Jahrgang VII. 1901. Nr. 4.

Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung
des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften.

Begründet unter Mitwirkung von **Bernhard Schwalbe,**
herausgegeben von
F. Pietzker,
Professor am Gymnasium zu Nordhausen.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 30.

Redaktion: Alle für die Redaktion bestimmten Mitteilungen und Sendungen werden nur an die Adresse des Prof. Pietzker in Nordhausen erbeten.

Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (3 Mk. Jahresbeitrag oder einmaliger Beitrag von 45 Mk.) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Lindenerstrasse 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 6 Nummern ist 3 Mark, für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift unentgeltlich; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhdlg. zu beziehen.
Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermässigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Inhalt: Ueber Grundfragen des physikalischen Unterrichts. Von F. Poske, Schluss (S. 65). — Diskussion hierüber (S. 69). — Diskussion über die Gestaltung des Unterrichts in der darstellenden Geometrie (S. 70). — Nachschrift zu der vorstehenden Diskussion. Von Hamdorff (S. 76). — Auflösung der Kreis- und der Kugelberührungsaufgaben durch die Kreis- und die Kugelverwandtschaft. Von R. Heger (S. 77). — Vereine und Versammlungen [73. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte zu Hamburg] (S. 80). — Schul- und Universitäts-Nachrichten [Schwalbe-Stiftung; die neuen preussischen Lehrpläne] (S. 80). — Lehrmittel-Besprechungen (S. 81). — Bücher-Besprechungen (S. 81). — Zur Besprechung eingetr. Bücher (S. 82.) — Anzeigen.

Ueber Grundfragen des physikalischen Unterrichts.

Vortrag, gehalten auf der Hauptversammlung des Vereins zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften in Giessen.

Von F. Poske in Berlin.

(Schluss.)

Ich gehe nun zu dem andern Beispiel über. Sie alle kennen den vermeintlichen Beweis, der in den meisten Lehrbüchern für das Hebelgesetz gegeben wird. Man geht aus von der Zusammensetzung zweier nicht paralleler Kräfte, die in den Endpunkten einer starren Linie angreifen, und die man vereinigt, nachdem man sie bis an den Schnittpunkt ihrer Richtungsgeraden verschoben hat. Man geht dann zu parallelen Kräften über, indem man diesen Fall durch Hinzufügung von zwei gleichen und entgegengesetzten Kräften auf den vorigen zurückführt. Man zeigt, dass die starre Verbindungslinie durch den Schnittpunkt der Resultierenden im Verhältnis der beiden Kräfte geteilt wird, und endlich, dass das System in Ruhe bleiben muss, wenn man diesen Punkt fest macht.

M. H., ich glaube, keiner von Ihnen wird durch diesen überaus künstlichen Beweis wirklich befriedigt sein. Unter den mannigfachen Einwänden, denen er ausgesetzt ist, hebe ich nur den einen hervor, dass er unvermeidlich Verwirrung in Bezug auf die Tragweite und den Gültigkeitsbereich eines Beweises hervorrufen muss. Denn ein Beweis ist doch nur so lange gültig, als die Voraussetzungen, unter denen er geführt ist, bestehen bleiben. Nun ist bei dem Beweise ein ausgedehntes starres System, oder wenigstens das Vorhandensein eines ausserhalb der starren Linie gelegenen und mit dieser fest verbundenen Punktes vorausgesetzt, in dem die Zusammensetzung der Kräfte erfolgen kann. Handelt es sich also um den einfachsten Fall, um eine starre gerade Linie, so ist der Beweis hinfällig.

Dass der Beweis sich bis heute in den Lehrbüchern erhalten hat, hängt wiederum mit der Ueberschätzung zusammen, die der deduktiv systematischen Darstellungsform erwiesen zu werden pflegt. Der Beweis rührt von Varignon, einem Zeitgenossen Newtons her und ist also über 200 Jahr alt. Varignon hatte gleichzeitig mit Newton den Satz vom Kräfteparallelogramm als ein allgemeines Prinzip erkannt, und glaubte darin eine Grundlage für die gesamte Mechanik gefunden zu haben. Seine

Nouvelle Mécanique (1725) ist denn auch nichts anderes als ein Versuch, die Statik auf diesem Prinzip deduktiv aufzubauen.

Ich habe auf die tieferen Gründe, warum dieser Versuch unzulänglich bleiben musste, hier nicht einzugehen. Es dürfte dies damit zusammenhängen, dass das Prinzip des Kräfteparallelogrammes und das der virtuellen Verschiebungen, das für das Gleichgewicht vor allem in Betracht kommt, zwei von einander völlig unabhängige Prinzipien sind. Und auch abgesehen von dem Fall des Gleichgewichts lässt sich bei der Zusammensetzung der Kräfte nicht recht um die hier vorhandenen Schwierigkeiten herumkommen. Keiner scheint diese Schwierigkeiten deutlicher empfunden zu haben als Föppl, der in seiner trefflichen Mechanik die entsprechenden fundamentalen Entwickelungen mit gewissen Vorbehalten und Entschuldigungen begleitet. Eine befriedigende analytische Lösung des Problems kann ja nicht ohne Berücksichtigung der im starren System auftretenden Spannungen gegeben werden, worauf Mach in seiner historisch kritischen Darstellung der Mechanik ausführlicher eingeht.

Aber m. H., angesichts dieser Sachlage, wird es berechtigt erscheinen, wenn ich die Forderung ausspreche: Los von der Lehrbuchphysik! Los von der Ueberschätzung der systematisch-deduktiven Methode!

Sie werden fragen: Ja, wie soll denn nun die Sache gemacht werden? Das Mittel dazu ist immer wieder dasselbe, ein Zurückgehen auf die grossen Meister der physikalischen Wissenschaft, im vorliegenden Falle ein Zurückgehen auf den Meister aller Meister, auf den Begründer der Physik als Wissenschaft, auf Galilei.

In der Schrift Della scienza meccanica (Band XI der Ausgabe von Albèri) behandelt Galilei das Hebelproblem in einer verblüffend einfachen Weise. Er sagt, die Mechaniker irrten sich, wenn sie meinten, dass der Natur durch Anwendung des Hebels gleichsam ein Schnippchen geschlagen werde. Denn es könne auch ohne die Hülfe des längeren Hebelarmes mit derselben geringen Kraft dieselbe Wirkung hervorgebracht werden. Er sagt etwa so:

Man denke sich den längeren Hebelarm beispielsweise 5 mal so lang als den kürzeren; am kürzeren wirke eine Last p, dann sei am längeren nur ein Gewicht $\frac{p}{5}$ erforderlich, um die Last p zu heben. Man könne aber mit demselben Gewicht $\frac{p}{5}$ auch an einem gleicharmigen Hebel denselben Effekt hervorbringen. Man brauche nur die Last p in 5 gleiche Teile zu zerlegen, und diese 5 Teile nacheinander zu heben, indem man jedesmal am andern gleichen Hebelarm die Kraft $\frac{p}{5}$ wirken lasse. Dann betrage freilich auch die Hubhöhe der Kraft jedesmal nur $^1/_5$ der früheren, komme aber bei 5 maliger Wiederholung der frühern gleich. Und es komme auf dasselbe heraus, ob man eine Kraft fünfmal nacheinander auf einem gewissen Wege oder einmal auf einem fünfmal so grossen Wege wirken lasse.

Sie erkennen den grossen Vorzug der hier im Keim angedeuteten Betrachtung vor der vorherigen. Die Aufklärung wird nicht durch Herbeiziehen entlegener Prinzipien und künstlicher Deduktionen versucht, sondern wird durch Eindringen in die Sache selber gegeben. Zwei Gesichtspunkte sind es, die für diesen Fall von Galilei zu lernen sind: 1) Die Zurückführung des statischen Problems auf das entsprechende dynamische, und 2) die Einführung des Arbeitsbegriffs in die Betrachtung des Vorgangs.

Selbst auf der Unterstufe kann man nach diesem Vorbilde das Hebelgesetz über eine roh empiristische Feststellung hinaus zu tieferem Verständnis bringen.

Ich will wieder nur kurz andeuten, wie der Gang sein würde:

Am gleicharmigen Hebel seien zwei gleich grosse Gewichte von je 50 gr angebracht. Angenommen es bestände kein Gleichgewicht, so würde bei einer kleinen Drehung das eine Gewicht etwa um 1 cm gehoben, die geleistete Arbeit wäre 50.1 Gramm cm. Würde eine gleiche Drehung in entgegengesetztem Sinn ausgeführt, so wäre die an dem andern Gewicht geleistete Arbeit gleichfalls 50 Gramm cm. Da die Arbeit also im einen wie im andern Fall gleich gross sein würde, so begreift man, dass keine von beiden Drehungen eintritt, sondern dass Gleichgewicht stattfindet.

Man sieht leicht, dass die Betrachtung sich sofort auf einen ungleicharmigen Hebel übertragen lässt, da bei gleich grosser Drehung die Hubhöhen sich umgekehrt wie die Hebelarme verhalten. Man sieht auch, wie man so schon auf elementarer Stufe zu dem Begriff der positiven und negativen Arbeit und zu dem Prinzip der virtuellen Bewegungen kommen kann. Dass dieses Prinzip auf einer höheren Stufe als das eigentliche Grundprinzip der Statik aufgestellt werden muss, ist heute wohl allgemein anerkannt.

Es handelt sich hier auch nicht um eine Deduktion, sondern bloss darum, das allgemeine Prinzip in dem besonderen Vorgang sichtbar zu machen. Dies Verfahren ist völlig im Geiste Galileis, von dem Lagrange in einem oft citierten Ausspruch gesagt hat, er habe in den Erscheinungen das ihnen zugrunde liegende Gesetz erschaut.

Ein solches Verfahren ist völlig verschieden von dem in neuerer Zeit öfter empfohlenen, das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit als etwas unmittelbar Gewisses hinzustellen und daraus die spezielleren Gesetze wie das Hebelgesetz abzuleiten. Das letztere Verfahren ist vielmehr geradezu als eine Versündigung an dem Geist und der Methode der Physik zu bezeichnen; diese Wissenschaft wird dadurch zu einer abstrakt deduzierenden gestempelt, während sie in Wahrheit induktiv zu Werke geht. Allerdings ist das Wesen der induktiven Methode nicht in einer Zusammenstellung von Einzelfällen, sondern in einer Analyse der Thatsachen, einem Eindringen gleichsam in das Innere der Erscheinungen zu suchen.

Wenn es uns gelingt, den physikalischen Unterrichtsstoff durchweg in solcher Weise zu behandeln, so wird dadurch auch die von mir an den Anfang gestellte Frage, wie der Bildungsgehalt dieses Unterrichts zu möglichst vollkommener Wirkung zu bringen sei, der Lösung näher geführt.

Ich finde mich auch hier in Uebereinstimmung mit Prof. Ernst Mach, der in seiner gedankenreichen Schrift über den Bildungswert der mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer die Forderung erhebt, es sei der systematische Unterricht aufzugeben und vielmehr dafür zu sorgen, dass jeder Schüler einige wenige mathematische oder naturwissenschaftliche Entdeckungen so zu sagen mit erlebe und in ihren weiteren Konsequenzen verfolge. Darin dass der physikalische Unterricht noch viel mehr als bisher vom systematischen Betrieb zum methodischen übergehen müsse, treffe ich auch mit dem Vorsitzenden unseres Vereins Herrn Kollegen Pietzker zusammen, der sich in Hannover 1898 in gleichem Sinne hinsichtlich des gesamten exaktwissenschaftlichen Unterrichts geäussert hat. —

Eine Frage, die mit dem Vorhergehenden aufs engste zusammenhängt, ist die Lehrbuchfrage. Für diese ist bekanntlich in den preussischen Lehrplänen von 1892 eine Regelung vorbehalten worden. Da aber in den verflossenen neun Jahren nichts weiteres hierüber verlautbart ist, so ist wohl anzunehmen, dass man auf Seiten der obersten Unterrichtsbehörde an eingreifende Massregeln in dieser Richtung nicht denkt. In der That könnte es nur von Nachteil sein, wenn man die freie Bewegung auf diesem Gebiet einschränken wollte; es stände dies auch im Widerspruch mit der ersichtlichen Neigung der Regierung, der individuellen Ausgestaltung des Unterrichts grösseren Spielraum zu gönnen. Für uns bleibt es indessen eine wichtige Frage, wie das Lehrbuch am zweckmässigsten einzurichten ist. Diese Frage ist bereits 1896 Gegenstand der Erörterung von Seiten der Herren Schwalbe und Pietzker gewesen. Beide haben sich zu gunsten einer systematischen Anordnung des Stoffes im Gegensatz zur methodischen ausgesprochen. Man kann dies gelten lassen, wenn das Systematische nicht ins einseitig Deduktive ausartet. Wenn die Anordnung zu formal systematisch ist, so wird der Gebrauch des Lehrbuchs bei und neben dem methodischen Unterricht unbequem und die Schüler werden in dem Buche nie recht zu Hause sein (so ist es bis vor kurzem bei dem Jochmannschen Lehrbuch der Fall gewesen). Ist die Anordnung zu methodisch, so wird dies leicht für den Lehrer eine Fessel und überdies für den Unterricht, der auch im Aufsuchen der richtigen Methode den Schein der Freiheit wahren sollte, geradezu ein Nachteil. Am meisten zweckentsprechend würde ein Lehrbuch sein, das den Stoff in übersichtlicher Anordnung darböte und den methodischen Gang weder zu genau vorschriebe, noch auch ihm allzugrosse Schwierigkeiten in den Weg legte.

Ich bin übrigens der Meinung, welche Art von Lehrbuch man auch zur Verfügung hat, es sollte im Unterricht selbst möglichst wenig benutzt werden. Die alte Sitte, Paragraph für Paragraph zu absolvieren, dürfte mehr und mehr einer freieren Behandlung des Gegenstandes weichen. Ich gedenke hierbei meines unvergesslichen Lehrers Schwalbe, der schon vor mehr als 30 Jahren sich solcher Art von Lehrbuch emanzipierte, was freilich eine vermehrte Last an Ausarbeitungen, wie wir sie heute unsern Schülern nicht mehr zumuten würden, zur Folge hatte — aber nicht durchaus zur Folge haben muss.

Keine Lehrbuchphysik, sondern lebendige Physik muss die Losung sein. Die Lehrbuchphysik führt zu Dogmatismus, d. h. zu dem geraden Gegenteil dessen, worin der Bildungswert der Physik besteht. In fast allen andern Fächern lernt man aus dem Lehrbuch, hier sollen die Schüler aus den Erscheinungen selber und aus der von Lehrer und Schülern gemeinsam vorgenommenen Bearbeitung dieser Erscheinungen lernen. Dennoch können wir das Lehrbuch, wenigstens auf der Oberstufe, nicht entbehren, schon der systematischen Uebersicht des Stoffes wegen, die als Abschluss des Unterrichts nicht fehlen darf. Der Schüler der Oberstufe wird auch leicht imstande sein, die dem Unterricht entsprechenden Abschnitte zu Hause selbständig durchzuarbeiten und darüber in der Klasse kurz zu berichten. Man wird auch hinsichtlich mancher Ableitungen sekundärer Art auf das Lehrbuch verweisen und dies überhaupt für den häuslichen Fleiss mehr heranziehen dürfen. Ich möchte das Gesagte kurz so formulieren, dass das Lehrbuch den Unterricht begleiten, aber nicht beherrschen soll. Ich könnte auch sagen: Ein Lehrbuch der Physik ist nicht dazu da, damit danach unterrichtet wird. Gerade die irrige Meinung, dass dem so sei, hat dazu geführt, den Unterricht lange Zeit allzu systematisch zu gestalten. Andrerseits haben die methodischen Lehrbücher, wie man auch über sie denken mag, das grosse Verdienst, einer Abwendung von dieser systematischen Form des Unterrichts den Weg geebnet zu haben. —

Noch auf eine weitere Frage, die ich bereits mehrfach berührt habe, möchte ich kurz einzugehen mir erlauben; es ist dies die Frage nach dem Verhältnis zwischen dem physikalischen und dem mathematischen Unterricht. Diese Frage ist in unserm Verein wie in den Zeitschriften der beiden Fächer mehrfach erörtert worden. Es ist im Sinne einer reinlichen Scheidung mit Recht gesagt worden*), der Physikunterricht dürfe keine Mathematik treiben, und andererseits ist die Bedeutung des physikalischen Unterrichts so hoch veranschlagt worden, dass sogar gefordert werden konnte**), der mathematische Unterricht müsse auf der obersten Stufe in dem Physikunterricht aufgehen.

Nun, die vergangenen zehn Jahre haben uns in dieser Frage auch weitere Klärung gebracht. Die Mathematik hat sich ihre selbständige Bedeutung im Unterricht gewahrt, aber sie hat doch mehr und mehr realistische Elemente in ihren Betrieb aufgenommen, und allgemeiner Zustimmung sicher ist wohl der Ausspruch des Herrn Geh.-R. Klein-Göttingen auf der Juni-Konferenz von 1900: Als Zielpunkt des mathematischen Unterrichts sei früher zu ausschliesslich dieser hingestellt worden — den Verstand zu schärfen; eine Hauptsache sei doch auch, die Ueberzeugung entstehen zu lassen, dass richtiges Nachdenken auf grund richtiger Prämissen die Aussenwelt beherrschen lässt. Angesichts dieser Auffassung darf doch wohl gesagt werden, dass es nicht nur für den Physikunterricht eine Entlastung, sondern zugleich für den mathematischen Unterricht einen Gewinn bedeuten würde, wenn gewisse Dinge, die bisher zumeist in den Physikstunden behandelt wurden, in die mathematischen Stunden verlegt werden. Bei der geringen Stundenzahl, die dem Physikunterricht auf den Gymnasien (und relativ zu seiner Bedeutung auch auf den Realgymnasien) zugewiesen ist, kann auf solche Weise Raum dafür geschaffen werden, dass der eigentliche, spezifische Bildungswert dieses Faches einigermassen zur Verwirklichung gelangt. Nicht als ob der Ruf: Die Physikstunde gehört dem Physiker, in so engem Sinn zu nehmen wäre, dass nun keine mathematische Formel mehr in den Physikstunden auftreten dürfte. Aber das wäre wohl als erstrebenswert zu bezeichnen, dass nur solche mathematische Entwicklungen einfachster Art, die für die Physik grundlegend sind, oder die mit fundamentalen Problemen in unmittelbarem Zusammenhang stehen (ich denke an die Schwungkraftformel, an die Schwingungsbewegung und ähnliches) in den Physikstunden beibehalten werden. Anwendungen dagegen, wie die Entwicklung der barometrischen Höhenformel, die Diskussion der Wurfkurve, die Berechnungen am astronomischen Polardreieck, die Ableitung des Newtonschen Gesetzes aus dem Keplerschen u. dgl. mehr gehören in die mathematischen Stunden. Es ist dann auch gerechtfertigt, dass die mathematische Geographie an den Realgymnasien schon längst der Mathematik zugewiesen ist; und es wäre wohl zweckmässig, wenn dies auch für die altklassischen Gymnasien vorgeschrieben würde.*)

Endlich möchte ich in diesem Zusammenhange an eine Forderung erinnern, die schon in den Verhandlungen der Dezember-Konferenz von 1890 aufgetreten ist und in den preussischen Lehrplänen von 1892 Berücksichtigung gefunden hat, nämlich dass unter die mathematischen Aufgaben für die Reifeprüfung an Gymnasien auch eine physikalische Aufgabe aufgenommen werde. Diese Forderung ist, soweit sich aus den Programmen ersehen lässt, immer noch wenig beachtet, und doch wäre sie das einfachste Mittel, der Physik zu einer gewissen Rolle bei der Abiturientenprüfung zu verhelfen. Die weitergehende Forderung, die Schwalbe in seinem letzten Gutachten ausgesprochen hat, dass Physik und Chemie auch als solche in der Abiturientenprüfung der Gymnasien eine Stelle finden müssten, wird freilich noch nicht so bald auf Erfüllung rechnen können; aber vergessen darf sie nicht wieder werden, sie entspricht durchaus der Bedeutung, die der Physik im Verhältnis zu allen übrigen Gymnasialfächern zuerkannt werden muss. —

Ich knüpfe zum Schluss noch einmal an die Frage nach dem Bildungsgehalt des physikalischen Unterrichts an. Was man öfter als die humanistische Aufgabe dieses Unterrichts bezeichnet hat, reicht weit über alle Fachbildung, ja auch über die Grenzen exaktwissenschaftlicher Erkenntnisse hinaus. Im Hinblick auf die obersten Bildungsziele sollten wir danach streben, unseren Gegenstand in Beziehung zu setzen zu den höchsten und allgemeinsten Fragen, die das menschliche Gemüt bewegen, und nach

*) Noack, Zeitschr. f. d. physik. Unterricht, IV. 1891, S. 162.

**) Pietzker, Zeitschr. f. d. physik. Unterricht, III, 1890, S. 110.

*) Zusatz des Verfassers: Dies ist in den neuen preussischen Lehrplänen von 1901 geschehen.

deren Klärung die Schüler unserer Oberklassen besonders lebhaft verlangen. Dies sind die Probleme des geistigen Lebens, sofern es sich auf dem materiellen aufbaut und mit diesem zusammenhängt, es gehört hierher alles das, was man kurz mit dem Worte Weltanschauung bezeichnet. Der Physikunterricht hat nicht nur ein Recht, sondern sogar die Pflicht, diesen Fragen nicht aus dem Wege zu gehen.

Ich will dies an einem Beispiel kurz erläutern. Wir lehren unsern Schülern, dass Klang auf Schwingungen der Luft, und Licht auf Bewegungen im Aether zurückzuführen sei. Aber bestehen Klang und Licht deshalb in solchen Bewegungen, sind diese Bewegungen das eigentlich Reale, und sind die Bewusstseinsvorgänge, die als Empfindungen in uns auftreten, nur Begleiterscheinungen dieses Realen? Ist das menschliche Geistesleben demnach überhaupt nur etwas Sekundäres, machen seelenlose Vorgänge in der Aussenwelt das Wesen der Welt aus, und sind unsere Empfindungen, Gedanken, Gefühle nichts als eine Art Wiederschein dieser Vorgänge? Oder ist umgekehrt die ganze Aussenwelt nur die Projektion eines Innern, Subjektiven? — Es wird ja von der philosophischen Stellung des Einzelnen abhängen, wie er diese Fragen beantwortet. Nach meiner Ueberzeugung ist es so, dass gerade erst im menschlichen Gemüt die Dinge da draussen ihre letzten und feinsten Wirkungen entfalten, so dass geradezu gesagt werden muss: Im Menscheninnern erst kommt das Wesen der Welt zu seinem vollkommensten Ausdruck. Dann ist auch, was wir als Klang- und Lichtwirkung empfinden, gewissermassen das allerrealste an den Vorgängen. Ein Hinweis auf solche Anschauungen, die mit den tiefsten philosophischen Ergebnissen des letzten Jahrhunderts zusammentreffen, darf meines Erachtens dem physikalischen Unterricht als Abschluss nicht fehlen. Zu erinnern wäre auch daran, wie in dem vor kurzem erst gefeierten Gustav Theodor Fechner die strengste physikalische Forschung sich mit einer alles Physikalische weit übersteigenden Weltansicht vereinigte — und wie vor Jahrhunderten schon in Giordano Bruno die Ueberzeugtheit von der neuen Lehre des Kopernikus sich mit einer nicht minder innigen Ueberzeugtheit von der Beseeltheit der Welt und einer überschwenglichen Begeisterung für die Schönheit dieser Welt verband.

Ich muss mich mit diesen Andeutungen begnügen; und ich gebe zum Schluss der Hoffnung Ausdruck, dass mit dem weiteren Ausbau unseres Physikunterrichts in den bezeichneten Richtungen dieser selbst sich immer mehr als ein Bildungs- und Erziehungsmittel allerersten Ranges erweisen wird.

An den vorstehend wiedergegebenen Vortrag schloss sich eine kurze Diskussion; in dieser bemerkte zunächst Fischer (Technische Hochschule, München), dass man in England nach mehrjährigen und sehr eifrig gepflegten Erörterungen über Zweck und Ziele des naturwissenschaftlichen Unterrichts allgemein den Standpunkt vertreten, den Poske auseinandergesetzt und dass man dort den Hauptweg zur Erfüllung der erzieherischen Aufgabe des Physik- und Chemieunterrichts in der „heuristischen“ Methode und in Schülerübungen finde; ihre Notwendigkeit sei in den letzten Jahren durchweg anerkannt worden und alle guten realistischen Schulen besässen in England einfach ausgestattete Schülerlaboratorien; gerade zur Einführung in die naturwissenschaftliche Denkweise und zur Entwicklung der Grundbegriffe halte man Schülerversuche für sehr wichtig; der Unterricht an Fortgeschrittene sei mehr theoretisch. Fischer bat, daran anknüpfend, um Mitteilungen über die in Deutschland mit Schülerübungen gemachten Erfahrungen und insbesondere darüber, ob sich im Sinne der Poske'schen Ziele messende Schülerversuche oder mehr qualitative Experimente besser bewährten, ob die durch sie bedingte Stoffbeschränkung erheblich sei und ob man die eventuell nötige Verringerung des Lehrstoffes für einen Nachteil halte.

Noack (Giessen) weist darauf hin, dass die Frage der Schülerübungen das Thema seines für die nachfolgende Abteilungssitzung angesetzten Vortrags bilde, die Versammlung sieht demgemäss von der weiteren Erörterung dieses Gegenstandes ab.

Hupe (Charlottenburg): Es lässt sich vieles ausführen, wenn Geld da ist. Wenn wir durchweg das Experiment zu Grunde legen wollen, dann müssen überall auch entsprechende Anschaffungen gemacht werden. Sehr interessant wäre eine Zusammenstellung über die Höhe, die der Etat an den einzelnen Anstalten besitzt. Ich möchte gerne eine Liste auflegen und zirkulieren lassen. Wichtig ist auch die Beschaffung einer Hilfe für die äusseren Dienstleistungen. Wir brauchen einen Laboratoriums-Diener. Das ist auch eine Geldfrage, das könnten wir auch bei den Schülerübungen besprechen.

Presler (Hannover) schlägt vor, ein Formular aufzustellen und zu versenden, damit man erfährt, wie es bei allen Anstalten ist. Der Verein kann das im Anschluss an die Schülerübungen weiter verfolgen. Die Frage der Schülerübungen muss für nächstes Jahr auf die Tagesordnung gesetzt werden.

Pietzker (Nordhausen) bemerkt, die von Herrn Hupe gegebene Anregung sei nicht neu, schon im Jahre 1897 habe die Redaktion des

Vereinsorgans eine ähnliche Aufforderung an alle Fachlehrer gerichtet (Jahrg. III, S. 75), der indessen in so geringem Masse entsprochen worden sei, dass von einer Verwertung der eingegangenen Mitteilungen abgesehen werden musste. Das sei ja bedauerlich, auch deswegen, weil die Nichtbeachtung dieser Aufforderung mannigfach als Zeichen einer gewissen Indolenz aufgefasst werden müsse. — Im Uebrigen meine er indessen, dass die bis jetzt zur Sprache gebrachten Punkte mehr in das Gebiet gewisser, wenn auch an sich wichtiger Aeusserlichkeiten des Unterrichts gehörten, die der Vortragende gerade ausdrücklich aus seinem Vortrage ausgeschlossen habe. Er möchte die Debatte auf die Fragen der innerlichen Gestaltung des Unterrichts, die Rolle, die dem Experiment zuzuweisen sei, u. dgl. zurücklenken.

Schotten (Halle): Eine solche Zusammenstellung hat auch ihre Gefahren, es giebt auch Behörden, die sich bei Bemessung der Dotation für die von ihnen zu unterhaltenden Schulen nach den schlecht dotierten Anstalten richten.

Thaer (Hamburg): Es ist vorgeschlagen worden, Physik und Chemie auch in das Examen des Gymnasiums hineinzubringen. Es wäre dies das sicherste Mittel, die Erteilung des Unterrichts in dem von Poske empfohlenen Sinne zu erschweren; dem Unterricht würde dadurch die Freiheit genommen. Der Lehrer, der das Examen, um etwas zu erreichen, nötig zu haben glaubt, der bringt mit ihm ebensowenig wie ohne dasselbe etwas vor sich. Davon hängt die Bedeutung der Wissenschaft nicht ab. Ist Deutsch ein Nebenfach, weil mündlich nicht geprüft wird? In Hamburg ist in Erwägung gezogen worden, ob man an der Oberrealschule nicht auf Physik und Chemie im Examen verzichten solle. Es ist allerdings nicht dazu gekommen.

Noack möchte ohne Nachteil fürs Fach schon recht gern auf ein Examen verzichten.

Poske: Ich bin auch dieser Ansicht gewesen. Es ist aber wertvoll, dass es ein offizielles Ziel giebt, dessen Erreichung durch eine Prüfung nachgewiesen wird. Die Befürchtung, dass dadurch der Unterrichtsbetrieb veräusserlicht werde, teile ich nicht. Das Beispiel der Mathematik zeigt, dass das Examen keinen Lehrer hindert, gerade in dem, was er darüber hinaus leistet, sein Bestes zu geben. Wie sollen wir zensierbare Leistungen von den Schülern erlangen? Schwalbe hatte eine Unterrichtsart, bei der er das Höchste auch ohne Examen leistete, indem er alle Schüler heranzog. Das ist aber nicht jedermanns Sache, für die Mehrzahl der Lehrer wird die Erfüllung der ihnen gestellten Aufgabe durch die Einrichtung einer Prüfung erleichtert.

Schmidt (Wurzen): Soviel mir bekannt ist, ist auch in Preussen die Physik nicht Hauptfach. Wenn wir darnach streben, die Physik als Hauptfach anerkannt zu sehen, dann wäre der Erfolg da: Kein Examen, aber Anerkennung der Physik als Hauptfach. —

Eine Beschlussfassung erfolgte nicht.

Diskussion über die Gestaltung des Unterrichts in der darstellenden Geometrie

auf der Hauptversammlung in Giessen.*)

Einleitend weist Pietzker (Nordhausen) auf die Behandlung hin, die die Frage auf der vorjährigen Vereinsversammlung in Hamburg erfahren habe, den von ihm selbst damals erstatteten Bericht und die Zusammenstellung der diesen Bericht zu Grunde gelegten Gutachten, (Abdrücke dieser Aeusserungen waren in grosser Zahl unter die Versammlungsteilnehmer verteilt worden). Er wolle für seine Person nur das eine bemerken, dass die von ihm in Hamburg aufgestellten, erst während der Versammlung selbst formulierten Thesen nicht als Grundlage für eine Einzelabstimmung hätten dienen sollen, sondern nur als ein möglichst knapper und übersichtlicher Ausdruck des von ihm eingenommenen Standpunkts. Die Vereinigung des Unterrichts in der darstellenden Geometrie mit dem Zeichenunterricht habe auch er nur als wünschenswert, nicht als notwendig bezeichnet; dass dieser Wunsch einfach nicht erfüllbar sein werde, glaube er auch.

Hupe (Charlottenburg) spricht sich mit grosser Entschiedenheit gegen die Meinung aus, dass die darstellende Geometrie nebenher im stereometrischen Unterricht gelehrt werden könne. Etwas wirklich Nützliches sei auf diesem Wege nicht zu erreichen. Er exemplifiziert dabei auf den Satz, dass die Projektion einer eine Ebene schneidenden auf einer Geraden in dieser Ebene senkrechten Geraden ebenfalls auf dieser Geraden senkrecht stehe und die mit Hilfe dieses Satzes zu bewirkende Bestimmung von Spuren und Projektionen einer Geraden aus einander. Er könne nicht erkennen, wie z. B. diese doch ganz unumgängliche Einzelheit aus den Elementen der darstellenden Geometrie im stereometrischen Unterricht unterzubringen sei.

Thaer (Hamburg): Das Wort „Darstellende Geometrie“ ist in den bisherigen schriftlichen und mündlichen Verhandlungen in einem weiteren Sinn gebraucht worden. Ohne die Rücksicht auf die hierdurch mit berührten Fragen aufzugeben, empfiehlt es sich doch zu der beschränkten Verwendung dieser Bezeichnung zurückzukehren, um Missverständnisse zu vermeiden. Eine erste These, die ich deshalb stelle, scheidet das aus, was wohl von der Versammlung allgemein ver-

*) S. Unt.-Bl. VII, 3, S. 55.

langt wird: 1. „An allen Lehranstalten ist die korrekte Herstellung der im mathematischen Unterricht benutzten Figuren zu lehren und zu üben. Soweit dies nicht im Zeichenunterricht geschehen kann, muss der mathematische Unterricht unter Zurückstellung anderer Aufgaben diese erfüllen". Was die eigentliche darstellende Geometrie betrifft, so empfehle ich, um einerseits die Möglichkeit, sie zu lernen, an allen Lehranstalten zu bieten, andererseits eine Ueberbürdung der ohnehin stark genug belasteten Schüler und des sonstigen mathematischen Unterrichts zu verhüten, den Unterricht an den Realanstalten fakultativ zu belassen, am Gymnasium ihn in gleicher Weise einzuführen, dafür aber den Unterricht im Freihandzeichnen an den Realanstalten soweit fakultativ zu machen, dass der Schüler, wie es in Hamburg der Fall ist, nur an zwei Stunden Zeichnen obligatorisch teilnehmen muss, während am Gymnasium das fakultative Freihandzeichnen wie bisher bestehen bleiben kann. Dies findet in der These Ausdruck: 2. „Systematischer Unterricht in der eigentlichen darstellenden Geometrie ist in den drei Oberklassen in zwei fakultativen Stunden von einem Mathematiker zu erteilen. Schüler, die an diesem Unterricht teilnehmen, können dafür Befreiung vom Freihandzeichnen beanspruchen". Endlich halte ich es nicht für möglich, dass die Versammlung sich für einen der aufgestellten Lehrpläne, so zweckentsprechend sie für die einzelnen Anstalten zumteil erscheinen, entscheidet. Bei der Fülle anderer Aufgaben glaube ich aber, dass wir die Frage trotzdem auf dieser Versammlung zu einem gewissen Abschluss bringen müssen und empfehle die Resolution; 3. „Für die Gestaltung der Lehrpläne sind die in den Unterrichtsblättern veröffentlichten Berichte und Gutachten als wertvolles Material zu benutzen".

C. H. Müller (Frankfurt a. M.): Ich muss mich entschieden dagegen erklären, dass die darstellende Geometrie an humanistischen Gymnasien blos als wahlfreies Fach eingeführt wird, wie soeben vorgeschlagen und auch bereits an verschiedenen Anstalten (Gymnasium-Darmstadt, Lessing-Gymnasium-Frankfurt) geschehen ist. Die Projektionslehre sollte vielmehr der gemeinsame Besitz aller Schüler der Prima werden, von der Obersekunda will ich absehen. Dadurch erst, dass alle teilnehmen, wird der mathematische Unterricht gehoben und gefördert derart, dass man leichte Aufgaben aus dieser Materie für die Reifeprüfung stellen kann. In der That werden die Aufgaben für Stereometrie in der Provinz Hessen-Nassau an einigen humanistischen Gymnasien (natürlich erst recht an Realanstalten) aus der Projektions-Lehre genommen. Ich habe die Projektions-Lehre schon seit 10 Jahren, und, wie ich glaube, mit befriedigendem Erfolge, am Königl. Kaiser-Friedrichs-Gymnasium zu Frankfurt a. M. im Einverständnis mit der vorgesetzten Behörde betrieben und keine Schwierigkeiten dabei gefunden. Andere humanistische Anstalten in der Provinz Hessen-Nassau und auch sonst in der preussischen Monarchie sind gefolgt. Im Jahre 1894 wurde von mir auf Betreiben Krummes auf der Wiesbadener Versammlung ein Vortrag gehalten (vergl. Berichte der 3. Versammlung), worin ich den obligatorischen Betrieb durch den Mathematiker der Anstalt forderte. Damals wurden meine sieben Thesen, die sich z. T. auch auf Realanstalten bezogen, durch die eine Pietzkers ersetzt: „In dem stereometrischen Unterricht des humanistischen Gymnasiums ist das konstruktive Element mehr als bisher zu betonen. Die zu weit in den Vordergrund geschobene rein mechanische (rechnerische) Behandlung muss mehr zurückgedrängt werden". In der That ist die obligatorische Einführung der Elemente der darstellenden Geometrie nur möglich, wenn Anderes fällt, namentlich die stereometrischen, langatmigen Körperrechnungen (Durchdringungen, Schwimmaufgaben und dergl.), die meist nicht einmal einen realen Hintergrund haben. Mit der genannten These stand in Zusammenhang Preslers Vortrag in Wiesbaden „über die Ausbildung der Mathematiker im Zeichnen", eine Frage, auf die wir wohl heute noch zu sprechen kommen werden. — Bis zur Versammlung in Hannover 1899 war die Sache der stillen Arbeit überlassen. Da trat Kollege Hildebrandt-Braunschweig mit seinen bekannten zwei Thesen auf, deren Niederschlag die hier gedruckt vorliegenden Gutachten bilden. Die Hamburger Versammlung mochte sich über diese Gutachten nicht entscheidend äussern trotz ihrer gründlichen Zusammenfassung durch Pietzker. Jetzt aber ist die Sache reif und zwar überreif, namentlich aber für das humanistische Gymnasium, wenn es sich bei seiner jetzigen schwierigen Stellung nicht ganz an die Wand drücken lassen will.

Pietzker freut sich, mit C. H. Müller in den Hauptgesichtspunkten einig zu sein, allerdings scheine ihm Müller in der Bemessung dessen, was auf Gymnasien zu treiben sei, erheblich über das Mass dessen hinaus zu gehen, was auf der grossen Mehrzahl der Anstalten erreicht werden könne; bei den Anstalten, auf denen die Erfahrung Müllers beruhe, lägen offenbar die Verhältnisse besonders günstig. Den von Hupe aufgestellten Behauptungen gegenüber hält er seine Ansicht aufrecht, es sei — wie er selbst aus persönlicher Erfahrung heraus mit Bestimmtheit sagen könne — sehr wohl möglich, dem stereometrischen Unterricht soviel von der darstellenden Geometrie einzuflechten, dass auch der die technische Hochschule beziehende Abiturient davon einen wesentlichen Nutzen habe. Der von Hupe angeführte Satz gehöre ohnehin in den Kanon des stereometrischen Unterrichts, die Bestimmung von Spuren einer Geraden aus ihren Projektionen und umgekehrt nehme er regelmässig durch, wenn auch in etwas anderer, als in der von Hupe angegebenen Weise, er sei auch nie um die Anknüpfung hierfür in Verlegenheit gewesen.

Aug. Schmidt (Wiesbaden): Ich möchte zunächst die mehrfach anderwärts und auch heute hier laut gewordene Befürchtung entkräften, als ob durch Annahme meiner Thesen der Hochschule etwas vorweg genommen würde, was ihr gehört. Wir können an den Mittelschulen (Gymnasien, Realgymnasien, Oberrealschulen) ja nur die Elemente der darstellenden Geometrie lehren, auf denen dann die Hochschule ebenso weiter baut, wie auf den Elementen der reinen Mathematik. Dass aber diese Elemente vorher festgelegt werden, ist für die künftigen Besucher der Hochschule geradezu eine Notwendigkeit. Alle, welche ohne eine solche Vorbereitung in die Vorlesungen über darstellende Geometrie kommen, stehen dieser Disziplin lange Zeit ratlos gegenüber und verlieren viel kostbare Zeit, manche kommen aus dieser Ratlosigkeit überhaupt nicht heraus und zeichnen mechanisch.

Nun wird man einwenden: „Unsere höheren Lehranstalten sind aber doch nicht nur Vorbereitungsanstalten für die Techniker“! Ganz gewiss nicht. Aber der Unterricht in der darstellenden Geometrie kommt nicht nur den Technikern, er kommt allen Schülern ohne Ausnahme zu gut, weil diese Disziplin, wie keine zweite mathematische Disziplin, das Raumanschauungsvermögen entwickelt. Sie ist in dieser Hinsicht eine notwendige Ergänzung des sonstigen mathematischen Unterrichts unserer neunklassigen Schule. Dieser erstreckt sich fast ausschliesslich über die ebene Geometrie und wo er einmal zum Raume übergeht, wie in der Stereometrie und in der sphärischen Trigonometrie, da wird die Raumanschauung durch arithmetische Rechnungen in den Hintergrund gestellt. Die darstellende Geometrie dagegen zwingt den Schüler unablässig aus ebenen Gebilden die Raumgebilde und aus Raumgebilden ebene Gebilde herzuleiten. Das aber ist von der grössten Wichtigkeit, denn das Leben fordert durchweg in erster Linie das räumliche Denken und nicht das Denken in der Ebene heraus — eben weil die Dinge im dreifach ausgedehnten Raume und nicht in der Ebene existieren. Die Forderungen aller Zweige der Naturwissenschaften, der Medizin, sogar der Rechtswissenschaft und erst recht die Forderungen der technischen und rein praktischen Berufsarten reden hier eine deutliche Sprache. Kurz: Der Unterricht in der darstellenden Geometrie ermöglicht dem mathematischen Unterrichte die Lösung einer seiner Hauptaufgaben, nämlich die Erziehung des Denkens zum raschen Erfassen aller räumlichen Beziehungen der Dinge zu einander.

Noch auf einen Punkt möchte ich Ihre Aufmerksamkeit lenken. Man sieht in der Wahlfreiheit des freien Zeichnens für die drei oberen Klassen häufig eine Beeinträchtigung der ästhetischen Ausbildung der Jugend. Aber, meine Herren, ich denke, wer bis zur Obersekunda, das ist während eines sechsjährigen Unterrichts weder Talent noch Lust zum freien Zeichnen gezeigt hat, der wird nach beiden Richtungen hin auch in den letzten drei Klassen keine wesentliche Besserung zeigen. Er wird für Lehrer und Mitschüler eine drückende unnütze Last sein und bleibt besser weg. Wer aber Talent besitzt und Freude am Zeichnen hat, der wird die ihm durch die Wahlfreiheit gebotene Gelegenheit zu seiner Weiterbildung gern ergreifen.

Auch möchte ich noch darauf hinweisen, dass der Schönheitssinn in der darstellenden Geometrie nicht ungepflegt bleibt. Die saubere Ausführung der Kurven, die mathematische Abbildung zusammengesetzter Körper von harmonischen Grössenverhältnissen der Teile, endlich die Wiedergabe der Licht- und Schattenverhältnisse einzelner Körper und der Kombinationen von Körpern üben Auge, Hand und Schönheitssinn ohne Unterlass.

Darum bitte ich Sie, meinen Thesen zuzustimmen; es ist meine Ueberzeugung, dass Sie damit der harmonischen Ausbildung unserer Jugend einen guten Dienst erweisen.

Provinzial-Schulrat Kaiser (Cassel) möchte jedenfalls vor allen Beschlüssen warnen, die eine Vermehrung der Schülerbelastung zur Folge haben würden, schon jetzt kämen auf dem Realgymnasium alles in allem 41 Wochenstunden heraus, innerhalb deren die Schule den Schüler in Anspruch nimmt. Auch er befürwortet entschieden eine angemessene Berücksichtigung der darstellenden Geometrie im Unterricht, für die indessen zugleich auch der erforderliche Platz dadurch zu schaffen sei, dass anderwärts mehr entbehrliche Partien des Unterrichts eine entsprechende Kürzung erfahren.

Dobriner (Frankfurt a. M.) schliesst sich den Ausführungen des Herrn Prov.-Schulrats Dr. Kaiser an, dass aus unseren Beschlüssen über die descriptive Geometrie keine neue Belastung der Schüler — die schon jetzt, besonders an den Realanstalten, mit einer überreichen Stundenzahl bedacht sind — erwachsen darf. Auch den Vorschlag des Herrn Direktor Dr. Thaer, die für das fakultative Linearzeichnen bestimmten Stunden dem neuen Lehrfache zuzuweisen, dürfte den gleichen Erwägungen entspringen.

Deshalb ist es unabweisbar, dass mit der Aufnahme der descriptiven Geometrie eine Aenderung in der Behandlung der übrigen mathematischen Lehrpensa verbunden wird. Es darf sich nur um eine reichere Ausgestaltung unseres Lehrplans nach der einen, bisher zu wenig gewürdigten Seite handeln und um eine gleichzeitige Einschränkung der über Gebühr bevorzugten Rechenübungen. Die meisten Probleme gestatten ja sowohl eine rechnerische (analytische) als eine konstruktive (graphische) Behandlung. — An der neuzeitlichen Entwicklung der Ingenieur-Wissenschaften sehen wir, dass die graphischen Methoden in der Praxis immer mehr Anwendung fanden. Diesem Umstande muss die Schule Rechnung tragen, wenn sie nicht hinter den Forderungen der Zeit zurückbleiben soll.

C. H. Müller: Ich denke, es ist am besten, wenn wir die Frage des darstellenden geometrischen Unterrichts zunächst allein für das humanistische Gymnasium abhandeln, wie schon durch die Herren Hamdorff und Schotten vorgeschlagen worden. Der Einwurf des Herrn Pietzker, dass der in meinem Gutachten gegebene Lehrstoff viel zu umfangreich sei, ist im allgemeinen zutreffend; ich bestehe aber durchaus nicht darauf, dass dieser Umfang adoptiert werde. An meiner Anstalt herrschen nicht ungünstige Verhältnisse, die drei Mathematiker der einfachen Anstalt arbeiten von Sexta bis Prima einander in die Hand, und so ist es möglich, den angegebenen Stoff durchaus ohne Ueberlastung der Schüler, wie behördlich festgestellt ist, zu bewältigen. Ich erwarte aber durchaus nicht, dass dieser selbe Stoff an anderen Orten ganz durchgearbeitet wird, möchte vielmehr denjenigen Kollegen, die den ersten Versuch machen, raten, nur in der Prima des Gymnasiums die Elemente der orthogonalen Projektion in dem Umfange etwa, wie ich sie in meiner Abhandlung „über stereometrische Konstruktionen"*) dargestellt habe, zu betreiben. Erst später wird man sehen, dass Körperschnitte sehr leicht anzuschliessen sind, wobei die Betrachtung der Kegelschnitte eine wesentliche Bedeutung gewinnen wird. Will man dann noch Durchdringungen und Schattenkonstruktionen oder gar Elemente der Zentral-Perspektive nehmen, so hat das jeder mit sich selber abzumachen; als festen Vorschlag möchte ich das letztere nicht aufnehmen. Dass aber jetzt nach den Wiesbadener und Braunschweiger Beschlüssen etwas geschehen muss, das geht aus den Gutachten hervor, die vor kurzem mit den „Verhandlungen" der Juni-Konferenz (Halle, Verlag der Waisen-Häuser. 1901) im Druck erschienen sind. Hier sagt Slaby S. 381: „Die grössten Schwierigkeiten hatten sämtliche humanistische Gymnasiasten in den Zeichen- und Konstruktions-Uebungen empfunden. Mangelnde Raumvorstellung und Ungeübtheit im zeichnerischen Ausdruck waren für die meisten nur schwer zu überwindende Hindernisse gewesen. Noch im 6. Semester (nach dem „Mathematicum") hatten sie mit diesen Schwierigkeiten am meisten zu kämpfen und mussten auf die Konstruktions-Uebungen den weitaus grössten Teil ihrer Zeit verwenden, um den Anforderungen zu entsprechen und mit den übrigen Kommilitonen gleichen Schritt zu halten." Meine Herren, wenn wir nun den humanistischen Gymnasien die technische Laufbahn offen halten wollen — denn das verdienen sie, wie ich als Realschulabiturient, der ich seit 20 Jahren am humanistischen Gymnasium thätig bin, sagen kann — dann müssen wir an die obligatorische Einführung der Projektionslehre herangehen, und ich möchte die These vorschlagen, die Elemente der darstellenden Geometrie (Projektionslehre) sollen obligatorisch in den stereometrischen Unterricht der Prima der humanistischen Gymnasien eingeflochten werden. — Sie weicht im Umfange von derjenigen des Kollegen Aug. Schmidt nicht unwesentlich ab und hat deswegen wohl Hoffnung auf Annahme.

Dobriner: Ich bedauere, dass durch die eigentümliche Fassung der zur Abstimmung gebrachten Anträge die Versammlung dahin gelangt ist, die Einführung der darstellenden Geometrie auf Kosten des Freihand-Zeichnens, das wahlfrei werden soll, zu fordern. Wir dürfen nicht in einen Fehler verfallen, gleich dem an Philologen häufig getadelten — dass wir nämlich alles nur von dem Gesichtspunkte des Mathematikers ansehen. Das Freihandzeichnen verdient aus den mannigfachsten Gründen die liebevollste Pflege an unseren Schulen. Man kann mit den Zeichenlehrern vielleicht darüber rechten, ob nicht im Anfangsunterrichte das gebundene Zeichnen eine geeignetere Einführung abgäbe. In den oberen Klassen hat aber das Freihandzeichnen Aufgaben, die das geometrische Zeichnen zu lösen, völlig ausser Stande ist. Das freie Zeichnen stellt doch die einzige künstlerische Bethätigung dar, zu

*) 1893. Verlag von Auffarth, Frankfurt a. M.

der wir unsere Schüler anhalten, und die Erziehung zur Kunst ist auch eine Forderung, die jetzt von allen Seiten an die Schule herantritt. Auch müssen die Naturwissenschaftler unter uns verlangen, dass die Fertigkeit in der bildlichen Wiedergabe dessen, was wir mit freiem Auge oder durch das Mikroskop wahrnehmen, auf der Schule ausgiebig gelehrt und geübt werde.

Nies (Mainz): Die Einfügung der darstellenden Geometrie in den mathematischen Unterricht der Oberklassen würde, wenigstens in den Realanstalten, doch nur dort zu empfehlen sein, wo dieser in der Hand eines Lehrers liegt, der auch wirklich theoretisch und praktisch mit der darstellenden Geometrie vertraut ist. Wirklich gute Resultate werden nur dort erzielt werden, wo der betreffende Lehrer auch die Technik des geometrischen Zeichnens vollkommen beherrscht und darum wird an Anstalten, an denen der Unterricht in der Mathematik in Oberklassen älteren Lehrern, die weder seinerzeit im Gymnasium noch auf der Hochschule Gelegenheit zur Ausbildung in der darstellenden Geometrie hatten, anvertraut ist, der Unterricht in der letzteren besser etwa vorhandenen jüngeren entsprechend vorgebildeten Lehrern anvertraut werden.

C. H. Müller: Der Herr Kollege Nies hat mit Recht bemerkt, dass die Vorbildung der Lehrer für den Betrieb der Projektionslehre von einschneidender Bedeutung sei, indem augenblicklich zu wenig ausgebildete Akademiker vorhanden seien. Schon in Wiesbaden (1894) ist Herr Kollege Presler in seinem Vortrage „über die Ausbildung der Mathematiker im Zeichnen“ dieser Frage näher getreten. Damals wurden seine Vorschläge in der Recknagelschen These zusammengefasst: „Den Studierenden der Mathematik ist auf allen Universitäten Gelegenheit zu geben, sich diejenigen Kenntnisse und Fertigkeiten anzueignen, welche zur Erlangung der Lehrbefähigung im Linearzeichnen, insbesondere in der darstellenden Geometrie erforderlich sind“. Und seit dieser Zeit ist manches besser geworden. Das beweist die neue preussische Prüfungsordnung, welche die Elemente der darstellenden Geometrie zulässt und die Möglichkeit gewährt, dass mehrere Semester an einer technischen Hochschule studiert werden dürfen. In grösseren und kleineren Städten hat der Mathematiker Gelegenheit (an Kunst- und Gewerbeschulen) sich in Theorie und Praxis der Projektionslehre einzuarbeiten, und diese Arbeit hat ihren reichen Lohn in der lebendigen Neugestaltung des stereometrischen Unterrichts. Hier im Süden sind wir sogar ziemlich gut gestellt. Hören Sie, was Lampe in seinem Gutachten (Verhandlungen der Juni-Konferenz S. 387) sagt: Man sieht, dass in den höheren Schulen Süddeutschlands, besonders in den Realanstalten, die darstellende Geometrie als verbindliches Fach von Lehrern der Mathematik gelehrt wird. Bei uns (im Norden) ist das Linear-Zeichnen und damit die Projektions-Lehre ein wahlfreies Fach und wird dem Zeichenlehrer überlassen. Dieser ist aber zumeist garnicht imstande, das mathematische Verständnis zu vermitteln, weil er selber es garnicht besitzt .... Soll hier eine Besserung beliebt werden, so muss dieser Unterricht an den Mathematiker übergehen; derselbe muss sich auch nicht für zu vornehm halten, um sich die nötigen Kenntnisse und zeichnerische Gewandtheit zu erwerben“. Wir in der preussischen Provinz Hessen-Nassau haben das Glück, in dem Wiesbadener Realgymnasium, dessen Abiturient zu sein ich die Ehre habe, seit 50 Jahren eine Pflanzschule für den Betrieb der darstellenden Geometrie zu besitzen, und unsere Ausstellung zeigt, dass auch anderswo Realanstalten existieren, die unter der Leitung von Akademikern ausgezeichnete Resultate gezeitigt haben. Ich schliesse mit den Worten Haucks (vergl. Gutachten aus den Verhandlungen der Juni-Konferenz S. 392): Es dürfte vor allem als ein verhängnisvoller Fehler zu bezeichnen sein, die darstellende Geometrie, diese ihrer Natur nach durchaus mathematische Disziplin, dem Zeichenlehrer zu überweisen. Es ist dringend nötig, dass dieser Unterricht künftig als verbindlich erklärt und nicht vom Zeichenlehrer, sondern vom Mathematiker erteilt werde.

Schotten (Halle a. S.) macht ebenfalls auf die Aeusserungen aufmerksam, die Prof. Hauck*) auf der Juni-Konferenz über die Erteilung des Unterrichts durch Zeichenlehrer an den verschiedenen Anstalten gemacht habe. Die thatsächliche Voraussetzung dieser Aeusserungen, dass nämlich der Unterricht in der darstellenden Geometrie in der Mehrzahl der Fälle vom Zeichenlehrer erteilt werde, sei seines Wissens hinfällig. Unzutreffend sei jedenfalls die Annahme, dass der Lehrer der Mathematik häufig nicht in der Lage sei, diesen Unterricht zu übernehmen.

*) Die hier gemeinte Aeusserung findet sich in den Verhandlungen über Fragen des höheren Unterrichts. Berlin 6.—8. Juni 1900, auf S. 110 und hat folgenden Wortlaut: „Ich habe in meinem Gutachten ausgeführt. dass es ein Fehler sei, wenn der Unterricht in der darstellenden Geometrie vom Zeichenlehrer erteilt werde, er müsse vielmehr vom mathematischen Lehrer gegeben werden. Damit soll selbstverständlich nicht ein Misstrauensvotum gegen die Zeichenlehrer ausgesprochen werden. Ich muss im Gegenteil meinen vollen Respekt diesem hochachtbaren Stande darüber bezeugen, dass er einen Unterricht zu erteilen imstande war, den (bis dahin) der mathematische Lehrer zu erteilen nicht in der Lage war. (Anm. der Redaktion.)

Presler (Hannover) hält die Zahl der Fälle, in denen dieser Unterricht thatsächlich in der Hand des Zeichenlehrers liege, für grösser als Schotten.

Hamdorff (Guben) glaubt eine aufklärende Darlegung der wirklichen Sachlage in Aussicht stellen zu können*).

Thaer: Auf den Einwurf des Herrn Provinzialschulrats Kaiser bin ich bereit, um möglichst allgemeine Beistimmung zu finden, aus der ersten These die Worte „soweit dies nicht im Zeichenunterricht geschehen kann" zu streichen. Ich muss aber betonen, dass ich durch dieselben nicht den Mathematiker von einer Verpflichtung entbinden, sondern auch den Zeichenunterricht auf dieselbe hinweisen wollte. Auch ich habe in erster Linie an den stereometrischen Unterricht gedacht, weil die Forderung in der Planimetrie schon allgemein anerkannt ist und bin mit Einfügung eines Hinweises auf die Stereometrie durchaus einverstanden.

C. H. Müller: Die These des Herrn Direktor Thaer schlägt die genaue Ausführung stereometrischer Figuren nach den Grundsätzen der schrägen Parallelprojektion (Kavalier-Perspektive) vor. Man kann diesem Vorschlage mit Freuden zustimmen. Bereits in Wiesbaden hatte ich ähnliche Thesen (No. 4 und 5) aufgestellt, die damals nicht zur Annahme gelangten. Es würde ausserordentlich erfreulich sein, wenn heute, da wir die darstellende Geometrie für humanistische und Realanstalten so glücklich unter Dach und Fach gebracht haben, auch der Thaersche Antrag zur Annahme gelangte. Wer in die Hefte unserer Primaner blickt, ist immer erstaunt über die ungeschickten stereometrischen Figuren; und doch lassen sich mit leichten Mitteln, die jeder Gewerbeschüler kennt, Körperbilder darstellen, die jedem Anspruch genügen. Hauck sagt in dem genannten Gutachten S. 392: „Für den Mangel an räumlichem Anschauungsvermögen dürfte in erster Linie der stereometrische Unterricht verantwortlich gemacht werden, der vielfach noch zu sehr nach der rechnerischen Seite hin betrieben zu werden scheint und auch auf die konstruktive Seite, sowie auf die Ausbildung der inneren geometrischen Vorstellungskraft zu wenig gerichtet zu sein scheint." Wenn wir nun, meine Herren, die Schüler lehren, richtige stereometrische Figuren zu zeichnen — und das können wir schon in der Mineralogie, in der mathematischen Geographie — so entwickeln wir langsam und sicher die Vorstellungskraft; zugleich haben wir in jener schrägen Parallel-Perspektive eine Vorstufe für die orthogonale Projektion. Uebrigens reden auch, soviel ich weiss, die zu erwartenden Erläuterungen für die neuen preussischen Lehrpläne, dieser Auffassung das Wort und geben unserer Auffassung von der Wichtigkeit der darstellenden Geometrie (Linear-Zeichnen, Projektionszeichnen, gebundenes Zeichnen) einen legalen Hintergrund.

Rühlmann (Halle): Um nicht den Anschein zu erwecken, als ob dem propädeutischen Kursus des Linearzeichnens in Ober-Tertia und Unter-Sekunda der Realanstalten nur geringe Bedeutung beigelegt werde, ist es notwendig, auch diesen Kursus in die Besprechung hineinzuziehen. Besonders gilt dies von dem für die gleichzeitig einsetzende Stereometrie bedeutsamen Pensum der Unter-Sekunda. Hat der Mathematiker selbst den Unterricht in Händen, so kann er in den neu auftretenden Stunden dem Bedürfnis räumlichen Sehens im allgemeinen und durch sachgemässe Wahl körperlicher Darstellungen der Forderung korrekter Figuren bei mathematischen Arbeiten in hohem Grade gerecht werden.

Hansen (Giessen) betont die grosse Bedeutung, die die Ausbildung im Zeichnen namentlich auch für den Unterricht in Zoologie und Botanik besitze, hier komme allerdings insbesondere auch das Freihandzeichnen in Betracht.

M. Richter (Leipzig) erwähnt, dass in den sechsklassigen lateinlosen Realschulen des Königreichs Sachsen bereits seit langer Zeit Unterricht in der darstellenden Geometrie in Klasse II und I mit je einer Stunde wöchentlich eingeführt sei, der in Klasse II, wo noch keine Stereometrie gelehrt wird, die Stereometrie zeichnerisch vorzubereiten, in Klasse I aber wirksam zu unterstützen habe, — eine Aufgabe, die befriedigend nur da gelöst werden könne, wo der Unterricht in der Hand des Mathematikers liege; es habe sich auch im letzten Jahrzehnte die Entwickelung mehr und mehr in diesem Sinne vollzogen, wenn sie auch noch nicht abgeschlossen sei.

In Uebereinstimmung mit Rühlmann spricht er den Wunsch aus, es möchte durch eine besondere These die Bedeutung des fraglichen Unterrichtsgegenstandes auch für die sechsklassigen Anstalten zum Ausdruck gebracht werden.

Damit schloss die Diskussion; eine nunmehr folgende Abstimmung ergab die teils einstimmige, teils mit grosser Mehrheit erfolgende Annahme der nachstehenden

Thesen

1. An allen Lehranstalten ist die korrekte Herstellung der im mathematischen, insbesondere im stereometrischen Unterricht benutzten Figuren zu lehren und zu üben. Der mathematische Unterricht hat diese Aufgabe unter Zurückstellung anderer zu erfüllen (Thaer).

2. a) Es ist notwendig, dass auf dem huma-

*) Siehe die Nachschrift zur Diskussion, S. 76.

nistischen Gymnasium den Schülern die Möglichkeit gegeben wird, sich die Elemente der darstellenden Geometrie anzueignen.

b) Diese Elemente sind dem stereometrischen Unterricht der Prima einzuflechten (C. H. Müller).

3. Der Unterricht in der darstellenden Geometrie ist für die drei obersten Klassen des Realgymnasiums und der Oberrealschule obligatorisch. Er ist in wöchentlich zwei Stunden von einem Mathematiker zu erteilen. Das freie Handzeichnen in den genannten Klassen ist als wahlfreies Fach beizubehalten (Aug. Schmidt-Wiesbaden).
4. Das propädeutische Linearzeichnen in Tertia und Unter-Sekunda der Realanstalten soll dadurch keine Beeinträchtigung erfahren und ist besonders in Unter-Sekunda, wenn möglich in die Hand des Mathematikers zu legen (Rühlmann-Richter).
5. Für die Einzelgestaltung der Lehrpläne in der darstellenden Geometrie sind die in den Unterrichtsblättern veröffentlichten Berichte und Gutachten als wertvolles Material zu benutzen (Thaer).

Nachschrift zu der vorstehenden Diskussion.

Von Hamdorff (Guben).

Bei den Erörterungen über den Unterricht in der darstellenden Geometrie auf der Giessener Hauptversammlung wurde der Wunsch nach einer vergleichenden Zusammenstellung der Einrichtungen in den einzelnen deutschen Bundesstaaten laut. Ich habe an der Hand der mir zu Gebote stehenden Jahresberichte von 1900 die Angelegenheit geprüft und bin zu folgendem, für manchen doch wohl überraschendem Ergebnisse gelangt.

So wie es in der Versammlung gewünscht wurde, ist es in vielen ausserpreussischen Staaten bereits, ein Umstand, der von den aus diesen Staaten anwesenden Fachgenossen nicht genügend hervorgehoben worden ist.

An den süddeutschen und sächsischen Realanstalten (die Jahresberichte der bayerischen lagen mir allerdings nicht sämtlich vor, bei der Aehnlichkeit der Verhältnisse wird aber wohl der Schluss vom Teil auf das Ganze erlaubt sein) wird der Unterricht in der beschreibenden Geometrie von einem Mathematiker erteilt, ebenso in Koburg.

An den sächsischen Realgymnasien ist Unterricht im Freihandzeichnen nur bis U II, auf der Oberstufe geometrisches Zeichnen. In den Realschulen ist in der ersten und zweiten Klasse je 1 Stunde Freihandzeichnen, 1 Stunde geometrisches Zeichnen (letzteres vom Mathematiker erteilt). Mitunter wechselt dieser Unterricht zwischen den einzelnen Fächern alle Halbjahre. In Hessen sind an den Realschulen durchweg 2 Stunden Freihandzeichnen, 1 Stunde geometrisches Zeichnen in Klasse 1 und 2, an den Realgymnasien 2 Stunden geometrisches Zeichnen in O I statt des Freihandzeichnens, an den Ober-Realschulen je 2 Stunden in jedem der beiden Fächer, der darstellende Unterricht liegt in den Händen der Mathematiker.

Dasselbe gilt von den Oberrealschulen in Baden (am Realgymnasium zu Karlsruhe erteilt der Zeichenlehrer diesen Unterricht, in Mannheim der Mathematiker). Der geometrische Zeichenunterricht an den Ober-Realschulen beginnt schon in U II. In Württemberg gehen die Realgymnasien in Gmünd und Ulm darüber noch weit hinaus, da sie 3 bis 4 Stunden darstellenden Unterricht durch den Mathematiker in Klasse VIII und IX haben.

Ganz anders steht nun die Sache in Preussen und den nach preussischem Muster eingerichteten Schulen in Anhalt, Mecklenburg und Thüringen.

Bekanntlich sah die Prüfungsordnung für die Realschulen I. Ordnung von 1859 in Prima 3 Stunden Zeichenunterricht vor, von denen eine im Durchschnitt auf darstellende Geometrie verwendet werden sollte. Diesen Unterricht haben wohl die Mathematiker in den 23 Jahren des Bestehens dieser Ordnung nur ausnahmsweise erteilt, der nach Wegfall der dritten Stunde ganz in die Hände des Zeichenlehrers übergegangen ist. So steht es an sämtlichen Realgymnasien Preussens und der oben gedachten Staaten.

An den nachbenannten 17 Ober-Realschulen sind ausgeworfen 2 Stunden für Freihandzeichnen, 2 für Linearzeichnen bezw. zeichnende Geometrie. Der Unterricht liegt in den Händen der Zeichenlehrer: Aachen, Berlin (2), Bochum, Düren, Halberstadt, Halle (Franckesche Stiftungen). Hamm, Hannover, Kiel, Königsberg (O.-R-S. auf der Burg), Krefeld, Magdeburg (Guerickesch.), Marburg, Posen (vorm. Berger R.-G.), Rheydt, Saarbrücken. Ebenso steht es in den Reichslanden und in Oldenburg.

Besonderer darstellender Unterricht vom Mathematiker wird gegeben in 14 preussischen Ober-Realschulen (Barmen-Wupperfeld, Breslau, Charlottenburg, Elberfeld. Essen, Frankfurt a. M. (2), Halle, Kassel, Köln, München-Gladbach, Gleiwitz, Weissenfels, Wiesbaden), ausserdem in Hamburg (Johanneum und O.-R.-S. am Holstenthore).

An den sechsstufigen Realschulen ist der geometrische Zeichenunterricht wahlfrei und liegt nur in Potsdam in der Hand des Mathematikers.

Die Jahresberichte der preussischen Gymnasien daraufhin durchzusehen, ob und wo ein Unterricht in der Stereometrie in der Weise erteilt wird, wie es von den Herren Prof. Müller (Frankfurt) und Pietzker (Nordhausen) geschieht, ist mir nicht möglich gewesen. Es darf aber wohl angenommen werden, dass es sich nur um eine verschwindend kleine Zahl solcher Schulen handeln kann.

Nach alledem werden die preussischen Schulmänner es sich gefallen lassen müssen, wenn besonders die süddeutschen Fachgenossen sie darauf hinweisen, dass bei ihnen noch vieles zu bessern ist. Es wäre aber sehr freundlich, wenn sie, die die besseren Zustände haben, ihren norddeutschen Amtsgenossen zur Schaffung solcher behülflich wären — und das würde geschehen durch ausgiebigere Beteiligung an den Bestrebungen des Vereins, sei es in der Presse oder auf den Vereinsversammlungen, sei es auch nur durch Beitritt zum Verein.

Auflösung der Kreis- und der Kugelberührungsaufgaben durch die Kreis- und die Kugelverwandtschaft

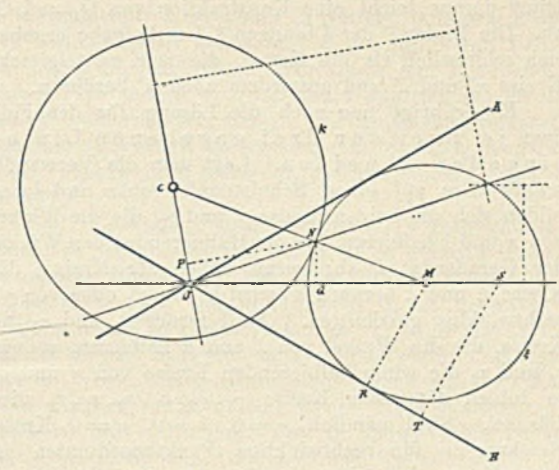
von Richard Heger (Dresden).

Im folgenden soll gezeigt werden, wie die genannten Aufgaben, sowie die umfassenderen Aufgaben über Kreise und Kugeln, die gegebene Kreise und Kugeln unter gegebenen Winkeln schneiden, mit Hülfe der Kreisverwandtschaft und ihres räumlichen Seitenstückes, der Kugelverwandtschaft, sich lösen lassen. Dabei wird sich hoffentlich ergeben, dass diese Lösungsweise den übrigen mindestens ebenbürtig ist, ja, rücksichtlich der Einfachheit und Durchsichtigkeit des Gedankenganges sie vielleicht übertrifft.

Um eine Kreisverwandtschaft einzurichten, wählt man die Verwandtschaftsmitte O und den um O beschriebenen Verwandtschaftskreis σ. Das kreisverwandte Bild A' eines Punktes A liegt auf dem Strahle O A so, dass $OA \cdot OA' = a^2$, wenn a der Halbmesser von σ ist. Die graphische Bestimmung von A' erfolgt zweckmässigerweise in einer Nebenfigur. Man zeichnet einen rechten Winkel M Q N, sowie auf Pauspapier eine Strecke $OQ = a$ und in O dazu ein Lot l. Die beiden Q heftet man mittelst einer feinen Kopiernadel aufeinander. Um das Bild A' zu A zu finden, trägt man O A auf l von O aus ab, und dreht das Pauspapier, bis A auf Q M liegt; alsdann schneidet Q N auf l die Strecke O A' ab, usw.

Die zehn Kreisberührungsaufgaben verteilen wir auf drei Stufen: der Unterstufe weisen wir die Aufgaben zu 1) geg. 3 Punkte und 2) geg. 3 Gerade; der Mittelstufe 3) geg. 2 Punkte und 1 Gerade, 4) geg. 1 Punkt und 2 Gerade, sowie noch 5) geg. 2 Gerade und 1 Kreis. Bekanntlich bilden 3) und 4) nur eine Aufgabe, da in beiden Fällen eine Symmetrieachse des gesuchten Kreises bekannt ist, also zu dem unpaaren Bestimmungsstück zunächst das symmetrisch entsprechende hergestellt werden kann. Für diese Doppelaufgabe giebt es zwei Lösungsweisen, die mit Hilfe des Potenzsatzes, sowie die nach der Methode ähnlicher Figuren. An diese letztere Lösung schliesst sich die einfachste Lösung der Aufgabe 5) an.

Sind nämlich O A und O B die gegebenen Geraden, $\varkappa$ der gegebene Kreis, ξ eine Lösung für gegenseitig ausschliessende Berührung, und $NP \perp OC$, $NQ \perp OM$,



so ist $NP : NQ = NOC/OC : NOM/OM = NC/OC : NM/OM = NC/OC : MR/OM$. Macht man $ST \perp OB$ und $= NC$, so folgt $NP : NQ = NC/OC : ST/OS = OS : OC$. Hiernach ist die Richtung O N bestimmt, und mit ihr die Berührungspunkte N und N' zweier Lösungen. —

Von den übrigen fünf, der Oberstufe zuzuweisenden Aufgaben erledigen sich zunächst die drei, bei denen wenigstens ein Punkt A gegeben ist; denn wenn man eine kreisverwandte Abbildung erzeugt, bei der A die Verwandtschaftsmitte ist, so bildet sich der gesuchte Kreis ξ als Gerade ξ' ab, die einen geg. Punkt und einen geg. Kreis, oder zwei geg. Kreise berührt.

Die Aufgaben 9) geg. 1 Gerade und 2 Kreise und 10) geg. 3 Kreise lassen eine gemeinsame Behandlung zu.

Hervorzuheben sind zunächst Fälle, in denen die Lösung besonders einfach ist. Wenn die gegebenen Linien $\varkappa, \lambda, \mu$ einen Punkt O gemein haben, so nimmt man O zur Verwandtschaftsmitte; die Bilder $\varkappa', \lambda', \mu'$ sind dann Gerade und die vier berührenden Kreise ξ' sind die Bilder der Lösungen der Aufgabe. Wenn zwei der Linien $\varkappa, \lambda, \mu$, etwa $\varkappa$ und λ, einander berühren, so nimmt man den Berührungspunkt O zur Verwandtschaftsmitte; die Bilder $\varkappa' \lambda'$ sind dann die Ränder eines Streifens, und ξ' ist ein diesem Streifen eingeschriebener Kreis, der μ' berührt.

Wenn unter den Linien $\varkappa, \lambda, \mu$ zwei sind, z. B. $\varkappa$ und λ, die keinen (realen) Punkt gemein haben, so kann die Aufgabe auf dem Wege gelöst werden, dass man $\varkappa$ und λ in zwei mittengleiche Kreise verwandelt. Dies ist immer möglich. Wenn nämlich $\varkappa$ und λ sich nicht schneiden, so bestimmen sie ein Büschel mit zwei Nullkreisen O_1 und O_2, und die Kreise der Büschel $O_1 O_2$ und $\varkappa \lambda$ schneiden einander senkrecht. Nimmt man O_1 (oder O_2) als Verwandtschaftsmitte, so bildet sich das Büschel $\varkappa \lambda$ als Büschel $\varkappa' \lambda'$ ab und das Büschel $O_1 O_2$ ergiebt ein Strahlenbüschel, das $\varkappa' \lambda'$ rechtwinklig schneidet; hieraus folgt, dass $\varkappa'$ und λ' mittengleich sind. Für den Unterricht in Sekunda oder Prima dürfte diese einfache Schlussweise nicht verwendbar sein. Aus der Bedingung des Zusammenfallens der Mittelpunkte von $\varkappa'$ und λ' kommt man hier unter Verwendung der Verwandtschaftsgleichung leicht zu dem Schlusse, dass die Verwandtschaftsmitte O_1 und der gemeinsame Mittelpunkt O_2 von $\varkappa'$ und λ' mit den auf der Mittelstrecke von $\varkappa$ und λ enthaltenen beiden Gegenpunktpaaren von $\varkappa$ und λ harmonisch sind, und leitet daraus leicht eine Konstruktion von O_1 und O_2 ab. Die Bilder ξ' der Lösungen ξ der Aufgabe ergeben sich schliesslich als die Kreise, die zwei mittelgleiche Kreise $\varkappa'$ und λ' und ausserdem noch μ' berühren.

Es erübrigt nun noch die Lösung für den Fall, dass je zwei der drei gegebenen Linien einander schneiden. Legt man die Verwandtschaftsmitte auf einen Schnittpunkt von $\varkappa$ und λ, so bilden sich die beiden Kreise ϱ_1 und ϱ_2, die die Winkel von $\varkappa$ und λ halbieren, als die Halbierenden der Winkel der Geraden $\varkappa'$, λ' ab; wenn daher der Kreis ξ die Kreise $\varkappa$ und λ berührt, so wird ξ' von ϱ'_1 oder von ϱ'_2 rechtwinklig geschnitten. Sind ferner σ_1 und σ_2 die Kreise, die die Winkel von λ und μ halbieren, so wie τ_1 und τ_2 die winkelhalbierenden Kreise von $\varkappa$ und μ, so bilden die sechs Kreise $\varrho_1, \varrho_2, \sigma_1, \sigma_2, \tau_1, \tau_2$ vier Büschel. Sind nämlich $\varkappa = 0$, $\lambda = 0$, $\mu = 0$ Kreisgleichungen für rechtwinklige Punktkoordinaten in Normalform, d. i. ohne Koeffizienten der Glieder x^2 und y^2, k, l, m die Halbmesser, so haben die winkelhalbierenden Kreise die Gleichungen:

$$\varrho_1 \equiv \frac{1}{k} \cdot \varkappa - \frac{1}{l} \cdot \lambda = 0, \quad \varrho_2 \equiv \frac{1}{k} \cdot \varkappa + \frac{1}{l} \cdot \lambda = 0,$$
$$\sigma_1 \equiv \frac{1}{l} \cdot \lambda - \frac{1}{m} \cdot \mu = 0, \quad \sigma_2 \equiv \frac{1}{l} \cdot \lambda + \frac{1}{m} \cdot \mu = 0,$$
$$\tau_1 \equiv \frac{1}{m} \cdot \mu - \frac{1}{k} \cdot \varkappa = 0, \quad \tau_2 \equiv \frac{1}{m} \cdot \mu + \frac{1}{k} \cdot \varkappa = 0,$$

daher ist

$$1)\ \varrho_1 + \sigma_1 + \tau_1 \equiv 0, \quad 2)\ \varrho_1 + \sigma_2 - \tau_2 \equiv 0,$$
$$3)\ \varrho_2 - \sigma_1 - \tau_2 \equiv 0, \quad 4)\ \varrho_2 - \sigma_2 + \tau_1 \equiv 0.$$

Die vier Kreise ξ, die $\varkappa$, λ und μ berühren, werden nun als die Kreise gefunden, die eines dieser vier Büschel rechtwinklig schneiden und einen der gegebenen Kreise berühren. Um die Kreise ξ zu erhalten, die ϱ und σ rechtwinklig schneiden und $\varkappa$ berühren, unterscheidet man, ob ϱ und σ sich schneiden, oder nicht. Haben ϱ und σ die Schnittpunkte Q_1 und Q_2, so nimmt man Q_1 zur Verwandtschaftsmitte; ξ' hat dann Q_2 zur Mitte und berührt $\varkappa'$, ist daher zweideutig bestimmt. Wenn dagegen ϱ und σ sich nicht schneiden, so bildet man sie als mittelgleiche Kreise ϱ' und σ' ab; ξ ist dann eine den gemeinsamen Mittelpunkt von ϱ' und σ' enthaltende Tangente von $\varkappa'$ und daher ebenfalls zweideutig bestimmt. Man kommt also in jedem Falle durch vier kreisverwandte Abbildungen zum Ziele.

Neben dieser Lösungsweise bietet die Kreisverwandtschaft noch eine dar: Man legt die Verwandtschaftsmitte auf einen Schnittpunkt von $\varkappa$ und λ; dann bilden sich $\varkappa$ und λ als Gerade $\varkappa'$ und λ' ab, μ als Kreis μ' und ξ als Kreis ξ', der die Geraden $\varkappa'$ und λ' sowie den Kreis μ' berührt.

Kugelberührungsaufgaben giebt es bekanntlich 15, nach folgender Uebersicht:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Punkte . .	4	3	2	1	0	3	2	2	1	1	1	0	0	0	0
Ebenen . .	0	1	2	3	4	0	1	0	2	1	0	3	2	1	0
Kugeln . .	0	0	0	0	0	1	1	2	1	2	3	1	2	3	4

Die Aufgaben 1 und 5 weisen wir der Unterstufe zu; der Mittelstufe die Aufgaben 2, 3, 4 und 12. Denn man kann die 3 Ebenen durch einen sie berührenden Umdrehungskegel ersetzen, wodurch die Aufgabe in die Aufgabe verwandelt wird, einen Kreis zu zeichnen, der zwei Gerade und einen Kreis berührt.

Betreffs der Aufgabe 3 verdient Erwähnung, dass sie nach der Methode der ähnlichen Figuren gelöst werden kann. Sind nämlich A und B die gegebenen Punkte, α und β die gegebenen Ebenen, wird ferner die Kante $\alpha\beta$ von der Mittellotebene λ von A B in O geschnitten, und die Figur von O aus ähnlich abgebildet, so bleiben α, β, λ, sowie die Halbierungsebene μ von $\alpha\beta$, und der Mittelpunkt M von ξ verschiebt sich entlang der Geraden $\lambda\mu$; umgekehrt ist jeder Punkt M' von $\lambda\mu$ der Mittelpunkt einer $\alpha\beta$ eingeschriebenen, mit ξ für O ähnlich liegenden Kugel usw.

Die übrigen Aufgaben (6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15) rechnen wir der Oberstufe zu, und nur mit ihnen haben wir es hier zu thun.

Bei 6, 7, 8, 9, 10 und 11 ist mindestens ein Punkt O der gesuchten Kugel ξ bekannt; wählt man O zur Verwandtschaftsmitte, so ist ξ' eine Ebene, die 2, 1 oder 0 gegebene Punkte enthält und 1, 2 oder 3 gegebene Kugeln berührt; hiermit sind diese Aufgaben erledigt.

Von den Aufgaben 13, 14, 15, die nun noch übrig bleiben, scheiden wir zunächst wieder einige Fälle aus, in denen die Lösung besonders einfach ist.

Wenn die 4 gegebenen Flächen $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$, $\varkappa_4$ einen gemeinsamen Punkt O haben, so nimmt man O als Verwandtschaftsmitte; ξ' ist alsdann eine Kugel, die dem Tetraëder $\varkappa_1'$ $\varkappa_2'$ $\varkappa_3'$ $\varkappa_4'$ eingeschrieben ist.

Wenn 2 von den 4 Flächen, etwa $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ einander berühren, so nimmt man den Berührungspunkt O zur Verwandtschaftsmitte. Dann bilden sich $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ als Grenzen einer Schicht ab, und ξ' ergiebt sich als eine der Schicht $\varkappa_1'$ $\varkappa_2'$ eingeschriebene, die Kugeln $\varkappa_3'$ und $\varkappa_4'$ berührende Kugel.

Wenn drei der 4 Flächen, etwa $\varkappa_1 \varkappa_2 \varkappa_3$ einen (realen, endlichen) Punkt O gemein haben, so nimmt man O als Verwandtschaftsmitte; dann ergiebt sich ξ' als Kugel, die den Ebenen $\varkappa_1'$ $\varkappa_2'$ $\varkappa_3'$ eingeschrieben ist und die Kugel $\varkappa_4'$ berührt.

Wenn unter den 4 Flächen zwei sind, etwa $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$, die keinen Punkt gemein haben, so verwandelt man sie in mittengleiche Kugeln $\varkappa_1'$ und $\varkappa_2'$, wofür als Verwandtschaftsmitten die beiden Nullkugeln des Büschels $\varkappa_1 \varkappa_2$ dienen, die als die Nullkreise eines gemeinsamen Hauptschnitts der beiden Kugeln $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ gefunden werden. Von ξ' kennt man alsdann den Halbmesser und eine Kugel als Ort des Mittelpunktes von ξ', und findet den Mittelpunkt als Durchschnitt dreier bekannten Kugeln.

Als Restaufgabe bleibt nun 13, 14, 15 unter der Voraussetzung, dass je zwei der 4 Flächen sich schneiden, ohne dass ein realer Schnittpunkt von dreien vorhanden ist. Man kann hier, wie im allgemeinen, die Kugeln λ_{mn} und μ_{mn} benutzen, die dem Büschel $\varkappa_m \varkappa_n$ angehören und die Schnittwinkel $\varkappa_m, \varkappa_n$ halbieren. Sind $\varkappa_m = 0$, $\varkappa_n = 0$ Normalgleichungen, und ist r_m der Halbmesser von $\varkappa_m$, so hat man

$$\lambda_{mn} = \frac{1}{r_m} \varkappa_m - \frac{1}{r_n} \varkappa_n = 0, \quad \mu_{mn} = \frac{1}{r_m} \varkappa_m + \frac{1}{r_n} \varkappa_n = 0,$$

also vollständig:

$$\lambda_{12} = \frac{1}{r_1} \varkappa_1 - \frac{1}{r_2} \varkappa_2 = 0, \quad \mu_{12} = \frac{1}{r_1} \varkappa_1 + \frac{1}{r_2} \varkappa_2 = 0,$$
$$\lambda_{13} = \frac{1}{r_1} \varkappa_1 - \frac{1}{r_3} \varkappa_3 = 0, \quad \mu_{13} = \frac{1}{r_1} \varkappa_1 + \frac{1}{r_3} \varkappa_3 = 0,$$
$$\lambda_{14} = \frac{1}{r_1} \varkappa_1 - \frac{1}{r_4} \varkappa_4 = 0, \quad \mu_{14} = \frac{1}{r_1} \varkappa_1 + \frac{1}{r_4} \varkappa_4 = 0,$$

$$\lambda_{23} \equiv \frac{1}{r_2}\varkappa_2 - \frac{1}{r_3}\varkappa_3 = 0,\ \mu_{23} \equiv \frac{1}{r_2}\varkappa_2 + \frac{1}{r_3}\varkappa_3 = 0,$$
$$\lambda_{24} \equiv \frac{1}{r_2}\varkappa_2 - \frac{1}{r_4}\varkappa_4 = 0,\ \mu_{24} \equiv \frac{1}{r_2}\varkappa_2 + \frac{1}{r_4}\varkappa_4 = 0,$$
$$\lambda_{34} \equiv \frac{1}{r_3}\varkappa_3 - \frac{1}{r_4}\varkappa_4 = 0,\ \mu_{34} \equiv \frac{1}{r_3}\varkappa_3 + \frac{1}{r_4}\varkappa_4 = 0,$$

Diese winkelhalbierenden Kugeln bilden 8 Bündel zu je 6 Kugeln, denn es ist

1) $\lambda_{12} + \lambda_{23} + \lambda_{34} - \lambda_{14} \equiv 0,\ \lambda_{13} + \lambda_{34} - \lambda_{14} \equiv 0,$
$\lambda_{12} + \lambda_{24} - \lambda_{14} \equiv 0;$

2) $\lambda_{12} + \lambda_{23} + \mu_{34} - \mu_{14} \equiv 0,\ \lambda_{12} + \lambda_{23} - \lambda_{13} \equiv 0,$
$\lambda_{23} + \mu_{34} - \mu_{24} \equiv 0;$

3) $\lambda_{12} + \lambda_{24} + \mu_{34} - \mu_{13} \equiv 0,\ \lambda_{12} + \lambda_{24} - \lambda_{14} \equiv 0,$
$\lambda_{24} + \mu_{34} - \mu_{23} \equiv 0;$

4) $\lambda_{13} + \lambda_{34} + \mu_{24} - \mu_{12} \equiv 0,\ \lambda_{13} + \lambda_{34} - \lambda_{14} \equiv 0,$
$\lambda_{34} + \mu_{24} - \mu_{23} \equiv 0;$

5) $\lambda_{23} + \lambda_{34} + \mu_{14} - \mu_{12} \equiv 0,\ \lambda_{23} + \lambda_{34} - \lambda_{24} \equiv 0,$
$\lambda_{34} + \mu_{14} - \mu_{13} \equiv 0;$

6) $\lambda_{12} + \mu_{23} - \lambda_{34} + \mu_{14} \equiv 0,\ \lambda_{12} + \mu_{23} - \mu_{13} \equiv 0,$
$\mu_{23} - \lambda_{34} - \mu_{24} \equiv 0;$

7) $\lambda_{13} + \mu_{34} + \lambda_{24} - \mu_{12} \equiv 0,\ \lambda_{13} + \mu_{34} - \mu_{14} \equiv 0,$
$\mu_{34} + \lambda_{24} - \mu_{23} \equiv 0;$

8) $\lambda_{14} + \mu_{34} + \lambda_{23} - \mu_{12} \equiv 0,\ \lambda_{14} + \mu_{34} - \mu_{13} \equiv 0,$
$\mu_{34} + \lambda_{23} - \mu_{24} \equiv 0.$

Eine Lösung ξ der Berührungsaufgabe wird gefunden, indem man eine Kugel erzeugt, die die Kugeln eines dieser acht Bündel senkrecht schneidet und eine der gegebenen Kugeln berührt; in jedem Bündel giebt es zwei Lösungen, im ganzen also deren 16. Die Kugeln, die ein Bündel senkrecht schneiden, bilden ein Büschel, dessen Träger auf der Mittenebene des Bündels enthalten ist, und die dort enthaltenen Hauptkreise der Bündelkugeln unter rechten Winkeln schneidet. Ist dieser Träger ϱ real, so legt man die Verwandtschaftsmitte auf ihn; er bildet sich alsdann als Gerade ϱ' ab, und ξ' ist eine Ebene, die ϱ' enthält und $\varkappa_1'$ berührt, ist also z w e i d e u t i g bestimmt. Wenn dagegen ϱ nicht real ist, so hat das Kugelbüschel ϱ zwei reale Nullkugeln O_1 und O_2; nimmt man O_1 als Verwandtschaftsmitte, so bildet sich das Kugelbüschel als ein mittengleiches Büschel ab, und ξ' ergiebt sich als Kugel, die um einen gegebenen Mittelpunkt beschrieben ist und $\varkappa_1'$ berührt, ist also wieder zweideutig bestimmt. Man erreicht daher durch acht kreisverwandte Abbildungen das Ziel.

Es mag nun noch angedeutet werden, wie Aufgaben über Kreise, die gegebene Punkte enthalten, gegebene Gerade oder Kreise berühren, und gegebene Kreise rechtwinklig schneiden, so wie die entsprechenden Aufgaben über Kugeln durch kreisverwandte Abbildungen auf einfachere Aufgaben zurückgeführt werden können.

Kennt man von dem gesuchten Kreise ξ einen Punkt O, so nimmt man ihn als Verwandtschaftsmitte, denn dabei bildet sich ξ als eine Gerade ξ' ab. Soll ξ einen Kreis $\varkappa$ senkrecht schneiden, so geht ξ' durch den Mittelpunkt von $\varkappa'$, und soll ξ einen Kreis oder eine Gerade λ berühren, so muss dasselbe für ξ' und λ' gelten.

Aehnlich verfährt man, wenn bei einer hierher gehörigen Kugelaufgabe ein Punkt O der gesuchten Kugel ξ bekannt ist. Legt man die Verwandtschaftsmitte auf O, so bildet sich ξ als Ebene ξ' ab, die die Mitte von $\varkappa'$ enthält, wenn ξ und $\varkappa$ einander rechtwinklig schneiden, und λ' berührt, wenn ξ und λ einander berühren.

Soll ξ zwei Kreise $\varkappa$ und λ rechtwinklig schneiden und einen dritten μ berühren, so verwandelt man $\varkappa$ und λ in mittengleiche Kreise oder in Gerade, je nachdem sie sich verfehlen oder schneiden; ξ' ist im ersten Falle eine durch die gemeinsame Mitte von $\varkappa'$ und λ' gehende Gerade, im andern ein um den Schnittpunkt von $\varkappa'$ und λ' beschriebener Kreis. Entsprechend verfährt man, um eine Kugel zu konstruieren, die zwei Kugeln $\varkappa$ und λ rechtwinklig schneidet, und zwei andere μ und ν berührt.

Soll die Kugel ξ drei Kugeln $\varkappa, \lambda, \mu$ rechtwinklig schneiden und eine vierte ν berühren, so gehört ξ einem bestimmten Büschel an; hat dieses Büschel reale Nullkugeln O_1 und O_2 und nimmt man O_1 als Verwandtschaftsmitte, so ist ξ' eine Kugel um O_2', die ν' berührt; hat das Büschel dagegen einen realen Träger, und legt man die Verwandtschaftsmitte auf irgend einen Punkt dieses Trägers, so ist ξ' eine Ebene eines bestimmten Büschels, die ν' berührt; also in jedem Falle zweideutig bestimmt (s. Mitte der vorigen Spalte).

Zum Schluss wäre noch der allgemeineren Aufgabe zu gedenken: E i n e n K r e i s ξ z u z e i c h n e n, d e r 2, 1 o d e r k e i n e n g e g e b e n e n P u n k t e n t h ä l t u n d 1, 2 o d e r 3 g e g e b e n e K r e i s e u n t e r g e g e b e n e n W i n k e l n s c h n e i d e t, so wie der entsprechenden Aufgabe über K u g e l n.

Ist ein Punkt O von ξ gegeben, so nimmt man O als Verwandtschaftsmitte, und erhält ξ' als Gerade eines Punktes, die $\varkappa'$ unter einem gegebenen Winkel schneidet (wobei $\varkappa$ der gegebene Kreis ist), oder als Gerade, die $\varkappa'$ und λ' unter gegebenen Winkeln schneidet (wobei $\varkappa$ und λ die gegebenen Kreise sind).

Wenn die Kreise $\varkappa, \lambda, \mu$ von ξ unter gegebenen Winkeln α, β, γ zu schneiden sind, und zwei darunter sind, die sich nicht schneiden, so bilde man diese (etwa $\varkappa$ und λ) als mittengleiche Kreise $\varkappa'$ und λ' ab. Die Kreise ξ', die $\varkappa'$ und λ' unter gegebenen Winkeln α und β schneiden, haben einen leicht herstellbaren Halbmesser*), und ihre Mitten sind auf einem mit $\varkappa'$ und λ' mittengleichen Kreise enthalten. Es ist nun leicht, unter ihnen die Kreise herauszulesen, die μ' unter dem Winkel γ' schneiden.

Wenn dagegen je zwei von den Kreisen $\varkappa, \lambda, \mu$ einander schneiden, so muss ein anderer Weg eingeschlagen werden. Bildet man $\varkappa$ und λ als Gerade $\varkappa'$ und λ' ab, so liegt die Mitte von ξ' auf der Geraden, die den Winkel $\varkappa' \lambda'$ im Sinusverhältnis $\sin\alpha / \sin\beta$ teilt. Man zeichnet daher die drei Kreispaare, die der Reihe nach den Büscheln $\varkappa\,\lambda, \lambda\,\mu, \mu\,\nu$ angehören, und die Winkel $\varkappa\,\lambda, \lambda\,\mu, \mu\,\nu$ in den Sinusverhältnissen $\sin\alpha / \sin\beta$, $\sin\beta / \sin\gamma$, $\sin\gamma / \sin\alpha$ teilen.

Sind $\varkappa, \lambda, \mu$ wieder Normalgleichungen, k, l, m die Halbmesser, so sind die drei Kreispaare

$$\varrho_1 \equiv \frac{1}{\mathrm{k}\sin\alpha}\,\mathrm{k} - \frac{1}{\mathrm{l}\sin\beta}\,\lambda = 0,$$
$$\varrho_2 \equiv \frac{1}{\mathrm{k}\sin\alpha}\,\mathrm{k} + \frac{1}{\mathrm{l}\sin\beta}\,\lambda = 0,$$
$$\sigma_1 \equiv \frac{1}{\mathrm{l}\sin\beta}\,\lambda - \frac{1}{\mathrm{m}\sin\gamma}\,\mu = 0,$$
$$\sigma_2 \equiv \frac{1}{\mathrm{l}\sin\beta}\,\lambda + \frac{1}{\mathrm{m}\sin\gamma}\,\mu = 0,$$

*) Ist nämlich M die gemeinsame Mitte von $\varkappa'$ und λ', N die Mitte von ξ', A und B Schnittpunkte von N mit $\varkappa'$ und λ', so kennt man in dem Vierecke N A M B die Stücke M A = k', M B = l', M A N = α, M B N = β, und N A : N C = 1; von den Winkeln M A B und M B A kennt man den Unterschied $(\alpha - \beta)$ und das Sinusverhältnis (l'/k') usw.

$$\tau_1 \equiv \frac{1}{m \sin\gamma} \mu - \frac{1}{k \sin\alpha} \varkappa = 0,$$

$$\tau_2 \equiv \frac{1}{m \sin\gamma} \mu + \frac{1}{k \sin\alpha} \varkappa = 0.$$

Sie bilden vier Büschel:

1) $\varrho_1 + \sigma_1 + \tau_1 \equiv 0$, 2) $\varrho_1 + \sigma_2 - \tau_2 \equiv 0$,
3) $\varrho_2 - \sigma_1 - \tau_2 \equiv 0$, 4) $\varrho_2 - \sigma_2 + \tau_1 \equiv 0$.

Eine Lösung ξ' der Aufgabe ergiebt sich nun als ein Kreis, der eines dieser Büschel rechtwinklig, und z. B. $\varkappa$ unter dem Winkel α schneidet.

Vereine und Versammlungen.

73. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte

in Hamburg, vom 22. bis 28. September 1901.

Der bereits früher erfolgten Ankündigung entsprechend (Unt.-Bl. VII, 2, S. 32) ist die Zahl der Abteilungen durch Zusammenlegung verwandter Abteilungen vermindert worden, die naturwissenschaftliche Hauptgruppe zählt 11 Abteilungen, eine besondere Abteilung für mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht ist nicht gebildet worden. Unter den vielfach natürlich höchst bedeutsamen Themen, die in den Abteilungssitzungen behandelt werden, hat nur eines eine unmittelbare Beziehung zum Unterricht: Abt. 10 (Zoologie); Ahlborn (Hamburg): Ueber die gegenwärtige Lage des biologischen Unterrichts an den höheren Schulen. — Am 23. und am 27. September finden allgemeine Sitzungen statt, an denen sechs Vorträge gehalten werden: Lecher (Prag): Ueber die Hertzsche Entdeckung elektrischer Wellen und deren weitere Ausgestaltung; Hofmeister (Strassburg): Der chemische Hausrat der Zelle; Boveri (Würzburg): Das Problem der Befruchtung; Curschmann (Leipzig): Medizin und Seeverkehr; Nernst (Göttingen): Ueber die Bedeutung elektrischer Methoden und Theorien für die Chemie; Reinke (Kiel): Ueber die in den Organismen wirksamen Naturkräfte. — Am 25. September veranstalten beide Hauptgruppen zusammen eine Gesamtsitzung, in der über die neuere Entwickelung der Atomistik (Ionen, Gas-Ionen und Elektronen) referiert werden soll; es werden sprechen Kaufmann (Göttingen): Ueber die Entwickelung des Elektronenbegriffs; Geitel (Wolfenbüttel): Ueber die Anwendung der Lehre von den Gas-Ionen auf die Erscheinungen der atmosphärischen Elektrizität; Paul (Tübingen): Ueber die Bedeutung der Ionentheorie für die physiologische Chemie; His jun. (Leipzig): Ueber die Bedeutung der Ionentheorie in der klinischen Medizin. — Am 26. September wird ausserdem noch eine gemeinschaftliche Sitzung der naturwissenschaftlichen Hauptgruppe stattfinden, in der Ostwald (Leipzig) über Katalysatoren sprechen wird, nach diesem Vortrag soll eine Diskussion über den gegenwärtigen Stand der Descendenzlehre stattfinden, Referate hierzu haben übernommen De Vries (Amsterdam): Die Mutationen und die Mutationsperioden bei der Entstehung der Arten; Koken (Tübingen): Descendenzlehre und Palaeontologie; Ziegler (Jena): Der gegenwärtige Stand der Descendenzlehre in der Zoologie.

Die äussere Organisation der Versammlung, über deren Leitung in No. 6 des vorigen Jahrgangs berichtet worden ist, entspricht im übrigen dem bisherigen Brauche.

Schul- und Universitäts-Nachrichten.

Schwalbe-Stiftung. Zur Gründung einer Bernhard-Schwalbe-Stiftung, zu Ehren des verstorbenen Geheimraths Schwalbe ergeht von Berlin ein Aufruf, zu dessen Unterzeichnern neben einer grossen Zahl bekannter Schulmänner, einer Reihe von Hochschullehrern und vielen sonstigen angesehenen Männern auch der frühere (inzwischen selbst aus dem Leben geschiedene) Kultusminister Bosse, der Ministerial-Direktor Althoff und die Geheimräte Köpke und Schmidt aus dem Kultusministerium, sowie der Oberbürgermeister von Berlin, Kirschner, gehören. Die Stiftung ist zur Unterstützung würdiger Schüler des Dorotheenstädtischen Realgymnasiums bestimmt, bei hinreichenden Mitteln ist auch die Errichtung eines Grabdenkmals in Aussicht genommen; die endgültige Beschlussfassung über die Verwendung der eingegangenen Gelder bleibt einer später zu berufenden Versammlung vorbehalten.

Beiträge nehmen die Herren Fabrikbesitzer Hugo Blank, Berlin W, Derfflingerstr. 15 und Prof. Dr. Böttger, Berlin NW, Georgenstr. 30/31 entgegen.

* * *

Die neuen preussischen Lehrpläne. Zu der bereits im Dezember v. J. erfolgten Neuverteilung der Lehrstunden an den höheren Schulen (s. Unt.-Bl. VII, 1, S. 12) ist nun — leider erst geraume Zeit nach dem Beginn des neuen Schuljahres — die inhaltliche Neugestaltung der Lehrpläne hinzugekommen, die gegen den bisherigen Zustand mancherlei erhebliche Aenderungen aufweist.

Was zunächst die Mathematik angeht, so wird der geometrische Unterricht in der Quarta aller Anstalten ausdrücklich als propädeutischer Anschauungsunterricht bezeichnet, auf der Oberrealschule nimmt dieser Unterricht schon in Quinta seinen Anfang, dafür treten in Quarta dort Anfangsgründe der Buchstabenrechnung und Lehre von den Parallelogrammen noch hinzu.

Die Aehnlichkeitslehre ist am Gymnasium von Obertertia nach Unter-Sekunda verlegt worden, in der letzteren Klasse ist dafür der propädeutische Kursus in Stereometrie gefallen, die Lehre von den Potenzen und Wurzeln aus Ober-Sekunda in das Pensum der Unter-Sekunda herübergenommen.

Die Trigonometrie nimmt erst in Ober-Sekunda ihren Anfang und zwar mit der Goniometrie, arithmetische und geometrische Reihen mit ihren Anwendungen sind nach Prima verlegt, in dieser Klasse, deren beide Jahrgänge nicht besonders getrennt sind, haben Kombinations- und daran anschliessend Wahrscheinlichkeits-Rechnung ihre alte Stellung wiedererhalten, die kurze Angabe der bisherigen Pläne: „Imaginäre Zahlen“ ist durch die Angabe: „Wiederholender Aufbau des arithmetischen Lehrgangs (Erweiterung des Zahlbegriffs von der ganzen positiven bis zur komplexen Zahl)“ ersetzt worden. Auf allen Stufen von U III an werden Konstruktionsaufgaben verlangt, in O II auch unter Anwendung der Algebra auf die Trigonometrie. Der mathematische Teil der mathematischen Geographie soll im Zusammenhang mit der Stereometrie behandelt werden, ferner ist für Prima Anleitung zum perspektivischen Zeichnen räumlicher Gebilde vorgeschrieben.

Auf den Realanstalten, deren Pensum im ganzen weniger Aenderungen zeigt, wird diese Anleitung schon für U II vorgeschrieben, in das Pensum der Prima sind die Grundlehren der darstellenden Geometrie ausdrücklich aufgenommen.

Auf naturwissenschaftlichem Gebiete ist vor allem eine wesentlich schärfere Fassung der den einzelnen Klassenstufen gestellten Lehraufgaben zu bemerken, der vorbereitende Kursus am Gymnasium hat in der Unter-Sekunda eine Entlastung durch den Fortfall der Akustik und Optik gefunden (diese Gebiete sollen eventuell in dem physikalischen Ersatzunterricht behandelt werden, der für die statt im Griechischen im Englischen zu unterrichtenden Schüler einzurichten ist — ferner auch an solchen Anstalten, an denen ein starker Abgang aus U II stattfindet). In dem auch hier nicht besonders auf die beiden Jahrgänge verteilten Pensum der Prima sind bei der Mechanik die Anwendungen auf die Wärmelehre im Gegensatz zu dem bisherigen Zustande ausdrücklich vorgeschrieben.

Auf den Realanstalten findet sich eine wesentliche Aenderung in dem Pensum der Obertertia, wie am Gymnasium und an der Oberrealschule wird auch an den Realgymnasien künftig der vorbereitende physikalische Lehrgang schon in dieser Klasse seinen Anfang nehmen. In U II ist für den vorbereitenden chemischen Kursus ausdrücklich Anlehnung an Naturbeschreibung oder Physik vorgeschrieben.

Die bisher sehr knapp gehaltenen Angaben über das Pensum der Prima an den Realanstalten haben eine wesentlich eingehendere Ausführung erfahren.

Besonders bemerkenswert sind die neuen Fassungen der methodischen Bemerkungen, die über den Geist, in welchem der Unterricht zu erteilen ist, mannigfach eingehende Weisungen enthalten. Ueberall wird die Gewinnung einer innerlich zusammenhängenden Bildung als das eigentliche Hauptziel hingestellt, dem durch Handinhandgehen des mathematischen und des naturwissenschaftlichen Unterrichts möglichst Vorschub geleistet werden soll. Als besonders wichtige Einzelheit sei die Bemerkung hervorgehoben, dass jede Gelegenheit zur Einführung des Schülers in die Bedeutung des Funktionsbegriffs benutzt werden soll.

Auch auf den Gebieten der Erdkunde und des Zeichnens findet sich eine schärfere Bestimmung der Lehraufgabe, als bisher, bemerkenswert ist die Anordnung, die das Freihandzeichnen an den Realanstalten als allgemein verbindlich, das Linearzeichnen als wahlfrei erklärt. In der Erdkunde bleibt es für die drei obersten Stufen des Gymnasiums und des Realgymnasiums bei dem bisherigen Zustande, wonach die Erdkunde innerhalb der dem Geschichtsunterricht zugewiesenen Zeit mit unterzubringen ist. Doch ist eine Neuerung insofern zu bemerken, als der Stoff dieses Unterrichts auch für die beiden Gymnasien kurz skizziert und die ausdrückliche Forderung hinzugefügt ist, dass auf diesen Anstalten mindestens 6 Stunden im Halbjahr auf die erdkundlichen Wiederholungen zu verwenden sind.

Lehrmittel-Besprechungen.

Modelle für Dach- und Brückenkonstruktionen von Schülke (Osterrode i. Ostpr.), ausgestellt auf der Hauptversammlung zu Giessen.*)

Die Lösung des Problems, eine Oeffnung zu überbrücken mit Werkstücken, welche kleiner sind als die Oeffnung, ist nicht ganz naheliegend. Aegyptern und Griechen war dieselbe nicht gelungen, denn Uebertragungen, wie z. B. am Schatzhaus des Atreus, sind von diesem Standpunkt doch recht unvollkommen. Die Römer fanden dann den steinernen Gewölbebogen, dessen Wirkungsweise ohne weiteres klar ist. Die vollkommenste und genialste Lösung bilden aber die Fachwerkbrücken, welche aus Stäben bestehen, die an den Endpunkten drehbar miteinander verbunden und so angeordnet sind, dass dieselben bei der Belastung Zug oder Druck, aber niemals Biegung erfahren. Diese Konstruktionen gehören erst dem Zeitalter der Eisenbahnen an und ihre Erklärung hat im Gymnasialunterricht noch keine Stelle gefunden. (Eine eingehende Besprechung findet dort ziemlich regelmässig die Rheinbrücke Cäsars, dieselbe ist jedoch für den Mathematiker von geringerem Interesse, weil nur Pfähle eingerammt und durch darübergelegte Balken die Fahrbahn hergestellt wird.) Will man jedoch etwas darauf eingehen, so lässt sich bei Besprechung des Parallelogramms der Kräfte die Wirkung der Fachwerke durch Benutzung von Modellen den Schülern leicht klar machen. Z. B.: Jeder hat beim Bau eines Hauses gesehen, dass das einfachste Dach aus zwei Sparren und einem wagerechten Balken besteht, aber wie wenige denken daran, dass dabei die beiden Sparren gedrückt, der Balken aber gezogen wird. An dem Modell erkennt man dies sofort, weil die gedrückten Teile durch Holzstäbe, die gezogenen durch Messingketten dargestellt sind. Ebenso lässt sich am Modell leicht die überraschende Thatsache zeigen, dass die teilweise Belastung einer Brücke unter Umständen ungünstiger wirkt als die volle. Z. B. bei dem doppelt verspannten Balken sind beide Diagonalen überflüssig, wenn man beide Knotenpunkte mit je 1 kg belastet; das Modell knickt aber sofort zusammen, wenn man 1 kg entfernt, und es wird erst wieder haltbar, wenn man eine Diagonale an dem vorhandenen Haken befestigt. Die zweite Diagonale wird notwendig bei der Belastung des anderen Knotens. Aehnlich ergiebt sich an den Modellen die Erklärung selbst komplizierter Dach- und Brückenkonstruktionen ohne jede Rechnung. Mit Rücksicht auf die beschränkten Raumverhältnisse in vielen physikalischen Kabinetten sind sämtliche Modelle zum Zusammenlegen eingerichtet. Eine Abbildung und Erklärung der Modelle findet man in der Zeitschrift für physikalischen Unterricht 1901, S. 18 bis 28. Dort ist auch darauf hingewiesen, dass eine Berechnung der Zug- und Druckspannungen zwar durch Trigonometrie möglich ist, dass aber eine genaue Zeichnung viel schneller und übersichtlicher zum Ziele führt. Die Modelle sind von dem Universitäts-Mechanikus Dr. M. Apel, Göttingen ausgeführt und der Preis beträgt für die kleineren 2—4 Mk., für die grösseren 5—12 Mk. Schülke.

*) S. Unt.-Bl. VII, 3, S. 54.

Bücher-Besprechungen.

Twrdy, Konrad, Methodischer Lehrgang der Krystallographie. Ein Lehr- und Uebungsbuch zum Selbstunterricht für alle Freunde der Mineralogie, insbesondere für Lehramtskandidaten usw. Mit 184 vom Verfasser entworfenen Originalzeichnungen. 208 S. Preis Mk. 2,50. — Wien, A. Pichlers Ww., 1900.

Ein vortreffliches Buch, das voll das hält, was der Titel verspricht, eine Anleitung zum Selbstunterricht zu sein. Der Verfasser setzt die Grundbegriffe des Gebietes (Ableitung, Zonenregel, Holoëdrie und Hemiëdrie) zunächst am rhombischen System auseinander, um erst dann in einem zweiten Abschnitt die übrigen, z. T. als Spezialisierungen des rhombischen Systems auftretenden Systeme der Reihe nach durchzunehmen. ein dritter Abschnitt setzt die Abhängigkeit der physikalischen Eigenschaften der Körper von ihrer geometrischen Gestalt auseinander.

Die grosse Schwierigkeit der Aufgabe überwindet der Verfasser durch eine Reihe sehr glücklich gewählter, überall auf wirklich vorkommende Krystalle zurückgehender Uebungsbeispiele, einen wesentlichen Anteil daran hat meines Erachtens aber namentlich auch das vielfache Zurückgehen auf das Weisssche System, das unter allen Behandlungsarten der Krystallographie den Forderungen der wissenschaftlichen Strenge am meisten genügt. Gerade durch dieses Zurückgehen auf Weiss wird eine gewisse Herrschaft über den ganzen Stoff ermöglicht, die nach meinem Dafürhalten durch eine unvermittelte Einführung in die logisch anfechtbare Naumannsche Bezeichnung sehr erschwert wird.

Das ganze von herzlicher Begeisterung des Verfassers für seinen Stoff zeugende Büchelchen kann jedem Freunde der Sache angelegentlich empfohlen werden. P.

Zur Besprechung eingetroffene Bücher.

(Besprechung geeigneter Bücher vorbehalten.)

Barbillion, L., Production et emploi des courants alternatifs (Scientia No. 11). Paris 1901, Naud.

Blencke, Fr., Die Verbindung des Linearzeichnens mit dem stereometrischen Unterricht auf Untersekunda. Jahresbericht der O.-R.-S. zu Essen. 1901 (No. 537.)

Boas, J. E. V., Lehrbuch der Zoologie für Studierende, dritte vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 498 Abb. Jena 1901, Fischer. Mk. 10.—.

Bödige, N., Das archimedische Prinzip als Grundlage physikalisch-praktischer Uebungen. Osnabrück 1901, Meinders und Elstermann.

Bolte, F., Die Nautik in elementarer Behandlung. Einführung in die Schiffahrtskunde. Stuttgart 1900, Maier.

Boerner, H., Lehrbuch der Physik. Mit 375 Abb. 3. Aufl. Berlin 1901, Weidmann. Mk. 6.— geb.

—„— Vorschule der Chemie und Mineralogie. Mit 88 Abbild. 2. Aufl. Ebenda. Mk. 1.50 geb.

Buckendahl, A., Lehrbuch für den Unterricht in der anorganischen Chemie. 3. Aufl. Mit Abb. Gotha 1901, Perthes. Mk. 2.40 geb.

Ebeling, M., Leitfaden der Chemie für Realschulen. Mit 267 Abb. 3. Aufl. Berlin 1901, Weidmann. Mk. 2.60 geb.

Engel, Th., Die wichtigsten Gesteinsarten der Erde nebst vorausgeschickter Einführung in die Geologie. 2. Aufl. 1. Liefg. Ravensburg 1901, Maier.

Fenkner, H., Arithmetische Aufgaben. Unter besonderer Berücksichtigung von Anwendungen aus dem Gebiete der Geometrie, Physik und Chemie. Ausgabe A für den Gebrauch in Gymnasien, Realgymnasien u. Ober-Realschulen. Teil I: Pensum der Unter-Tertia. Ober-Tertia und Unter-Sekunda. 4. Aufl. Berlin 1901, Salle. Mk. 2.20.

Druck von H. Sievers & Co. Nachf., Braunschweig.