Jahrgang VIII. 1902. Nr. 2.

Unterrichtsblätter

für

Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung
des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften.

Begründet unter Mitwirkung von **Bernhard Schwalbe**,
herausgegeben von
F. Pietzker,
Professor am Gymnasium zu Nordhausen.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 30.

Redaktion: Alle für die Redaktion bestimmten Mitteilungen und Sendungen werden nur an die Adresse des Prof. Pietzker in Nordhausen erbeten.
Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (3 Mk. Jahresbeitrag oder einmaliger Beitrag von 45 Mk.) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Lindenerstrasse 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 6 Nummern ist 3 Mark, für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift unentgeltlich; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhdlg. zu beziehen.
Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermässigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Verein zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften.

Tagesordnung der XI. Hauptversammlung zu Düsseldorf, Pfingsten 1902.

Mittwoch, 21. Mai, abends 9 Uhr: Gesellige Zusammenkunft im „Europäischen Hof", Friedrichstrasse.

Donnerstag, 22. Mai, vormittags 9 Uhr: Erste allgemeine Sitzung in der Aula der Oberrealschule, Ecke Fürstenwall- und Flora-Strasse.

Eröffnung und Begrüssung. — Geschäftliche Mitteilungen.
Vortrag von Thomae (Elberfeld): „Die Naturwissenschaften als Grundlage der allgemeinen Bildung".
Diskussion über die Stellung der biologischen Unterrichtsfächer im Lehrplan der höheren Schulen.

Frühstückspause.

12 Uhr bis $2^1/_2$ Uhr: Abteilungssitzungen.

Mittagspause.

4 Uhr: Besichtigung der Industrie- und Gewerbe-Ausstellung.

Abends: Zusammentreffen im Ausstellungsrestaurant und Malkasten.

Freitag, 23. Mai, vormittags 9 Uhr: Zweite allgemeine Sitzung:

Vortrag von Schotten (Halle): „Ueber eine geplante Encyklopädie der Elementar-Mathematik".
Vortrag von Leisen (Dülken): „Wodurch wird die Arbeit des Lehrers und des Schülers im mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht unnötiger Weise erschwert?"

Frühstückspause.

12 Uhr bis 3 Uhr: Abteilungssitzungen.
$3^1/_2$ Uhr: Besichtigung der Industrie- und Gewerbe-Ausstellung.
Abends 6 Uhr: Festmahl in der Tonhalle.

Sonnabend, 24. Mai, vormittags 9 Uhr: Dritte allgemeine Sitzung:

Vortrag von Freybe (Weilburg): „Der Unterricht in der Wetterkunde".
Fortsetzungen der Diskussionen von den vorhergehenden Tagen.

Frühstückspause.

$11^{1}/_{2}$ Uhr: Geschäftliche Sitzung:

Kassenbericht. — Neuwahl von zwei Vorstandsmitgliedern. — Antrag auf Erhöhung der Zahl der Vorstandsmitglieder. — Bestimmung des Orts der nächstjährigen Hauptversammlung. — Ordnung der Vertretung des Vereins auf der diesjährigen Naturforscher-Versammlung. — Sonstige geschäftliche Anträge.

3 Uhr: Ausflug nach der Müngstener Brücke und der Remscheider Thalsperre.

Angemeldete Abteilungs-Vorträge:

Berghoff (Düsseldorf): „Die Verwendung des Projektions-Apparats im physikalischen Unterricht".
Bochow (Magdeburg): „Zur Behandlung der regelmässigen Vielecke".
Grimsehl (Hamburg): „Neue Apparate und Versuchsanordnungen aus der Elektrizitätslehre".
Hartmann (Frankfurt a. M.): „Ueber neue elektrische Messinstrumente."
Krebs (Barr i. E.): „Das Zeichnen und seine Beziehungen zum naturwissenschaftlichen und erdkundlichen Unterricht".
Ley (Linz a. R.): „Die Konstruktionsaufgaben im mathematischen Unterricht des Gymnasiums".
Looser (Essen a. d. R.): „Versuche aus der Wärmelehre".
Pahde (Krefeld): „Kurze Bemerkungen zu dem neuen Lehrplan der Erdkunde mit besonderer Berücksichtigung der ‚Methodischen Bemerkungen' ".
Rischbieth (Hamburg): „Die Gasbürette im chemischen Unterricht".
Wanner (Hannover): „Ueber ein neues optisches Pyrometer".
Ausserdem: Diskussion über die Abgrenzung des mathematischen Pensums im Einzelnen:
a) in der darstellenden Geometrie.
b) in der Algebra.

Während der Dauer der Versammlung wird eine Ausstellung von Lehrmitteln in den Räumen der Oberrealschule stattfinden. —

Der Zutritt zur Kunsthalle, dem Kunstgewerbe-Museum, dem Rathaussaale, der Aula der Königlichen Kunst-Akademie wird unentgeltlich gestattet sein. Zu dem Besuch der Industrie- und Gewerbe-Ausstellung werden für die Dauer der Versammlung (3 Tage) Karten zu ermässigten Preisen ausgegeben.

An den der Versammlung vorhergehenden Tagen wird in Düsseldorf das Niederrheinische Musikfest stattfinden. —

Bei dem starken Fremdenzufluss, der in der Pfingstwoche in Düsseldorf stattfinden wird, muss den Versammlungsteilnehmern dringend empfohlen werden, sich möglichst frühzeitig eine Wohnung zu sichern. Diesbezügliche Wünsche (Hôtel oder Privatquartier) nimmt bis zum 10. Mai Herr Oberlehrer Dr. Schlabach (Pempelforterstrasse 69) entgegen.

Für die Unterhaltung der aus Anlass der Versammlung nach Düsseldorf kommenden Damen werden eine Reihe der dort wohnhaften Damen zu sorgen bereit sein.

Um den Besuch der Versammlung zu erleichtern, hat sich der Vereinsvorstand, wie alljährlich, an die Unterrichts-Verwaltungen der grösseren Staaten mit der Bitte gewendet, den Anstaltsleitungen eine wohlwollende Berücksichtigung der behufs Teilnahme an der Versammlung einlaufenden Urlaubsgesuche zu empfehlen. Hierauf ist insbesondere von dem Königlich preussischen Unterrichts-Ministerium durch Verfügung vom 28. Februar d. J. (U II, 343) die Anweisung ergangen, den Teilnehmern an unserer Versammlung den hierfür etwa nötigen Urlaub zu bewilligen, sofern dies ohne Nachteil für die betreffende Lehranstalt irgend geschehen kann.

Der Hauptvorstand
Pietzker.

Der Ortsausschuss
Viehoff.

Anordnung und Verteilung des botanischen Lehrstoffes und dessen erzieherische Aufgaben.

Vortrag, gehalten auf der 10. Hauptversammlung des Vereins Sächsischer Realschullehrer zu Leipzig am 28. September 1901.

Von Bastian Schmid (Bautzen).

Von jenen Ansichten, die der Ausbreitung des naturwissenschaftlichen Unterrichtes hemmend im Wege stehen, begegnet man am häufigsten der, welche die biologischen Disciplinen allein nach dem praktischen Wert beurteilt und diesen sodann äusserst gering befindet. Thatsächlich liegt die praktische Verwertung, vor allem die der zoologischen Kenntnisse nicht offen zu Tage, wie dies bei der Physik und Chemie der Fall ist. Dass man aber bei allen und namentlich bei den biologischen Naturwissenschaften den erzieherischen Wert übersieht, dass man nicht beachtet, wie ein Zeitalter, das unter ganz anderen socialen Bedingungen lebt und aus den Ergebnissen der verschiedensten Wissenszweige sich eine neue Lebensanschauung herausgebildet hat, die mit allen Mitteln nicht mehr aus dem Weg zu räumen ist, dass wir andere geworden sind und die Aufgabe haben, das, was wir mit heissen Mühen an Idealen und Fortschritten erworben haben, dem kommenden Geschlecht zu überliefern, und dass derartige Grundlagen nicht zum geringsten Teil aus den biologischen Wissenschaften fliessen, das weiss man noch lange nicht überall zu würdigen, oder man übergeht diese Thatsachen mit Stillschweigen, nicht ahnend, dass jede Hemmung eines geordneten Fortschrittes ein Vergehen an Staat und Gesellschaft ist.

Solange man bei den biologischen Wissenschaften nur das eine Ziel, das praktische, im Auge hat, solange daher nur eine für die wissenschaftliche und erzieherische Bedeutung sehr zweifelhafte Auswahl getroffen wird, verdienen diese Fächer wirklich nicht mehr Beachtung, als dies heutigen Tages noch vielfach der Fall ist.

Ich übergehe die grossen erzieherischen Faktoren, die aus diesen Wissenszweigen fliessen und verweise auf meinen Aufsatz: „Der Bildungswert der Naturwissenschaften und die Realschule“ *). Aus diesen und sonst einleuchtenden Gründen ist wohl zu ersehen, dass ein Unterrichtszweig nur dann den gewünschten Erfolg hervorbringt, wenn er als abgeschlossenes Ganzes und in der vielseitigsten Beleuchtung an den Schüler herantritt. Und wie wir bei dem zoologischen Unterrichte nicht etwa nur ausgewählte Kapitel behandeln, sondern den Schüler mit allen Gebieten desselben vertraut machen, so dürfen wir uns auch in der Botanik nicht scheuen, nach demselben Prinzip vorzugehen. Es sind also nicht nur gewisse Bilder aus dem Pflanzenleben vorzuführen, so etwa aus der Biologie die Insektenbestäubung oder die Beziehungen der Pflanzen und ihres Baues zur Umgebung oder, um auf die Systematik überzugehen, nur die Phanerogamen. Der Schüler muss vielmehr ein ausführliches Bild bekommen in systematischer, biologischer, anatomisch-physiologischer Hinsicht. Zu diesem Zwecke müssen wir auf eine gleichmässige Verteilung unseres Stoffes von Anfang an dringen, wozu uns in den Realschulen glücklicherweise fünf Sommersemester zur Verfügung stehen, und zugleich auch dem Auffassungsvermögen der einzelnen Klassen gerecht werden. Dass die Botanik eine andere Behandlung erfährt als die Zoologie liegt in der Natur des Stoffes, und wenn wir hierbei nicht strenge nach der Entwicklung vorgehen können, so liegen die Gründe darin, dass hier die Betonung derselben für den Schüler erstens lange nicht von der Bedeutung ist wie in der Zoologie und zweitens eine solche auch nicht so eklatant in den einzelnen Typen (Phanerogamen) ausgeprägt ist, wie etwa in der höheren Tierwelt. Ausserdem wäre die niedere Pflanzenwelt — und das ist der Hauptgrund — in diesem Falle nicht das einfachere, sondern, der komplizierten Fortpflanzungsweise wegen, das schwierigere. Immerhin wird man auf die Entwicklung, soweit thunlich, Rücksicht nehmen.

Betrachten wir nun die Unterrichtsziele der einzelnen Klassen:

VI. Klasse.

Aus nahe liegenden Gründen erstreckt sich das Pensum der Sexta hauptsächlich auf die einfacheren Erörterungen über Wurzel, Stamm, Blatt, Blüte. Wie es nun einmal in der Natur der Verhältnisse liegt, hat die höhere Schule mit ihren höheren Zielen eine andere Methode als die Volksschule, und um den Schüler auch in den Naturwissenschaften an diese zu gewöhnen, könnte man wahrlich mit nichts besserem beginnen als mit den einfacheren anatomischen Verhältnissen. Selbstredend werden, wenn man die Wurzelverhältnisse in erster Linie erledigen möchte, Pflanzen mit all ihren Teilen — die Schlüsselblume, das Windröschen — vorgeführt und nicht etwa die Wurzel für sich behandelt, wie man ja überhaupt in den einleitenden Stunden nicht gleich mit Einzelheiten beginnen kann. Begriffe wie Haupt- und Nebenwurzel und Zweck der Wurzel bieten im allgemeinen so wenig Schwierigkeiten wie die Erörterungen über den Stamm. Beide Pflanzenteile aber erfahren im grossen Ganzen weniger Beachtung, als etwa das Blatt und seine Formen. Wenn auch im allgemeinen diesen Verhältnissen des Blattes keine hervorragende wissenschaftliche Bedeutung zukommt, so haben wir dennoch beim Schüler darauf zu dringen, dass er sich damit vertraut macht. Denn einmal sind es gerade die Formenverhältnisse, die das ungeübte Auge an das Sehen gewöhnen, und sodann haben wir für die Systematik und das Pflanzenpressen einen wichtigen Nebenerfolg zu verzeichnen. Es empfiehlt sich für den Schüler das Anlegen einer Blattsammlung, in der sich typische Vertreter für die Formen des einfachen Blattes — des geteilten und mehrteiligen — des zusammengesetzten Blattes finden und ausserdem noch die wichtigsten Formen des Blattrandes. Auf diese Weise können wir schon e i n Ziel s p i e l e n d erreichen. Der Schüler hat sich mit Interesse mit der Pflanzenwelt beschäftigt, und er hat sich den Stoff auf denkbar leichteste Weise und dauernd angeeignet. Es soll nicht gesagt sein, dass man bei Behandlung des Blattes inzwischen von der Betrachtung anderer Pflanzenteile ganz absehen soll. Die Blattsammlung ist doch abhängig von der Beschaffung der Blätter! man denke an den Zeitraum, der zwischen dem Entstehen des linealischen Grases und des gebuchteten Eichblattes liegt.

*) Zeitschr. für lateinl. höh. Schulen. XII. Jahrg. 6. Heft.

Da kann man inzwischen nun ganze Pflanzen besprechen und bei jeder die Blüte zerlegen lassen und zwar in der Reihenfolge, in der die Blütenteile aufeinander folgen, so dass der Schüler dieselben ebenso spielend lernt wie die Blattformen. Auch die einzelnen Teile des Stempels und der Staubgefässe werden ihm geläufig, wie er andererseits schon über die Haupt- und Nebenteile unterrichtet werden kann. Der nun einmal erweckte Sammeleifer und die ausreichende Zeit ermöglichen ausserdem eine Sammlung der hauptsächlichsten Blütenstände, die insofern von grosser Bedeutung ist, als wir damit alle Vorarbeiten für die in der Quinta beginnende Systematik erledigt haben. Es braucht wohl kaum hervorgehoben werden, dass bei Besprechung von einzelnen Pflanzen — z. B. um zwei Gegensätze anzuführen, der Sumpfdotterblume und der Königskerze — die biologischen Merkmale schon in der sechsten Klasse Berücksichtigung finden. An den gegebenen und ähnlichen Beispielen lernt der Schüler bereits zweckmässige Einrichtungen sowie ökonomische Verhältnisse der Pflanzen kennen. Es würde sich nach alledem der Stoff in der sechsten Klasse folgendermassen gruppieren: Wurzel, Stamm, Blatt (Knospe), Blüte, Blütenstand, Besprechung einzelner blühender Pflanzen mit Berücksichtigung der biologischen Verhältnisse. Hierzu kämen dann noch die erwähnten Sammlungen und wie in allen Klassen ein paar Exkursionen.

Eine derartige Stoffauswahl hat nicht nur den Zweck, durch die Art der physischen Bethätigung dem botanischen Unterricht allein, sondern dem naturwissenschaftlichen überhaupt vorzuarbeiten. Wir haben also damit eine Vorschule für den im Wintersemester beginnenden zoologischen Unterricht *), als auch eine unentbehrliche Vorübung für die in der Quinta einsetzende Systematik.

V. Klasse.

In der 5. Klasse tritt nach einer kurzen Rekapitulation des vorjährigen Pensums die Klassifikation der Pflanzen in den Mittelpunkt. Es ist daher vor allem der Begriff „Blüte" besonders zu befestigen und zu erweitern, was am besten durch die Gegenüberstellung von Eingeschlechtiger und Zwitterblüte erreicht wird. Hier ist eine Exkursion angebracht, welche den Schüler mit blühenden Weiden, Birken etc. vertraut macht, und die zugleich Anlass zur Behandlung der Salicaceae, Amentaceae, Urticaceae giebt. In welcher Reihenfolge die Systematik der Phanerogamen zu Werke geht, darüber werden sich wohl nie Vorschriften machen lassen, weil bei unserm Unterricht verschiedenste äussere Verhältnisse eine grosse Rolle spielen. So müssen wir in unserer Abhängigkeit vom Anschauungsmaterial die einzelnen Gruppen zerreissen; Schneeglöckchen, Schlüsselblume, Windröschen, drei Vertreter verschiedenster Gruppen, die wir aber wegen ihrer bald zu Ende gehenden Blütezeit rasch nacheinander betrachten müssen. Daher ergiebt sich die notwendige Forderung eines Herbariums, um derartige Beispiele ein für allemal fest zu halten.

Angenommen, wir hätten uns zur Aufgabe gestellt, folgende Ordnungen in der Quinta zu besprechen: Lilicaceae, Iridaceae, Primulinae, Salicaceae, Labiatae, Ranunculaceae, Nymphaceae, Cruciferae, Papaveraceae, Papilionaceae, so bliebe uns dabei nichts anderes übrig, als manchmal in sehr bunter Reihenfolge — wir haben doch auch mit dem Abmähen der Wiesen zu rechnen — die verschiedensten Typen zu besprechen. Dafür aber haben wir dem Schüler stets das Diagramm angegeben, das er dann aus dem Kopf zeichnet und das ihn gleich, mit Zuhilfenahme des gesamten Habitus, instand setzt, die Pflanze richtig einzuordnen. Mit derselben Sicherheit, mit der er einen Lippenblütler erkennt, bestimmt er auch z. B. das Hahnenfussgewächs.

So hat diese Unannehmlichkeit doch auch das wieder für sich, dass sie stets zur Wiederholung zwingt. Im allgemeinen ist es wünschenswert, systematisch vorzugehen, also womöglich in der Quinta die Monocotyledoeae und Choripetalae zu berücksichtigen; allein man muss wohl notgedrungen einige Ausnahmen walten lassen und z. B. die für den Quintaner ziemlich schwierigen Verhältnisse der Graminaeae in die Quarta versparen. Selbstredend kann auf die Bestimmung von Unterarten etc. kein Gewicht gelegt werden. Diese zeitraubende und im Grunde genommen für die Ausbildung des Schülers höchst gleichgiltige Beschäftigung übersieht das grosse Ganze und hat zur Folge, dass man kein Gesamtbild bieten kann, das allein Anspruch auf wissenschaftlichen und erzieherischen Wert hat.

Hat dann der Schüler die erforderliche Anzahl von Pflanzen gepresst, so erwächst ihm die Aufgabe, eine Hauptrevision zu unternehmen, sodass in jedem Umschlag, auf welchem Ordnung und Diagramm verzeichnet ist, die entsprechenden Vertreter zu finden sind. Wir können das Pensum der Quinta nicht verlassen, ohne noch einen Blick auf die Frucht geworfen zu haben. Natürlich kann es sich hier nur um die Aeusserlichkeiten handeln, die uns die einzelnen Formen bieten und zu diesem Zwecke eignet sich eine kleine Fruchtsammlung von Seiten des Schülers, welche die hauptsächlichsten

*) Vergl. m. Abhandl.: „Wert und Ziel des naturwissenschaftlichen Unterrichtes in der 6. Klasse" (Realschule) in Ztschr. f. lateinl. höhere Schulen, XII. Jhrg. VII. Heft.

Arten umfasst und die nach Gelegenheit angelegt wird.

Somit hätten wir für diese Klasse folgenden Unterrichtsstoff: Kurze Wiederholung des Pensums aus der 6. Klasse, Zwitterblüte und eingeschlechtige Blüte. Mehrere Ordnungen aus der Klasse der Phanerogamen.

IV. Klasse.

Die 4. Klasse hat unter anderem das Ziel, die bedecktsamigen Phanerogamen zum Abschluss zu bringen, sie hat also den Stoff der 5. Klasse in einer Hinsicht in derselben Weise weiterzuführen, nämlich die Typen kennen zu lernen und sie einzuordnen. Dass bei diesem Kennenlernen die biologische Seite stets zu betonen ist, wenn sie nicht überhaupt in den Vordergrund tritt, ist eine selbstverständliche Sache. Der Schüler muss sich — und das hat er schon in der 5., wenn nicht gar schon in der 6. — über den Zweck z. B. des Haarfilzes, über Schutzvorrichtungen, über Zweck und Vorteile verschiedener Blattstellungen, über die Bedeutung von Harz und Pech klar sein, er muss wissen, warum die Wasserpflanze andere Blätter hat als die Landpflanze, aus welchem Grunde das Blatt der ersteren dünn ist und einen weichen, fast gleich dünnen Stengel besitzt; er wird vor allem auf den Kampf ums Dasein hingewiesen, auf die Wind- und Insektenbestäubung, auf die grosse Samenproduktion der Windblütler und die lebhaften Farben und ähnliche Lockmittel der von Insekten zu befruchtenden Pflanzen, und er wird in manchem dieser Prinzipien ein Analogon in der Tierwelt finden. In der Quarta kann auch schon auf die einfachsten Verhältnisse über Ernährung und Atmung, auf die Beziehungen der Pflanze zu Licht hingewiesen werden, die durch ein paar Experimente leicht nachgewiesen sind, und die in der Frühlingswaldflora uns ein anschauliches Beispiel im Grossen geben. Ueber die Ernährungsverhältnisse können schon elementare Erörterungen gepflogen werden, namentlich, da es uns an Pflanzen, die in Nährsalzlösungen aufgezogen werden, nicht fehlen darf. Schon hier kann man den Schüler von der Thätigkeit der Wurzeln, deren ganzes Geflecht er sieht, wiederholt sich überzeugen lassen, wie auch von der Aufgabe des Stengels, den er bei verschiedenen Wasser- und Landpflanzen des öfteren durchschnitten hat, und von der Art und Weise, wie und auch was die Pflanze verzehrt.

Weil es sich aber doch in der IV. Klasse um Aufstellung der Systematik der bedecktsamigen Phanerogamen handelt, so sind auch die Samen und Keimverhältnisse zu erörtern. Selbstredend müssen die Befruchtungserscheinungen vorausgehen, bei welcher Gelegenheit der Schüler ans Mikroskop tritt, um die Pollenkörner unter Wasser zu beobachten. Zugleich wird auf die verschiedenen Bestäubungsverhältnisse, auf die Art und Weise, wie Bestäubung verhindert wird, auf die Anpassungsverhältnisse der Blumenblätter näher eingegangen. Es empfiehlt sich, etwa Bohnen und eine Getreideart anzubauen und die Keimungserscheinungen hier genau zu beobachten, von dem Auftreten des Würzelchens, des Stengels und der Blättchen bis zum Schwund der Keimblätter. Nun kann man es an der Hand des Herbariums wagen, die grossen Abteilungen der Monokotyledonen und Dikotyledonen und die betreffenden Unterabteilungen mit dem Schüler zu bilden. Ich glaube, es dürfte sich als unerlässlich erweisen, auch das Linnésche System dem Schüler der Quarta vorzuführen, eine Aufgabe, die sich in wenigen Stunden leicht erledigen lässt. Ausserdem wird sich die Besprechung der wichtigsten Kolonialpflanzen (natürlich mit Abbildungen) empfehlen. — Sonach hätten wir folgende Punkte zur Erledigung gebracht: Fortsetzung und Abschluss der in der Quinta erörterten Pflanzenfamilien mit Betonung der biologischen Verhältnisse, Befruchtung, Wind- und Insektenbestäubung, Einfache Erörterungen über Licht- und Atmungsverhältnisse, Aufstellung der Systematik der Phanerogamen, die Kolonialpflanzen, das Linnésche System.

III. Klasse.

In der III. Klasse müssen wir baldmöglichst auf Abschluss der Phanerogamen dringen, weshalb wir sofort mit Betrachtung der Coniferen beginnen und an ihnen den Begriff der Nacktsamigkeit veranschaulichen (mit Gegenüberstellung der Bedecktsamigen).

Nun erst kann man die grosse Phanerogamensystematik aufstellen, was zugleich den Vorteil hat, dass die bisherige Systematik nochmals kurz zur Erörterung kommt. — Im Anschluss an diese Gesamtübersicht empfiehlt es sich, gleich zur Pflanzengeographie überzugehen, ein Kapitel, das so recht die in der Organisationswelt waltende Kausalität und Zweckmässigkeit veranschaulicht. Wie der Schüler schon in der Tiergeographie erfahren hat, spielen vor allem Lage und Klima die hervorragendste Rolle in der Verbreitung, und noch weit mehr ist das bei der Pflanzenwelt der Fall. Und wenn dabei die näheren Umstände, unter denen Verbreitung stattfindet, erörtert werden, so tritt ein biologisches Material, ein Blick ins Grosse, vor den staunenden Schüler, wie es ihm selten ein Kapitel bietet. Der ganze Kampf ums Dasein, die Verhältnisse der tierischen Schutzfärbung, das grosse Werden und Vergehen leben in dieser gedrungenen Darstellung — es kann sich doch nur um einige Stunden handeln — in neuer Beleuchtung wieder auf.

Damit haben wir einen grossen Teil unseres botanischen Lehrstoffes hinter uns, es steht aber ein nicht zu unterschätzendes Gebiet vor uns, das Dank verschiedener Nebenumstände (Anknüpfung an Zoologie) in verhältnissmässig kurzer Zeit bewältigt werden kann. Es bleibt noch zu erledigen übrig das hauptsächlichste über die Zelle und ein geeignetes Eingehen auf Algen, Pilze und Flechten. Dem Begriff der Zelle hat die Zoologie bei Betrachtung der Urtiere, die dem Schüler in verschiedensten Formen vor Augen traten, schon vorgearbeitet *). Es handelt sich daher noch um die Teile, die ausser Kern und Protoplasma eine hervorragende Bedeutung haben. So lernt der Schüler in verhältnissmässig kurzer Zeit (natürlich mit Benutzung des Mikroskops!) Farbstoffkörper, Stärkekörner, Zellsaft, die Formen der Zellwand etc. kennen. Wenn wir nun an die Algen herangehen, so findet er bei den niedersten Formen wie z. B. Closterium, Spirogyra oder bei Formen wie Chara, Vaucheria die einzelnen Zellverhältnisse mehr oder minder deutlich. Zugleich kann er hier für die später noch zu betrachtenden Befruchtungserscheinungen (Eigenbewegung der Spermazoiden) wertvolle Kenntnisse sammeln. Ueber die Ausdehnung des Pensums Algen sind die Zeitverhältnisse und das Schülermaterial ausschlaggebend. Dasselbe gilt auch von den Pilzen, die sich an die Algen anschliessen. Die Ein- oder Vielzelligkeit, die Arten der Vermehrung, der Parasitismus im Gegensatz zu den Algen, ihre Wichtigkeit und ihre verderbliche Bedeutung im Naturhaushalte, das sind Punkte, die vor allem hervorgehoben werden müssen und die dann auch teilweise im Winter bei der Somatologie verwertet werden können.

Die höheren Pilze, ihr Bau oder Leben, ihre Verwendbarkeit und endlich noch die Flechten bilden den Abschluss des Stoffes der dritten Klasse, der also, um kurz zu wiederholen, aus folgenden Kapiteln bestehen könnte:

Coniferen, System der Phanerogamen, Pflanzengeographie — die Zelle, Algen, Pilze, Flechten.

* * *

Es liesse sich darüber streiten, ob die Gewebe gleich im Anschluss an die Zelle oder erst in der II. Klasse behandelt werden sollen. Beide Anschauungen haben etwas für sich. Schliesslich wird aber die Zeitfrage wieder zu entscheiden haben. Für alle Fälle müsste, selbst wenn sie in der III. Klasse behandelt wurden, eine gründliche Repetition erfolgen, da die nun einsetzende Pflanzen-Physiologie ohne eine anatomische Naturlage nicht mit dem gewünschten Erfolg vorgetragen werden könnte.

II. Klasse.

Hauptthema der II. Klasse muss nach allem vorausgegangenen die Pflanzen-Physiologie mit Berücksichtigung der wesentlichsten Punkte ihrer sämtlichen Kapitel werden, soweit diese dem Schüler klar gemacht werden können. Thatsächlich finden wir von Seite des Schülers, der nun doch auch Physik- und Chemieunterricht geniesst, grosses Interesse, sowie auch ausreichendes Verständnis.

Damit wir nun den umfangreichen Stoff in der leider zu kurz bemessenen Zeit bewältigen können, ist eine Reihe von fortlaufenden Experimenten nötig. Der Stoff ist fürwahr kein geringer, handelt es sich doch um die Kapitel: Festigung des Pflanzenkörpers, Druck, Spannung, Ernährung — Stoff und Wasseraufnahme — Verdunstung, Assimilation, Stoffveränderung, Stickstoffaneignung, Atmung, Wachstum, Bewegungen der Pflanze, Fortpflanzung.

Freilich sind es von manchen Kapiteln nur einzelne Hauptsätze, die gemerkt werden. Es dürfte doch genügen, wenn der Schüler z. B. über die Festigung der Pflanze Beispiele erfährt, wie etwa, dass der einfache Getreidehalm in seinem Aufbau alle unsere technischen Leistungen übertrifft (verhält sich doch die Höhe zum Durchmesser wie 1 : 500), es genügt, auf den Turgor und die Spannung hinzuweisen und hierzu ein paar Experimente zu machen. (Hier sieht man übrigens wieder, wie unumgänglich notwendig die Gewebelehre im Schüler sitzen muss). Hinsichtlich der Ernährung geben die im Schulzimmer aufgestellten Nährsalzpflanzen anschauliche Beispiele. Da stehen Mais und andere Pflanzen in Cylindern mit Wasser oder in Töpfen mit Sägespänen, die einen Pflanzen, wie der angeklebte Zettel aufweist, mit allen Nährstoffen versehen, die anderen, unzureichend ernährt, an Eisen oder Stickstoff Mangel leidend und daher gelb und dürftig in ihrem Aussehen. Der Schüler sieht wie die Salze abnehmen, und die Pflanze wächst und gedeiht, wie Wasser verdunstet wird, und wie man jederzeit in das Leben des Organismus eingreifen kann. Wasseraufnahme und Verdunstung werden wie die Assimilation und Stoffwanderung experimentell nachgewiesen, und hier stehen uns bekanntlich verschiedenste Experimente zu Gebote. (Thätigkeit der Wurzelhaare, deren Spitzen mit den Bodenteilchen verwachsen sind, Ausscheidung von Wasser an glatt abgeschnittenem Stumpfe, Saftsteigen im Holze, das von der Rinde entblösst wird, Saugkraftnachweis an transpirierenden Sprossen, Jodprobe auf Stärke etc.) — Hinsichtlich der Stickstoffaneignung kommt uns bereits die Chemie zu Hilfe; auch dürfen die

*) Vergl. m. Aufsatz in Unterrichtsbl. f. Mathem. u. Naturwissensch. Jahrg. VII, No. 2: „Ein Beitrag zur Behandlung der wirbellosen Tiere."

eigentlichen Verhältnisse der Leguminosen nicht vergessen werden.

An dem vortrefflichen Beispiel der Elodea Canadensis lernt der Schüler die Sauerstoffausscheidung kennen, und ein hübsches Beispiel von CO_2 Abscheidung geben junge Keime und namentlich Pflanzen, die unter verdunkelten Glasglocken stehen, in welchen ein mit Kalkwasser gefülltes Glas alsbald eine Kruste von kohlensaurem Kalk bildet. Das Auslöschen eines in die Kohlensäureatmosphäre gesteckten Spanes sowohl, als das Entweichen der CO_2 beim Uebergiessen des Kalkes mit Salzsäure sind überzeugende Thatsachen.

Soweit sie nicht durch Experimente nachgewiesen werden können, sind die Wachstumsverhältnisse in ihren einfachsten Erscheinungen und ihren Beeinflussungen durch Klima und Temperatur ohne besondere Schwierigkeiten begreiflich zu machen. Ebenso verhält es sich mit den Bewegungen. Hier haben wir stets Topfpflanzen zur Verfügung, an denen sich die Erscheinungen des Geotropismus, des Heliotropismus, die Schlingbewegungen (Bohne), verschiedene Reizbewegungen etc. verfolgen lassen. Alle diese Experimente sind fortlaufende. So kann man z. B. Pflanzen in Nährsalzlösungen von Ostern bis zu den grossen Ferien oder noch länger im Schulzimmer aufstellen. So lassen sich eine Menge von Versuchen anstellen, die dem Schüler nach und nach einen Einblick in das Leben und Schaffen der Pflanze gewähren. Die Fortpflanzung endlich fasst nochmals die schon früher gewonnenen Resultate über vegetative und sexuelle Vermehrung zusammen — der Schüler wurde auf die verschiedenen Fälle sowohl bei Phanerogamen als auch Cryptogamen hingewiesen. Namentlich werden die geschlechtlichen Fortpflanzungsverhältnisse bei den Phanerogamen nochmals erörtert. Die noch fehlenden Pflanzenklassen Moose und Farne, welche also in der II. Klasse noch zu erledigen wären, bieten auch in jeder Hinsicht des Interessanten genug, zumal sie die lehrreichen Verhältnisse des Generationswechsels zeigen. Der Unterrichtsstoff der II. Klasse erstreckt sich demnach auf folgende Punkte:

Die Gewebe (oder, wenn schon in der III. Klasse behandelt, Wiederholung derselben). Pflanzenphysiologie. Moose und Farne.

* * *

Wenn nun das vorliegende Programm für die einzelnen Klassen einen bestimmten Stoff angiebt, so soll damit nicht gesagt sein, dass irgendwelche Erscheinungen auf pflanzlichem Gebiet, die erst in einer höheren Schulklasse zur Abhandlung gebracht werden können, aus den niederen absolut zu verweisen sind. Es wird jederzeit, sobald der Schüler für eine Pflanze ein Interesse bekundet und dieselbe in die Schule mitbringt, darüber auch gesprochen werden müssen, natürlich innerhalb bestimmter Grenzen.

So haben wir nun ein Programm entrollt, das den Schüler mit der Pflanze und deren Leben gründlich vertraut macht. Er hat in hunderten von Fällen einen stillen Kampf ums Dasein gesehen, der zwar wieder ganz anders geartet ist als der tierische, in Wirklichkeit aber doch dasselbe bedeutet, er hat die wunderbarsten Anpassungs- und Variationsverhältnisse kennen gelernt und gesehen, dass die Arten keine feststehenden Typen sind. Die zahlreichen zweckmässigen Einrichtungen, die sich der Organismus in seiner Wechselwirkung mit der Umgebung schafft, erweitern die Gesichtspunkte, die durch den zoologischen Unterricht geboten wurden. Immerfort begegnet der Schüler der Zweckmässigkeit im Verein mit dem Kausalgesetz, den grossen Naturgesetzen, unter denen alles, was Leben heisst, steht, denen der Mensch so gut wie alle andern Organismen unterworfen ist. Die Gleichheit in der grossen Natur und die Gewissheit, dass das Tüchtige stets siegt — solche Gesichtspunkte enthalten eine Fülle von bildenden Faktoren in rein wissenschaftlicher als auch in sittlicher Hinsicht und ausserdem geben diese Kenntnisse dem Schüler, wenn er einmal in das sociale Leben eintritt, eine gute Ausrüstung für den Kampf ums Dasein, das ihm das Gegenteil von der lächerlichen Gleichheitsidee zeigt — die Auslese des Tüchtigen. —

Die Botanik und die künstlerische Erziehung der Jugend.

Während des Zeitraumes, der zwischen Schillers Briefen über die ästhetische Erziehung des Menschen und dem Erscheinen von Ed. v. Hartmanns Ethik liegt, trat wiederholt die Forderung an die gebildete Welt heran, der künstlerischen Ausbildung des Menschen mehr Sorgfalt zuzuwenden, ohne jedoch besonderes Gehör zu finden. Jetzt beginnt es wohl zu dämmern. In verschiedenen Ländern wie Oesterreich, Frankreich, in der Schweiz und auch in manchen Gegenden Deutschlands (Hamburg) will man sich der notwendigen Forderung, dass die ästhetische Erziehung nicht länger als etwas Nebensächliches betrachtet werden dürfe, nicht mehr verschliessen. Man versucht, den Zweck durch Ausschmückung der Schulzimmer mit Bildern zu erreichen. Gewiss kann dieser Gedanke ein guter genannt werden, und es wäre nur zu wünschen, dass derselbe in recht vielen Stunden Verwirklichung fände; allein vergessen wir nicht, dass wir doch das Beste stets von der Natur empfangen werden.

Einer unserer bedeutendsten Maler der

Gegenwart, Fritz v. Uhde, sagt: „Gewiss ist es von grosser Wichtigkeit, dass die jungen Leute frühzeitig gute Kunst anschauen lernen, nicht bloss von derselben hören. Ein anderes Kapitel wäre, die umgebende Natur verständig ansehen zu lernen, das ist vielleicht noch wichtiger. Es würde durch beides vielleicht das grosse Unverständnis für bildende Kunst, das förmlich zur Ausbildung des Deutschen gehört, nach und nach etwas gebessert werden."

Bezeichnend sind auch die Worte des amerikanischen Pädagogen Liberty Tadd: „Den besten Unterricht empfangen wir von den Dingen selbst, nicht in erster Linie durch das Kunstwerk. Durch das Studium der Natur wird erst die rechte Auffassung für das Kunstwerk erzeugt."

In dieser Formulierung, wie beide Citate denselben Gedanken geben, ist allerdings selten auf die künstlerische Bildung hingewiesen worden, und das kann uns wiederum nicht wundern, wenn wir bedenken, dass die Kunst noch nicht zu lange in dem Stadium ist, wo ihr erster Grundsatz die Wahrheit wurde. Unsere reale Weltanschauung, der auch die ideale Seite nicht fehlt, ist mit den Bestrebungen der Kunst — der Poesie so gut wie auch der Malerei und Skulptur — im Einklang. Hier und dort ein Durchdringen vom Naturalismus zu einem gesunden Realismus und Idealismus, hier und dort Errungenschaften von bleibendem Werte — vor allem keine Rückkehr.

Und wenn wir unseres Amtes als Erzieher vollauf walten, wenn wir Naturwissenschaftler zur ästhetischen Ausbildung beitragen wollen, so haben wir, namentlich was die Erziehung des Auges anbelangt, die besten Mittel zur Hand.

Vor einem Uebel müssen wir uns hüten, vor dem Hineindeuteln in Dinge, die durch ihre reine Schönheit wirken, und dem Suchen und Jagen nach Ideen, wo keine zu finden sind. Derartige lästige Erklärer, deren Kunstverständnis gewöhnlich in leerer Einbildung besteht, töten mitunter nur den frischen, natürlichen Kunstsinn.

Was aber das Erfassen eines wirklich vorhandenen Inhaltes eines Kunstwerkes betrifft, so muss das Leben erst einen gewissen Inhalt gesammelt haben, um uns zum Genusse desselben fähig zu machen. Die Zeit, wo der Mensch sich jenen Stimmungen hingeben kann, die die Seele zu ihren Festtagen rechnet, beginnt in der Regel erst nach den Schuljahren. Unser Zweck ist, den Schüler vorzubereiten, dass er anschauen und empfinden lernt, das übrige wird sich später schon einstellen. Vergessen wir dabei nicht „unmerklich, mehr durch das Vorbild und die Gelegenheit, als durch Anweisung" wie Goethe sagt, zu Werke zu gehen.

Unser Fall ist die einzelne Pflanze sowohl in ihren Farbenwirkungen, Kontrasten und ihren Formen als auch die grossen Genossenschaften, die der Landschaft ihr Gepräge verleihen — die Armut und Eintönigkeit der Heide, der eigenartige Zauber der Moorlandschaft, die tauschweren Gräser in der Morgensonne, die klare Fläche des schilfumrandeten Teiches, das wogende Getreidefeld, die stille Grösse des Waldes etc. — Es müssen die jungen Leute mit den sich ergebenden Farbenkontrasten und dem Zusammenvorkommen verschiedenster Pflanzen, mit der Verschiedenartigkeit des Untergrundes in Nadel- und Laubwald usw., schon deshalb bekannt gemacht werden, damit sie sich später einmal an gemalten Landschaften nicht diesbezügliche Verstösse — die doch nicht minder schreiend als historische Fehler sind — bieten lassen.

Gerade das Landschaftsgemälde und die Natur, die ja dem Mittelalter und Altertum fremd blieben, sollen für den modernen Menschen ein besonderes Objekt der Freude und der künstlerischen Bewertung bilden. Behalten wir nun diese unsere Wirksamkeit im Auge, und bedenken wir ferner, dass der ganze Mensch schon Gelegenheit hat, das Wirken der Kausalität zu erkennen, so können wir uns sagen, wenn wir in der jungen Seele diese beiden zur künstlerischen Auffassung der Natur unerlässlichen Faktoren Anschauen und Erkennen glücklich vereinigen: Wir haben ein gut Teil mitgearbeitet an der ästhetischen Erziehung unserer Jugend.

Wissenschaftliche Strenge im mathematischen Unterricht.

Von Franz Weiss (Gross-Lichterfelde-Berlin).

Der heutige mathematische Schulunterricht unterscheidet sich wesentlich von dem der früheren Jahrzehnte. Heute ist es das Bestreben des mathematischen Lehrers, auch die minder begabten Schüler so weit zu fördern, dass sie den Anforderungen der Klasse genügen, früher beschäftigte man sich mit den drei oder vier für die Mathematik besonders veranlagten Schülern, während man die übrigen sich selbst überliess. Die Veranlassung zu diesem Verfahren gab die falsche, jetzt überwundene Anschauung, dass zum Verständnis auch der elementaren mathematischen Sätze eine spezifische Begabung erforderlich sei.

Am meisten fühlbar machen sich die modernen Bestrebungen in den Stadien des Unterrichts, wo es gilt, die Grundlagen der einzelnen Disziplinen zu schaffen, also im Anfange des geometrischen Unterrichts, bei der Einführung in die Algebra und beim Beginn der Trigonometrie. Befreiung von althergebrachten allzu formalen Methoden, die sich Menschenalter hindurch in den Lehrbüchern dahinschleppten, Veranschaulichung, wo es nur irgend angeht, dies sind die Gesichtspunkte, die die neuen Methoden von den alten unterscheiden, und aus denen die neueren Lehrbücher verfasst sind. Es liegt nun auf die Hand, dass unter diesen Verhältnissen im Lehrer der Mathematiker mit dem Pädagogen leicht in Konflikt geraten wird. Was pädagogisch opportun ist, ist nicht immer wissenschaftlich streng, und umgekehrt. Häufig werden sich beide Anforderungen, der Strenge und der pädagogischen Zuträglichkeit, mit einander vereinbaren lassen; in Fällen, in denen dies nicht angeht, wird meist die Pädagogik den Sieg davontragen müssen. Denn es ist sicher besser, dass der Schüler einige Einsicht, als dass er gar keine oder statt der Einsicht nur Worte gewinnt.

Es sollen nun im folgenden einige Punkte diskutiert werden, die wichtig genug erscheinen, dass man sich darüber ausspreche. Die Darstellung macht nicht darauf Anspruch, erschöpfend zu sein, sie will vielmehr als Anregung gelten.

In vielen Lehrbüchern und häufig in der Praxis wird der geometrische Unterricht mit der Aufzählung einer Reihe von Axiomen eröffnet. Wir erfahren, dass jede Grösse sich selbst gleich ist, dass das Ganze grösser ist, als jeder seiner Teile, dass man Gleiches für Gleiches setzen kann, dass Gleiches zu Gleichem addiert, Gleiches ergiebt, usw. Vielfach werden diese Sätze zwar nicht an die Spitze der Erörterungen gestellt, aber doch wenigstens im Verlaufe des Unterrichts als Grundsätze eingeprägt.

Hierzu ist folgendes zu bemerken. Die ersten beiden Sätze sind gar keine mathematischen, sondern logische Grundsätze, die man mit demselben Rechte an die Spitze jeder Wissenschaft stellen könnte. (Davon, dass der zweite Satz für unendliche Vielheiten infolge deren Definition nicht gilt, können wir hier füglich absehen). Nun ist der Satz der Identität, dass $a = a$ ist in seiner Bedeutung wohl für denjenigen verständlich, der formale Logik treibt, für den Quartaner jedoch enthält er nur leere Worte, hinter denen er bestenfalls etwas ihm Unverständliches, Geheimnisvolles vermutet, das er eben hinnimmt und nachspricht, weil es der Lehrer vorspricht. Aber auch das blosse Gefühl der Unklarheit und das geduldige Hinnehmen einer solchen scheint dem Zwecke des mathematischen Unterrichts, der Anleitung zum bewusstklaren Denken zu widersprechen. Gewöhnlich tritt der Satz in der Form auf $AB = AB$, wo AB eine zwei kongruenten Dreiecken gemeinsame Seite bezeichnet. Warum soll man hier nicht einfach sagen „AB ist beiden Dreiecken gemeinsam?“ Das trifft die Sache, da es sich doch um Kongruenz handelt, weit besser, als das umständliche $AB = AB$, denn jede Grösse ist sich selbst gleich. Die Mathematik wendet die logischen Grundsätze implicite an und es scheint hinreichend, dass auch der Schüler dies thue; andernfalls wäre es konsequent, dem Unterricht in der Mathematik einen Kursus in der formalen Logik vorangehen zu lassen.

Was ferner die vielen Sätze über gleiche Grössen betrifft, so sind diese, wie schon Grassmann in seiner Ausdehnungslehre bemerkt, gar keine Grundsätze, sondern sie fliessen aus der Definition gleicher Grössen. Zwei Grössen werden eben in irgend einer Beziehung gleich genannt, wenn man sie in dieser Beziehung für einander setzen kann. Inhaltsgleiche Figuren ersetzen einander in Bezug auf den Inhalt, kongruente Figuren können in Form und Inhalt für einander gesetzt werden. Es ist also nicht nur überflüssig, sondern geradezu falsch, die oben angeführten Sätze als Grundsätze lernen zu lassen.

Schon in den ersten Stadien des geometrischen Unterrichts müssen die Schüler Gleiches für Gleiches setzen; dieses wird ihnen um so leichter werden, einen je klareren Begriff sie mit der Gleichheit in einem speziellen Falle verbinden. Sobald es ihnen zum Bewusstsein kommt, dass $a = b$ bedeutet: „Die Strecke a ist ebensoviele Meter lang, wie die Strecke b“ und $\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \beta$: „Der Winkel α enthält ebensoviele Grade, wie der Winkel β“, so werden sie keine Schwierigkeit darin finden, die bezüglichen Grössen mit einander zu vertauschen, sie werden alsdann leicht den aus der Gleichheit folgenden Satz, dass man Gleiches für Gleiches setzen kann, als solchen verstehen, und im Verlaufe des Unterrichtes wird es ihnen ein Leichtes sein, aus diesem Satze die allgemeine Regel zu finden: „Wenn man mit gleichen Grössen gleiche Rechenoperationen ausführt, so erhält man gleiche Resultate“.

Aus dem Gesagten folgt, dass man den Anforderungen der Wissenschaft genügt, wenn man das Gedächtnis nicht mit den oben angeführten Sätzen belastet. Wissenschaftlichkeit und pädagogische Nützlichkeit stimmen also in dieser Beziehung überein. Zu einem ähnlichen Resultate gelangen wir, wenn wir die Anfangsgründe des eigentlichen geometrischen Unterrichts näher ins Auge fassen.

Der Anfangsunterricht in der Geometrie setzt hauptsächlich zwei Begriffe voraus, den der Geraden und den der Ebene. Es liegt auf der Hand, dass es am zweckmässigsten ist, zunächst Ebenen und Geraden dem Schüler wirklich vor Augen zu führen, z. B. am Würfel; so geschieht es wohl auch meistenteils. Nun aber macht sich das Bestreben geltend, auch eine Definition der geraden Linie und der Ebene zu entwickeln. Zunächst sei die Bemerkung gestattet, dass es durchaus nicht immer unumgänglich notwendig ist, Begriffe, mit denen man operiert, zu definieren, und zwar dann sicher nicht, wenn man die Begriffe als klar voraussetzen kann. Beim botanischen und zoologischen Unterricht wäre es ein Unsinn, eine Definition von Pflanze und Tier vorauszuschicken, zumal, wie jedermann weiss, dies auf unüberwindliche Schwierigkeiten stossen würde. Der naturwissenschaftliche Unterricht nimmt trotzdem seinen erspriesslichen Verlauf, weil jedes Kind weiss, was unter Pflanze und Tier, soweit es für den vorliegenden Zweck inbetracht kommt, zu verstehen ist.

Definitionen sind nur dann notwendig, wenn ich Begriffe einführe, die vorher noch nicht da waren, wenn ich neue Begriffe schaffe, wie die Mathematik, besonders in ihren höheren Teilen, dafür unzählige Beispiele liefert. Die Begriffe Ebene und gerade Linie besitzt der Schüler bereits. Besässe er sie nicht, so könnten sie ihm mit Hilfe des Würfels sofort gegeben werden. Es handelt sich beim Unterricht zunächst nur darum, vorher nicht beachtete Eigenschaften jener Gebilde ans Licht zu stellen. Definitionen der Geraden und der Ebene sind seit dem Altertum vielfach gegeben worden; überlegen wir es uns aber recht, so sagen diese wohl Eigenschaften der Geraden und der Ebene aus, passende Definitionen jedoch sind es nicht, können es auch nicht sein, da diese Gebilde in ihrer Einfachheit sich nicht noch einfacheren unterordnen lassen.

Sehen wir uns die Sache näher an. An sich kann ich ein Ding dadurch definieren, dass ich von ihm eine Eigenschaft aussage, welche alle seinen übrigen Eigenschaften konnotiert, um mich eines Mill'schen Ausdrucks zu bedienen. Beispielsweise könnte ich das Dreieck definieren als eine von geraden Linien begrenzte ebene Figur, deren Winkelsumme gleich zwei Rechten ist. Warum würden wir eine solche Definition als unpassend ansehen? Offenbar deshalb, weil die ausgesagte Eigenschaft den Begriff des Dreiecks zum Beweise voraussetzt oder besser gesagt, weil sie thatsächlich mit Hilfe der Vorstellung des Dreiecks gefunden ist. Beachte ich, dass Definitionen nichts anderes sind als Erklärungen von Benennungen, so kann ich obige Definition so wenden: Eine von Geraden begrenzte ebene Figur, deren Winkelsumme zwei Rechte beträgt, heisst Dreieck. Rein formal lässt sich gegen diese Definition nichts sagen, aber es springt in die Augen, dass durch sie kein Mensch zur Vorstellung eines Dreiecks gelangen wird. Solche Definition könnte einmal unter Umständen für einen bestimmten Zweck nützlich sein. Wenn es sich aber darum handelt, die Vorstellung des Dreiecks erst herzuleiten, so ist sie durchaus zu verwerfen.

Der Kern der Sache liegt darin, dass wir in der Geometrie nicht von dem Begriff im allgemeinen logischen Sinne, sondern von der Vorstellung ausgehen. Deshalb lassen wir eben Gebilde, die wir neu einführen, entstehen, oder definieren sie durch solche Eigenschaften, die es uns möglich machen, sie in unserer Vorstellung entstehen zu lassen.

Eine ähnliche Betrachtung findet auf die Definitionen der geraden Linie Anwendung. Wenn ich definiere: „Die Gerade ist der kürzeste Weg zwischen zwei Punkten,“ so setze ich die Vorstellung von der Geraden voraus, setze ferner die Thatsache voraus, dass sie existiert, und dass ich die erwähnte Eigenschaft an ihr erkannt habe. Eigentlich müsste die Definition heissen: „Der kürzeste Weg zwischen zwei Punkten heisst Gerade.“ In dieser Form wird die Sachlage sofort klar, das oben Gesagte erübrigt eine weitere Erörterung. Wenn man ferner die Definition giebt: „Eine gerade Linie ist eine solche, welche, in zweien ihrer Punkte festgehalten, und gedreht, ihre Lage nicht ändert“, so brauche ich diese Definition wiederum nur in die richtige Form zu bringen, um zu sehen, dass sie unbrauchbar ist.

Wenn man die gerade Linie als die Linie definiert, die in jedem ihrer Punkte dieselbe Richtung hat, so begehe ich streng genommen, einen groben Fehler, da die Richtung von einem Punkte zu einem anderen, und die Gerade zwischen ihnen offenbar identisch ist. Jedoch hat Plato, wenn er die Gerade als Linie definierte „ἧς τὰ μέσα τοῖς ἄκροις ἐπιπροσθεῖ“, „Richtung“ mit dem Wege eines Lichtstrahls identifiziert. Nehmen wir „Richtung“ in demselben Sinne, so wird durch die angeführte Definition, abgesehen davon, dass wir eine physikalische Vorstellung einmengen, nicht einmal eine wesentliche Eigenschaft der Geraden ausgesagt, sondern nur festgesetzt, dass man den Weg eines Lichtstrahls als Gerade bezeichnen will, d. h. also eigentlich, dass eine Gerade gerade ist.

Will man also pädagogisch und wissenschaftlich einwandsfrei verfahren, so scheint es angemessen, den Begriff oder besser die Vorstellung der geraden Linie vorauszusetzen und dann auszusagen: Eine wesentliche Eigenschaft der Geraden ist es, 1. dass sie der kürzeste Weg zwischen zwei Punkten ist, 2. dass sie unter Festhaltung zweier Punkte gedreht, dieselbe Lage behält.

Aehnliche Betrachtungen gelten für die Ebene. Wir können die Vorstellung von der Ebene erzeugen, indem wir einen Punkt einer Geraden als fest annehmen und dieselbe gedreht denken, indem sie auf einer anderen Geraden gleitet. Ist diese Vorstellung vorhanden, so wird auch als wesentliche Eigenschaft der Ebene erkannt, dass jede Gerade, die zwei Punkte mit ihr gemeinsam hat, ganz in sie fällt. Die letztere Eigenschaft als Definition zu benutzen, hiesse denselben Fehler begehen, den wir oben charakterisiert haben.

Ich möchte hier noch einen Punkt erwähnen, der für die ganze Methodik des geometrischen Unterrichts von Wichtigkeit ist. Man legt in neuerer Zeit besonderen Wert auf die Veranschaulichung im geometrischen Unterricht und mit Recht, man arbeitet mit Modellen und achtet auf korrektes Zeichnen. Jedoch verfällt man hierbei leicht in den Fehler, das logische Element in der Mathematik zu unterschätzen. Nicht, dass etwas so ist, sondern, dass etwas so sein muss, zeigt die Geometrie. Die logische Erkenntnis des Zusammenhanges der geometrischen Gebilde ist für sie Hauptsache. Der Schüler muss zu der Einsicht gelangen, dass seine Phantasie durch Ueberlegung korrigiert werden kann und dass er imstande ist, durch Nachdenken viel mehr aus einer Figur herauszulassen, als er anfänglich vermuten konnte.

Wie unzuverlässig unsere Phantasie ist, dafür liefern die bekannten Beweise, dass jedes Dreieck gleichschenklig ist, dass der dritte Kongruenzsatz falsch ist, oder auch die Hankelsche Zickzacklinie einen Beweis.

Es lässt sich nun schwer allgemein sagen, wie weit man der Anschauung Konzessionen machen soll. Vielleicht lässt sich an einem Beispiele das Wesentliche der Frage klarlegen. In dem bekannten Holzmüllerschen Buche „Methodisches Lehrbuch der Elementarmathematik“ findet sich S. 34 ein Beweis für die Summe der Innenwinkel eines Dreiecks, der etwa auf folgendes hinausläuft. Man weiss, dass man eine Gerade mindestens um 180^0 drehen muss, um sie in die entgegengesetzte Lage zu bringen. Dann betrachtet man ein Dreieck ABC mit den Winkeln α, β, γ und erteilt der Richtung der einen Dreiecksseite AC eine Linksdrehung um α, dann unter Festhaltung von B eine Rechtsdrehung um β, schliesslich wieder eine Linksdrehung um C um den Winkel γ. So erhält man eine der ursprünglichen entgegengesetze Richtung, also usw. Hierzu ist folgendes zu bemerken. Man sieht allerdings, dass die ursprüngliche Richtung die entgegengesetzte Lage erhalten hat, aber daraus folgt noch nicht, dass die Drehung 180^0 beträgt, sie könnte auch 540^0 betragen. Damit die Sache klar würde, müsste gezeigt werden, dass die ausgeführte Drehung um drei Drehungspunkte der um einen Drehungspunkt aequivalent ist, und dass dann die resultierende Drehung die betrachtete Richtung zum ersten Male in die entgegengesetzte Lage bringt. Zum Nachweise der Aequivalenz der Drehungen sind aber die Parallelensätze nötig. Wenn man, um diese zu vermeiden, die Aequivalenz der Drehungen stillschweigend voraussetzt, so täuscht man dem Schüler etwas vor. Die meisten Schüler werden eine derartige Beweisführung gläubig hinnehmen, sie sollen ja erst zur Kritik erzogen werden, ich halte es aber für sehr wahrscheinlich, dass begabte Schüler stutzig werden und sich zu der Frage veranlasst fühlen, ob es denn gleichgiltig sei, dass man die Drehung um einen oder um drei Punkte ausführt.

Derartige Beweise, wie der angeführte, in denen man den Schüler durch den sogenannten Augenschein bethört, sind durchaus zu verwerfen, denn sie widersprechen dem Zwecke des mathematischen Unterrichts, den Schüler zur Klarheit in seinen Vorstellungen zu erziehen. Als praktische Regel ergiebt sich vielleicht die: Man führe die Beweise so streng, dass ein begabter

Schüler nach dem Stande seiner Kenntnisse auf jedes warum? eine befriedigende Antwort erhält. In dem Anfange der Lehre von der Proportionalität der Linien kann man beispielsweise getrost von der Incommensurabilität absehen. Keinem noch so begabten Schüler wird es einfallen, die Frage aufzuwerfen: „Ja, wenn nun aber die betrachteten Strecken kein gemeinschaftliches Mass haben". Auch in der Entwickelung der Wissenschaft ist man zum Incommensurabeln gekommen, nachdem man Irrationale recht begriffen hatte, und man kann wohl sagen, dass es natürlich sei, wenn auch im Unterricht die wissenschaftliche Entwickelung der Gattung im Individuum reproduziert wird. Der Lehrer wird selten fehlgehen, wenn er sich hiernach richtet. (Schluss folgt.)

Relative Einfachheit und Genauigkeit geometrischer Konstruktionen und ihre Bestimmung.

Von S. Leisen, Oberlehrer in Dülken.

Die meisten Lehrbücher der Geometrie enthalten Musterbeispiele von Lösungen geometrischer Konstruktionsaufgaben. Darin findet man häufig die Vorschrift, Operationen mit dem Lineal oder Zirkel vorzunehmen, die bei einer mit Ueberlegung ausgeführten Zeichnung völlig entbehrlich sind und die zudem unnötigerweise die Wahrscheinlichkeit einer Ungenauigkeit der Zeichnung erheblich vergrössern.

Bald wird direkt, bald indirekt vorgeschrieben, einen Teil einer Linie zu zeichnen, der schon früher, zusammen mit einem anderen Teile dieser Linie gezeichnet werden konnte und daher im Hinblick auf die der Konstruktion vorangegangene Analysis auch hätte gezeichnet werden sollen.

Das eine Mal wird die Zeichnung einer Linie zu einer Zeit verlangt, wo sie mehr Mühe macht als früher oder später. Das andere Mal wird die Zeichnung einer Geraden durch zwei bestimmte Punkte oder die eines Kreises mit bestimmtem, neu abzumessendem Halbmesser gefordert, wo eine beliebige Gerade oder ein mit geringerer Mühe zu zeichnender Kreis genau dieselben Dienste leisten würde.

Wenn es — wie das so häufig vorkommt — in der Beschreibung einer Konstruktion an einer Stelle heisst: „Man verbinde A mit B durch eine Gerade" und dann einige Zeilen später: „Man verlängere AB über B hinaus", so muss sich doch jeder ruhig denkende Mensch fragen: Weshalb und wozu die hier geforderte Flickarbeit? Weshalb hat der Verfasser nicht bereits früher darauf aufmerksam gemacht, dass dieser Teil der Geraden AB später gebraucht werde? Uebrigens muss jeder, der an dem Unterschiede zwischen der Geraden AB und der Strecke AB festhält, den Ausdruck: „A mit B durch eine Gerade verbinden" dahin verstehen, dass von der Geraden AB mehr als die Strecke AB zu zeichnen ist. Diese und keine andere Bedeutung sollte auch ein für alle Mal dem Ausdrucke „A mit B verbinden" beigelegt werden. Wenn für die ganze Konstruktion nur die Zeichnung des Strahles AB oder der Strecke AB nötig ist, so soll es heissen: „Man zeichne den Strahl bzw. die Strecke AB".

Bevor überhaupt eine Konstruktion in Angriff genommen wird, soll stets die gegenseitige Lage der zu zeichnenden Punkte durch geometrische Oerter bestimmt werden. Und der Schüler soll von vornherein angehalten werden, aufgrund dieser Bestimmung sich klar zu machen, welchen Teil ungefähr oder welche getrennten Teile einer zu zeichnenden Linie er für den nächsten Augenblick und für später nötig hat. Dadurch wird er „Flickereien" vermeiden lernen und wird sich selbst Vorwürfe machen, wenn er aus Unüberlegtheit einmal kein hinreichend grosses Stück einer Linie gezeichnet hat und sich gezwungen sieht, die Zeichnung derselben gleichsam zu wiederholen.

Natürlich muss er auch getadelt werden, wenn er in das entgegengesetzte Extrem fällt und jeden Kreis auszeichnet sowie jede gerade Linie durch die ganze Zeichenfläche zieht. Denn auch dies wäre überflüssige, oft die ganze Zeichnung entstellende Arbeit, die Gedankenlosigkeit oder Mangel an Anschauungsvermögen verriete.

Aber dieser Fehler wäre doch nicht so schlimm wie das Flicken, schon deshalb nicht, weil die Genauigkeit der Zeichnung dadurch nicht litte und der entstehende Zeitverlust gegenüber dem von Flickarbeiten geringfügig wäre. Im allgemeinen wird von den meisten Linien einer Konstruktionsfigur ein grösseres Stück gezeichnet werden müssen, als thatsächlich — wie erst die fertige Figur sicher zu erkennen giebt — hinreichend wäre, und wenn bei Zeichnungen eines Schülers häufiger eine Gerade genau einen Endpunkt von dem vorher gezeichneten Stück einer andern Geraden trifft, so sind die Zeichnungen ebenso verdächtig, wie sogenannte Kreidezeichnungen, bei denen keine Linie im Vergleich mit der entsprechenden einer Photographie zu lang oder zu kurz ist; es sind keine Originalzeichnungen, sondern Kopieen.

Ein Hauptgrund für den Mangel an Einfachheit geometrischer Konstruktionen liegt darin, dass man sich vielfach damit begnügt, eine geometrische Aufgabe in die Summe zweier oder mehrerer anderen aufzulösen und hiernach dann ohne weitere Ueberlegung die Lösung der Teilaufgaben getrennt von einander vornimmt.

Hat man z. B. erst erkannt, dass eine Gerade eine bestimmte Strecke AB halbiert, und dann, dass sie darauf senkrecht steht, so zerlegt man die Aufgabe, jene Gerade in der Konstruktionsfigur zu zeichnen, in die Summe der beiden Aufgaben: 1) eine Strecke zu halbieren, 2) in einem Punkte einer Geraden auf diese die Senkrechte zu errichten, und schreibt dann folgenden Text der Konstruktion nieder: „Man halbiere die Strecke AB, nenne den Halbierungspunkt O und errichte in O auf AB die Senkrechte". So nämlich nur kann ich mir das Entstehen dieser lächerlichen Vorschrift und der ähnlichen irreführenden Ausdrücke, wie: „Die in der Mitte von AB errichtete Senkrechte" u. a. erklären.

Klar und deutlich sagen diese Vorschriften und Ausdrücke fälschlich aus, dass mit der Halbierung der Strecke AB die Aufgabe der Konstruktion noch nicht erledigt sei, dass vielmehr dann noch die weitere Aufgabe der Lösung harre, im Halbierungspunkte der Strecke die Senkrechte darauf zu errichten. Ist der Schüler, wie dies häufig vorzukommen scheint, (vom Lehrer) gewöhnt, immer nur das kleinste Stückchen einer Linie zu zeichnen, das er zur Gewinnung des ersten der zunächst ins Auge gefassten Schnittpunkte nötig zu haben glaubt, so ist die Konstruktion vorauszusehen. Es werden zuerst nach dem Vorbilde von Legendre und seiner Nachschreiber behufs Halbierung der Strecke AB anstatt zweier, wie genügte, vier Hilfskreise mit zwei verschiedenen Halbmessern gezeichnet. Von der die zwei gezeichneten Schnittpunkte dieser vier Kreise verbindenden Geraden wird dann nur gerade der Schnittpunkt mit AB, der Halbierungspunkt O der Strecke AB, gezeichnet. Die Gerade selbst ist hiernach nicht zu sehen (muss aber als gezeichnet gelten, weil alle für ihre wirkliche Zeichnung erforderlichen Operationen vorgenommen worden sind). Der Schüler liest weiter: „und errichte in O auf AB die Senkrechte“. Er fragt sich: Wie errichtet man doch wieder in einem bestimmten Punkte einer Geraden auf diese die Senkrechte? Die Folge wird sein, dass er drei weitere Hilfskreise und eine Gerade zeichnet und dann erst, wenn es zu spät ist, merkt, dass diese Gerade mit der früher zu zeichnenden identisch ist. Zwei Kreise und eine Gerade sind nötig; statt dessen wurden sieben Kreise und zwei Gerade gezeichnet.

Warum ersetzt man obige Vorschrift nicht durch folgende: „Man beschreibe um A und B gleiche, einander schneidende Kreise und verbinde ihre Schnittpunkte durch eine Gerade“? Noch kürzer ist: „Man zeichne die Mittelsenkrechte von AB“.

Aber mit dem Begriff und dem Wort „Mittelsenkrechte“ will man, wie man sagt, das Gedächtnis der Schüler nicht belasten; ohne den Begriff ist ja auszukommen, wie E u c l i d und L e g e n d r e bewiesen haben. Wer nichts von der Sache versteht, wird glauben, ein Lehrer, der jenes Wort vermeidet, handle ganz nach dem Wunsche der Schulbehörde, dem Schüler das Erlernen einer Sache, insbesondere der Mathematik nicht unnötig zu erschweren. Thatsächlich aber thut er das Gegenteil von dem, was man glaubt; er erspart dem Gedächtnisse des Schülers ein kleines Wörtchen, einen kurzen Lehrsatz, erschwert ihm aber dadurch alle geometrischen Arbeiten, insbesondere die Lösung von Konstruktionsaufgaben. Sollen die Konstruktionsfiguren ganz genau mit Lineal und Zirkel ausgeführt, die Beweise korrekt und doch möglichst einfach gestaltet werden, so ist das Wort Mittelsenkrechte kaum zu entbehren.

Ich glaube sogar mit Recht zu vermuten, dass ein Lehrer oder Schüler, der anstatt „Mittelsenkrechte von AB“ stets „die in der Mitte von AB errichtete Senkrechte“ sagt, die Konstruktionsfiguren nicht genau ausführt, sondern in den meisten Fällen eine Strecke nach dem Augenmass halbiert und zur Konstruktion einer Senkrechten keinen Zirkel gebraucht.

Die oben gerügten und ähnliche falsche Ausdrücke sind schlechte wörtliche Uebersetzungen und stammen aus einer Zeit, wo man das Hantieren mit Lineal und Zirkel als eine die reine Geistesthätigkeit störende Handarbeit geringschätzte und ängstlich vermied, wo man wenigstens auf eine genaue Zeichnung derjenigen Punkte gern verzichtete, die man bereits früher genau zeichnen gelehrt hatte. Der Schüler sollte nur der Reihe nach lernen: eine Strecke und ein Winkel lassen sich mit Hilfe von Lineal und Zirkel genau halbieren; die Aufgabe, in einem Punkte einer Geraden die Senkrechte darauf zu errichten, lässt sich mit jenen Instrumenten genau lösen u. s. w. Er brauchte für später nur zu behalten, dass er die entsprechenden Aufgaben früher einmal gelöst bezw. ihre Lösbarkeit eingesehen habe.

Man übersah, dass gerade die Aufgabe, eine kompliziertere Konstruktion wirklich genau mit alleiniger Benutzung von Lineal und Zirkel und doch möglichst einfach auszuführen, ein ausgezeichnetes Mittel zur Schärfung des Verstandes, zur Gewöhnung an selbständiges Denken ist; man beachtete nicht, dass eine Vermengung von ungenauen Konstruktionen mit genauen dem Hauptgrundsatz der Erziehung der Schüler zu möglichst korrektem Arbeiten, zu zusammenhängendem Denken widerspricht. Man berechnete immer nur die Zeit, welche man der Durchnahme von Lehrsätzen entziehen würde, wenn man in der Klasse kompliziertere Konstruktionsfiguren an der Wandtafel genau zeichnen wollte.

Gar vielen Lehrern der Mathematik erscheint auch heute noch die — leider ja sehr knapp bemessene — Unterrichtszeit zu kostbar, um an der Wandtafel solche Zeichnungen genau auszuführen, sie haben auch zu wenig Zeit, um die Konstruktionsfiguren in den Heften der Schüler genauer zu kontrollieren und ihre Vorschriften selbst einmal zu Hause in die Praxis zu übersetzen.

Sonst könnten unmöglich so falsche Anschauungen inbetreff der relativen Einfachheit verschiedener Konstruktionen niedergeschrieben und gedruckt werden, wie dies der Fall ist. Nicht nur Laien, sondern auch manche Fachlehrer nennen ohne Zögern diejenige Konstruktion die einfachste, deren Text am kürzesten ist, während es thatsächlich gar häufig sich umgekehrt verhält. Die Beschreibung der einfachsten Lösung einer Konstruktionsaufgabe kann, wenn man Ausdrücke wie „Senkrechte errichten oder fällen, Parallele und Tangenten ziehen u. ä.“ zulässt, oft nicht mit so wenig Worten korrekt gegeben werden, wie die einer viel umständlicheren Konstruktion. Ja, wenn bei den Beschreibungen jede einzelne Gerade und jeder Kreis angeführt würde (was übrigens mehr geschehen sollte!), dann würde die Länge des Textes mit der Zahl der gezeichneten Linien im Verhältnis stehen. Dann könnte im allgemeinen aus der grösseren Länge des Textes auf geringere Einfachheit der Konstruktion geschlossen werden.

Ich sage im allgemeinen; denn es fragt sich noch sehr, ob die Gesamtheit der gezeichneten Kreise und Geraden allein entscheidend ist, oder ob noch andere Umstände inbetracht gezogen werden müssen.

Letzteres ist nötig. Es ist offenbar nicht dasselbe, ob eine Gerade durch zwei bestimmte, vorgezeichnete Punkte zu ziehen ist, oder ob eine beliebige Gerade an deren Stelle treten kann, nicht gleichgiltig, ob die Zeichnung eines Kreises eine neue, bestimmte Einstellung der Zirkelspitzen erfordert oder nicht. Eine dem Nichtdenkenden geringfügig erscheinende Veränderung in der Reihenfolge der Zeichnung der einzelnen Linien bewirkt oft schon eine bedeutende Vereinfachung und Vergrösserung der Genauigkeit der Figur oder umgekehrt.

Von diesen Erwägungen ausgehend, habe ich seit etwa 10 Jahren an meine Schüler bei Lösung geometrischer Konstruktionsaufgaben folgende Anforderungen gestellt:

1) Jeder Konstruktion hat bei solchen Aufgaben eine Analysis voraufzugehen. (Im einfachsten Falle besteht die Analysis aus einem Lehrsatze). Am Schlusse der Analysis sind die geometrischen Oerter für die einzelnen hervorgehobenen Punkte geordnet zusammenzustellen.

2) Der Text der Konstruktion soll vollständig, klar und unzweideutig, ohne Figur verständlich und so genau formuliert sein, dass jede wörtlich nach der Vorschrift durchgeführte Konstruktionsfigur richtig ist.

3) Die Konstruktionsfiguren sollen genau, und zwar im allgemeinen mit ausschliesslicher Benutzung eines einfachen Lineals und eines Zirkels oder eines einzigen von diesen Instrumenten (o h n e Winkelinstrument, ohne

Hilfsvorrichtung am Lineal zur direkten Konstruktion von Senkrechten u. dergl.) ausgeführt werden, aber nicht nur den Kenner durch ihre Genauigkeit und Klarheit befriedigen, sondern auch auf den Nichtkenner einen möglichst angenehmen Eindruck machen. Sie sollen dem Kenner ohne anderen Text, als den der Aufgabe verständlich sein; einfachere Konstruktionen müssen sogar schon die durch sie gelöste Aufgabe verraten. Den mit geometrischen Konstruktionen Vertrauten sollen die fertigen Figuren die wirkliche oder mögliche Reihenfolge in der Zeichnung der einzelnen Linien erkennen lassen. Jeder Punkt muss seine Entstehung verraten, ein Schnittpunkt zweier Linien als solcher kenntlich sein.

Anderseits sollen die Hauptlinien in irgend einer Weise gegenüber den Nebenlinien, den sog. Hilfslinien, deutlich hervortreten; ist dies nämlich nicht der Fall, so sieht die Figur nichtssagend, steif, unschön aus.

(Diese Vorschriften beziehen sich nur auf die Lösung planimetrischer Konstruktionsaufgaben; in der darstellenden Geometrie, bei stereometrischen Figuren dürfen ein zur direkten Konstruktion von Senkrechten eingerichtetes Lineal und Winkelinstrumente gebraucht werden).

4) Dies alles aber soll endlich möglichst bequem geschehen (wie der Schüler überhaupt daran zu gewöhnen ist, recht fleissig und korrekt zu arbeiten, aber alle Arbeiten möglichst bequem auszuführen). Die Auswahl unter verschiedenen zum Ziele führenden Konstruktionen soll daher so getroffen werden, dass trotz genauer Erfüllung der obigen Forderungen die Zeichnung der ganzen Figur — abgesehen von den lediglich ihrer Verschönerung dienenden Operationen, wie absichtlichen Unterbrechungen in der Zeichnung einer Linie, Veränderungen in der Oeffnung der Reissfeder, Farbenwechsel u. dergl. — möglichst wenig Mühe macht, mit anderen Worten möglichst einfach ist.

Die Einfachheit aber bestimme ich in ähnlicher Weise, wie dies — nach der Mitteilung des Herrn Professor Pietzker in No. 5 dieser Zeitschrift — ein französischer Mathematiker, Herr E. Lemoine, in seiner sog. Géométrographie thut.

Da ich indess glaube, dass meine Art und Weise der Bestimmung der Einfachheit und Genauigkeit einer geometrischen Konstruktion einfacher und schärfer als die Lemoinesche ist, will ich dieselbe hier zur allgemeinen Kenntnis bringen.

Ich sage einfacher, trotzdem ich mehr verschiedene Zeichen als Herr Lemoine verwende; von seinen fünf (oder sechs?) verschiedenen Zeichen, C_1, C_2, C_3; R_1, R_2 (und R_3?) gebraucht Herr Lemoine zur Bezeichnung einer gezeichneten Linie immer mindestens zwei, häufig drei, während die Bezeichnung dieser Linie durch ein einziges von meinen 11 Zeichen geschieht.

Nach der Verschiedenheit in den Anforderungen an die zu zeichnenden Linien ordne ich diese in 11 Klassen, die ich durch $l_0, l_1, l_2; z_0, z_1, z_2, z_3, z'_0, z'_1, z'_2, z'_3$ bezeichne.

Eine beliebig zu zeichnende Gerade, d. h. eine Gerade, die durch keinen vorher genau bestimmten Punkt zu gehen braucht, gehört zur Klasse l_0; zur Klasse l_1 rechne ich eine Gerade, die durch einen bestimmten, bereits markierten Punkt zu zeichnen ist, im übrigen aber eine beliebige Lage haben kann; eine Gerade endlich, die durch zwei bestimmte, vorgezeichnete Punkte zu gehen hat, die also eine doppelte Einstellung des Lineals erfordert, weise ich der Klasse l_2 zu.

Ein Kreis, dessen Zeichnung keine bestimmte Neueinstellung der Zirkelspitzen erfordert, d. h. ein Kreis, dessen Halbmesser entweder gleich dem augenblicklichen Abstand der Zirkelspitzen ist oder höchstens der Bedingung unterliegt, grösser bezw. kleiner als eine bestimmte Strecke zu sein, und von dessen Mittelpunkt höchstens verlangt wird, dass er in einen bestimmten Teil der Zeichenfläche falle oder nicht falle, oder aber, dass er mit dem Mittelpunkte eines unmittelbar vorher gezeichneten Kreises zusammenfalle, gehört zur Klasse z_0; ein Kreis, der nur die genaue Neueinstellung einer Zirkelspitze erfordert, d. h. ein Kreis, der um einen bestimmten, vorgezeichneten Punkt als Mittelpunkt oder durch einen solchen Punkt beschrieben werden soll, ohne dass die Zirkelspitzen auf einen neuen, genau bestimmten Abstand einzustellen sind, wird der Klasse z_1 zugewiesen; ein zwei neue, genaue Einstellungen der Zirkelspitzen erfordernder Kreis, also ein Kreis, der um einen bestimmten Punkt als Mittelpunkt durch einen bestimmten Punkt zu ziehen ist, oder ein Kreis, dessen Halbmesser erst abzumessen, dessen Mittelpunkt aber beliebig ist, gehört zur Klasse z_2; ein Kreis, der um einen bestimmten, vorher gezeichneten Punkt als Mittelpunkt mit einem bestimmten, am Abstande zweier anderen Punkte erst abzumessenden Halbmesser beschrieben werden soll, zu dessen genauer Zeichnung also drei genaue Neueinstellungen nötig sind, wird der Klasse z_3 zugeteilt.

Wird endlich als Mittelpunkt eines Kreises zwar nicht ein bestimmter, vorher markierter Punkt, aber ein Punkt einer vorher gezeichneten Linie genommen, so wird der Kreis jetzt von mir durch z'_0, z'_1, z'_2 oder z'_3 bezeichnet, je nachdem ausser der (zuletzt vorzunehmenden) Einstellung einer Zirkelspitze auf die Linie 0, 1, 2 oder 3 genaue Neueinstellungen des Zirkels erforderlich sind.

Ein paar Beispiele werden die Sache erläutern. Ist um jeden der drei vorgezeichneten Punkte A, B und C ein Kreis mit der gegebenen Strecke S T als Halbmesser zu zeichnen, der erste zu einer Zeit, wo der Abstand der Zirkelspitzen nicht gleich der Strecke S T ist, die beiden anderen später, nachdem der erste Kreis mit dem Halbmesser S T beschrieben und ehe der Abstand der Zirkelspitzen wieder verändert worden, so gehört der erste dieser Kreise zur Klasse z_3, die beiden anderen in die Klasse z_1.

Soll von einem ausserhalb einer Geraden gelegenen Punkte auf die Gerade die Senkrechte gefällt werden, so kann dies u. a. geschehen durch drei Hilfskreise der Klasse z_1 oder durch zwei Hilfskreise der Klasse z'_1.

Die beiden von Herrn Prof. Pietzker in der oben erwähnten Mitteilung angeführten Konstruktionen einer Tangente eines Kreises würde ich folgendermassen darstellen: die erste durch die arithmetische Summe $l_2 + 2z_1 + l_2 + z_2 + l_2 = 3l_2 + 2z_1 + z_2$, die zweite durch die Summe $l_1 + z_2 + z_2 + z_2 + l_2 + l_2 = l_1 + 2l_2 + 3z_2$.

Diese Darstellung bezeichne ich als das Klassenbild der Konstruktion, oder auch als die Komposition oder Zusammensetzung der Konstruktion.

Aus dem Klassenbild einer Konstruktion liest man sofort die Gesamtzahl der gezeichneten Linien und der genauen Neueinstellungen der Instrumente (der „vorbereitenden Operationen“ nach der Lemoineschen Bezeichnung) ab.

Das Klassenbild der 1. Tangentenkonstruktion,

$3l_2 + 2z_1 + z_2$, sagt aus, dass bei dieser Konstruktion die Zahl der gezeichneten Linien $3 + 2 + 1 = 6$, die Zahl der genauen Neueinstellungen der Instrumente $3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 = 10$, die Gesamtzahl der genau vorzunehmenden Operationen $6 + 10 = 16$ beträgt. Aus dem Klassenbild der zweiten Konstruktion, $l_1 + 2l_2 + 3z_2$, erkennt man, dass bei ihr die Summe der gezeichneten Linien $1 + 2 + 3 = 6$, die der genauen Neueinstellungen $1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 11$, die der sämtlichen mit Genauigkeit vorzunehmenden Operationen $6 + 11 = 17$ ist.

Natürlich liest man in ähnlicher Weise auch aus dem Klassenbilde sofort die Anzahl der gezeichneten Geraden und der Einstellungen des Lineals, sowie der beschriebenen Kreislinien und der genauen Einstellungen des Zirkels ab.

Sieht man ab von dem Unterschiede zwischen der Mühe, die das korrekte Zeichnen einer Geraden und die das Zeichnen einer Kreislinie verursacht, ferner von dem Unterschiede zwischen der Arbeit des Zeichnens einer Linie und des Einstellens von Lineal oder Zirkel auf einen Punkt, endlich von dem Unterschied zwischen der Aufmerksamkeit, die verschiedenartige Einstellungen erfordern, so kann man die Summe aus der Anzahl der gezeichneten Linien und genauen Einstellungen der Instrumente als Masszahl für den G r a d d e r E i n f a c h h e i t der Konstruktion ansehen.

Setzt man dann ferner die Wahrscheinlichkeit, bei Benutzung eines guten Lineals und Zirkels andere Linien als die beabsichtigten zu zeichnen, gleich Null, die Wahrscheinlichkeit einer ungenauen Einstellung eines Instrumentes auf einen Punkt, für gleichgross bei jedem Instrument und unabhängig von anderen, gleichzeitigen Einstellungen, so ist die Summe der genauen Einstellungen als Masszahl für den G r a d d e r G e n a u i g k e i t zu betrachten.

Aber auch nur unter den gemachten Voraussetzungen, nur rein theoretisch, bezeichnet die Anzahl der genauen Einstellungen (der „vorbereitenden Operationen") den Genauigkeitsgrad und die Summe aus der Zahl der Einstellungen und der der gezeichneten Linien den Einfachheitsgrad der Konstruktion.

Ich unterscheide hiervon die wirkliche Einfachheit und Genauigkeit. Diese lässt sich nicht genau durch Zahlen ausdrücken; wohl aber lässt sich in vielen Fällen aus den Klassenbildern die Gleichheit oder Ungleichheit zweier Konstruktionen hinsichtlich der Einfachheit und Genauigkeit ersehen, d i e r e l a t i v g r ö s s e r e E i n f a c h h e i t u n d G e n a u i g k e i t der einen von ihnen konstatieren.

Genaue Uebereinstimmung in den Klassenbildern zweier Konstruktionen bedeutet völlige Gleichheit beider inbezug auf Einfachheit wie auf Genauigkeit. Hat aber eine Konstruktion z. B. die Zusammensetzung: $2l_1 + 3l_2 + 4z_1 = (2l_1 + 3l_2 + 2z_1) + 2z_1$, eine andere die Komposition: $2l_1 + 3l_2 + z_0 + 2z_1 + z_2 = (2l_1 + 3l_2 + 2z_1) + z_0 + z_2$, so ist die Gesamtzahl der gezeichneten Linien bei beiden 9, die der genauen Einstellungen bei beiden 10, die Gesamtzahl der genau auszuführenden Operationen in jedem Falle 19; theoretisch sind also beide gleich einfach und gleich genau. Dennoch muss die erstere als einfacher und genauer anerkannt werden. Denn zweimal eine Zirkelspitze in einen bestimmten Punkt einzustellen, ohne dabei die andere in einer bestimmten Lage festhalten zu müssen, ist nicht so schwierig, wie zunächst eine Zirkelspitze in einen bestimmten Punkt einzustellen und dann, während sie in ihrer Lage festgehalten wird, die andere Spitze genau in eine bestimmte Lage zu bringen.

Wenn man ferner beachtet, dass man leicht selbst mit einem guten Lineal eine krumme Linie zeichnet, dass dagegen die Gefahr, mit einem guten Zirkel eine andere als eine Kreislinie zu zeichnen, verschwindend klein ist, und beachtet, dass es viel schwieriger ist, das Lineal auf einen oder zwei Punkte genau einzustellen, als eine oder beide Zirkelspitzen, so muss wieder von zwei Konstruktionen mit derselben Gesamtzahl der Linien und Neueinstellungen derjenigen zum mindesten die grössere Genauigkeit zugeschrieben werden, welche die kleinere Anzahl von Geraden aufweist. Reine Zirkelkonstruktionen müssen als die genauesten angesehen werden.

Man soll überhaupt häufiger ausdrücklich einer Konstruktionsaufgabe die Bestimmung beifügen, dass die Anzahl der gezeichneten Geraden unter einer bestimmten Grenze bleibe, öfters Aufgaben über Punktkonstruktionen mit alleiniger Hilfe des Zirkels stellen.

Natürlich soll auch umgekehrt andere Male die Aufgabe gestellt werden, eine Konstruktion mit alleiniger Benutzung des Lineals — und etwa eines vorgezeichneten Kreises — auszuführen.

Welche besonderen, ausdrücklichen Bedingungen aber bei einer Konstruktionsaufgabe auch gestellt werden mögen, stets bestehe die stillschweigende Forderung, die wirkliche Zeichnung, eine handwerksmässige Arbeit, möglichst bequem und schnell, d. h. einfach, und dabei doch genau und schön, womöglich kunstgemäss auszuführen.

Hauptsächlich der Uebung des Verstandes dienend, sollen die Konstruktionsaufgaben frühzeitig im Schüler den Trieb wecken helfen, durch angestrengtere geistige Thätigkeit die körperliche Arbeit zu verringern, ohne darum den Wert der letztern zu missachten.

Nachschrift von F. P i e t z k e r.

Auf das Bedenken, welches die L e m o i n e sche Geometrographie insofern anregt, als sie die sämtlichen von ihr inbetracht gezogenen Operationen ohne weiteres als gleichwertig annimmt, auf dieses Bedenken hat schon Herr C h r. B e y e l (Zürich) in einer Besprechung aufmerksam gemacht, der er das L e m o i n e sche Buch „La géométrographie ou l'art des constructions géométriques" in der Zeitschrift f. Math. u. Physik, Jahrg. XI, 1895, Heft 1 unterzieht.

Aehnlichen Bedenken hat Herr B o d e n s t e d t (Braunschweig) in einer Zuschrift Ausdruck gegeben, die er anlässlich des von mir im vorhergehenden Jahrgang der Unt.-Bl. S. 102 veröffentlichten Artikels an mich gerichtet hat. Er nimmt dabei auch Anlass, die Zählung der Operationen zu beanstanden, die ich in dem von mir durchgeführten Erläuterungsbeispiel I gegeben habe, indem er ausführt, bei Halbierung der Linie A O durch zwei sich schneidende Kreise komme die Operation C_2 nicht zur Anwendung, da der Radius der zur Halbierung dienenden Kreise beliebig und ein Einsetzen der zweiten Zirkelspitze in einen bestimmten Punkt nicht erforderlich sei. Demgemäss sei von der für diese Halbierung angegebenen Operationszahl der Posten $2C_2$ abzusetzen. Ich möchte ihm darin Recht geben, im Anschluss daran selbst auch noch an der von mir gegebenen Durchführung des Beispiels II eine Verbesserung anbringen. Ich hatte dort für die Verlängerung eines Kreisradius um sich selbst die Operationen $C_1 + C_2 + C_1 + C_2$ für notwendig erachtet, es ist aber klar, dass man die Konstruktion einfacher auf dem Wege $C_1 + C_2 + C_3$ bewirkt.

Gleichung und Kurve der harmonischen Teilung.

Von Prof. Dr. Züge in Linden.

Bei Durchnahme der Koordinaten-Geometrie, als Beispiel für die Darstellung von Funktionen durch Linien, oder bei Besprechung der Hyperbel kann folgende Ableitung, wenn die Zeit es gestattet, mit Vorteil Platz finden.

Ausgehend von der Definition: eine Strecke AB ist harmonisch geteilt, wenn sie durch einen inneren Punkt C und einen äusseren D in gleichem Verhältnis geteilt ist, bezeichnen wir die Strecke AB mit b, die Strecke AD mit x und AC mit y, dann ist

$$(x - b) : (b - y) = x : y,$$

woraus durch Umformung sich ergiebt

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{b}.$$

Diese Gleichung soll unter der Bezeichnung: „Gleichung der harmonischen Teilung“ verstanden werden. Strecke b ist dabei harmonisches Mittel zu x und y. Setzt man zur Vereinfachung $\frac{b}{2} = f$, so heisst die (aus der Optik sehr bekannte) Gleichung:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f} \quad (1)$$

Die Wurzeln dieser Gleichung sind ganz allgemein:

$$x = f + \xi, \; y = f + \eta,$$

wobei $\xi \cdot \eta = f^2$ ist, denn unter dieser Bedingung ist

$$\frac{1}{f + \xi} + \frac{1}{f + \eta} = \frac{1}{f}$$

immer identisch erfüllt. Hiernach ergiebt sich leicht die Konstruktion der durch Gleichung (1) dargestellten Kurve. Zunächst stelle man die Kurve her, deren Gleichung ist

$$\xi \cdot \eta = f^2.$$

Einzelne Punkte derselben erhält man leicht, wenn man auf der Ξ-Achse vom Koordinatenanfang O aus nach positiver und negativer Richtung hin f abschneidet und über diesen Strecken im ersten und dritten Quadranten Quadrate errichtet, diese Quadrate dann in beliebig viele Rechtecke verwandelt, welche an die Koordinatenachsen anschliessen. Die dem Punkte O gegenüberliegenden Eckpunkte dieser Rechtecke sind Punkte der Kurve (einer gleichseitigen Hyperbel, bezogen auf ihre Asymptoten als Achsen). So ist Rechteck $OQP_1R = OMPN = f^2$ und daher P_1 ein Punkt der Kurve. Ebenso sind P_2, P_3, P_4 und P_5 konstruiert. Die dem Punkte O gegenüberliegenden Eckpunkte P und A der beiden Quadrate sind ebenfalls Punkte der Kurve.

Legt man nun zwei neue Achsen, die x- und y-Achse parallel zur Ξ- und H-Achse durch A als Anfangspunkt, so ist, auf dieses Koordinatensystem bezogen, jene Linie die Kurve der harmonischen Teilung, welche der Gleichung (1) entspricht, denn es ist für jeden Punkt

$$x = f + \xi, \; y = f + \eta.$$

Ist die Strecke AB auf der x-Achse abgetragen, so ist der Endpunkt der Abscisse ohne weiteres der äussere Teilpunkt; die betreffende Ordinate müsste noch von A aus abgetragen werden, um den zugehörigen inneren Teilpunkt zu erhalten.

Die Kurve lässt leicht die Aenderung der zusammengehörigen Werte erkennen. Nimmt x von $+\infty$ bis 2f ab, so wächst y von f bis 2f, nimmt x von 2f bis f ab, so wächst y von 2f bis ∞. Sodann werden die Ordinaten negativ, müssten also, wollte man sich den äusseren Teilpunkt herstellen, von A aus in negativer Richtung abgetragen werden. Nimmt nun x von f bis o ab, so wächst y von $-\infty$ bis o. Wird x negativ, so werden die Ordinaten positiv, und zwar wächst, wenn x von o bis $-\infty$ abnimmt, y von o bis f.

Es ist klar, dass die Koordinaten auch die einander entsprechenden Entfernungen des Objekts und Bildes beim sphärischen Hohlspiegel darstellen, dessen Krümmungshalbmesser b ist. Der Zweig P_1, P_2, P, P_3 entspricht den Lagen des Objekts, bei denen reelle Bilder, der Zweig P_4 A den Lagen, bei denen virtuelle Bilder entstehen. Was drückt nun der Hyperbelteil AP_5 aus? Da für denselben x negativ wird, können wir uns vorstellen, dass das Objekt durch den Spiegel hindurch rückt und nun vor der konvexen Fläche sich befindet, die wir ebenfalls spiegelnd uns zu denken haben. Bei der gewöhnlichen Ableitung der optischen Formel für konvexe Spiegel ist die Brennweite f negativ zu setzen, ebenso die Bildweite, man erhielt

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{1}{f}.$$

Bei unserer Kurve ist x negativ, y und f positiv, und es entspricht die Formel der aus der gewöhnlichen Ableitung ermittelten, wenn man nur überall das Richtungszeichen ändert. Es entspricht daher der Kurventeil AP_5 der Spiegelung an konvexen Kugelspiegeln und die ganze Kurve erschöpft alle Beziehungen zwischen Objekt- und Bildweite an sphärischen Flächen. Aehnliches gilt für sphärische Linsen. P_1, P_2, P, P_3 entspricht den Sammel-, P_4 A, P_5 den Zerstreuungslinsen.

Die dreifache Ausdehnung des Raumes.

Von F. Pietzker.

Die No. 1 des laufenden Jahrgangs bringt den gehaltvollen Aufsatz des Herrn Natorp über „die erkenntnistheoretischen Grundlagen der Mathematik“, der sich am Schluss (S. 7/8) auch mit der Frage der Dimensionszahl für den Raum beschäftigt. Der Herr Verfasser nimmt dabei Anlass, in einer Anmerkung auf die von mir im Jahre 1891 veröffentlichte Schrift „Die Gestaltung des Raumes“ hinzuweisen, in der er „den Grundgedanken seiner Deduktion fast vollständig wiederfindet“, obgleich die These in meinem Buche anders laute und die Fassung des Beweises von einer gewissen Dunkelheit nicht freizusprechen sei.

Diese Bezugnahme auf die in meiner Schrift gegebenen Ausführungen ist nicht völlig zutreffend, es sei mir darum gestattet, auf die ganze Frage an dieser Stelle kurz einzugehen.

Als ich das Manuskript des Herrn Natorp in Händen hatte, fiel mir die weitgehende Uebereinstimmung auf, die zwischen seinen Grundanschauungen und den meinigen nicht nur hinsichtlich der oben erwähnten Frage, sondern auch nach mannigfacher anderer Richtung hin besteht. Ich teilte ihm diesen Eindruck mit, indem ich dabei auf meine oben erwähnte — Herrn Natorp bislang unbekannt gewesene — Schrift Bezug nahm. Auch jetzt noch kann ich diese Verwandtschaft der Grundanschauungen, von denen wir ausgehen, nur mit dem Gefühl hoher Genugthuung konstatieren, doch muss ich das Vorhandensein dieser Verwandtschaft auch auf die Grundanschauungen beschränken. In den Folgerungen, die wir daraus ziehen, gehen wir — ohne uns zu widersprechen — doch durchaus verschiedene Wege; wenn wir schliesslich in dem Endergebnis wieder zusammenkommen, so gewinnt diese Uebereinstimmung gerade durch die Verschiedenheit des von uns beiden verfolgten Beweisganges vielleicht noch besonders an Wert.

In der That ist indessen mein Beweisgang von dem des Herrn Natorp im einzelnen wesentlich verschieden, wie die folgende Wiedergabe meiner Ausführungen deutlich zeigen wird.

Mit Herrn Natorp stimme ich in der Forderung absoluter Bestimmtheit für den wirklich existierenden Raum überein, ich teile mit ihm auch die Meinung, dass der doppelte Sinn der Drehung, durch welche die beiden Hälften einer Geraden in einander übergeführt werden können, ein Moment von entscheidender Bedeutung für die Beantwortung der Frage nach der Dimensionszahl des Raumes ist.

Das ist die gemeinsame Basis unserer Beweisführungen. Herr Natorp untersucht nun weiter, welche Bedingungen hinreichend und notwendig seien, um einen stetigen Zusammenhang des Raumes herzustellen, hinsichtlich der Art, in welcher er dabei zu dem Schluss kommt, dass diese Forderung gerade durch die dreifache Ausdehnung des Raumes erfüllt sei, verweise ich auf seinen Aufsatz.

Meine Schlussfolgerungen sind wesentlich anderer Art. Ich konstatiere an der Ebene, die die sich um einen Punkt drehende Gerade beschreibt, eine gewisse Zweiseitigkeit, die sich mir eben aus dem doppelten Sinne, in dem die Drehung der Geraden möglich ist, ergiebt. Diese Zweiseitigkeit der Ebene bringe ich nun in Beziehung zu den beiden Hälften einer neuen Geraden, die durch den bei der Drehung der ersten Geraden fest bleibenden Punkt geht, also die von dieser ersten Geraden bei ihrer Drehung beschriebene Ebene in diesem Punkte schneidet. Ich finde, dass man die eine Hälfte dieser neuen Geraden zu der einen Seite jener Ebene, die andere zu der anderen Seite in Beziehung setzen kann und muss, und folgere aus dieser Auffassung nun die Unmöglichkeit einer mehr als dreifachen Ausdehnung des Raumes durch zwei sich an verschiedenen Stellen meines Buches findende Argumentationen.

Die eine, auf S. 64 meines Buches (Abschnitt IV) gegebene Beweisführung ist die, auf die Herr Natorp in seiner Anmerkung hinweist. Dass mein Gedankengang sich nicht mit dem des Herrn Natorp deckt, wird aus der folgenden Wiedergabe deutlich erhellen.

Ich führe aus, jede eine Ebene im Punkt O schneidende Linie zerfalle durch ihren Schnitt mit der Ebene in zwei Hälften dergestalt, dass die Drehung einer in der Ebene bleibenden Geraden um den Punkt O sich für alle Punkte der einen Hälfte der schneidenden Geraden in entgegengesetztem Sinne zeige, wie für die Punkte der anderen Hälfte (dieselbe Drehung erscheine von der einen Hälfte aus gesehen als eine Drehung mit dem Uhrzeiger und von der anderen als eine Drehung gegen den Uhrzeiger). An diesem Sachverhalt ändere sich auch dann nichts, wenn man die die Ebene schneidende Gerade selber um den Punkt O drehe, immer weisen beide Hälften derselben den soeben gekennzeichneten Gegensatz auf. Nur in dem Augenblick, wo diese Gerade durch die mehrerwähnte Ebene selbst hindurchgeht, tauschen ihre beiden Hälften die Rolle.

So liegt die Sache im dreidimensionalen Raum, in welchem die beiden Hälften dieser die Ebene schneidenden Geraden nur dadurch in einander übergeführt werden können, dass die Gerade bei ihrer Drehung durch jene Ebene einmal hindurchgeht, wobei dann eben ihre beiden Hälften ihre Rollen vertauschen.

Im vierfach ausgedehnten Raume würde die Sachlage wesentlich anders sein. Dort würde man unter Benutzung der vierten Dimension durch die mehrerwähnte, die gegebene Ebene schneidende Gerade eine neue Ebene legen können, die mit der bereits vorhandenen nur den Punkt O gemeinsam hat. In dieser neuen Ebene könnte man dann die in Rede stehende Gerade so drehen, dass ihre Hälften die Rollen vertauschen, ohne dass dabei die erstgegebene Ebene irgendwie ins Spiel kommt. Dabei würde also ein Rollentausch stattfinden, ohne dass irgend eine Stelle angebbar ist, an der er sich vollzieht, in diesem Sachverhalt erblicke ich einen Widerspruch gegen die Bestimmtheit des thatsächlich existierenden Raumes, die ich in voller Uebereinstimmung mit Herrn Natorp fordere.

Diese Argumentation, deren eingehendere, durch eine Figur unterstützte Ausführung sich in meinem Buche findet, ist wesentlich indirekter Art, sie trägt mehr den Charakter einer Episode in meinem Buche, das die ganze Frage in direkter Weise an einer anderen Stelle (Abschnitt VI, S. 87/88) angreift. Diese andere, von Herrn Natorp nicht in Bezug genommene Beweisführung, auf die ich selbst den grösseren Wert lege, möchte ich nun hier ebenfalls noch kurz skizzieren. Sie geht von derselben oben erwähnten Grundlage aus, wie die vorerwähnte, schlägt aber einen anderen Weg ein.

Wer einen vierdimensionalen Raum annimmt, kann dies nur, indem er ihn als Inbegriff von einer Reihe dreidimensionaler Räume auffasst, entsprechend der Art, in der der dreidimensionale Raum als Inbegriff von lauter zweifach ausgedehnten Flächen erscheint, die längs der dritten, zu ihnen allen senkrechten Dimension auf einander folgen, sozusagen an der als Träger dieser Dimension dienenden Geraden wie an einer Schnur nach einander aufgereiht sind. Diese Aneinanderreihung der zweifach ausgedehnten Flächen längs der dritten Raumdimension wird dadurch ermöglicht, dass jede Fläche von jedem ihrer Punkte aus durch Drehung einer Geraden in doppeltem Sinne erzeugt werden kann, während die durch diesen Punkt gehende, als Trägerin der dritten Dimension dienende Gerade in doppelter Richtung durchlaufen werden kann. Jede der längs dieser Geraden hinter einander aufgereihten Ebenen zeigt also eine gewisse Zweiseitigkeit in der Weise, dass alle diese Ebenen bei dem Durchlaufen der sie sämtlich schneidenden Geraden in der einen Richtung sich von der einen, beim Durchlaufen jener Geraden in entgegengesetzter Richtung von der entgegengesetzten Seite präsentieren.

Will man diesen Sachverhalt auf den vierdimensionalen Raum übertragen, so muss es möglich sein, solchen Raum durch Aneinanderreihung von lauter dreidimensionalen Räumen längs der vierten Dimension zu bilden. Diese vierte Dimension würde ebenfalls in doppeltem Sinne durchlaufen werden können, demgemäss müsste man am dreidimensionalen Raume eine gewisse Zweiseitigkeit herausfinden, vermöge deren alle längs der vierten Dimension an einander gereihten Räume sich sämtlich von der einen oder von der anderen Seite präsentierten, je nachdem man die vierte Dimension in der einen oder der anderen Richtung durchmisst.

Diese Zweiseitigkeit müsste jedem dreifach ausgedehnten Raum in Bezug auf den Punkt zukommen, in dem er von der als Trägerin der vierten Dimension dienenden Geraden geschnitten wird, d. h., es müsste möglich sein, solchen Raum durch eine in doppeltem Sinne vorzunehmende Operation zu erzeugen, bei der jener Schnittpunkt mit der Trägerin der vierten Dimension fest bleibt, also durch eine Drehung um diesen Punkt.

Nun kann man ja den dreidimensionalen Raum durch Drehung einer Ebene erzeugen, bei der ein von vornherein gegebener Punkt fest bleibt, aber das Festbleiben beschränkt sich nicht auf diesen Punkt, vielmehr bleibt bei der Drehung eine ganze, durch jenen Punkt gehende Gerade fest, die ganze Drehung stellt sich ganz unvermeidlicher Weise nicht als Drehung nur um einen Punkt, sondern vielmehr als Drehung um eine Drehungsaxe dar. Als solche kann aber jede durch den erwähnten Punkt gehende Gerade dienen, d. h. es giebt für die Wahl der Drehungsaxe unzählige Möglichkeiten. Sobald ich eine bestimmte Gerade als Drehungsaxe ausgewählt habe, kann ich durch Drehung einer durch sie gehenden Ebene den dreidimensionalen Raum erzeugen, dabei besteht für die Richtung dieser Drehung eine zweifache Möglichkeit. Insofern würde der dreidimensionale Raum die Forderung einer ihm beiwohnenden Zweiseitigkeit erfüllen. Da aber die Wahl jener Drehungsaxe ganz willkürlich ist, kann ich ihm solche Zweiseitigkeit von dem angenommenen Punkte aus auf unendlich verschiedene Arten beilegen, d. h. diese Zweiseitigkeit ist keine ihm an sich beiwohnende, aus seiner Natur folgende, sondern vielmehr eine ihm von aussen her willkürlich beigelegte Eigenschaft, es ist nicht die durch den angenommenen Punkt allein bedingte Zweiseitigkeit, die die unumgängliche Voraussetzung für die Aneinanderreihung von lauter solchen dreifach ausgedehnten Räumen längs der vierten Dimension bilden würde.

Es ist also nicht möglich, einen vierfach ausgedehnten Raum als Inbegriff von lauter dreidimensionalen Räumen in analoger Weise zu der Art herzustellen, in der der dreifach ausgedehnte Raum als Inbegriff von lauter zweifach ausgedehnten Flächen erscheint. Das heisst: ein Raum von vier Dimensionen ist als reales Objekt unmöglich, mit ihm fällt natürlich auch die Möglichkeit der realen Existenz für alle Räume von noch höherer Dimensionszahl.

Vereine und Versammlungen.

73. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte zu Hamburg 1901.

Versammlungsbericht (Fortsetzung).

VI. Physikalische Abteilungsvorträge.

In der physikalischen Sektion der Naturforscher-Versammlung trug vor in der ersten Sitzung am 23. September 1901.

1. E. Pringsheim (Berlin): Ueber Temperaturbestimmungen mit Hilfe der Strahlungsgesetze. Redner geht davon aus, dass die Wiensche Spektralgleichung besser zu ersetzen ist durch die Plancksche Gleichung

$$E = \frac{C \cdot \lambda^{-5}}{e^{\frac{c}{\lambda\tau}} - 1},$$

die in guter Uebereinstimmung mit den Beobachtungen ist, wenn sich auch an gewissen Stellen noch systematische Abweichungen sowohl von den Beobachtungen von Lummer und Pringsheim, wie von denen von Rubens und Kurlbaum finden. — Die Strahlungsgesetze sind geeignet, zur Gründung einer Temperaturskala, die für niedere Temperaturen mit der gasthermometrischen Skala übereinstimmt, und sich noch für Temperaturen eignet, wo letztere versagt.

Zu benutzen sind die Strahlungsgesetze des schwarzen Körpers

$$1.\ \int_0^\infty E_\lambda \, d\lambda = \sigma \tau^4,$$

$$2.\ \lambda_m \tau = A,$$

$$3.\ E_m \tau^{-5} = B,$$

in denen E_λ der Anteil der Strahlungsenergie für die absolute Temperatur τ zwischen den Wellenlängen λ und $\lambda + d\lambda$ ist, während λ_m die Wellenlänge ist, bei welcher im Normalspektrum die Energie ihr Maximum E_m erreicht und σ, A und B hinreichend bekannte Konstanten sind.

Unter Benutzung dieser Gesetze stellt sich heraus, dass das Le Chatelinsche Thermoelement, welches bis 1150° durch Holborn und Day an das Gasthermometer angeschlossen ist, auch weiter bis 1400° denselben Gesetze der elektromotorischen Kraft folgt, wie für tiefere Temperaturen.

Lummer und Pringsheim haben die Temperatur des strahlenden schwarzen Körpers gesteigert durch Benutzung eines dünnwandigen Kohlenrohrs, das unter Anwendung geeigneter Vorsichtsmassregeln durch elektrischen Strom glühend gemacht wird, und haben zur Bestimmung der Temperatur des strahlenden Körpers eine photometrische Methode benutzt, die zuerst von Wanner zur Bestimmung der Temperatur einer Bogenlampe gebraucht ist. Mit derselben sind von Lummer und Pringsheim die Beobachtungen von Paschen und Wanner über die Geradlinigkeit der isochromatischen Kurven der Strahlung des schwarzen Körpers nachgeprüft und bestätigt worden unter Benutzung eines Lummer-Brodhunschen Photometers, und ist die Plancksche Exponentialkonstante c zu 14580 bestimmt worden, ein Resultat, das mit dem Ergebnis der Planckschen Gleichung c = 14600 in bester Uebereinstimmung sich befindet. Aus der Kenntnis der schwarzen Isochromaten ist die Temperaturbestimmung des schwarzen Körpers für jede noch so hohe Temperatur möglich.

Um die Fehlergrenze zu bestimmen, die sich ergiebt, wenn andere als schwarze Körper nach dieser Methode behandelt werden, wie Wanner gethan hat, haben Lummer und Pringsheim Platin benutzt und seine Temperatur gleichzeitig photometrisch und (die wahre Temperatur) thermoelektrisch gemessen. Die Abweichungen betrugen bei 1880° abs. nur 110°, nicht etwa, weil Platin als nahezu schwarzer Körper angesehen werden könnte, sondern weil mit der Temperatur die photometrische Helligkeit ausserordentlich schnell (etwa mit der 15. Potenz der Temperatur) fortschreitet. Ferner haben sie die photometrische Methode geprüft an einer Glühlampe, für deren Temperatur bei gegebener Stromstärke spektral-bolometrisch schon in früheren Messungen Grenzwerte gefunden waren, und günstige Ergebnisse gehabt. Die Methode soll nächstens zur Erweiterung der strahlungstheoretischen Temperaturskala von ihnen benutzt werden.

2. Sodann trägt vor O. Lummer (Berlin) über:

Die Planparallelplatten als Interferenzspectroscope, behandelt die Theorie der an planparallelen Platten auftretenden (Lummerschen) Ringe, zeigt, dass die

Intensität vom Maximum zum Minimum der Ringe sinusförmig abfällt bei kleinem Reflexionsfaktor der Platte, dass der Abfall um so steiler ist, je näher der Reflexionsfaktor dem Wert 1 kommt. Scharfe Maxima und Minima sind daher von Lummer durch Anwendung planparalleler Glasplatten bei streifender Incidenz erreicht und zur Auflösung feiner Spektrallinien (Hg) benutzt worden. Die Zerlegung der Hg-Linien wird demonstriert; als Lichtquelle dient die Aronssche Quecksilberlampe in der von Lummer angegebenen Form.

3. trägt O. Lummer vor: „Ueber ein neues Interferenz-Photo- und Pyrometer", welches die Vergleichung der Helligkeit benachbarter kleiner Flächen ohne jede Aichung, die Messung der Lichtintensität bei bekannter Helligkeit der Vergleichslichtquelle und endlich die Messung der Temperatur eines anvisierten selbstleuchtenden Objekts gestattet, wenn im letzten Falle das Instrument mit dem schwarzen Körper geaicht ist.

4. Sodann demonstriert J. Classen (Hamburg) ein Photometer zur direkten Messung der Helligkeitsverteilung in einem Raum ohne Hilfslichtquelle:

Die üblichen Photometer zur Messung der Helligkeitsverteilung in einem Raume versagen, wenn während des Vergleichs mit der konstanten Hilfslichtquelle die Helligkeit der zu messenden Lichtquelle Veränderungen unterworfen ist. (Tageshelle): Dem begegnet der demonstrierte Apparat dadurch, dass er die Messung der relativen Helligkeit von der absoluten Helligkeitsbestimmung trennt: Ein Stativ trägt an zwei beweglichen Armen zwei Schirme. Der eine wird an eine Stelle grösster Helligkeit in dem zu untersuchenden Raume gebracht, der andere der Reihe nach an die zu prüfenden Stellen. Die Helligkeiten beider Schirme werden dadurch verglichen, dass man durch ein Lummer-Brodhunsches Prisma in der einen Richtung durch eine Spiegeleinrichtung den zweiten Schirm, in der anderen Richtung durch zwei Nicols den ersten Schirm sieht. Ein Rauchglas im ersten Strahlengang kompensiert den Lichtverlust in den Nicols. Durch Drehung des einen Nicol wird die hindurchgehende Lichtintensität in messbarer Weise herabgesetzt.

5. F. S. Archenhold (Treptow) trägt vor unter Vorführung von Lichtbildern über die Entwickelung der Fernrohrtechnik im 19. Jahrhundert und

6. C. Pulfrich (Jena) demonstriert einen für metronomische und andere Zwecke bestimmten stereoskopischen Komparator. Sein Vortrag erscheint gedruckt in der physikalischen Zeitschrift von Simon; der Apparat wird in der Zeitschrift für Instrumentenkunde abgebildet und beschrieben werden.

In der Sitzung am Vormittag des 24. September 1901 trug vor 1) Hermann Th. Simon, Frankfurt a. M. über „tönende Flammen und Flammentelephonie": Es wurden tönende und sprechende Flammen demonstriert, auf die Notwendigkeit guter Mikrophone und starker Flammenbögen hingewiesen, und es wurden die zahlreichen Schaltungen angegeben, durch welche eine Ueberlagerung des die Flamme speisenden Stroms mit den Schwankungen der Telephonströme erreicht werden kann. Dann wurde der „lauschende" Flammenbogen behandelt, bei welchem Schallwellen, die über den Flammenbogen gehen, Schwankungen der Stromstärke hervorrufen, die sich auf ein Mikrophon übertragen lassen, und auf die Möglichkeit eines Wechselgesprächs mittels zweier hintereinander geschalteter Flammenbögen hingewiesen. Endlich wurde der automatisch sprechende Flammenbogen von Duddell behandelt, in welchem Gleichstrom in rein sinusförmige Schwingungen von hoher Frequenz verwandelt wird. Den Schluss bildete eine Darstellung der Flammentelephonie: Die Geberstation hat einen Scheinwerfer mit sprechendem Flammenbogen; die Empfängerstation eine Linse, welche das Licht des Gebers auf eine Selenzelle konzentriert, die in einen Mikrophonkreis eingeschaltet ist, der in der Empfangsstation geschlossen ist. Die Schwankungen der Intensität der sprechenden Flamme an der Geberstation beeinflussen die Leitfähigkeit der Selenzelle an der Empfangsstation und bringen das Mikrophon derselben zum Sprechen. Der Flammenbogen der sprechenden Flamme muss möglichst klein sein, nur der Kohlekrater der sprechenden Flamme bewirkt die Intensitätsänderung der sprechenden Flamme; exakt gearbeitete Scheinwerfer sind für die Ausführung der Versuche wertvoll.

An den Vortrag schloss sich abends eine Demonstration der Flammentelephonie von einem Dachzimmer des Wilhelm-Gymnasiums nach dem Dache des physikalischen Staatslaboratoriums. (Entfernung ungefähr 1 km.)

2) Sodann berichtete F. Braun (Strassburg i. E.) über „Elektrische Wellentelegraphie": Der durch zahlreiche Versuche erläuterte Vortrag, welcher sich mit der Aufgabe beschäftigt, wie man reine, starke, und trotz der Energiestrahlung möglichst ungedämpfte Schwingungen erzeugt, erscheint in den „Verhandlungen" der Naturforscherversammlung und eignet sich nicht für eine auszugsweise Darstellung.

3) Es folgte der Vortrag von R. Blochmann (Kiel): „Ueber elektrische Strahlentelegraphie". Blochmann führt aus, dass die Vorgänge im Medium zwischen Sender und Empfänger noch zu wenig studiert seien, und spricht als seine Ansicht aus, dass es sich bei denselben nicht ausschliesslich oder auch nur wesentlich um Hertzsche Strahlen elektrischer Kraft handle, dass es sich vielmehr um Störungen des elektrischen Gleichgewichts in den die Erde umgebenden Aequipotentialflächen handelt, Störungen, welche durch die künstlich erzeugten Pulsationen in den Antennen des Gebers erzeugt werden, und sich mit den durch einen fallenden Stein auf der Wasserfläche erzeugten Wellen vergleichen lassen. Längs der Antennen der Geberstation finden grosse elektrische Potentialverschiebungen in rhythmischer Reihenfolge statt, und diese Verschiebungen pflanzen sich längs der Aequipotentialflächen fort, welche von den Antennen durchsetzt werden, und übertragen sich auch auf die höher gelegenen Flächen gleichen Potentials in der Atmosphäre; sie schreiten in diesen Flächen bis zur Empfängerstation (und weiter) fort. Diese Theorie benutzt Redner zur Erklärung der Erscheinungen, dass 1) über See die Wellentelegraphie auf weitere Entfernung wirksam ist, als über Land, dass sie 2) im Flachlande auf weitere Entfernung wirksam ist, als zwischen zwei Stationen, von denen die eine auf einem Berge, die andere im Flachlande liegt, dass 3) die Anbringung von Antennen an den Geber- und Empfangsapparaten nur dann die Wirkung verstärkt, wenn dieselben aufrecht, nicht horizontal angebracht werden, dass 4) unmittelbar hinter den wellentelegraphischen Stationen liegende grössere Erhebungen (Anhöhen, Häuser) störend wirken, dass 5) eine elektrische Wellentelegraphie zwischen Punkten möglich ist, deren geradlinige Verbindungslinie wegen der Krümmung der Erde schon durch dieselbe hindurchführt, dass 6) nach den Beobachtungen von Slaby die Telegraphierweite un-

gefähr dem Produkt aus den Längen der Antennen an Geber und Empfänger proportional ist. — Redner nennt schliesslich einige Versuche, die zur Prüfung seiner Theorie dienlich erscheinen können.

Sodann spricht Edm. Hoppe (Hamburg) über „Elektrodynamische Konvektion“: In eine Glasröhre mit enger Spitze ist ein Platindraht eng anschliessend aber beweglich eingeführt, so eng, dass, wenn die Röhre mit Quecksilber oder einem Elektrolyten gefüllt ist, nichts austritt. Taucht man die Röhre in ein Becherglas mit Wasser, so beginnt der Elektrolyt schwach zu diffundieren, das Quecksilber tritt nicht aus. Schickt man Strom durch den Draht im Rohr und das Brunnenwasser zu einer eingetauchten, zweiten Elektrode, so steigert sich die Diffusion des Elektrolyten, entsprechend der Stromstärke und das Quecksilber beginnt auszufliessen; die Menge wächst mit der Stromstärke, aber nicht proportional derselben. Die Stromrichtung ist gleichgiltig, nur tritt, wenn die Röhre Anode ist, durch die Oxydationen leicht Verstopfung der Röhre ein. Ist die Röhre Kathode, so tritt eine Unterbrechung nur ein, wenn im unteren Röhrenende selbst durch die Gasentwickelung eine Gasblase auftritt. Der Versuch glückt nicht, wenn der Draht in der Röhre an einen Pol einer Influenzmaschine angelegt wird, es scheint, dass der durch den Draht fliessende Strom auf die parallelen Stromfäden im Quecksilber eine Anziehung ausübt, die das Ausfliessen ermöglicht, doch ist die Gasentwickelung an der ins Wasser tauchenden Spitze auch notwendig (wahrscheinlich zur Erzeugung mechanischer Erschütterungen), damit die Erscheinung eintritt, weil der Versuch nicht glückt, wenn man ihn, statt im wassergefüllten Becherglase, in Luft einzuleiten versucht. — Die Oberflächenspannung kann zur Erklärung des Versuchs nicht herangezogen werden.

Die von Walter (Hamburg) beabsichtigte Führung durch die Röntgen-Ausstellung musste wegen vorgerückter Zeit unterbleiben. Redner beschränkte sich auf einige einführende Worte.

Die Ausstellung zerfiel in einen physikalisch-technischen und einen medizinischen Teil. Zugleich fand eine möglichst umfassende Auslage der Röntgenliteratur statt.

A. Physikalisch-technischer Teil.

Durch Ausstellung der neuesten Induktoren- und Unterbrechertypen, sowie durch ausnahmslose Vorführung der Apparate im Betriebe wurde ein Vergleich derselben untereinander ermöglicht. Ferner wurden Röhren aller Art, besonders solche für hohe Beanspruchung seitens der Aussteller im Betriebe gezeigt.

Endlich kamen auch die Hilfsapparate wie Röhrenhalter, Bleiblenden, Kassetten, Lagerungstische, Verstärkungsschirme usw. zur Ausstellung. Als Aussteller beteiligten sich:

Allgemeine Elektrizitäts-Gesellschaft, Berlin.
Dessauer, Aschaffenburg.
Ehrhardt, Berlin (Röhren).
Gundelach, Gehlberg (Röhren).
Hirschmann, Berlin.
Klingelfuss, Basel.
Kohl, Chemnitz.
Krüss, Hamburg (Stereoskope für direkte Beobachtung der Originalplatten).
Levy, Berlin.
Meyer, Minden.
Müller-Uri, Braunschweig (Röhren).
Müller, Hamburg (Röhren).
Reiniger, Gebbert & Schall, Erlangen.
Schütze & Noack, Hamburg (photograph. Zubehör).
Seifert & Co., Hamburg.
Siebert, Wien (Reproduktionstechnik).
Siemens & Halske, Berlin.
Voltohm, München.
Zossenheim, Hamburg.

B. Medizinischer Teil.

Dieser Teil der Ausstellung enthielt vorwiegend solche Röntgenbilder, deren Herstellung entweder mit technischen Schwierigkeiten verbunden oder deren medizinische Bedeutung besonders gross ist. Als Aussteller beteiligten sich:

Albers-Schönberg, Hamburg.
Allgemeines Krankenhaus, Hamburg-Eppendorf.
Bade, Hannover.
Chirurgische Klinik, Bonn.
Chirurgische Klinik, Leipzig.
Cowl, Berlin
Dagincourt, Paris.
Fränkel, Hamburg.
Gocht, Halle.
Grunmach, Berlin.
Guilleminot, Paris.
Henrard, Paris.
Holzknecht, Wien.
Joachimsthal, Berlin.
Immelmann, Berlin.
Kienböck, Wien.
König, Altona.
Levy-Dorn, Berlin.
Lester, Philadelphia.
Llaberia Comas & Prió, Barcelona.
Port, Heidelberg.
Rieder, München.
Schiff, Wien.
Schuchard, Stettin.
Sjögren, Stockholm.
Wolff, Berlin.

In der dritten Abteilungs-Sitzung am 24. September trägt Walter (Hamburg) vor „über die Haga und Windschen Beugungsversuche mit Röntgenstrahlen. Redner wendet sich nach kurzer historischer Einleitung zu den Beugungsversuchen von Haga und Wind, bemerkt, dass durch deren an sich richtige Anwendung sehr enger Spalte sowohl die Schwierigkeit der Beobachtung als auch die Zahl der möglichen Fehlerquellen stark vermehrt ist, und behauptet auf Grund der eigenen Beobachtungen, dass die von Haga und Wind als Beugungserscheinungen auf der photographischen Platte angesprochenen Erscheinungen nicht als solche anzuerkennen, vielmehr wahrscheinlich auf photographische Anomalien zurückzuführen sind. Wind setzt auseinander, dass die starre Verbindung der beiden Spalte mit der photographischen Kassette bei der langdauernden Expositionszeit Vorzüge vor der Einzelaufstellung der drei Teile habe, und dass die grössere Schärfe seiner Bilder hiervon, als auch davon herrühre, dass es ihm gelungen sei, die Expositionszeit, die in Groningen bis 200 Stunden betragen habe, auf 4 bis 6 Stunden herabzusetzen durch Anwendung eines Induktors von 60 cm Schlagweite mit Wehneltunterbrecher und Anwendung von Röntgenröhren mit Wasserkühlung in besonders grossen Antikathodengefässen. (Während einer Aufnahme gingen rund 3 Millionen Entladungen durch die Röhre, und wurde durch die dabei entwickelte

Wärme im Kühlgefäss der Röhre über 1/2 Liter Wasser verkocht). Die ausserordentliche Strahlungsenergie machte nötig, sowohl die Röntgenröhre einerseits als auch den Raum, der den zweiten Spalt und die Kassette enthält, andererseits mit Bleiplatten abzublenden. Besondere Sorgfalt hat Wind endlich darauf verwendet, die Härte der Röhre während der Versuchsdauer konstant zu halten und ständig zu kontrollieren.*) Die Einrichtung des Härtekontrollapparats von Röntgenröhren ist durch Wind zu einem gewissen Abschluss gelangt, ebenso hat Wind die geeignetste Form des Wehneltunterbrechers für vorliegenden Zweck erprobt. — Redner vertritt schliesslich die Auffassung, dass die auf den Haga und Windschen Platten thatsächlich vorhandenen Verbreiterungen wohl nur durch die ausserordentlich lange Entwicklung derselben herbeigeführt sein können, die er für ungünstig hält, und stützt sich darauf, dass neben den von Haga und Wind als Beugungsbilder in Anspruch genommenen Verbreiterungen noch andere derartige Erscheinungen auf ihren Platten auftreten, die nach ihrer Lage und Dimensionierung im Vergleich zu Grösse und Form des Spalts und des strahlenden Flecks sicher nicht durch Beugung hervorgerufen sind. Wind fasst schliesslich das Ergebnis seiner langwierigen Versuche dahin zusammen, dass nach seiner Auffassung Beugungserscheinungen durch Röntgenstrahlen bis jetzt nicht nachgewiesen sind. In der lebhaften Diskussion, die sich an den Vortrag anschliesst, verteidigen die Herren Haga und Wind unter Angabe ihrer Gründe die entgegengesetzte Auffassung. Eine endgültige Entscheidung wird, wie bei der Schwierigkeit der Versuche und ihrer Deutung begreiflich, nicht herbeigeführt.

2) Sodann berichtet E. Goldstein (Berlin) „über die durch Strahlungen erfolgten Nachfarben von Salzen und zeigte, dass diese an vorher geglühten oder geschmolzenen Salzen (Kaliumsulfat, Natriumsulfat etc.) im ultravioletten Licht oder in den Radiumstrahlen entstehenden Nachfarben den völlig reinen Alkalisulfaten, Phosphaten, Boraten, Silicaten überhaupt nicht zukommen, sondern durch sehr kleine Verunreinigungen, z. B. durch Kaliumcarbonat, hervorgerufen werden, dass die Wirkung des vorhergehenden und notwendigen Schmelzens anscheinend in der Bildung fester Lösungen besteht, bei denen die Zusätze zumteil dissoniert sind. Das Auftreten der Nachfarben unter dem Einfluss der Radium- und Kathodenstrahlen kann als chemisches Hülfsmittel zur Erkennung selbst solch geringer Verunreinigungen dienen, die auf anderem Wege chemisch nicht mehr nachgewiesen werden können.

3) W. Kaufmann (Göttingen) berichtet „über die magnetische und elektrische Ablenkbarkeit der Becquerelstrahlen, die von einer punktförmigen Quelle ausgehend ein Platindiaphragma passieren und dann auf eine photographische Platte wirken. Das Strahlenbüschel wird in zwei auf einander und zur Fortpflanzungsrichtung senkrechten Richtungen elektrisch bezw. magnetisch abgelenkt.**) Aus den Ausmessungen der Photogramme kann man das Verhältnis von Ladung zur Masse (ε/μ) und die Geschwindigkeit v des Elektrons berechnen. Die Geschwindigkeiten ergeben sich zu $2{,}36 . 10^{10}$ bis $2{,}83 . 10^{10}$, und ε/μ zwischen $1{,}31 . 10^{7}$ und $0{,}63 . 10^{7}$. Die Beobachtungen sind unter gewissen Vorbehalten darstellbar durch die Scarlesche Gleichung für die scheinbare Masse einer bewegten geladenen Kugelschale.

4) v. Geitler (Prag) trägt vor über Kathodenstrahlen, kommt zurück auf seine Veröffentlichungen in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie Bd. 110, Abt. IIa, April 1901 und in den Annalen der Physik Bd. V 1901, sowie in der phys. Zeitschrift 2. Jahrgang No. 41, 1901 und betont, dass durch seine Versuche erwiesen sei, dass die Kathodenstrahlen auf den Magnet ablenkend wirken, wie ein in ihrer Bahn gegen die Kathode fliessender positiver elektrischer Strom, und dass die Kathodenstrahlen nach dem Durchgang durch ein engmaschiges Drahtnetz ihre magnetische Wirksamkeit qualitativ behalten.

5) Kahlbaum (Berlin) berichtet auszugsweise über seine mit K. Roth und Ph. Siedler ausgeführten Untersuchungen über Metalldestillation und über destillierte Metalle. Die Arbeit erscheint in der Zeitschrift für unorganische Chemie, der Vortrag in der physikalischen Zeitschrift. Diesen Vortrag, sowie die beiden folgenden

6) Englisch (Stuttgart): Die Periodicität der Polarisation (der in der physikalischen Zeitschrift erscheint) und

7) Hesekiel (Berlin): Neuartige Photographien in natürlichen Farben, war Referent verhindert zu hören. Der letzte Vortrag bezieht sich nicht auf prinzipiell neue Methoden der farbigen Photographie, sondern auf wesentliche und praktische Verbesserungen an der subtraktiven Methode, die, „nachdem Ducos du Hauron die eigentümlichen Mischungsgesetze erkannt hatte, denen zufolge aus nur 3 passend gewählten Farben alle Zwischenstufen und Farbennüancen erreichbar sind“, von H. W. Vogel, Selle, Lumière und dem Vortragenden angewendet wird, und die als „Methode des Drei-Farbendruckverfahrens“ zu bezeichnen ist.

(Schluss folgt).

Lehrmittel-Besprechungen.

Die Klapptafel.

Nachricht aus der städt. Oberrealschule zu Halle a. S.*)

Das Bedürfnis, im Anfangsunterricht des Linearzeichnens ein bequemes Hülfsmittel zu besitzen zu wirklicher Ausführung der erforderlichen Bewegungen geometrischer Gebilde, hat schliesslich zur Konstruktion der auch in Giessen bildlich ausgestellten Klapptafel (beschrieben Unt.-Bl. VII, 5, S. 104) geführt.

Drei Forderungen waren hauptsächlich zu erfüllen; 1) Die Bewegungen sollten in richtiger Form vor den Augen der Schüler vor sich gehen, d. h. kein fertiges Resultat ohne die Zwischenstadien gegeben werden. 2) Die Handhabung musste für den Lehrer einfach und nicht zeitraubend sein. 3) Die Tafel sollte eine möglichst vielseitige Verwendung zulassen.

1. Zwei Stützen, die in Kugelgelenken laufen, halten mit der Hemmung des Schlittens, der die Tafel trägt, die Grundebene in Gesichtshöhe, gestatten aber durch die untere Querleiste das Herabschlagen derselben bis zu etwa 120°, ohne die Aufrissebene zu bewegen. Nach vollständigem Ausklappen hängt die 1 qm grosse Tafelfläche in Wandtafelhöhe. Zu senkrechtem Einblick ist die ganze Tafel über die Klassenbreite hin drehbar.

*) Benutzt sind die neuen Müllerschen Röhren mit automatischer Härteregulierung.

**) Das entstehende Photogramm zeigt wegen der Inhomogeneität der Strahlen eine Curve.

*) S. Unt.-Bl. VII, 5, S. 104.

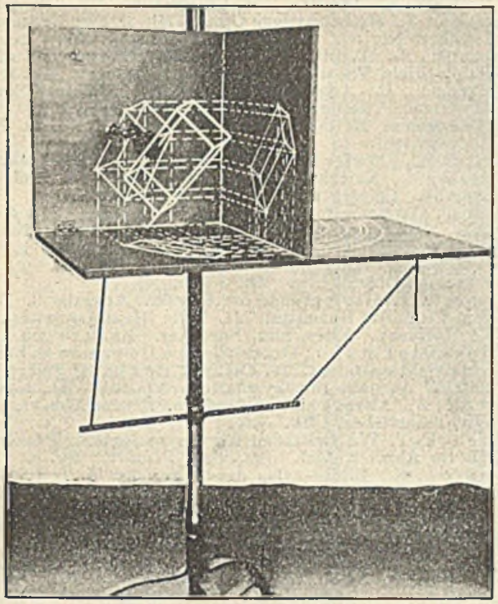

Fig. 1.

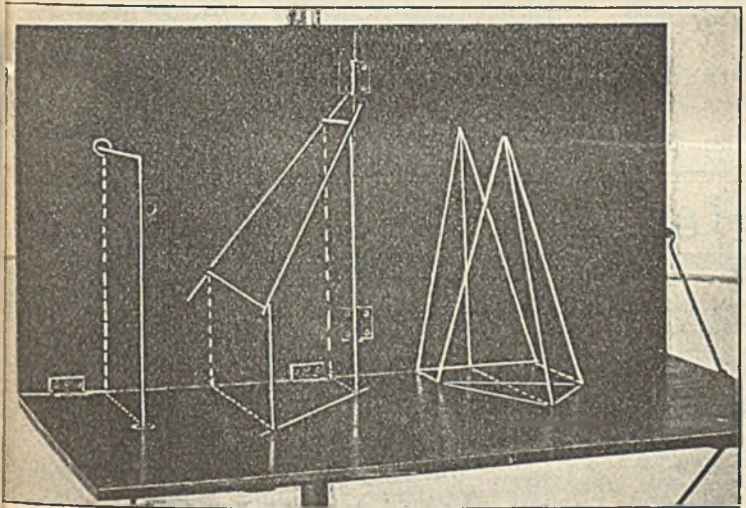

Fig. 2.

Durch geeignete Messinghülsen mit Holznadeln aufgebaute Geraden lassen sich bis in die betreffende Ebene mittels Scharnieren umklappen. Die Klammer, welche Körpermodelle hält, lässt Verschieben, Neigen und Drehen (mit und ohne Neigungsänderung) derselben jederzeit ausführen.

2. Zum Niederlassen der Grundebene genügt das Lockern einer Schraube, zum vollständigen Ausklappen der Zug am Schlittenseile.

Ein Holzkasten an der Rückseite enthält Nadeln und Hülsen zum Einbau verschiedenster Gestalt, der nur das Eindrücken kleiner Spitzen erfordert. Neben dem Kasten hängt ein Winkelhaken zum Zeichnen der Lote. Die Körperklammer ist durch drei Schrauben sofort zu regulieren. Das Umbilden zu einer Ecke verlangt drehen des an der Rückseite angebrachten Schliesshebels und Einhängen eines Häkchens an der

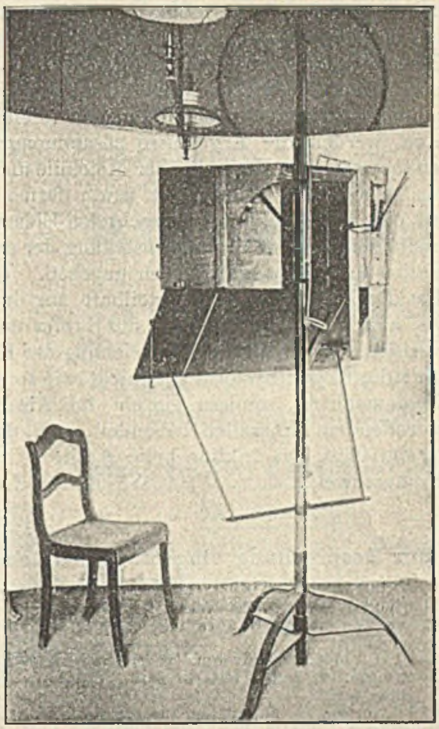

Fig. 3.

betr. Stelle der Grundebene. Das Zurückführen der Tafel zur Anfangsstellung und das Abnehmen der Geraden und Körper geschieht durch die entsprechenden, einfachen Handgriffe.

3. Schon aus dem Vorhergehenden ergiebt sich der reichhaltige Gebrauch als Horizontal- und Vertikalebene und als Ecke, zur Darstellung von beliebigen Punkten und Geraden, wie der verschiedenen Lagen eines Körpers. Hinzugefügt mag noch sein, dass die weitere Ausstattung mit durchlässigen Ebenen, die beliebige Lagen und Bewegungen zulassen, bereits in Angriff genommen ist. Auf den Ebenen soll ebenfalls zu zeichnen möglich sein. Zugleich ist eine besondere Vorrichtung, welche die Klapptafel bei der Durchschnittsmethode in der Centralperspektive verwendbar macht, in Auftrag gegeben.

H. Rühlmann (Halle a. S.)

Bücher-Besprechungen.

Dr. H. Börner, Direktor des Realgymnasiums in Elberfeld, Vorschule der Chemie und Mineralogie zum Gebrauche bei dem Unterrichte in der Chemie und Mineralogie an Gymnasien und Progymnasien, sowie bei dem propädeutischen Unterrichte in der Chemie und Mineralogie an Realgymnasien und Realprogymnasien. Mit 88 in den Text gedruckten Abbildungen. Zweite Auflage. Berlin 1901, Weidmannsche Buchhandlung. (Preis geb. Mk. 1,50).

Der Leitfaden bildet einen Abschnitt des von demselben Verfasser herausgegebenen Physikalischen Unterrichtswerkes. Er behandelt die vier sogenannten Elemente der Alten und gelangt durch den Nachweiss, dass Feuer, Luft, Wasser und Erde keine

Grundstoffe, sondern zusammengesetzte Körper oder Erscheinungen sind, auf induktivem Wege zur Darstellung und Beschreibung der wichtigsten Metalloide und Metalle. Es wird dabei in kurzen Zügen das für den chemischen Anfangsunterricht an Gymnasien und Realgymnasien Notwendige geboten, und in einem Endabschnitt werden die Ergebnisse zusammengestellt zu einigen theoretischen Kapiteln über Moleküle und Atome, Chemische Gesetze, Wertigkeit usw.; ferner ist am Schluss eine Uebersicht der betrachteten Elemente und Verbindungen und eine Zusammenstellung der erwähnten Mineralien nach Krystallsystemen gegeben.

Das Buch zeichnet sich vorteilhaft aus durch eine knappe, aber geschickte Auswahl des Stoffes und durch eine verhältnismässig starke Heranziehung der Krystallographie; die Krystallsysteme sind nicht wie sonst üblich im Zusammenhang, sondern einzeln im Anschluss an die betreffenden Mineralien behandelt, z. B. das monokline beim Gips, das trikline beim Albit.

Braunschweig. Wilhelm Levin.

Zur Besprechung eingetroffene Bücher.

(Besprechung geeigneter Bücher vorbehalten.)

Archenhold, F. S., Das Weltall. Illustr. Zeitschrift für Astronomie und verwandte Gebiete. 2. Jahrg. Berlin, Schwetschke.

Arendt, R., Leitfaden für den Unterricht in der Chemie und Mineralogie. 8. Aufl. Mit 137 Abb. Hamburg 1901, Voss. Mk. 1.20.

van Bebber, W. J., Anleitung zur Aufstellung von Wettervorhersagen. Mit 16 Abb. Braunschweig 1902, Vieweg & Sohn. Mk. —.60.

Bohn, H., Physikalische Apparate und Versuche einfacher Art aus dem Schäffermuseum. Mit 216 Abbild. im Texte. Berlin 1902, Otto Salle. Mk. 2.

Boveri, Th., Das Problem der Befruchtung. Mit 19 Abb. Jena 1902, Fischer. Mk. 1.80.

Bussler, Fr., Die Elemente der Mathematik. Ausgabe für Realschulen. Dresden 1902, Ehlermann. Mk. 2.80 geb.

Classen, J., Mathematische Optik. Mit 52 Fig. (Sammlung Schubert No. 40). Leipzig 1901, Göschen. Mk. 6 geb.

Dickson, L. E., Linear Groups with an exposition of the Galois Field Theory. Leipzig 1901, Teubner. Mk. 12 geb.

Dillmann, C., Astronomische Briefe. Kometen, Sonnen, Fixsterne. Tübingen 1901, Laupp. Mk. 1.80.

L'Enseignement Mathématique. IIe Année, No. 6. Paris, C. Naud 1901.

Hehl, R. A., Flüssige Luft. Halle 1901, Schwetschke. Mk. —.50.

Hussak, E., Katechismus der Mineralogie. 6. Aufl. Mit 223 Abb. Leipzig 1901, Weber. Mk. 3 geb.

Janson, O., Meeresforschung und Meeresleben. Mit 41 Fig. (Aus Natur und Geisteswelt). Leipzig 1901, Teubner. Mk. 1.25 geb.

Kleiber, J., Lehrbuch der Physik. Mit Fig. 2. Aufl. München, Oldenbourg. Mk. 4 geb.

Koppe, K., Anfangsgründe der Physik. Ausgabe B. Bearb. von Prof. Dr. Husmann. II. Teil: Hauptlehrgang. Mit 252 Holzschn. Essen 1902, Baedeker. Mk. 4.60 geb.

Koppe-Diekmann, Geometrie zum Gebrauche an höheren Unterrichtsanstalten. 19. Aufl. mit 176 Fig. I. Teil: Planimetrie. Ausgabe für Gymnasien. Ebenda. Mk. 2.40 geb.

Krisch, A., Astronomisches Lexikon. Mit 300 Abb. 1. Liefg. Wien, Hartleben. Mk. —.50.

Kükenthal, W., Leitfaden für das zoologische Praktikum. Mit 169 Abb. 2. Aufl. Jena 1901, Fischer. Mk. 6.

Lampert, K., Bilder-Atlas des Tierreichs. I. Teil: Säugetiere. II. Teil: Vögel. Esslingen, Schreiber. à Mk. 4 geb.

Lassar-Cohn, Arbeitsmethoden für organisch-chemische Laboratorien. 3. Aufl. Spezieller Teil: 1. Abschnitt. Hamburg 1901, Voss Mk. 7.

Lieber, H. und v. Lühmann, F., Leitfaden der Elementar-Mathematik. Bearb. von Oberl. Müsebeck. 1. Teil. Ausg. A für Gymnasien. Mit 176 Abb. 16. Aufl. Mk. 1.50. — Ausg. B für Realschulen. Mit 183 Abb. 2. Aufl. Mk. 1.90. — 3. Teil. Mit 124 Abb. 10. Aufl. Mk. 1.80. Berlin 1902, Simion.

Meyer, K., Naturlehre. Mit 280 Abb. 2. Aufl. Leipzig 1902, Freytag. Mk. 2.50 geb.

Müller, H., Die Mathematik auf den Gymnasien und Realschulen. 1. Teil: Die Unterstufe. Ausgabe A: für Gymnasien und Progymnasien. Mk. 1.60 geb. Ausgabe B: für reale Anstalten und Reformschulen. Mk. 2.20 geb. Leipzig 1902, Teubner.

Müller, H. und Kutnewsky, M., Sammlung von Aufgaben aus der Arithmetik, Trigonometrie und Stereometrie. II. Teil. Ausgabe A, für Gymnasien. Mk. 3.20 geb. Ausgabe B. für reale Anstalten und Reformschulen. Mk. 3.40 geb. Ebenda.

Druck von H. Sievers & Co. Nachf., Braunschweig.