

BOGDAN SKALMIERSKI

Katedra Mechaniki Technicznej

POWŁOKA WALCOWA UZĘBROWANA

Streszczenie: W pracy rozwiązano problem powłoki walcowej uzębrowanej i wzmocnionej przeponami w płaszczyznach równoleżnikowych. Rozważania dotyczą powłoki zamkniętej podpartej na brzegach przegubowo, obciążonej promieniowo w sposób dowolny.

Ważniejsze oznaczenia

L - długość powłoki

R - promień krzywizny

 δ - grubość powłoki

E - moduł Yunga

 ν - liczba Poissona

| | |
|-------|---|
| q_1 | } obciążenia i składowe przemieszczeń w kierunkach linii ξ, φ oraz w kierunku normalnej |
| q_2 | |
| q_n | |
| u | |
| v | |
| w | |

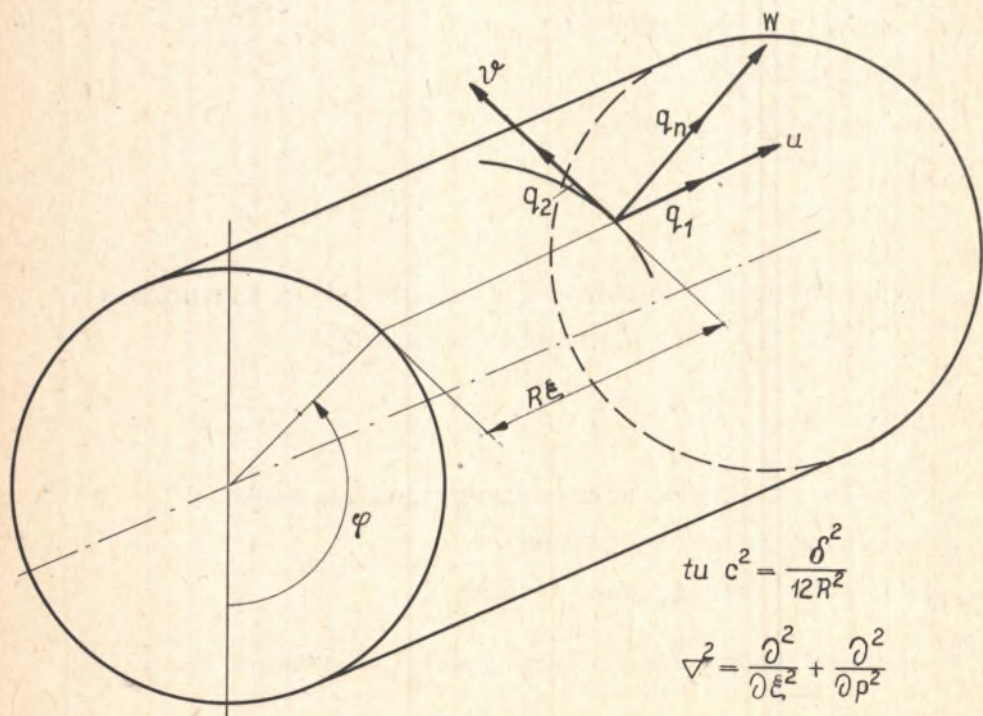
 A_i - pole przekroju poprzecznego i-tego żebra J_i - moment przekroju żebra g_i - grubość tarczy poprzecznej

| | |
|-------|---|
| x_i | } współrzędne określające położenia żeber i tarcz |
| x_j | |

1. Równanie równowagi powłoki walcowej

Punktem wyjścia rozważań jest układ równań różniczkowych przedstawiających warunki równowagi elementu powłoki wyrażone w przemieszczeniach

$$\left. \begin{aligned} & \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) u + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \xi \partial \varphi} + \nu \frac{\partial W}{\partial \xi} + R^2 \frac{1-\nu^2}{E \delta} q_1 = 0 \\ & \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \varphi} + \left\{ \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + c^2 \left[2(1-\nu) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] \right\} v + \\ & + \left\{ \frac{\partial}{\partial \varphi} - c^2 \left[(2-\nu) \frac{\partial^3}{\partial \xi^2 \partial \varphi} + \frac{\partial^3}{\partial \varphi^3} \right] \right\} W + R^2 \frac{1-\nu^2}{E \delta} q_2 = 0 \\ & \nu \frac{\partial u}{\partial \xi} + \left\{ \frac{\partial}{\partial \varphi} - c^2 \left[(2-\nu) \frac{\partial^3}{\partial \xi^2 \partial \varphi} + \frac{\partial^3}{\partial \varphi^3} \right] \right\} v + (1+c^2 \nu^4) W - R^2 \frac{1-\nu^2}{E \delta} q_n = 0 \end{aligned} \right\} (1)$$



Rys. 1.

Układ ten wyprowadzony przez Goldenwajzera, można napisać w innej formie, a mianowicie tak:

$$\begin{aligned} L_{11} u + L_{12} v + L_{13} w &= X \\ L_{21} u + L_{22} v + L_{23} w &= Y \\ L_{31} u + L_{32} v + L_{33} w &= Z \end{aligned} \quad (2)$$

Jak łatwo można spostrzec operatory L_{ik} są następujące:

$$\left. \begin{aligned} L_{11} &= \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \\ L_{12} = L_{21} &= \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \varphi} \\ L_{13} = L_{31} &= \nu \frac{\partial}{\partial \xi} \\ L_{22} &= \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + c^2 \left[2(1-\nu) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] \\ L_{23} = L_{32} &= \frac{\partial}{\partial \varphi} - c^2 \left[(2-\nu) \frac{\partial^3}{\partial \xi^2 \partial \varphi} + \frac{\partial^3}{\partial \varphi^3} \right] \\ L_{33} &= 1 + c^2 \nabla^4 \end{aligned} \right\} (3)$$

Natomiast

$$\left. \begin{aligned} X &= -R^2 \frac{1-\nu^2}{E \delta} q_1 \\ Y &= -R^2 \frac{1-\nu^2}{E \delta} q_2 \\ Z &= R^2 \frac{1-\nu^2}{E \delta} q_n \end{aligned} \right\} (4)$$

Stosując metodę operatorową, można układ (2) przekształcić do następującego:

$$G_w U = \begin{vmatrix} X - L_{13} w, & L_{12} \\ Y - L_{23} w, & L_{22} \end{vmatrix} \quad (5)$$

$$G_w V = \begin{vmatrix} L_{11}, & X - L_{13} w \\ L_{21}, & Y - L_{23} w \end{vmatrix} \quad (6)$$

$$\Omega w = G_w Z + F_w Y + K_w X \quad (7)$$

gdzie

$$\Omega = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{vmatrix} \quad (8)$$

$$G_w = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{vmatrix} \quad (9)$$

$$F_w = \begin{vmatrix} L_{12} & L_{32} \\ L_{11} & L_{31} \end{vmatrix} \quad (10)$$

$$K_w = \begin{vmatrix} L_{32} & L_{22} \\ L_{31} & L_{21} \end{vmatrix} \quad (11)$$

2. Rozwiązanie równania (7)
dla przypadku obciążeń promieniowych

Jeżeli $X = Y = 0$ to równanie (7) sprowadza się do następującego

$$\Omega w = GZ \quad (12)$$

Ze względu na przegubowe zamocowanie brzegów powłoki rozwiązania można poszukiwać w formie (por np. [1] str. 520)

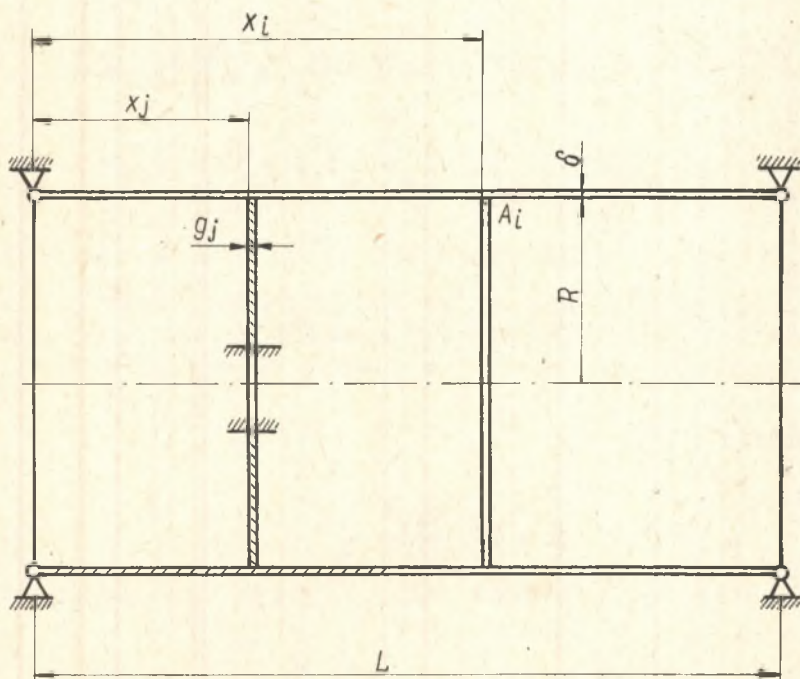
$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_{mn} w_{mn} \sin \frac{m\pi x}{l} \cos n\varphi \quad (13)$$

tu

$$\lambda_{mn} = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{dla } m \geq 1 \quad n = 0 \\ 1 & \text{dla } m > 1 \quad n > 1 \end{cases}$$

a

$$l = \frac{L}{R}$$



Rys.2

Przyjęcie takiej formy rozwiązania daje na brzegach, o czym nietrudno się przekonać

$$T_1 = T_2 = M_1 = M_2 = v = w = 0 \quad (14)$$

Wstawiając (13) do (12) otrzymuje się:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_{mn} \Omega_{mn} w_{mn} \sin \frac{m\pi z}{l} \cos n\varphi = GZ \quad (15)$$

gdzie

$$\begin{aligned} \Omega_{mn} = & \nu(1+\nu) \frac{m^2 n^2 \pi^2}{l^2} \left\{ 1+c^2 \left[(2-\nu) \frac{m^2 \pi^2}{l^2} + n^2 \right] \right\} - \\ & - \left(\frac{m^2 \pi^2}{l^2} + \frac{1-\nu}{2} n^2 \right) n^2 \left\{ 1+c^2 \left[(2-\nu) \frac{m^2 \pi^2}{l^2} + n^2 \right] \right\}^2 - \\ & - \left\{ \frac{1-\nu}{2} \frac{m^2 \pi^2}{l^2} + n^2 + c^2 \left[2(1-\nu) \frac{m^2 \pi^2}{l^2} + n^2 \right] \right\} \nu^2 \frac{m^2 \pi^2}{l^2} + \\ & + \left\{ 1+c^2 \left(\frac{m^2 \pi^2}{l^2} + n^2 \right)^2 \right\} \left\{ \frac{1-\nu}{2} \left(\frac{m^2 \pi^2}{l^2} + n^2 \right) + \right. \\ & \left. + c^2 \left(\frac{m^2 \pi^2}{l^2} + \frac{1-\nu}{2} n^2 \right) \left[2(1-\nu) \frac{m^2 \pi^2}{l^2} + n^2 \right] \right\} \quad (16) \end{aligned}$$

W równaniu (15)

$$Z = R^2 \frac{1-\nu^2}{E \delta} q_n \quad (17)$$

Na obciążenie promieniowe q_n składa się: 1) obciążenie zewnętrzne, 2) reakcje źebier i 3) reakcje tarcz, które założy się, że stanowią podłoże liniowo sprężyste dla powłoki w miejscach podparcia.

Czyli

$$q_n = q + q^* + q^{**} \quad (18)$$

Każde z podanych obciążeń należy przedstawić za pomocą podwójnego szeregu Fouriera ażeby mieć możność porównywania współczynników.

ad 1) Obciążenie powłoki dane jest funkcją $q(\xi, \varphi)$

$$q(\xi, \varphi) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_{mn} q_{mn} \sin \frac{m\pi\xi}{l} \cos n\varphi \quad (19)$$

gdzie

$$q_{mn} = \frac{4}{\pi l} \iint q(\xi, \varphi) \sin \frac{m\pi\xi}{l} \cos n\varphi d\xi d\varphi \quad (20)$$

$$q_{m0} = \frac{4}{\pi l} \iint q(\xi, \varphi) \sin \frac{m\pi\xi}{l} d\xi d\varphi$$

Oczywiście całkować należy po całym obszarze powłoki.

ad 2) Reakcje źebier można traktować jako obciążenie powłoki, a ponieważ źebro przylega na długości obwodu pasa równoleźnikowego przeto przedstawiają się następująco:

$$q_1^* = - \frac{\bar{q}_1^*}{R \Delta x_1} \quad (21)$$

Ażeby jednak q_1 wyrazić przez podwójny szereg należy

$$\bar{q}_1^* = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n q_{n1}^* \cos n\varphi$$

pomnożyć przez

$$1 = \sum_{m=1}^{\infty} q_m \sin \frac{m\pi \xi}{l}$$

rozwinęta na szerokość pasa $R \Delta x_i$

$$\lambda_n = \begin{cases} \frac{1}{2} & n=0 \\ 1 & n \geq 1 \end{cases}$$

Wtedy otrzymuje się

$$q_i^* = - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_{mn} \frac{2q_{mni}^*}{L} \sin \frac{m\pi x_i}{l} \sin \frac{n\pi \xi}{l} \cos n\varphi \quad (22)$$

Oczywiście jeśli jest p żeber to obciążenie będzie sumą

$$q^* = - \sum_{i=1}^p \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_{mn} \frac{2q_{mni}^*}{L} \sin \frac{m\pi x_i}{l} \sin \frac{n\pi \xi}{l} \cos n\varphi \dots \quad (23)$$

ad 3) Przechodząc do reakcji tarcz można napisać przez analogię

$$q^{**} = - \sum_{j=1}^r \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_{mn} \frac{2q_{mnj}^{**}}{L} \sin \frac{m\pi x_j}{l} \sin \frac{n\pi \xi}{l} \cos n\varphi \dots \quad (24)$$

tu r jest ilością tarcz pomiędzy podporami.

Ponieważ

$$Z = R^2 \frac{1-\nu^2}{E\delta} (q+q^*+q^{**}) \quad (25)$$

przeto uwzględniając w (15) wyprowadzone związki można napisać:

$$\Omega_{mn} w_{mn} = G_{mn} R^2 \frac{1-\nu^2}{E \delta} \left[q_{mni} \sum_{i=1}^P \frac{2q_{mni}^*}{L} \sin \frac{m\pi x_i}{l} - \sum_{j=1}^r \frac{2q_{mnj}^{**}}{L} \sin \frac{m\pi x_j}{l} \right] \quad (26)$$

gdzie

$$G_{mn} = \frac{1-\nu}{2} \left(\frac{m^2 \pi^2}{l^2} + n^2 \right)^2 + c^2 \left(\frac{m^2 \pi^2}{l^2} + \frac{1-\nu}{2} n^2 \right) \cdot \left[2(1-\nu) \frac{m^2 \pi^2}{l^2} + n^2 \right] \quad (26a)$$

3. Warunki nierozdzielności przemieszczeń

Z równania (26) nie można bezpośrednio wyznaczyć szukanych wartości w_{mn} , ponieważ q_{mni}^* i q_{mnj}^{**} są nieznane. Wartości te można wyznaczyć z warunków nierozdzielności przemieszczeń powłoka-żebro i powłoka brzeg tarczy.

Żebro przedstawia sobą pręt kołowy słabo zakrzywiony. Równanie różniczkowe osi odkształconej takiego pręta jest następujące

$$\frac{d^6 w_1^*}{d\varphi^6} + 2 \frac{d^4 w_1^*}{d\varphi^4} + \frac{d^2 w_1^*}{d\varphi^2} = \frac{R^2}{E_i} \left(\frac{R^2}{J_i} + \frac{1}{A_i} \right) \frac{d^2 \bar{q}_1^*}{d\varphi^2} \quad (27)$$

gdzie

$$\bar{q}_1^* = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n q_{n1}^* \cos n\varphi \quad (28)$$

Ugięcie pręta $w(\varphi)$ można również wyrazić pojedynczym szeregiem

$$w_i^* = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n w_{ni}^* \cos n\varphi \quad (29)$$

Wstawiając następnie (28) i (29) do (27) otrzymuje się:

$$-w_{ni}^* n^6 + 2w_{ni}^* n^4 - w_{ni}^* n^2 = -\frac{R^2}{E_i} \left(\frac{R}{J_i} + \frac{1}{A_i} \right) n^2 q_{ni}^*$$

zatem

$$w_{ni}^* = \frac{1}{(n^2-1)^2} \frac{R^2}{E_i} \left(\frac{R}{J_i} + \frac{1}{A_i} \right) \bar{q}_{ni}^* \quad (30)$$

a więc ostatecznie ugięcie i -tego żebra wyniesie

$$w_i^* = \frac{R^2}{E_i} \left(\frac{R}{J_i} + \frac{1}{A_i} \right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda_n}{(n^2-1)^2} q_{ni}^* \cos n\varphi \quad (31)$$

Podobnie rzecz ma się z przemieszczeniami brzegu tarczy. Zakładając, że brzeg ten stanowi dla powłoki liniowo sprężyste podłoże można napisać:

$$w_j^{**} = \frac{1}{k_j} \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n q_{nj}^{**} \cos n\varphi \quad (32)$$

k_j jest współczynnikiem sprężystości podłoża

$$k_j = \frac{g_j E_j}{(1-\nu)R} \quad *)$$

gdzie g_j jest grubością tarczy.

*) k_j - zostało wyprowadzone w pracy doktorskiej autora.

Przechodząc do warunków nierozdzielności przemieszczeń należy porównać przemieszczenia powłoki z przemieszczeniami żeber i tarcz. Porównanie szeregów podwójnych z pojedynczymi prowadzi do nieskończonego układu równań. Kłopot ten autor pomija w sposób następujący: prawe strony równań (31) i (32) mnoży przez 1 rozwinięte w szereg wg $\sin \frac{m\pi \xi}{l}$ czyli przez

$$1 = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4}{m\pi} \sin^2 \frac{m\pi}{2} \sin \frac{m\pi \xi}{l} \quad (33)$$

W ten sposób ugięcie żeber i brzegów tarcz zostaną wyrażone przez podwójne szeregi tak jak ugięcie powłoki

$$w_i^* = \frac{R^2}{E_i} \left(\frac{R^2}{J_i} + \frac{1}{A_i} \right) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_{mn} \frac{4 \sin^2 \frac{m\pi}{2}}{m\pi(n^2-1)^2} q_{mni}^* \sin \frac{m\pi x_i}{l} \cos n\varphi \quad (34)$$

$$w_j^{**} = \frac{4}{\pi k_j} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda_{mn} \sin^2 \frac{m\pi}{2}}{m} q_{mnj}^{**} \sin \frac{m\pi x_j}{l} \cos n\varphi \dots \quad (35)$$

Porównując teraz przemieszczenia powłoki z przemieszczeniami żeber i brzegów tarcz można ustalić związki:

$$w_{mn} = 4 \frac{R^2}{E_i} \left(\frac{R^2}{J_i} + \frac{1}{A_i} \right) \frac{\sin^2 \frac{m\pi}{2}}{m\pi(n^2-1)^2} q_{mni}^* \quad (36)$$

i

$$w_{mn} = \frac{4}{m\pi k_j} \sin^2 \frac{m\pi}{2} q_{mnj}^{**} \quad (37)$$

Uwzględniając w (26) wyliczone z (36) i (37) q_{mni}^* i q_{mnj}^{**} można napisać:

$$w_{mn} \left[\sin^2 \frac{m\pi}{2} \Omega_{mn} + \frac{2}{L} G_{mn} R^2 \frac{1-\nu^2}{E\delta} \left(\sum_{i=1}^P Q_{mni} \sin \frac{m\pi x_i}{l} + \sum_{j=1}^r Q_{mnj}^{**} \sin \frac{m\pi x_j}{l} \right) \right] = \sin^2 \frac{m\pi}{2} G_{mn} R^2 \frac{1-\nu^2}{E\delta} q_{mn} \quad (38)$$

gdzie

$$Q_{mni}^* = \frac{E_i m\pi (n^2 - 1)^2}{4 R^2 \left(\frac{R^2}{J_i} + \frac{1}{A_i} \right)} \quad Q_{mnj}^{**} = \frac{1}{4} \pi m k_j \quad (39)$$

a stąd

$$w_{mn} = \frac{R^2 G_{mn} q_{mn} \sin^2 \frac{m\pi}{2}}{\frac{E\delta}{1-\nu^2} \Omega_{mn} \sin^2 \frac{m\pi}{2} + \frac{2}{L} G_{mn} R^2 \left(\sum_{i=1}^P Q_{mni}^* \sin \frac{m\pi x_i}{l} + \sum_{j=1}^r Q_{mnj}^{**} \sin \frac{m\pi x_j}{l} \right)} \quad (40)$$

Chcąc np, wyznaczyć przemieszczenia powłoki nieuzbrojonej będzie $Q_{mni}^* = 0$, a dla powłoki pozbawionej wzmocnień $Q_{mnj}^{**} = 0$. Gdyby, nie było ani żeber ani tarcz poprzecznych wtedy:

$$w_{mn} = \frac{(1-\nu) R^2 G_{mn} q_{mn}}{E\delta \Omega_{mn}} \quad (41)$$

Wielkości Ω_{mn} , q_{mn} i G_{mn} są przedstawione za pomocą związków (16), (20) i (26a).
Oczywiście

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_{mn} w_{mn} \sin \frac{m\pi\xi}{l} \cos n\varphi \quad (42)$$

4. Funkcje przemieszczeń stycznych u i v

Pozostałe składowe przemieszczeń powierzchni środkowej powłoki u i v można poszukiwać w formie

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_{mn} u_{mn} \cos \frac{m\pi\xi}{l} \cos n\varphi \\ v &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_{mn} v_{mn} \sin \frac{m\pi\xi}{l} \sin n\varphi \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

Zadanie, tak jak przy wyznaczaniu składowej w, sprowadza się tu do wyznaczenia u_{mn} i v_{mn} .

Poszukiwane współczynniki wyznaczają, jak łatwo się przekonać, równania (5) i (6); bowiem z nich bezpośrednio wynika gdy $X=Y=0$, że:

$$\begin{aligned} G_{mn} u_{mn} &= - \left\{ \frac{1+\nu}{2} \frac{m\pi^2}{l} \left\{ 1+c^2 \left[(2-\nu) \frac{m^2\pi^2}{l^2} + n^2 \right] \right\} - \right. \\ &\quad \left. -\nu \frac{m\pi}{l} \left\{ \frac{1-\nu}{2} \frac{m^2\pi^2}{l^2} + n^2 + c^2 \left[2(1-\nu) \frac{m^2\pi^2}{l^2} + n^2 \right] \right\} \right\} w_{mn} \end{aligned} \quad (44)$$

$$G_{mn} v_{mn} = - \left\{ \left[\frac{m^2 J^2}{1^2} + \frac{1-\nu}{2} n^2 \right] n \left\{ 1 + \right. \right. \\ \left. \left. + c^2 \left[(2-\nu) \frac{m^2 J^2}{1^2} + n^2 \right] \right\} \nu \frac{1+\nu}{2} \frac{n^2 n J^2}{1^2} \right\} w_{mn} \quad (45)$$

a stąd

$$u_{mn} = - \frac{m J}{1 G_{mn}} \left\{ \frac{1+\nu}{2} n^2 \left\{ 1 + c^2 \left[(2-\nu) \frac{m^2 J^2}{1^2} + n^2 \right] \right\} - \nu \left\{ \frac{1-\nu}{2} \frac{m^2 J^2}{1^2} + n^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + c^2 \left[2(1-\nu) \frac{m^2 J^2}{1^2} + n^2 \right] \right\} \right\} w_{mn} \quad (46)$$

$$v_{mn} = - \frac{n}{G_{mn}} \left\{ \left[\frac{m^2 J^2}{1^2} + \frac{1-\nu}{2} n^2 \right] \left\{ 1 + \right. \right. \\ \left. \left. + c^2 \left[(2-\nu) \frac{m^2 J^2}{1^2} + n^2 \right] \right\} \frac{1+\nu}{2} \nu \frac{m^2 J^2}{1^2} \right\} w_{mn} \quad (47)$$

W ten sposób wszystkie składowe przemieszczeń zostały jednoznacznie określone.

Na podstawie znanych funkcji u i v można już bez trudu wyznaczyć wielkości wewnętrzne.

5. Siły i momenty działające na element powłoki

Uwzględniając prawo Hooke'a oraz związki pomiędzy odkształceniami, a przemieszczeniami liniowej teorii powłok, można ustalić następujące zależności

$$T_1 = \frac{E \delta}{R(1-\nu^2)} \left[\frac{\partial u}{\partial \xi} + \nu \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + w \right) \right] \quad (48)$$

$$T_2 = \frac{E \delta}{R(1-\nu^2)} \left[\frac{\partial \nu}{\partial \varphi} + w + \nu \frac{\partial u}{\partial \xi} \right]$$

$$T_{12} = \frac{E \delta}{R(1+\nu)} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \nu}{\partial \xi} + \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) - c^2 \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial w}{\partial \varphi} - \nu \right) \right]$$

$$T_{21} = \frac{E \delta}{2R(1+\nu)} \left(\frac{\partial \nu}{\partial \xi} + \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right)$$

(48)

$$M_1 = - \frac{E \delta}{1-\nu^2} c^2 \left[\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \nu \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial w}{\partial \varphi} - \nu \right) \right]$$

$$M_2 = - \frac{E \delta}{1-\nu^2} c^2 \left[\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial w}{\partial \varphi} - \nu \right) + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right]$$

$$M_{12} = M_{21} = - \frac{E \delta}{1+\nu} c^2 \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial w}{\partial \varphi} - \nu \right)$$

$$N_1 = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial M_1}{\partial \xi} + \frac{\partial M_{21}}{\partial \varphi} \right)$$

$$N_2 = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial M_{12}}{\partial \xi} + \frac{\partial M_2}{\partial \varphi} \right)$$

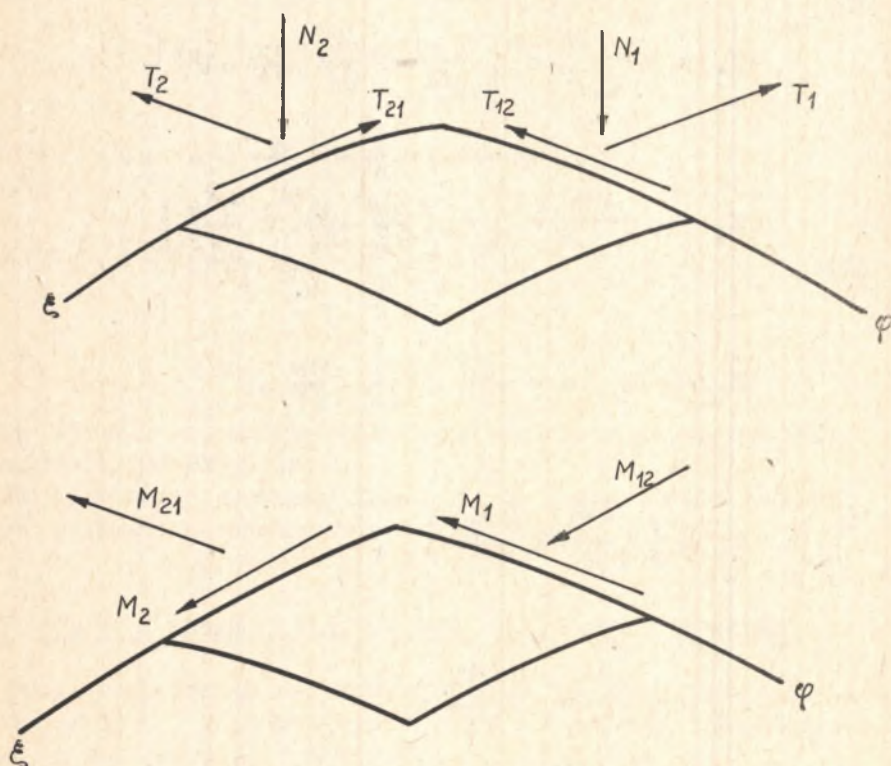
Są to siły i momenty przypadające na jednostkę długości południka względnie równoleźnika, a działające w przekroju południkowym względnie równoleźnikowym powłoki.

Jeśli chodzi o naprężenia to można je wyznaczyć z zależności

$$\sigma_{\xi} = \frac{T_1}{\delta} \pm \frac{6M_1}{\delta^2} \quad (49)$$

$$\sigma_{\varphi} = \frac{T_2}{\delta} \pm \frac{6M_2}{\delta^2}$$

Znak "+" obowiązuje dla zewnętrznych włókien a "-" dla wewnętrznych.



Rys.3

6. Uwagi końcowe

Ządanie, które tu zostało rozwiązane można byłoby rozszerzyć przy zachowaniu identycznego toku rozumowania, na przypadek powłoki wzmocnionej w płaszczyznach południkowych i równoleźnikowych. Również i w prowadzeniu obliczeń można byłoby wprowadzić pewne udoskonalenia polegające na uwzględnieniu oddziaływań stycznych oraz momentów źeber i tarcz. Autor na razie pominął je z uwagi na znaczne komplikacje rachunkowe. Wydaje się, że oddziaływania te są w stosunku do reakcji normalnych dość nikłe. Powyższe obliczenia mogą znaleźć zastosowanie przy projektowaniu konstrukcji cienkościennych.

LITERATURA

- [1] Girkmann - Dźwigary powierzchniowe - Warszawa 1958.
- [2] Goldenwajzer - Teoria powłok PMM.
- [3] W.W.Nowożyłow - Teoria cienkich połwok Sudpromgiz 1951.
- [4] Huber MT Pisma Tom IV - V PWN Warszawa 1954.
- [5] PP Bijlaard Stresses from Local Loadings i Cylindrical Pressure Vessels Ithaca N.Y. Trans. ASME 1955 vol 77 Nr 6 805-816.

Цилиндрическая ребровая оболочка

В своей работе автор подает решение проблемы статики оболочки, укрепленной ребрами и упругими подпорами. Решения касаются цилиндрической оболочки замкнутого профиля. Решение основных дифференциальных уравнений произведено методом Фурье. Учтено только влияние нагрузок нормальных к срединной поверхности оболочки на состояние деформации упругой системы. Ребра и подпоры, размещенные произвольно, находятся в радиальных плоскостях.

The ribbed cylindrical shell

In the paper the author gives a solution of the problem of shell's statics, which is reinforced by means of ribs and elastic supports. The considerations concern a shell having a cylindrical circular shape with a closed profile. The solution of the basic differential equation was carried out by means of Fourier's method. Only the influence of normal loads to the internal surface of the shell upon the deformation state of an elastic structure, was taken into account. Ribs and supports, arranged in a free way, lie in the radial planes.