ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1989

Seria: ENERGETYKA z. 106 Nr kol. 998

Andrzej ZIĘBIK

Instytut Techniki Cieplnej
Politechniki Śląskiej

MODELOWANIE MATEMATYCZNE SYSTEMÓW GOSPODARKI CIEPLNEJ

Streszczenie. W artykule przedstawiono modele matematyczne gospodarki cieplnej służące do celów sterowania eksploatacją istniejących i do projektowania nowych podsystemów energetycznych zakładów przemysłowych. Model matematyczny liniowy gospodarki energetycznej służy do sporządzania długookresowego planu bilansu energetycznego zakładu przemysłowego. Opierając się na równaniach modelu liniowego, opracowano metodę macierzową wyznaczania kosztów jednostkowych nośników energii. Do celów operatywnego kierowania eksploatacją podsystemu energetycznego służy nieliniowy model matematyczny dobowo-zmianowego bilansu energetycznego zakładu przemysłowego. Metoda systemowa doboru optymalnej struktury gospodarki energetycznej zakładu przemysłowego stanowi nowoczesne narzędzie sporządzania projektu wstępnego podsystemu energetycznego.

Podstawowe oznaczenia:

$\mathbf{A}$, $\bar{\mathbf{A}}$ - macierze wskaźników jednostkowego zużycia nośników energii w podsystemie energetycznym i technologicznym,

$\Delta\dot{C}_i$ - średniogodzinowy przyrost ilości i-tego nośnika energii w urządzeniu akumulacyjnym,

$\mathbf{D}$ - wektor kolumnowy całkowitych dostaw zewnętrznych nośników energii,

$\mathbf{D}_s$ - wektor kolumnowy szczytowych dostaw zewnętrznych,

$\dot{D}_i$ - średniogodzinowa dostawa zewnętrzna i-tego nośnika,

$\dot{\mathbf{D}}_n$ - wektor kolumnowy strumieni nominalnych dostaw zewnętrznych,

$\mathbf{E}$ - macierz jednostkowa,

$\mathbf{E}_1$, $\mathbf{E}_2$ - wektory kolumnowe o elementach jedynkowych,

$\mathbf{F}$, $\bar{\mathbf{F}}$ - macierze wskaźników ubocznego wytwarzania nośników energii w gałęziach energetycznych i technologicznych,

$\mathbf{G}$, $\bar{\mathbf{G}}$ - wektory kolumnowe produkcji szczytowej nośników energii i produkcji gałęzi technologicznych,

$\dot{G}_i$ - średniogodzinowy strumień produkcji szczytowej i-tego nośnika energii,

$\dot{\mathbf{G}}_n$ - wektor kolumnowy wydajności nominalnych urządzeń produkcji szczytowej nośników energii,

$\mathbf{I}$ - wektor kolumnowy nakładów inwestycyjnych,

$\mathbf{K}$ - wektor kolumnowy sprzedaży nośników energii,

K_e, K_T - koszty eksploatacji i koszty strat produkcyjnych w podsystemie technologicznym spowodowane niedostarczeniem nośników energii w wymaganej ilości,

K_R - roczne koszty wytwarzania nośników energii,

$\mathbf{K}_S$ - wektor kolumnowy kosztów umownie stałych,

$\mathbf{k}$ - wektor kolumnowy średnioważonych kosztów jednostkowych nośników energii,

$\mathbf{k}_G$, $\mathbf{k}_P$ - wektory kolumnowe kosztów jednostkowych nośników energii wytwarzanych w urządzeniach szczytowych i podstawowych,

$\mathbf{k}_U$ - wektor kolumnowy nośników energii wytwarzanych ubocznie,

$\dot{K}_i$ - średniogodzinowy strumień sprzedaży i-tego nośnika energii,

$\mathbf{N}$ - wektor kolumnowy zdolności produkcyjnych gałęzi energetycznych,

$\mathbf{P}$ - wektor kolumnowy produkcji podstawowej nośników energii,

$\dot{P}_i$ - średniogodzinowy strumień produkcji podstawowej i-tej gałęzi energetycznej,

$\mathbf{Q}$, $\bar{\mathbf{Q}}$ - macierze wytwórczości ubocznej nośników energii niezależnie od wielkości produkcji gałęzi energetycznych i technologicznych,

$\mathbf{S}$ - macierz diagonalna uwzględniająca straty względne nośników energii $\left(\left[s_{ii}\right] = \left[\frac{1}{1-\varepsilon_i}\right]\right)$,

$\mathbf{T}$ - wektor kolumnowy kosztów transportu, zmiany parametrów i rozdziału nośników energii,

$\dot{U}_{ij}$, $\bar{\dot{U}}_{ik}$ - średniogodzinowe strumienie produkcji ubocznej i-tego nośnika energii w j-tej gałęzi energetycznej i w k-tej gałęzi technologicznej,

$\mathbf{V}$ - wektor strat nośników energii,

$\dot{V}_i$ - średniogodzinowy strumień strat i-tego nośnika energii,

$\mathbf{X}$, $\bar{\mathbf{X}}$ - macierze zużyć nośników energii w gałęziach energetycznych i technologicznych niezależnie od wielkości produkcji,

$\mathbf{Y}$ - wektor zużyć ogólnozakładowych nośników energii,

$\dot{Y}_i$ - średniogodzinowy strumień zużycia i-tego nośnika energii na cele ogólnozakładowe,

$\dot{z}_{ij}$, $\bar{\dot{z}}_{ik}$ - średniogodzinowe strumienie zużycia i-tego nośnika energii w j-tej gałęzi energetycznej i w k-tej gałęzi technologicznej,

$\boldsymbol{\alpha}$ - wektor wierszowy wskaźników płac stałych i kosztów energii nie związanych z produkcją,

$\boldsymbol{\beta}$ - wektor wierszowy rat kosztów stałych remontów i konserwacji,

ε_i - względne straty i-tego nośnika energii,

$\boldsymbol{\varrho}$ - wektor wierszowy rat reprodukcji rozszerzonej,

$\boldsymbol{\varkappa}$ - wektor wierszowy wskaźników zmiennych kosztów eksploatacji z uwzględnieniem strat w środowisku,

$\boldsymbol{\vartheta}$ - wektor kolumnowy limitów podstawowych dostaw nośników energii,

$\boldsymbol{\vartheta}_s$ - wektor kolumnowy limitów dostaw szczytowych nośników energii.

1. POWIĄZANIA MIĘDZYGAŁĘZIOWE W GOSPODARCE ENERGETYCZNEJ ZAKŁADU PRZEMYSŁOWEGO

W systemie wytwórczym zakładu przemysłowego wyróżnia się podsystem technologiczny i podsystem energetyczny. Podsystem technologiczny realizuje zapotrzebowanie gospodarki narodowej na produkty gotowe. Podsystem energetyczny w zakładzie przemysłowym ma za zadanie zapewnić dostawę nośników energii dla potrzeb podsystemu technologicznego. Podsystemy energetyczne energochłonnych zakładów przemysłowych charakteryzują się szczególnie złożonymi powiązaniami w gospodarce energetycznej. Jest to wynikiem realizacji skojarzonych układów energetycznych i energotechnologicznych. We współczesnych zakładach przemysłowych podsystem technologiczny przestaje być jedynie odbiorcą nośników energii, ale dzięki wykorzystaniu energii odpadowej staje się wytwórcą pary i energii elektrycznej, które uzupełniają produkcją własnej elektrociepłowni. W procesach technologicznych powstają także gazy palne, których wytwórczość wpływa na gospodarkę paliwami gazowymi w zakładzie.

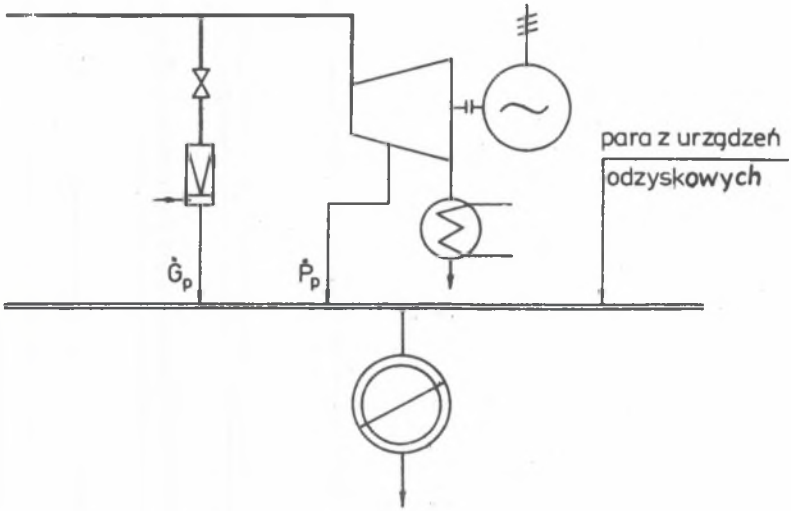
Sprzężenia zwrotne, które występują w gospodarce energetycznej zakładu przemysłowego, powodują, że sporządzenie bilansu energetycznego metodą tradycyjną, opartą na bilansach cząstkowych nośników energii, może doprowadzić do poprawnych wyników jedynie żmudną drogą kolejnych przybliżeń. Przy stosowaniu tradycyjnej metody bilansowania nie można przeprowadzić optymalizacji planu bilansu energetycznego zakładu przemysłowego. Można jedynie porównać kilka wariantów planu, przy czym nakład pracy jest dla każdego wariantu praktycznie taki sam.

Modele matematyczne bilansu gospodarki energetycznej zakładu przemysłowego ujmują za pomocą układów równań liniowych lub nieliniowych cały kompleks zależności międzygałęziowych istniejących w podsystemie energetycznym bilansowanego zakładu przemysłowego. Równania modeli wynikają z bilansów nośników energii. Modele te powstały przez rozwinięcie teorii przepływów międzygałęziowych W. Leontiefa [1]. Przeznaczenie modeli polega na zastąpieniu istniejącego w zakładach przemysłowych bilansowania cząstkowego metodą bilansowania kompleksowego, przystosowaną do wykonywania obliczeń za pomocą elektronicznych maszyn cyfrowych przy użyciu typowych programów bibliotecznych.

2. MODEL MATEMATYCZNY LINIOWY BILANSU GOSPODARKI ENERGETYCZNEJ ZAKŁADU PRZEMYSŁOWEGO

Proces wytwórczy zakładu przemysłowego dzieli się na gałęzie produkcyjne: energetyczne i technologiczne. Gałąź produkcyjną tworzy zespół urządzeń służących do wytwarzania określonego produktu, który nosi nazwę produktu głównego. Ponadto mogą być wytwarzane również produkty uboczne. Mogą one jednak wystąpić tylko w obecności produktu głównego. Wytwarzanie uboczne

nośników energii ma miejsce zarówno w gałęziach energetycznych, jak i technologicznych. W niektórych gałęziach nośniki energetyczne są wytwarzane w urządzeniach podstawowych i szczytowych. Rozróżnia się wówczas część podstawową i część szczytową produkcji (na przykład para upustowa i para ze stacji redukcyjno-schładzającej na rys. 1). Nośnik energii, wytwarzany jako



Rys. 1. Produkcja podstawowa, szczytowa i uboczna nośnika energii na przykładzie pary technologicznej

Fig. 1. Basic, peak and by-production of an energy carrier - an example of technological steam generation

produkt uboczny jednej gałęzi, może uzupełniać produkcję główną innej gałęzi. Przykładem może być para z instalacji chłodzenia wyparkowego lub z kotłów odzyskowych (rys. 1). W innym przypadku nośnik energii wytwarzany jako produkt uboczny może stanowić indywidualne paliwo (na przykład gaz wielkopiecowy lub gaz koksowniczy w hucie żelaza). W niektórych przypadkach własna produkcja nośnika energii jest uzupełniana dostawami z zewnątrz (na przykład energia elektryczna). Pewne nośniki energii sprowadza się wyłącznie z zewnątrz. Należą do nich przede wszystkim paliwa. Część produkcji nośników energii jest niekiedy sprzedawana zewnętrznym odbiorcom (na przykład ciepło grzejne lub energia elektryczna).

Plan produkcji gałęzi energetycznych wynika z zapotrzebowania nośników energii do procesów technologicznych, przy uwzględnieniu zużyć wewnętrznych wynikających z powiązań między gałęziami energetycznymi. Generalnym założeniem w modelu jest przyjęcie liniowości związków między wielkością produkcji a zużyciem i wytwarzaniem ubocznym nośników energii. Prowadzi to do układu równań liniowych, który w zapisie macierzowym ma postać:

$$G + F\,G + D = S(A\,G + K) + \Lambda \tag{1}$$

$$\Lambda = (S\,\bar{A} - \bar{F})\bar{G} + (S\,X - Q)E_1 + (S\,\bar{X} - \bar{Q})E_2 + S\,Y - P \tag{2}$$

Ze względu na sposób rozwiązywania układu równań (1) dogodnie jest podzielić nośniki energii na trzy grupy:

I - nośniki energii wytwarzane jako produkty główne wyłącznie na potrzeby podsystemu technologicznego (np. tlen techniczny) lub dla pokrycia zapotrzebowań niezależnych od wielkości produkcji (np. ciepło grzejne lub ciepła woda użytkowa),

II - nośniki energii wytwarzane jako produkty główne charakteryzujące się wzajemnymi powiązaniami między sobą wynikającymi ze zużycia i ubocznego wytwarzania, przy czym część powiązań ma charakter sprzężeń zwrotnych,

III - nośniki energii stanowiące produkty uboczne nie uzupełniające produkcji głównej oraz dostawy wyłączne.

Dla pierwszej grupy gałęzi w liczbie n_1 z równania (1) wyznacza się wektor G^I:

$$G^I = S^I\,K^I + \Lambda^I. \tag{3}$$

Macierze A^I, A^{II}, A^{III}, F^I, F^{II}, F^{III} są macierzami zerowymi. Również wektor D^I jest wektorem zerowym.

W przypadku drugiej grupy gałęzi w liczbie n_2 wektor G^{II} wynika z równania:

$$G^{II} = (E - S^V A^V + F^V)^{-1}\left[(S^V A^{IV} - F^{IV})G^I + S^V K^{II} + \Lambda^{II} - D^{II}\right]. \tag{4}$$

Macierze A^{VI} i F^{VI} są macierzami zerowym .

Dla trzeciej grupy gałęzi w liczbie $(n - n_1 - n_2)$ wektor G^{III} jest wektorem zerowym. Na podstawie równania (1) wyznacza się w tym przypadku elementy wektorów D^{III} i H^{III}:

$$D^{III} - S^{IX} H^{III} = (S^{IX} A^{VII} - F^{VII})G^I +$$

$$+ (S^{IX} A^{VIII} - F^{VIII})G^{II} + \Lambda^{III}. \tag{5}$$

Macierze A^{IX}, F^{IX} są macierzami zerowymi. Dodatnie elementy wektora $(D^{III} - S^{IX} H^{III})$ należą z reguły do wektora D^{III}, ujemne zaś do wektora $S^{IX} K^{III}$. Wyklucza się bowiem, z pewnymi wyjątkami, równoczesne występowa-

nie dostawy zewnętrznej i sprzedaży nośników energii. W przypadkach wyjątkowych winna być dana a priori bądź wielkość dostawy zewnętrznej, bądź wielkość sprzedaży nośnika energii.

Wektor $\mathbf{K}^{III}$ wynika z równania:

$$\mathbf{K}^{III} = (\mathbf{S}^{IX})^{-1} (\mathbf{S}^{IX} \mathbf{K}^{III}). \tag{6}$$

Najprostszym zadaniem, jakie można rozwiązać za pomocą modelu matematycznego bilansu gospodarki energetycznej zakładu przemysłowego, jest obliczenie wektorów $\mathbf{G}^{I}$, $\mathbf{G}^{II}$ oraz $(\mathbf{D}^{III} - \mathbf{S}^{IX} \mathbf{K}^{III})$ odpowiednio z równań (3), (4), (5) dla różnych wariantów wektora $\bar{\mathbf{G}}$ planu produkcyjnego podsystemu technologicznego. Za pomocą modelu można analizować różne warianty planu produkcyjnego, a w szczególności można badać, jak zmiany wybranej pozycji planu produkcji podsystemu technologicznego wpłyną na zapotrzebowanie nośników energii i czy nie spowodują przekroczenia zdolności produkcyjnych.

Wprowadzenie zmian technologicznych i energetycznych w gałęziach produkcyjnych powoduje zmianę wartości odpowiednich elementów macierzy $\mathbf{A}$, $\bar{\mathbf{A}}$, $\mathbf{F}$, $\bar{\mathbf{F}}$ oraz wektorów $\mathbf{X}$, $\bar{\mathbf{X}}$, $\mathbf{Q}$, $\bar{\mathbf{Q}}$. W wielu przypadkach można za pomocą analizy technicznej przewidzieć zmiany elementów wymienionych macierzy i wektorów. Wówczas po zmianie wektora Λ i po odwróceniu zmienionej macierzy $(\mathbf{E} - \mathbf{S}^{V}\mathbf{A}^{V} + \mathbf{F}^{V})$ można bez trudności zbadać, jak rozpatrywana zmiana wpływa na kompleks gospodarki energetycznej zakładu przemysłowego.

Poszczególne wielkości w modelu można wyrazić w jednostkach naturalnych, w jednostkach energii, egzergii lub w jednostkach pieniężnych. Po zastosowaniu jednostek energii lub egzergii można łatwo obliczyć straty energii lub egzergii w poszczególnych gałęziach produkcyjnych. Wielkość energii lub egzergii doprowadzonej uzyskuje się przez sumowanie odpowiednich kolumn w równaniach macierzowych (1) i (2) modelu matematycznego. Efekt użyteczny działania danej gałęzi produkcyjnej stanowi energia lub egzergia odprowadzona w produkcie głównym (część podstawowa i szczytowa) oraz w produktach ubocznych. Różnica nakładów i efektów użytecznych wyraża stratę energii lub egzergii. Po zastosowaniu zapisu rachunku macierzowego otrzymuje się:

$$\delta\mathbf{E} = \left[(\mathbf{A}^{T} - \mathbf{F}^{T})\mathbf{G}^{D} + (\mathbf{X}^{T} - \mathbf{Q}^{T})\right]\mathbf{E}_{1} - \mathbf{G} - \mathbf{P}, \tag{7}$$

gdzie indeks "T" oznacza transpozycję macierzy, zaś indeks "D" operację tworzenia macierzy diagonalnej z wektora.

W przypadku gdy liczba niewiadomych elementów wektorów $\mathbf{G}$ i $\mathbf{D}$ przekracza liczbę równań, powstaje problem wyznaczenia wektorów $\mathbf{G}$ i $\mathbf{D}$ na drodze optymalizacji za pomocą programowania matematycznego przy spełnieniu odpowiedniego kryterium i ograniczeń. Przyjęto, że dla okresu objętego rozważaniami spełnione są następujące założenia:

a) ustabilizowany stan inwestycyjny gospodarki energetycznej zakładu,
b) struktura zasilania zakładu nośnikami energii nie ulega zmianie,
c) wielkość sprzedaży nośników energii (wektor $\mathbf{K}$) jest narzucona,
d) wielkość produkcji podstawowej nośników energii jest zadana.

Przy narzuconej wielkości produkcji podsystemu technologicznego funkcję celu stanowi minimum zmiennych kosztów eksploatacji w rozpatrywanym okresie czasu (miesiąc, kwartał, rok) z uwzględnieniem strat produkcyjnych w podsystemie technologicznym spowodowanych niedostarczeniem nośników energii w wymaganej ilości:

$$K_e = \varkappa_G \mathbf{G} + \varkappa_D \mathbf{D} + K_T \longrightarrow \min., \tag{8}$$

Globalne ograniczenie równościowe stanowi równanie macierzowe (1) modelu matematycznego bilansu nośników energii. Pozostałe ograniczenia są narzucone przez zdolności produkcyjne gałęzi wytwórczych i limity dostaw nośników energii:

$$\mathbf{G} + \mathbf{P} \leqslant \mathbf{N}, \tag{9}$$

$$\mathbf{D} \leqslant \boldsymbol{\vartheta}. \tag{10}$$

W przypadku gdy możliwe jest przekroczenie limitów dostaw zewnętrznych (paliw i energii elektrycznej) i zakup szczytowych ilości nośników energii po wyższych kosztach jednostkowych, wówczas funkcja celu po przekształceniu ma postać:

$$K_e = \left[\varkappa_D(\mathbf{S}\,\mathbf{A} - \mathbf{F} - \mathbf{E}) - \varkappa_G\right]\mathbf{G} + (\varkappa_D^S - \varkappa_D)\mathbf{D}_s + K_T \longrightarrow \min. \tag{11}$$

Ograniczenia dotyczące dostaw zewnętrznych ujmują w tym przypadku nierówności:

$$(\mathbf{S}\,\mathbf{A} - \mathbf{F} - \mathbf{E})\mathbf{G} + \mathbf{S}\,\mathbf{K} + \boldsymbol{\Lambda} - \mathbf{D}_s \leqslant \boldsymbol{\vartheta}, \tag{12}$$

$$\mathbf{D}_s \leqslant \boldsymbol{\vartheta}_s. \tag{13}$$

Z uwagi na liniowość funkcji celu i ograniczeń zadanie optymalizacyjne rozwiązuje się za pomocą metody simpleks programowania liniowego.

3. ALGORYTM METODY MACIERZOWEJ WYZNACZANIA KOSZTÓW JEDNOSTKOWYCH NOŚNIKÓW ENERGII

Układ równań bilansowych kosztów produkcji (rys. 2) dla wszystkich rozpatrywanych nośników energii ma w zapisie macierzowym postać [5]:

$$(\mathbf{A}\,\mathbf{G}^D + \mathbf{X}^T)\mathbf{k} + \mathbf{K}_S = \mathbf{G}^D\,\mathbf{k}_G + \mathbf{P}^D\,\mathbf{k}_P + (\mathbf{F}\,\mathbf{G}^D + \mathbf{Q})^T\,\mathbf{k}_U. \tag{14}$$

Indeks "D" oznacza operację tworzenia macierzy diagonalnej z wektora kolumnowego. Wielkościami niewiadomymi w równaniu (14) są wektory $\mathbf{k}$, $\mathbf{k}_G$, $\mathbf{k}_P$ i $\mathbf{k}_U$.

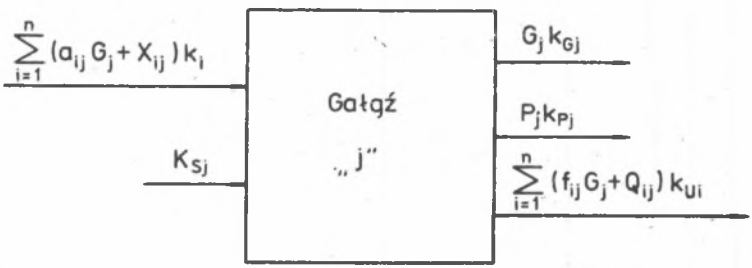
Wektor średnich kosztów jednostkowych nośników energii ujmuje równanie:

$$\mathbf{k} = \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{G}^D\,\mathbf{k}_G + \mathbf{P}^D\,\mathbf{k}_P + \mathbf{L}^D\,\mathbf{k}_U + \mathbf{D}^D\,\mathbf{k}_D + \mathbf{T}), \tag{15}$$

przy czym:

$$\mathbf{H} = \mathbf{S}^{-1}(\mathbf{G}^D + \mathbf{P}^D + \mathbf{L}^D + \mathbf{D}^D), \tag{16}$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{F}\,\mathbf{G} + \mathbf{Q}\,\mathbf{E}_1 + \bar{\mathbf{F}}\,\bar{\mathbf{G}} + \bar{\mathbf{Q}}\,\mathbf{E}_2. \tag{17}$$



Rys. 2. Bilans kosztów dla gałęzi produkcyjnej
Fig. 2. Costs balance for a production branch

Równanie (14) przekształca się ze względu na nieznany wektor $\mathbf{k}_G$. W tym celu należy do algorytmu wyznaczania kosztów jednostkowych nośników energii wprowadzić zależności wiążące wektory $\mathbf{k}_P$ i $\mathbf{k}_U$ z wektorem $\mathbf{k}_G$. Uzasadnione jest wprowadzenie zależności liniowych [3, 5]:

$$\mathbf{k}_P = \alpha\,\mathbf{k}_G + \beta, \tag{18}$$

$$\mathbf{k}_U = \gamma\,\mathbf{k}_G + \delta, \tag{19}$$

gdzie α i γ oznaczają macierze o wymiarach n x n, β i δ zaś n-wektory kolumnowe, których elementy stanowią współczynniki liniowych równań (18) i (19).

Wprowadzając zależności (15), (18) i (19) do (14) otrzymuje się:

$$\mathbf{k}_G = \mathbf{M}^{-1}\,\mathbf{R}, \tag{20}$$

przy czym:

$$\mathbf{M} = \mathbf{G}^D + \mathbf{P}^D\alpha + (\mathbf{F}\,\mathbf{G}^D + \mathbf{Q})^T\gamma - (\mathbf{A}\,\mathbf{G}^D + \mathbf{X})^T\,\mathbf{H}^{-1}\,(\mathbf{G}^D + \mathbf{P}^D\alpha + \mathbf{L}^D\gamma), \tag{21}$$

$$\mathbf{R} = (\mathbf{A}\,\mathbf{G}^D + \mathbf{X})^T\,\mathbf{H}^{-1}\,(\mathbf{P}^D\beta + \mathbf{L}^D\delta + \mathbf{D}^D\,\mathbf{k}_D + \mathbf{T}) +$$

$$+ \mathbf{K}_S - \mathbf{P}^D\beta - (\mathbf{F}\,\mathbf{G}^D + \mathbf{Q})^T\delta\,. \tag{22}$$

Wektory $\mathbf{k}_P$ i $\mathbf{k}_U$ kosztów jednostkowych podstawowej części produkcji głównej i produktów ubocznych wyznacza się z równań (18) i (19). Wektor k średnich kosztów jednostkowych nośników energii wynika z równania (15).

4. MODEL MATEMATYCZNY NIELINIOWY KRÓTKOOKRESOWEGO BILANSU GOSPODARKI ENERGETYCZNEJ ZAKŁADU PRZEMYSŁOWEGO

W celu operatywnego kierowania gospodarką energetyczną zakładu przemysłowego konieczne jest sporządzenie i optymalizacja bilansów dla krótkich odcinków czasowych, takich jak doba lub zmiana. Założenie o liniowości związków między produkcją a zużyciem i ubocznym wytwarzaniem nośników energii stanowi wówczas zbyt grube uproszczenie. Tworząc model bilansu dla krótkich odcinków czasowych należy uwzględnić rzeczywiste charakterystyki energetyczne maszyn i urządzeń oraz ich zespołów. Charakterystyki te są z reguły nieliniowe. W niektórych przypadkach mogą być przedziałami liniowe. Mogą też posiadać punkty nieciągłości.

W modelu przyjęto następujące założenia:

a) bilanse gospodarki energetycznej sporządza się dla poszczególnych godzin analizowanej doby lub zmiany; bilanse zmianowe i dobowe tworzy się poprzez składanie (sumowanie) bilansów godzinowych,
b) dla kolejnych okresów dobowych dany jest harmonogram pracy i postojów remontowych dla urządzeń energetycznych i energotechnologicznych,
c) prognozy rzeczywistych wykresów zapotrzebowania nośników energii przez podsystem technologiczny podają zapotrzebowanie średnie dla poszczególnych godzin analizowanego okresu dobowego lub zmianowego,
d) w modelu uwzględnia się możliwość akumulacji nośników energii za pomocą elementów akumulacyjnych o charakterze skupionym (zbiorniki gazu, zasob-

niki pary i gorącej wody); są one przeznaczone do wyrównywania długotrwałych wahań między wytwórczością i zapotrzebowaniem; wahania krótkotrwałe występujące w okresie godziny są pokrywane dzięki zdolnościom akumulacyjnym sieci rurociągów.

Cele modelu:

- prognoza bilansu energetycznego na najbliższą dobę dla potrzeb służb dyspozytorskich,
- bieżąca korekta prognozy bilansu dobowego,
- sporządzenie bilansu w przypadku sytuacji awaryjnych w zasilaniu zakładu nośnikami energii; model spełniałby wówczas funkcję doradczą dla głównego energetyka zakładu.

Dane do sporządzenia modelu:

- prognozy wykresów rzeczywistych zapotrzebowania nośników energii dla podsystemu technologicznego oraz wykresy rzeczywiste ubocznego wytwarzania nośników energii,
- prognozy rzeczywistych zużyć nośników energii do celów ogólnozakładowych, sprzedaży na zewnątrz oraz znanych a priori dostaw zewnętrznych uzupełniających własną wytwórczość,
- charakterystyki energetyczne poszczególnych maszyn i urządzeń energetycznych lub zespołów maszyn i urządzeń z uwzględnieniem harmonogramu remontów,
- dla elementów akumulacyjnych skupionych dane są stany początkowe naładowania zbiorników i zasobników oraz dane są średniogodzinowe strumienie nośników energii doprowadzanych i wyprowadzanych z urządzeń akumulacyjnych.

Nośniki energii mogą pochodzić z następujących źródeł:

- podstawowe urządzenia wytwórcze,
- szczytowe urządzenia wytwórcze,
- wytwórczość uboczna w gałęziach energetycznych i technologicznych,
- dostawa zewnętrzna (uzupełniająca i wyłączna),
- wyładowanie urządzenia akumulacyjnego.

Układ równań bilansów nośników energii dla rozpatrywanego godzinowego odcinka czasowego ma następującą postać:

$$\bigwedge_i : \dot{G}_i + \dot{P}_i + \sum_{j=i}^{n}\left[\dot{U}_{ij}(\dot{G}_j) + \dot{U}_{ij}(\dot{P}_j)\right] + \sum_{k=1}^{p} \bar{\dot{U}}_{ik} + \dot{D}_i =$$

$$= \sum_{j=1}^{n}\left[\dot{Z}_{ij}(\dot{G}_j) + \dot{Z}_{ij}(\dot{P}_j)\right] + \sum_{k=1}^{p} \bar{\dot{Z}}_{ik} + \dot{Y}_i + \Delta\dot{C}_i + \dot{K}_i + \dot{V}_i, \qquad (23)$$

Zespół niewiadomych w układzie nieliniowych równań modelu matematycznego krótkookresowego bilansu energetycznego stanowią:

- część szczytowa $\dot{G}_i$ lub podstawowa $\dot{P}_i$ produkcji głównej nośników energii,
- część a priori nieznanych dostaw zewnętrznych $\dot{D}_i$ lub sprzedaży $\dot{K}_i$ nośników energii,
- przyrost $\Delta\dot{C}_i$ lub zmniejszenie $(-\Delta\dot{C}_i)$ ilości nośnika energii podlegającego akumulacji,
- wielkość strat $\dot{V}_i$ niektórych nośników energii.

Układ równań (23), stanowiący zapis algorytmu modelu symulacyjnego, podlega dekompozycji analogicznie do przypadku bilansu długookresowego. Kolejność obliczeń grup gałęzi jest taka sama jak w przypadku bilansu długookresowego.

W wersji optymalizacyjnej modelu wykorzystuje się zasady dekompozycji według metody Lagrange'a. Można wykazać, że procedurę koordynacyjną stanowi metoda macierzowa wyznaczania kosztów jednostkowych nośników energii. Nieoznaczone czynniki Lagrange'a są równe w tym przypadku kosztom jednostkowym nośników energii. Roboczą postać funkcji celu tworzy się dodając do wyjściowej funkcji K_e ograniczenie równościowe (23) pomnożone przez średnioważone koszty jednostkowe nośników energii:

$$L = K_e + \sum_{i=1}^{n} k_i \left\{ \sum_{j=1}^{n} \left[\dot{Z}_{ij}(\dot{G}_j) + \dot{Z}_{ij}(\dot{P}_j) - \dot{U}_{ij}(\dot{G}_j) - \dot{U}_{ij}(\dot{P}_j) \right] + \right.$$

$$\left. + \Delta\dot{C}_i - \dot{G}_i - \dot{P}_i - \dot{D}_i \right\} \longrightarrow \min. \tag{24}$$

W funkcji celu (24) pominięto człony stałe nie wpływające na położenie ekstremum. Zadanie optymalizacyjne (24) jest rozwiązywane za pomocą procedury iteracyjnej. Na górnym poziomie hierarchii (poziom gospodarki energetycznej zakładu) sporządza się bilans nośników energii i wyznacza koszty jednostkowe nośników energii. W pierwszym przybliżeniu koszty jednostkowe nośników energii zakłada się. W następnych przybliżeniach do obliczania kosztów jednostkowych nośników energii wykorzystuje się metodę macierzową wyznaczania kosztów jednostkowych nośników energii [5] jako procedurę koordynacyjną. Informacja o kosztach nośników energii jest przekazywana na dolny poziom hierarchii (poziom optymalizacji poszczególnych gałęzi energetycznych), gdzie rozwiązywane są następujące cząstkowe zagadnienia optymalizacyjne:

- optymalny rozdział obciążeń między urządzenia podstawowe i szczytowe,
- optymalizacja wielkości uzupełniających dostaw zewnętrznych,
- optymalizacja stopnia naładowania urządzenia akumulacyjnego,
- optymalizacja zasilania paliwami z uwzględnieniem możliwości substytucji.

Funkcja celu dla poszczególnych gałęzi energetycznych ma następującą postać:

$$L_j = K_{ej} + \sum_{i=1}^{n} \left\{ \left[\dot{Z}_{ij}(\dot{G}_j) + \dot{Z}_{ij}(\dot{P}_j) \right] k_i - \dot{U}_{ij}(\dot{G}_j) + \right.$$

$$\left. + \dot{U}_{ij}(\dot{P}_j) \right] k_{ui} \Big\} \longrightarrow \min. \tag{25}$$

Po wyznaczeniu na poziomie gałęzi w kolejnej iteracji wartości zmiennych decyzyjnych $\dot{G}_i$, $\dot{P}_i$, $\dot{D}_i$, $\dot{D}_{is}$ następuje powrót na górny poziom hierarchii, gdzie po sporządzeniu bilansu energetycznego podsystemu energetycznego wyznacza się poprawione koszty jednostkowe nośników energii. Stanowią one podstawę do optymalizacji poszczególnych gałęzi energetycznych na dolnym poziomie hierarchii w kolejnej iteracji. Koniec iteracji wynika z przyjętej dokładności wyznaczenia kosztów jednostkowych nośników energii.

5. MODEL MATEMATYCZNY OPTYMALIZACYJNY DOBORU STRUKTURY GOSPODARKI ENERGETYCZNEJ ZAKŁADU PRZEMYSŁOWEGO W FAZIE PROJEKTU WSTĘPNEGO

Dobór struktury gospodarki energetycznej zakładu przemysłowego polega na utworzeniu optymalnego układu maszyn i urządzeń energetycznych, wyznaczeniu ich nominalnych mocy i wydajności oraz na określeniu powiązań pomiędzy elementami układu wynikających z przepływu nośników energii. Struktura gospodarki energetycznej jest wyznaczana w fazie projektowania wstępnego. W tej fazie projektowania tworzy się scenariusz gospodarki energetycznej dla zadanego układu podsystemu technologicznego. Na podstawie scenariusza opracowuje się uniwersalną listę nośników energii i aktualizuje się zbiór informacji o maszynach i urządzeniach wytwarzających produkty główne znajdujące się na uniwersalnej liście nośników energii [6]. Każdemu nośnikowi energii wytwarzanemu jako produkt główny odpowiada podzbiór rozwiązań projektowych. Ze zbioru rozwiązań projektowych utworzonych dla wszystkich produktów głównych gospodarki energetycznej generuje się wszystkie możliwe warianty podsystemu energetycznego, poddając je weryfikacji w celu uzyskania zbioru wariantów użytecznych. Celem projektu wstępnego jest wyznaczenie wariantu optymalnego. Funkcję celu stanowi minimum rocznych kosztów wytwarzania i zakupu nośników energii z uwzględnieniem strat produkcyjnych spowodowanych niedostarczeniem nośników energii w wymaganej przez podsystem technologiczny ilości:

$$K_R = (\varphi_P + \beta_P) I_P + (\varphi_G + \beta_G) I_G + (\varphi_D + \beta_D) I_D + \alpha_P \dot{P}_n +$$

$$+ \alpha_G \dot{G}_n + \alpha_D \dot{D}_n + \varkappa_P P + \varkappa_G G + \varkappa_D D + K_T \longrightarrow \min. \tag{26}$$

Zmiennymi decyzyjnymi są wektory $\dot{P}_n$, $\dot{G}_n$, $\dot{D}_n$ ujmujące odpowiednio wydajności nominalne urządzeń podstawowych, szczytowych i wielkości dostaw zewnętrznych. Wektory $\mathbf{P}, \mathbf{G}, \mathbf{D}$ są związane równaniem modelu matematycznego bilansu gospodarki energetycznej, które stanowi globalne ograniczenie równościowe:

$$\mathbf{P} + \mathbf{G} + \mathbf{F}_P \mathbf{P} + \mathbf{F}_G \mathbf{G} + \bar{\mathbf{F}} \bar{\mathbf{G}} + \mathbf{Q} \mathbf{E}_1 + \bar{\mathbf{Q}} \mathbf{E}_2 + \mathbf{D} =$$

$$= \mathbf{S}(\mathbf{A}_P \mathbf{P} + \mathbf{A}_G \mathbf{G} + \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{G}} + \mathbf{X} \mathbf{E}_1 + \bar{\mathbf{X}} \mathbf{E}_2 + \mathbf{K} + \mathbf{Y}). \tag{27}$$

Dalsze ograniczenia dotyczą poszczególnych gałęzi i wynikają z limitowania dostaw zewnętrznych, ze zdolności produkcyjnych gałęzi wytwórczych nośników energii i z maksymalnego zapotrzebowania chwilowego na każdy z nośników energii. Indeks "P" dotyczy urządzeń podstawowych, indeks "G" odnosi się do urządzeń szczytowych.

W modelu matematycznym opisanym równaniami (26) i (27) nieznane są macierze $\mathbf{A}_G$, $\mathbf{A}_P$, $\mathbf{F}_G$, $\mathbf{F}_P$ powiązań międzygałęziowych oraz wektory $\mathbf{X}\,\mathbf{E}_1$ oraz $\mathbf{Q}\,\mathbf{E}_1$. Wektory $\mathbf{P}, \mathbf{G}, \mathbf{D}$ należy wyznaczyć na drodze optymalizacji. W procesie projektowania gospodarki energetycznej znane są na podstawie założeń projektowych wyłącznie wektory $(\bar{\mathbf{A}}\,\bar{\mathbf{G}} + \bar{\mathbf{X}})\mathbf{E}_2$ oraz $(\bar{\mathbf{F}}\,\bar{\mathbf{G}} + \bar{\mathbf{Q}})\mathbf{E}_2$. Należy zaznaczyć, że w fazie projektu wstępnego nieznane są zarówno wartości współczynników będących elementami macierzy $\mathbf{A}_G$, $\mathbf{A}_P$, $\mathbf{F}_G$, $\mathbf{F}_P$, jak i konfiguracja powiązań międzygałęziowych.

Procedura obliczeniowa obejmuje następujące zadania cząstkowe:

a) dobór wariantów układu gospodarki energetycznej zakładu przemysłowego,
b) dobór struktury macierzy $\mathbf{A}_P$, $\mathbf{A}_G$, $\mathbf{F}_P$, $\mathbf{F}_G$ powiązań międzygałęziowych w gospodarce energetycznej,
c) analizę strukturalną macierzy powiązań międzygałęziowych,
d) sporządzenie wykresów uporządkowanych sumarycznego zapotrzebowania na każdy z nośników energii,
e) wyznaczenie elementów macierzy $\mathbf{A}_P$, $\mathbf{A}_G$, $\mathbf{F}_P$, $\mathbf{F}_G$,
f) dobór mocy nominalnych urządzeń wytwórczości podstawowej i szczytowej oraz nominalnych strumieni dostaw zewnętrznych.

Trzy ostatnie zadania są ściśle ze sobą powiązane. Ich rozwiązanie wymaga dekompozycji globalnego zadania optymalizacyjnego i zastosowanie procedury iteracyjnej.

Nośniki energii zgrupowane na liście uniwersalnej można podzielić na dwie grupy:

a) nośniki energii wytwarzane jako produkty główne w podsystemie energetycznym,
b) nośniki energii wytwarzane ubocznie w podsystemie energetycznym lub technologicznym i nie uzupełniające produkcji głównej oraz nośniki energii stanowiące wyłącznie dostawy zewnętrzne.

Struktura drugiej grupy nośników energii jest ściśle uzależniona od struktury zapotrzebowania nośników energii przez podsystem technologiczny i od struktury wytwarzania produktów głównych w gałęziach energetycznych.

Każdemu nośnikowi energii wytwarzanemu jako produkt główny odpowiada temat projektowy. Z tematem projektowym jest związany podzbiór rozwiązań projektowych ujmujący wszystkie technicznie możliwe i ekonomicznie uzasadnione sposoby wytwarzania danego nośnika energii. Każde p-te rozwiązanie projektowe jest opisane za pomocą macierzy binarnej $\mathbf{A}_p^b$ charakteryzującej zużycie nośników energii w rozpatrywanym p-tym rozwiązaniu projektowym.

Z rozwiązań projektowych tworzy się zbiór wszystkich możliwych wariantow struktury gospodarki energetycznej wybierając po jednym rozwiązaniu z każdego tematu projektowego. Każdy l-ty wariant struktury gospodarki energetycznej jest opisany za pomocą binarnego wektora kolumnowego $\mathbf{W}_l$, którego elementy niezerowe odpowiadają wybranym rozwiązaniom projektowym. Wektor ten wykorzystuje się następnie do wyznaczenia macierzy binarnych $\mathbf{A}_G^b$, $\mathbf{A}_P^b$, $\mathbf{F}_G^b$, $\mathbf{F}_P^b$. Na przykład macierz binarna $\mathbf{A}_G^b$ wynika z równania:

$$\mathbf{A}_G^b = \left[\mathbf{A}_{1G}^b,\ldots,\mathbf{A}_{pG}^b,\ldots,\mathbf{A}_{mG}^b\right]\mathbf{W}_l. \tag{28}$$

Na podstawie uzyskanych macierzy $\mathbf{A}_G^b$, $\mathbf{A}_P^b$, $\mathbf{F}_P^b$, $\mathbf{F}_G^b$ tworzy się przy wykorzystaniu zasad algebry Boole'a macierz $(\mathbf{A}^b + \mathbf{F}^b)$ charakteryzującą powiązania międzygałęziowe. Macierz ta podlega następnie analizie strukturalnej, która ma na celu uzyskanie struktury macierzy powiązań międzygałęziowych najlepiej przystosowanej do dalszych obliczeń. W pierwszej kolejności przeprowadza się sortowanie gałęzi wydzielając wśród nich blok typu "wyjście", blok "centrum" oraz blok typu "wejście". Nośniki energii należące do bloku "wyjście" są zużywane wyłącznie w podsystemie technologicznym. Gałęzie typu "wejście" charakteryzują się tym, że nie są zużywane w nich inne nośniki energii. Gałęzie należące do bloku "centrum" charakteryzują się wzajemnymi powiązaniami między sobą wynikającymi ze zużycia i ubocznego wytwarzania. W gałęziach należących do tej grupy występują powiązania o charakterze sprzężeń zwrotnych.

W dalszym ciągu analizy strukturalnej wyróżnia się wśród gałęzi należących do bloku "centrum" podsystemy silnie spójne. Podziałowi na podsystemy silnie spójne odpowiada dekompozycja układu równań bilansowych nośników energii na podukłady o mniejszych wymiarach, przy czym zależności między wyróżnionymi podukładami wyrażają się poprzez określoną kolejność ich obliczeń. W wyniku tego podmacierz "centrum" zostaje przekształcona do macierzy blokowej trójkątnej górnej. Powiązania pomiędzy gałęziami należącymi do różnych podsystemów silnie spójnych mają charakter powiązań szeregowych. Powiązania o charakterze sprzężeń zwrotnych występują wyłącznie pomiędzy gałęziami należącymi do tego samego podsystemu silnie spójnego [6].

Dobór mocy nominalnych urządzeń podstawowych i szczytowych oraz wielkości nominalnych dostaw zewnętrznych przeprowadza się na drodze optymalizacji.

W tym celu konieczna jest znajomość uporządkowanych wykresów zapotrzebowania na każdy z nośników energii oraz znajomość technicznych współczynników zużycia i ubocznego wytwarzania nośników energii. Techniczne współczynniki zużycia i ubocznego wytwarzania nośników energii wyznaczane na podstawie charakterystyk energetycznych urządzeń zależą zarówno od wielkości mocy nominalnych, jak również od obciążenia. Zatem sporządzenie uporządkowanych wykresów zapotrzebowania na nośniki energii, wyznaczanie współczynników zużycia i ubocznego wytwarzania nośników energii oraz dobór mocy nominalnych są zadaniami wzajemnie ze sobą powiązanymi.

Dla ich rozwiązania konieczna jest dekompozycja globalnego zadania optymalizacyjnego. Zastosowano w tym celu metodę mnożników Lagrange'a [2]. Można dowieść, że w rozpatrywanym przypadku mnożniki Lagrange'a są kosztami jednostkowymi nośników energii [8]. Zatem funkcja celu (26) po uwzględnieniu równania więzów (27) i po pominięciu członów stałych nie wpływających na położenie minimum przyjmuje postać:

$$L = K_R + \mathbf{k}^T\left[\mathbf{S}(\mathbf{A}_P\,\mathbf{P} + \mathbf{A}_G\,\mathbf{G} + \mathbf{X}\,\mathbf{E}_1) - \mathbf{P} - \mathbf{G} - \mathbf{D} - \right.$$

$$\left. - \mathbf{F}_P\,\mathbf{P} - \mathbf{F}_G\,\mathbf{G} - \mathbf{Q}\,\mathbf{E}_1\right] \longrightarrow \min. \tag{29}$$

Wektor $\mathbf{k}$ kosztów jednostkowych nośników energii oblicza się na poziomie koordynacji za pomocą metody macierzowej wyznaczania kosztów jednostkowych nośników energii [5]. Zgodnie z zasadami dekompozycji zakłada się, że na poziomie optymalizacji gałęzi wektor $\mathbf{k}$ kosztów jednostkowych jest ustalony. Funkcja celu dla j-tej gałęzi ma postać:

$$L_j = (\varrho_{Pj} + \beta_{Pj})I_{Pj} + (\varrho_{Gj} + \beta_{Gj})I_{Gj} + (\varrho_{Dj} + \beta_{Dj})I_{Dj} +$$

$$+ \alpha_{Pj}\,\dot{P}_{nj} + \alpha_{Gj}\,\dot{G}_{nj} + \alpha_{Dj}\,\dot{D}_{nj} + \gamma_{Pj}\,P_j + \gamma_{Gj}\,G_j +$$

$$+ \gamma_{Dj}\,D_j + K_{Tj} + \sum_{i=1}^{n} k_i\,X_{ij} - \sum_{i=1}^{n}(1 - \varepsilon_i)\,k_{ui}\,Q_{ij} +$$

$$+ P_j\left[\sum_{i=1}^{n} a_{ij}^{P}\,k_i - \sum_{i=1}^{n}(1 - \varepsilon_i)f_{ij}^{P}\,k_{ui}\right] +$$

$$+ G_j\left[\sum_{i=1}^{n} a_{ik}^{G}\,k_i - \sum_{i=1}^{n}(1 - \varepsilon_i)f_{ij}^{G}\,k_{ui}\right] \longrightarrow \min. \tag{30}$$

Zmiennymi decyzyjnymi w równaniu (30) są moce nominalne $\dot{P}_{nj}$, $\dot{G}_{nj}$, $\dot{D}_{nj}$. W celu rozwiązania zadania optymalizacyjnego (30) musi być zadany na poziomie optymalizacji gałęzi wykres uporządkowany sumarycznego zapotrzebowania na rozpatrywany nośnik energii oraz współczynniki zużycia i ubocznego wytwa-

rzania nośników energii. Uwzględnia się ograniczenia wynikające z limitowania dostaw zewnętrznych. Rozdział produkcji między urządzenia podstawowe i szczytowe oraz dostawy zewnętrzne wynika, przy zadanym wykresie uporządkowanym zapotrzebowania, z doboru mocy nominalnych.

W celu wyznaczenia uporządkowanych wykresów zapotrzebowania na nośniki energii przekształca się równanie bilansu nośników energii do postaci [7]:

$$\Omega = (S\,A - F)\Omega + (S\,\bar{A} - \bar{F})\bar{G} + \Pi\,, \tag{31}$$

przy czym:

$$\Omega = P + G + D, \tag{32}$$

$$\Pi = (S\,X - Q)E_1 + (S\,\bar{X} - \bar{Q})E_2 + S\,Y + K. \tag{33}$$

Elementy macierzy A i F dla gałęzi energetycznych są zdefiniowane następująco:

$$a_{ij} = \frac{a^P_{ij}P_j + a^G_{ij}G_j}{\Omega_j} \tag{34}$$

$$f_{ij} = \frac{f^P_{ij}P_j + f^G_{ij}G_j}{\Omega_j} \tag{35}$$

gdzie:

a^P_{ij}, a^G_{ij} - współczynniki zużycia i-tego nośnika energii w urządzeniu podstawowym i szczytowym j-tej gałęzi,

f^P_{ij}, f^G_{ij} - współczynniki ubocznego wytwarzania i-tego nośnika energii w urządzeniu podstawowym i szczytowym j-tej gałęzi.

W zespole technologicznym wyróżnia się gałąź sterującą. O sumarycznym wykresie uporządkowanym zapotrzebowania na dany nośnik energii związany z produkcją rozpatrywanego zespołu technologicznego decyduje uporządkowany wykres produkcji gałęzi sterującej. Wykres sumaryczny uzyskuje się po przemnożeniu rzędnych przez współczynnik wzmocnienia, który uwzględnia wzajemne powiązania w zespole technologicznym oraz powiązania w podsystemie energetycznym. Dla i-tego nośnika energii i r-tego zespołu technologicznego można zapisać [7]:

$$\Omega_{ir}(\tau) = W^r_{is}\bar{G}^r_s(\tau), \tag{36}$$

gdzie:

$\Omega_{ir}(\tau)$ - uporządkowany wykres sumarycznego zapotrzebowania i-tego nośnika energii dla r-tego zespołu technologicznego, w którym realizowane są procesy o charakterze ciągłym,

W_{is}^{r} - współczynnik wzmocnienia uwzględniający zużycie bezpośrednie nośnika energii oraz zużycie pośrednie wynikające z powiązań technologicznych i energetycznych między gałęzią sterującą "s" a nośnikiem energii "i",

$\bar{G}_{s}^{r}(\tau)$ - uporządkowany wykres produkcji s-tej gałęzi sterującej w r-tym zespole technologicznym.

Współczynnik wzmocnienia W_{is}^{r} wyznacza się za pomocą reguły Masona przypisującej układowi równań (31) graf przepływu sygnałów, którego wierzchołkami są elementy wektorów $\mathbf{\Omega}$, $\bar{\mathbf{G}}$ i $\mathbf{\Pi}$.

W przypadku zużyć nośników energii na cele niezależne od wielkości produkcji i sprzedaży na zewnątrz zakładu wielkościami danymi do obliczeń są wykresy uporządkowane $\Pi(\tau)$ zapotrzebowania nośników energii. Zużycia nośników energii wewnątrz podsystemu energetycznego uwzględnia się poprzez równanie bilansowe (31), które w tym przypadku ma postać:

$$\mathbf{\Omega}_{\Pi}(\tau) = (\mathbf{S}\,\mathbf{A} - \mathbf{F})\mathbf{\Omega}_{\Pi}(\tau) + \mathbf{\Pi}(\tau), \tag{37}$$

gdzie:

$\mathbf{\Omega}_{\Pi}(\tau)$ - wektor ujmujący sumaryczne zapotrzebowanie nośników na cele niezależne od wielkości produkcji i sprzedaż,

$\mathbf{\Pi}(\tau)$ - wektor ujmujący bezpośrednie zapotrzebowanie nośników energii na cele niezależne od wielkości produkcji i sprzedaż.

Przekształcając równanie (37) ze względu na $\mathbf{\Omega}_{\Pi}(\tau)$ otrzymuje się:

$$\mathbf{\Omega}_{\Pi}(\tau) = (\mathbf{E} - \mathbf{S}\,\mathbf{A} + \mathbf{F})^{-1}\,\mathbf{\Pi}(\tau). \tag{38}$$

Sumaryczny wykres uporządkowany zapotrzebowania i-tego nośnika energii na cele niezależne od wielkości produkcji i sprzedaż ujmuje równanie:

$$\Omega_{i\Pi}(\tau) = A_{i1}\Pi_1(\tau) * A_{i2}\Pi_2(\tau) * A_{ij}\Pi_j(\tau) * \ldots * A_{in}\Pi_n(\tau), \tag{39}$$

gdzie "*" oznacza operację splotu. Przyjęto założenie, że wykresy uporządkowane $\Pi_1(\tau), \ldots, \Pi_n(\tau)$ są wzajemnie od siebie niezależne.

Bazując na niezależności wykresów uporządkowanych zapotrzebowania nośników energii dla rozpatrywanych zespołów technologicznych oraz zużyć niezależnych od wielkości produkcji i sprzedaży, można za pomocą operacji splotu (kompozycji) [3] uzyskać wykres uporządkowany sumarycznego zapotrzebowania i-tego nośnika energii według relacji:

$$\Omega_i(\tau) = \Omega^I_{i1}(\tau) * \ldots * \Omega^I_{ir}(\tau) * \ldots * \Omega^I_{iR}(\tau) * \Omega_{i\Pi}(\tau). \tag{40}$$

Jeżeli dla nośnika rozpatrywanego w grupie zużyć niezależnych od wielkości produkcji i sprzedaży występują w roku różne okresy zapotrzebowania (np. ciepło grzejne, ciepła wody użytkowa), wówczas wykres uporządkowany rozdziela się na poszczególne charakterystyczne okresy. Operację splotu przeprowadza się dla każdego okresu oddzielnie, a następnie sporządza się sumaryczny wykres uporządkowany.

Algorytm doboru mocy nominalnych metodą dekompozycji globalnego zadania optymalizacyjnego jest oparty na procedurze iteracyjnej. W kolejnym kroku iteracyjnym przyjmuje się na poziomie optymalizacji gałęzi, że wektor **k** kosztów jednostkowych nośników energii jest zadany. Zakłada się również w macierzy powiązań międzygałęziowych współczynniki o charakterze sprzężeń zwrotnych. W ramach podsystemów silnie spójnych realizuje się wewnętrzną pętlę iteracyjną dotyczącą sprzężeń zwrotnych. Po rozwiązaniu w kolejnym kroku zadania optymalizacyjnego (30) dla wszystkich gałęzi następuje powrót na poziom koordynacji, gdzie wyznacza się poprawiony wektor kosztów jednostkowych nośników energii. W następnym kroku iteracyjnym wykorzystuje się poprawiony wektor kosztów jednostkowych na poziomie optymalizacji poszczególnych gałęzi. Koniec iteracji wynika z przyjętej dokładności wyznaczania kosztów jednostkowych nośników energii.

LITERATURA

[1] Leontief W.W.: The structure of American economy 1919-1939. New York 1951.

[2] Popyrin L.S.: Matematiczeskoje modelirowanije i optimizacija tiepłoenergeticzeskich ustanowok. Energija, Moskwa 1978.

[3] Szargut J.: Analiza termodynamiczna i ekonomiczna w energetyce przemysłowej. WNT, Warszawa 1983.

[4] Szargut J., Ziębik S.: Model matematyczny liniowy bilansu materiałowo-energetycznego huty żelaza. Archiwum Energetyki nr 2, 1972.

[5] Ziębik A., Gwóźdź J.: Metoda macierzowa wyznaczania kosztów jednostkowych w gospodarce energetycznej zakładu przemysłowego. Archiwum Energetyki nr 1-2, 1983.

[6] Ziębik A., Presz K.: Metoda systemowa doboru struktury macierzy powiązań międzygałęziowych w projekcie wstępnym gospodarki energetycznej zakładu przemysłowego. Archiwum Energetyki nr 1, 1984.

[7] Ziębik A., Presz K.: Zastosowanie teorii przepływów międzygałęziowych do sporządzania wykresów uporządkowanych sumarycznego zapotrzebowania nośników energii w zakładzie przemysłowym. Archiwum Energetyki nr 2, 1987.

[8] Ziębik A.: Model matematyczny bilansu energetycznego dla potrzeb projektu wstępnego gospodarki energetycznej zakładu przemysłowego. Problemy Projektowe nr 3, 1986.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ХОЗЯЙСТВА

Р е з ю м е

В статье представлены математические модели для управления эксплуатацией действующих и для проектирования новых энергетических систем промышленных предприятий. Линейную математическую модель энергетического хозяйства используют для составления долгосрочного энергетического баланса промышленного предприятия. На принципах этой модели основан алгоритм матричного метода определения стоимости единицы энергоносителей. Для оперативного управления эксплуатацией энергетического хозяйства, построена нелинейная математическая модель суточного энергетического баланса промышленного предприятия. Системный подход к определению оптимальной структуры энергетического хозяйства промышленного предприятия является современным методом решения предварительного проекта энергетического хозяйства.

MATHEMATICAL MODELLING OF ENERGY MANAGEMENT SYSTEMS

S u m m a r y

The paper presents mathematical models of energy management concerning the production control and design of energy subsystems of industrial plants. A linear mathematical model of energy management for a long-term balancing of energy carriers in industrial plants has been used. Basing on equations of the linear mathematical model a matrix method of calculating the unit costs of energy carriers has been prepared. For production control a non-linear mathematical model of the energy balance for one shift and for twenty-four hours has been applied. The system approach to the determination of the structure of energy management presented in this paper is an up-to-data tool in preliminary designing of an energy subsystem in industrial plants.