieses Wesentliche in knapper, klarer und übersichtlicher Form zum Verständnis gebracht. Gerade darin erblicke ich einen der rühmenswertesten Vorzüge dieses Buches.

Dem Plan desselben liegen die Vorlesungen über anorganische und organische Chemie zu Grunde, welche Direktor Schwalbe seit einer Reihe von Jahren an der Königl. Turnlehrer-Bildungsanstalt und im Berliner Lehrerverein gehalten hat, und die später von Prof. Böttger übernommen und den Erfordernissen der Zeit entsprechend ausgestaltet sind. Die Behandlung des Stoffs ist demgemäss die systematische. In einer 22 Seiten umfassenden Einleitung werden die allgemeinen Grundbegriffe und Grundgesetze der Chemie erläutert und darauf die nichtmetallischen und metallischen Elemente nach ihrer natürlichen Zusammengehörigkeit nebst ihren wichtigen Verbindungen behandelt. Der Behandlung der organischen Chemie geht ebenfalls ein einleitendes Kapitel über Zusammensetzung, Elementaranalyse, Bestimmung der Dampfdichte und des Metallgewichts der organischen Körper voraus und es folgt die Besprechung der aliphatischen, der cyklischen und endlich der heterocyklischen Verbindungen.

Im anorganischen gleichwie im organischen Teil werden Experimente und Einrichtungen durch eine ebenso sorgfältig ausgewählte wie reichlich bemessene Zahl von instruktiven Abbildungen aufs beste veranschaulicht und der Technologie einer Anzahl wichtiger Stoffe ist in einer dem neuesten Stande der Wissenschaft und Technik entsprechenden Form ganz besonders Rechnung getragen. Einzelne historische Daten erhöhen den Reiz der Darstellung und ein übersichtliches Inhaltsverzeichnis am Eingang und ein Namen- und Sachregister am Schluss des Buches die Uebersichtlichkeit und Bequemlichkeit zur Orientierung.

So liefert das Werk einen wohlgeordneten Ueberblick über das weite Gebiet der heutigen Chemie und zugleich einen gemeinverständlichen, klaren Einblick in ihre Gliederung und ihre Gesetze. Es kann in erster Linie solchen Gebildeten, die mit den Elementen der chemischen Wissenschaft einigermassen vertraut sind und zur Ergänzung ihres Wissens über dieses oder jenes sich orientieren wollen und nicht minder unseren höheren Lehranstalten zur Einreihung in die Bibliothek ihrer oberen Klassen zur Beschaffung angelegentlichst empfohlen werden. Aber auch manchen in der Chemie Fortgeschrittenen und selbst manchem Fachmann dürfte das Werk als Nachschlagebuch willkommen sein.

W. Schumann (Nordhausen).

* * *

Schuster, Prof. Dr. M. Geometrische Aufgaben. Ein Lehr- und Uebungsbuch zum Gebrauch beim Unterricht an höheren Schulen. Ausgabe A für Vollanstalten. VIII und 147 S. Leipzig 1899, Teubner.

Der Verfasser, der sich bereits durch mehrere interessante Aufsätze in den Lehrgängen und Lehrproben, sowie in der Ztschr. f. m. U. vorteilhaft bekannt gemacht hat, bietet uns in den geometrischen Aufgaben ein Buch, welches sich von den zahlreich vorhandenen Aufgaben-Sammlungen nicht unwesentlich unterscheidet. Während sonst zu allgemeinen Lehrsätzen bestimmte Aufgaben geboten werden, entwickelt der Verfasser den Inhalt eines Satzes zunächst an einfachen Einzelfällen, und erst nachdem eine Reihe von solchen Aufgaben gelöst ist, wird das Wesentliche zu bestimmten Erklärungen und Lehrsätzen zusammengefasst. Als Ausgangspunkt dienen dem Verfasser mehrere Bemerkungen Herbarts z. B. „Die Knaben sehen scharf, aber sie beobachten selten; sie empfangen Gesamteindrücke von ähnlichen Dingen, aber sie sondern die Begriffe nicht ab; das Abstrakte kommt nicht von selbst in ihre Gedanken. Erst eine Reihe induktiver Beobachtungen reift das Verständnis für den allgemeinen Fall und die Möglichkeit seiner deduktiven Verwendung. Mit anderen Worten: ebenso wie die Arithmetik sich auf das Rechnen, so muss die Geometrie sich auf das Zeichnen stützen". Eine Folge dieser Anschauung ist, dass der Verfasser die Sätze vom gleichschenkligen Dreieck nicht aus den allgemeinen Kongruenzsätzen, sondern durch einfaches Umklappen eines Teildreiecks herleitet. Ebenso stützt er sich bei Einführung des Winkels, der Parallelen usw. zunächst nur auf planmässig durchgeführte Zeichnungen, und man wird zugestehen müssen, dass dies Verfahren zwar nicht systematisch, wohl aber psychologisch berechtigt ist — hat doch selbst Newton in seinen Prinzipien zunächst vorläufige Definitionen eingeführt. Das Buch enthält die Geometrie von den ersten Anfängen bis zur Potenzlinie, harmonischen Punkten, Polaren usw. geordnet nach den preussischen Lehrplänen, und es ist geeignet, die Grundlage für den selbständigen Gebrauch beim Unterricht zu bilden. Von den Aufgaben sind diejenigen, welche für den Weiterbau des Systems unentbehrlich sind, durch ein Sternchen gekennzeichnet, im übrigen ist das Uebungsmaterial so reichlich bemessen und doch so nahe verwandt, dass man bei häuslichen Arbeiten den Schülern gruppenweise verschiedene Aufgaben stellen kann. Als weitere Eigentümlichkeit möchte ich hervorheben, dass die gegebenen Stücke häufig in bestimmten Zahlen (cm, Grad) auftreten, und dass die Verbindung von Geometrie und Arithmetik, die namentlich auf Tertia sehr locker ist, durch eine Reihe von zweckmässigen Aufgaben hergestellt ist! Nicht ganz zustimmen kann ich der Aufnahme des Pascalschen Satzes, weil derselbe isoliert nur geringen bildenden Wert hat. Ich würde ihn also weglassen oder zeigen, dass er auch giltig bleibt, wenn das Sechseck auf zwei geraden Linien liegt, um einigermassen die tiefgehende Bedeutung des Satzes hervorzuheben. [Man vergleiche auch die interessanten Anwendungen, die Hilbert in seinen Grundlagen der Geometrie von diesem Satze macht]. Wichtiger ist noch, dass in dem Buche das Wort „Perspektive" fehlt. Wenn dieser Begriff auch eigentlich in die Raumlehre gehört, so ist er doch auch in der Planimetrie bei den Aehnlichkeitspunkten und den harmonischen Strahlen geeignet, das Verständnis zu vertiefen. Diese Bemerkungen betreffen jedoch nur Unwesentliches, das event. bei einer Neuauflage leicht beigefügt werden kann; der Grundgedanke des ganzen Werkes scheint mir ein sehr glücklicher, und ich möchte hinzufügen, dass ich einzelne Abschnitte des Buches bereits mit gutem Erfolge im Unterricht praktisch erprobt habe. Ich kann daher das vorliegende Werk der Beachtung der Fachgenossen bestens empfehlen.

A. Schülke (Osterode i. Ostpr.)

* * *

Carus Sterne. Werden und Vergehen. Eine Entwickelungsgeschichte des Naturganzen in gemeinverständlicher Fassung. Vierte neubearbeitete Auflage mit zahlreichen Abbildungen im Text, vielen Karten und Tafeln in Farbendruck und Holzschnitt. Berlin SW. 46, Verlag von Gebrüder Borntraeger.

(20 Lieferungen zu je 1 Mark oder in 2 Bänden à 10 Mk.)

Das Werk von Carus Sterne (Ernst Krause), welches bei seinem ersten Erscheinen so gewaltigen Staub aufwirbelte und zu den heftigsten Auseinandersetzungen zwischen den Freunden und den Gegnern der darwinistischen Naturauffassung Veranlassung gab, erscheint jetzt in wesentlich geklärter und geläuterter Form zum vierten Male. Dass in der heutigen Zeit die Neuauflage der vielumstrittenen Schrift an keiner Stelle einen nennenswerten Widerspruch hervorruft, könnte leicht so gedeutet werden, als ob nunmehr eine gewisse Lauheit und Gleichgültigkeit gegenüber den monistischen Lehren Platz gegriffen hätte. Dieses ist aber keineswegs der Fall, wie man deutlich daran erkennt, dass die Schriften Ernst Häckels gerade in den letzten Jahren eine besonders weite Verbreitung gefunden haben. Ist doch beispielsweise der vor einigen Jahren in Altenburg gehaltene Vortrag Häckels: „Der Monismus als Band zwischen Religion und Wissenschaft" bereits in 10 starken Auflagen erschienen, und auch bei dem jüngsten grösseren Werke Häckels: „Die Welträtsel. Gemeinverständliche Studien über monistische Philosophie" folgt eine Auflage der anderen auf dem Fusse. Der Grund, weshalb die Werke der Darwinisten jetzt weniger angefochten werden, liegt eben darin, dass die Zahl ihrer Gegner unter allen denen, die sich selbstständig mit der Naturwissenschaft beschäftigen, von Jahr zu Jahr geringer geworden ist. So wird denn auch die jetzt im neuen Gewande erscheinende und durch die neuesten wissenschaftlichen Forschungen bereicherte Bearbeitung von Sternes „Werden und Vergehen" unstreitig einen sehr grossen Leserkreis finden, und es würde durchaus verkehrt sein, wenn man etwa daran denken wollte, die reifere Jugend, insbesondere die Primaner der höheren Lehranstalten durch engherzige Vorschriften vom Lesen des Werkes zurückzuhalten. Levin (Braunschweig).

* * *

Felix Müller. Vocabulaire mathématique français-allemand et allemand-français, contenant les termes techniques employés dans les mathématiques pures et appliquées.

—, Mathematisches Vokabularium, französisch-deutsch und deutsch-französisch, enthaltend die Kunstausdrücke aus der reinen und angewandten Mathematik. Erste Hälfte. Leipzig, Teubner 1900. Paris, Gauthier Villars. (Der zweite Teil wird bald nachfolgen).

Der Verfasser hat lange Jahre die „Fortschritte der Mathematik" mit herausgegeben und wie es auch bei anderen Werken ähnlicher Art sich bemerkbar macht (Fortschritte der Physik u. s. f.), den Mangel eines Wörterbuchs, das die Kunstausdrücke enthält, empfunden. Sind doch für die Technologie schon lange englisch-französisch-deutsche Wörterbücher im Gebrauch. Dass wir in der Wissenschaft die Fremdwörter für Fachausdrücke gebrauchen, wird jetzt wohl überall als gerechtfertigt angesehen, da dadurch der Wissenschaft mit der internationale Charakter gewahrt bleibt. Gerade auch für die Mathematiker, welche sich dem Schuldienst gewidmet haben, aber auch für die Neusprachler, wird das vorliegende Werk eine unentbehrliche Ergänzung der gebräuchlichen französisch-deutschen und deutsch-französischen Wörterbücher sein; das Studium der mathematischen Originalarbeiten wird den ersteren dadurch erleichtert werden. Enthält doch das Werk alle gebräuchlichen Kunstausdrücke. Das Vokabularium ist das Resultat einer mühseligen langwierigen Arbeit gewesen, es kann, so eingehend ist es gearbeitet, als Vorarbeit eines Sachregisters mit Stichworten dienen, wie es bei dem grossen internationalen naturwissenschaftlichen Katalog der Royal Society für die meisten Naturwissenschaften geplant ist. Möge dem verdienstlichen Werk der beste Erfolg zuteil werden. Schw.

Zur Besprechung eingetroffene Bücher.

(Besprechung geeigneter Bücher vorbehalten.)

Bakhuis-Rozeboom, H. W., Die Bedeutung der Phasenlehre. Vortrag auf der Naturforscher-Versammlung zu Aachen. Mit 6 Figuren. Leipzig 1900, Engelmann. Mk 1.—.

Bolte, F., Die Nautik in elementarer Behandlung. Einführung in die Schiffahrtkunde. Mit 88 Figuren. Stuttgart 1900, Maier. Mk. 5.—.

Chun, C., Aus den Tiefen des Weltmeeres. Lfg. 5—9. Jena 1900, Fischer.

Der Stein der Weisen. Illustr. Halbmonatsschrift für Haus und Familie. Redigiert von A. v. Schweiger-Lerchenfeld. Jährlich 24 Hefte. 13. Jahrg. Wien 1900, Hartleben. Preis pro Heft Mk. —.50.

Doms, Fr., Schnell-Rechenmethode. Herausgegeben von Alfr. Doms. Berlin 1900, Mewes. Mk. —.75.

Engler, A., Grundlagen des mathem.-geographischen Unterrichts in Elementarklassen. Mit 16 Figuren und 6 Tafeln. Freiburg 1900, Herder. Mk. 1.—.

Föppl, A., Vorlesungen über technische Mechanik. 2. Band: Graphische Statik. Mit 166 Fig. Leipzig 1900, Teubner. Mk. 10.— geb.

Frenkel, F., Die Lehre vom Skelett des Menschen. Mit 81 Textfiguren. Jena 1900, Fischer. Mk. 4.50.

Gauss, C. F., Allgemeine Flächentheorie. Deutsch herausg. von A. Wangerin. 2. Aufl. (Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften Nr. 5). Leipzig 1900, Engelmann. Mk. —.80.

Gruber, H., Pädagogische Irrtümer in Schule und Haus. Essen 1900. Baedeker. Mk. 1.20.

Hanncke, R., Erdkundliche Aufsätze für die oberen Klassen höherer Lehranstalten. Mit 12 Abb. Glogau 1900, Flemming. Mk. 1.80 geb.

Heger, R., Fünfstellige logarithmische und goniometrische Tafeln, sowie Hilfstafeln zur Auflösung höherer numerischer Gleichungen. Für den Gebrauch an höheren Schulen. Leipzig 1900, Teubner. Mk. 1.60.

Hertwig, O., Die Entwickelung der Biologie im 19. Jahrhundert. Jena 1900, Fischer. Mk. 1.—.

Hochheim, Ad., Leitfaden für den Unterricht in der Arithmetik und Algebra. Heft I. 6. Aufl. von Dr. Fr. Hochheim. Berlin 1900, Mittler & Sohn.

Höck, F., Der gegenwärtige Stand unserer Kenntnis von der ursprünglichen Verbreitung der angebauten Nutzpflanzen. (Sonderabdr. a. d. „Geograph. Zeitschrift"). Leipzig 1900, Teubner. Mk. 1.60.

van 't Hoff, J. H., Ueber die Entwickelung der exakten Naturwissenschaften im 19. Jahrhundert und die Beteiligung der deutschen Gelehrten an dieser Entwickelung. Hamburg 1900, Voss. Mk. —.80.

Höfler, A. u. Maiss, E., Naturlehre für die unteren Klassen der Mittelschulen. Mit 290 Holzschn., 3 farb. Fig., einer lithogr. Sterntafel etc. 3. Aufl. Wien 1900, Gerold's Sohn. Mk. 2.60 geb.

Holzmüller, Elemente der Stereometrie. 2. Teil. Die Berechnung einfach gestalteter Körper. Mit 156 Fig. Leipzig 1900, Göschen. Mk. 10.—.

Johannesson, P., Physikalische Mechanik. Mit 37 Fig. Berlin 1900, Springer. Mk. 1.— kart.

Juling, G., Fünfstellige Logarithmen-Tafeln für Schüler. Leipzig 1900, Berger. Mk. 1.20 geb.

Kayser, H., Lehrbuch der Physik für Studierende. 3. Aufl. Mit 336 Abb. Stuttgart 1900, Enke. Mk. 11.—.

Klein, H. J., Katechismus der Astronomie. 9. Aufl. Mit 3 Tafeln u. 143 Abb. (Webers illustr. Katechismen Nr. 3). Leipzig 1900, Weber. Mk. 3.50 geb.

Lagrange u. Cauchy, Zwei Abhandlungen zur Theorie der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung. Herausg. v. Dr. Gerhard Kowalewski. (Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften No. 113). Leipzig 1900, Engelmann. Mk. 1.— kart.

Lassar-Cohn, Die Chemie im täglichen Leben. 4. Aufl. Mit 22 Abb. Hamburg 1900, Voss. Mk. 4.— geb.

Lieber, H., u. v. Lühmann, F., Leitfaden der Elementar-Mathematik. Neu herausgeg. von C. Müsebeck. 1. Teil: Ausg. B. Planimetrie. Mit 5 Tafeln. Berlin 1900, Simion. Mk. 1.60.

Manno, R., Heinrich Hertz — für die Willensfreiheit. Eine kritische Studie über Mechanismus und Willensfreiheit. Leipzig 1900, Engelmann. Mk. 1.50.

Močniks, Geometrische Formenlehre und Anfangsgründe der Geometrie für Realschulen. Bearb. v. Joh. Spielmann. Mit 216 Fig. 18. Aufl. Prag 1900, Tempsky. Mk. 2.10 geb.

Für den botanischen Unterricht
empfehle meine in eigener Werkstätte sorgsamst hergestellten

zerlegbaren Blütenmodelle,

prämiiert mit der preuss. Staats-, sowie 21 goldenen und silbernen Ausstellungs-Medaillen.

R. Brendel, Grunewald bei Berlin
Bismarck-Allee 37.
Preisverzeichniss auf Verlangen gratis und franko.

Die Gestaltung des Raumes.

Kritische Untersuchungen über die Grundlagen der Geometrie.

Von **Prof. F. Pietzker.**
Mit 10 Figuren im Text. — Preis 2 Mk.
Verlag von Otto Salle in Berlin.

Verlag
von Otto Salle in Berlin W. 30.

Der Unterricht
in der
analytischen Geometrie

Für Lehrer und zum Selbstunterricht.

Von
Dr. Wilh. Krumme,
weil. Direktor der Ober-Realschule in Braunschweig.

Mit 53 Figuren im Text.

Preis 6 Mk. 50 Pf.

Verlag von **FERDINAND ENKE** in Stuttgart.

Soeben erschienen:

Kayser, Prof. Dr. H., Lehrbuch der Physik

für Studierende. **Dritte,** verbesserte Auflage. Mit 336 Textabbildungen. gr. 8⁰. geh. M. 11.—, in Leinw. geb. M. 12.20.

Wissenschaftliche Projektionsapparate.

zur Projektion von:
Lichtbildern, Experimenten, horizontal u. vertikal.
Mikroskopie und Polarisation.
Projektion undurchsichtiger Gegenstände.

Mit allen Lichtquellen:
Sonnenlicht, Elektrisches Bogen- und Glühlicht,
Kalklicht, Gasglühlicht, Acetylen, Petroleumlicht.
Doppelte und dreifache Apparate.

Laternbilderlager von ca. 30 000 Stück.

Ed. Liesegang, Düsseldorf.

Spezialhaus für Projektion.
Gegründet **1854.** Gegründet **1854.**

Ein neues Urteil

über das

Rechenbuch

für Gymnasien, Realgymnasien, Oberrealschulen, Realschulen, höhere Bürgerschulen, Seminare, Präparanden-Anstalten etc.

von

Chr. Harms und **Dr. Alb. Kallius**
weiland Professor in Oldenburg. Professor am Königstädt. Gymnasium in Berlin.

20. Auflage. 150. bis 170. Tausend. (Preis *M.* 2,85 eleg. u. solide gebd.)

Der soeben erschienene **„Pädagogische Jahresbericht",** Band 52 (ausgegeben Ende Oktober 1900 im Verlage von Friedr. Brandstetter in Leipzig) veröffentlicht über obiges Unterrichtswerk nachfolgendes Urteil:

„Ein Rechenbuch, das in der 20. Auflage erscheint und an rund 300 Schulen eingeführt ist, muss sicherlich vorzüglich „sein. Dies bestätigen 40 uns vorliegende fachmännische Urteile über die ausgezeichnete Brauchbarkeit des Buches. Doch „haben wir, unbeeinflusst von ihnen, das Buch eingehend geprüft und dabei gefunden, dass wir allerdings in ihm „ein Lehrmittel vor uns haben, das wohl unübertroffen und unerreicht dastehen dürfte. Die Dar„stellung der Bruchrechnung ist ein Meisterwerk. Das Gleiche lässt sich von den Aufgaben sagen, die dem algebrai„schen Unterricht vorarbeiten sollten. Auch die Art und Weise, wie die Lösung der Aufgaben auf jeder neuen Stufe durch „wenige bestimmte Fragen angedeutet wird, muss bewundert werden. Wir wüssten, um nur eins herauszugreifen, nicht, „wie man die Schüler besser in die Rabatt- und Diskontrechnung einführen kann, als es hier geschieht. Dadurch wird das „Buch zugleich zu einem methodischen Leitfaden. Dass wir dies und jenes vielleicht geändert sehen möchten, kann bei „einem so eigenartigen Buche kein Tadel sein. Es sind dies Kleinigkeiten, die auf persönlicher Anschauung beruhen.

„Doch wozu Eulen nach Athen tragen? Wer diese so gross angelegte und reichhaltige Aufgaben„sammlung noch nicht kennt, lasse sie sich kommen, und selbst, wenn sie ihm zur Einführung an der „Schule nicht geeignet erscheint, wird er so viel Anregung aus ihr schöpfen können, dass er niemals bereuen wird, „sie sich angeschafft zu haben."

An weit über 340 Gymnasien, Realschulen und sonstigen höheren Unterrichtsanstalten offiziell eingeführt, in Berlin allein an 26 Gymnasien und Realschulen.

Gesamtverbreitung: 149,000 Exemplare. ☞ **Zur Einführung empfohlen!** ☜

(Neu-Einführungen werden durch Freiexemplare an die Herren Fachlehrer und die Bibliotheka pauperum gern unterstützt. — Gebundene Probeexemplare stehen den Herren Fachlehrern kostenfrei zur Verfügung.)

Oldenburg i. Gr. **Gerhard Stalling,** Verlagsbuchhandlung, gegr. im Jahre 1789.

Druck von H. Sievers & Co. Nachf., Braunschweig.