ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1972
Seria: Mechanika z. 47 Nr kol. 339

Józef PRZYBYLSKI
Instytut Transportu i Komunikacji

WPŁYW WSKAŹNIKA PRZYPORU NA DYNAMIKĘ PRZEKŁADNI WALCOWYCH O ZĘBACH SKOŚNYCH

Streszczenie. Na podstawie badań przeprowadzonych dla przekładni walcowych o zębach skośnych stwierdzono, że siły dynamiczne można znacznie ograniczyć dobierając odpowiednie wartości wskaźnika przyporu. Potwierdzona została podstawowa teza, że najmniejsze nadwyżki dynamiczne występują przy wskaźniku przyporu, poskokowym lub wypadkowym, wyrażającym się liczbą całkowitą.

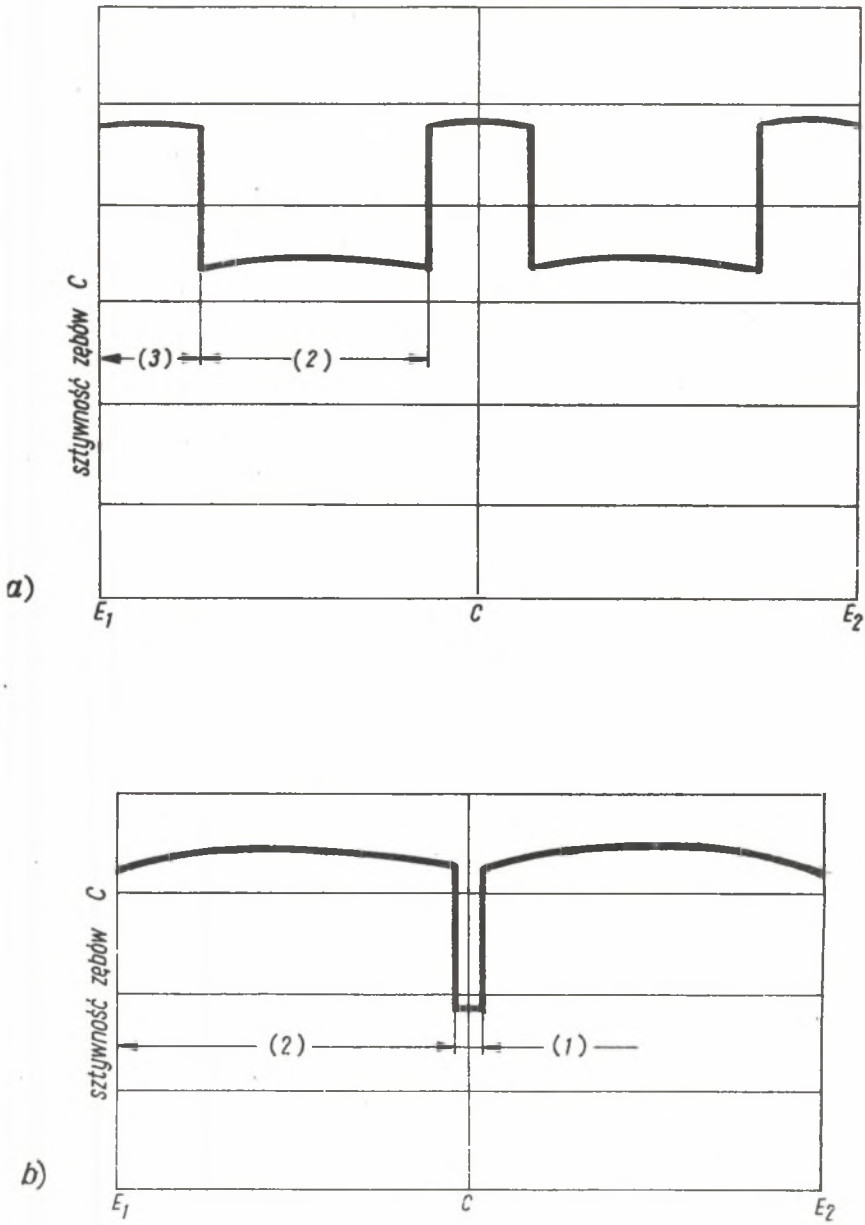
Ponadto, w czasie badań została zweryfikowana przydatność metody wyznaczania nadwyżek dynamicznych przez pomiar przyspieszeń drgań stycznych koła zębatego

Wstęp

Stały wzrost wskaźnika obciążenia oraz szybkobieżności budowanych aktualnie przekładni zębatych, przy równoczesnych tendencjach do zwiększenia niezawodności działania, pociąga za sobą konieczność dokładnego rozeznania zjawisk towarzyszących powstawaniu sił dynamicznych.

Wielkość nadwyżek dynamicznych rośnie wraz ze wzrostem prędkości obwodowej kół zębatych. Szczególnie więc w przypadku konstruowania przekładni silnie obciążonych nabiera dużego znaczenia zagadnienie zmniejszania nadwyżek dynamicznych.

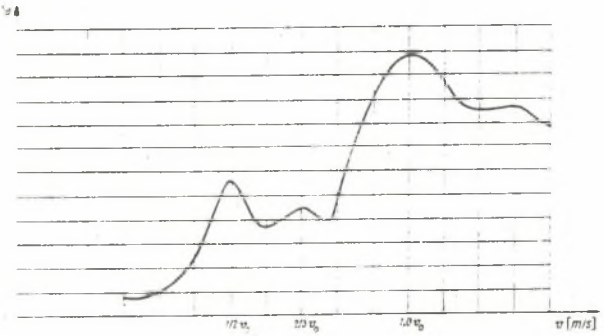
Stosując koła o zębach skośnych można w poważnym stopniu ograniczyć występujące w przekładni nadwyżki dynamiczne. Na podstawie rozważań teoretycznych dochodzi się do wniosku, że dla pracy przekładni korzystne są przypadki, w których wskaźnik przyporu jest liczbą całkowitą. W literaturze brak było jednak szczegółowych danych dotyczących tego zagadnienia, istniała więc potrzeba wyznaczenia ich na drodze doświadczalnej. Próbę zbadania tego zjawiska podjął autor pod naukowym kierownictwem Prof. dr h. inż. Ludwika Müllera.



Rys. 1. Sztywność zębów skośnych: a) $\varepsilon = 2{,}3$; b) $\varepsilon = 1{,}9$, (1) – jedna para, (2) – dwie pary, (3) – trzy pary

1. Wpływ sztywności zazębienia i prędkości obwodowej na wartość nadwyżek dynamicznych

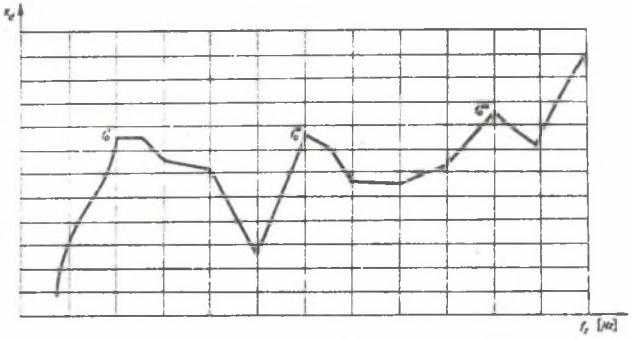
Jednym z głównych powodów powstawania sił dynamicznych, zwłaszcza w nowoczesnych dokładnie wykonanych przekładniach, jest zmiana sztywności zazębienia, która wywołana jest zmianą liczby zębów przenoszących w danej chwili obciążenie. Przebieg zmiany sztywności przedstawiono schematycznie na rys. 1. Wskutek okresowych zmian sztywności zazębienia zostają wzbudzone drgania układu, w wyniku których powstają siły dynamiczne. Siły te osiągają szczególnie duże wartości w przypadkach, gdy częstotliwość zazębiania f_z jest bliska częstotliwości drgań własnych układu f_0. Występuje wówczas zjawisko rezonansu (rys. 2). Na ogół dane z literatury (L.1; L.4) wskazują na istnienie podharmonicznych jedynie dla prędkości obwodowych odpowiadających wartościom $\frac{f_z}{f_0} = \frac{2}{3}$ i $\frac{1}{2}$. W badaniach zrealizowanych przez różnych autorów stwierdzono znaczne wartości współczynnika nadwyżek dynamicznych K_d w zakresie od 0,5 v_0 do 1,0 v_0, gdzie v_0 jest prędkością głównego rezonansu (rys. 2).



Rys. 2. Zależność współczynnika nadwyżek dynamicznych od prędkości obwodowej kół zębatych

Jednakże, jak wynika z najnowszych badań (L.6), w czasie których zmieniano częstotliwość zazębiania w szerokim zakresie przekraczającym wartość $f_z = 3f_0$, znaczne nadwyżki dynamiczne wystąpiły także przy innych częstotliwościach f_z (a więc nie tylko przy $f_z = f_0$, $f_z = \frac{2}{3} f_0$ i $f_z = \frac{1}{2} f_0$). Wyniki doświadczeń przedstawione są na rys. 3.

Jak można zaobserwować na wykresie (rys. 3), duże nadwyżki wystąpiły w obszarze częstotliwości zbliżonych do głównego rezonansu f_0'. Ponadto, wyraźnie widać dalsze harmoniczne rezonansu podstawowego, a mianowicie f_0'' i f_0'''. Można się więc spodziewać wpływu nieliniowości, wywołanej np. odrywa-



Rys. 3. Wpływ częstotliwości zazębiania f_z na wielkość nadwyżek dynamicznych dla zakresu prędkości nadkrytycznych

niem się zębów, zmianą sztywności wskutek ugięcia się zęba itp. Dla układu tego rodzaju, duże amplitudy wystąpią przy częstotliwości zazębiania

$$f_z = \frac{m}{n} f_o' \tag{1}$$

co oznacza, że n-ta harmoniczna zazębienia nf_z pokrywa się z m-tą harmoniczną układu mf_o. W takim przypadku widmo energetyczne drgań powinno wykazywać wyraźnie

$$nf_z = mf_o',$$

tj. wyższe harmoniczne częstotliwości zazębiania.

Częstotliwość rezonansową dla jednostopniowej przekładni zębatej można obliczyć ze wzoru (L.5; L.6)

$$\omega_o = \sqrt{\frac{C_s}{J}}, \tag{2}$$

gdzie

$C_s = c\, b\, r_{z_1}^2$ – sprężystość skrętna zazębienia,

c – sprężystość zazębienia,

b – szerokość wieńca zębatego,

r_{z_1} – promień koła zasadniczego zębnika,

J – zastępczy moment bezwładności, który wyznacza się stosując wzór

$$J = \frac{J_1 J_2}{i^2 J_1 + J_2}, \tag{3}$$

gdzie

J_1 – masowy moment bezwładności zębnika,

J_2 – masowy moment bezwładności koła zębatego,

i – przełożenie.

Rezonans podstawowy wystąpi, jeśli częstotliwość zazębiania kół f_z będzie bliska częstotliwości drgań własnych układu f_0, czyli w przypadku, gdy

$$f_z \approx f_0 = \frac{n_1 z_1}{60} = 2\pi\omega_0. \tag{4}$$

W przypadku kół o zębach skośnych linia styku zębów przebiega inaczej niż w przypadku zębów prostych, a mianowicie skośnie od stopy zęba ku jego głowie. Wynika to ze śladu płaszczyzny zazębienia i boku zęba. Przy dużej szerokości wieńców kół płaszczyzna zazębienia może przecinać równocześnie kilka zębów. Długość linii styku zmienia się na ogół w pewnych granicach w miarę obracania się kół. W szczególnym przypadku, a mianowicie gdy poskokowy wskaźnik przyporu jest liczbą całkowitą, długość linii styku pozostaje w czasie pracy stała.

Przebieg sztywności zazębienia zależy głównie od wskaźnika przyporu. Wypadkowy wskaźnik przyporu dla zębów skośnych jest sumą wskaźnika przyporu czołowego i poskokowego. W przypadkach, gdy poskokowy wskaźnik przyporu jest liczbą całkowitą, przybiera również całkowitą i stałą wartość długość linii styku zębów. W tych warunkach sztywność zazębienia zmienia się jedynie nieznacznie. W efekcie zmniejsza się intensywność impulsów działających na współpracujące zęby, co wobec istniejącego zawsze tłumienia, prowadzi do zmniejszenia nadwyżek dynamicznych.

Celem pracy było doświadczalne ustalenie, jak duży jest wpływ zmiany wskaźnika przyporu na nadwyżki dynamiczne w kołach o zębach skośnych. Szczególnie istotne było stwierdzenie w jakim stopniu zwiększają się nadwyżki dynamiczne, jeśli wskaźnik przyporu nie jest, np. ze względów konstrukcyjnych, liczbą całkowitą.

2. Wybór metody pomiarowej

Nadwyżki dynamiczne występujące w czasie pracy przekładni zębatej można mierzyć różnymi metodami, należącymi do jednej z dwóch zasadniczych grup:

1) Do pierwszej grupy należą metody, w których głównym parametrem mierzonym jest wielkość odkształcenia stopy zęba badanego koła.
2) Do grupy drugiej zalicza się metody polegające na pomiarze przyspieszeń drgań styczności koła zębatego.

Nadwyżkę dynamiczną momentu obrotowego M_d przedstawić można następującym równaniem

$$M_d = P_d R = k\dot{\varphi} + c\varphi = -J\ddot{\varphi}, \qquad (5)$$

gdzie

P_d – siła dynamiczna,
R – promień koła zębatego,
k – współczynnik wiskozytycznego tłumienia,
c – sztywność zazębienia,
J – zredukowany moment bezwładności mas wirujących,
φ – kąt skręcenia,
$\dot{\varphi}$ – prędkość kątowa
$\ddot{\varphi}$ – przyspieszenie kątowe drgań.

Z równania (5) wynika, że wyznaczanie sił dynamicznych metodami należącymi do pierwszej grupy wymaga uwzględnienia wpływu tłumienia wyrażającego się wielkością $k\dot{\varphi}$. Ponadto, ze względu na impulsowy charakter obciążenia zęba, stawia się wysokie wymagania odnośnie parametrów aparatury pomiarowej znajdującej zastosowanie w rozpatrywanej grupie. Podczas kolejnych obciążeń zęba nie otrzymuje się jednakowych sygnałów ani pod względem charakteru, ani też odnośnie maksymalnej amplitudy. Wskutek tego występują znaczne trudności przy opracowywaniu wyników pomiarowych.

W skład układu pomiarowego w metodach należących do grupy drugiej wchodzą zwykle typowe przetworniki piezoelektryczne przytwierdzone do powierzchni czołowej tarczy badanego koła zębatego w odległości r_c od środka koła. Zabudowany w ten sposób przetwornik reaguje na przyspieszenia kątowe koła zębatego. Uzyskuje się sygnał ciągły, co wybitnie ułatwia przeprowadzenie pomiaru. W tych warunkach wykonanie operacji rachunku statystycznego można powierzyć przyrządom elektronicznym, które wyznaczyć mogą odrazu wartość skuteczną sygnału, wartość przeciętną, względnie średnią wartość maksymalnej amplitudy.

Kierując się wynikami analizy różnych metod pomiarowych przyjęto, że wyznaczanie nadwyżek dynamicznych w badaniach, będących tematem niniejszej pracy, odbywać się będzie przez pomiar przyspieszeń drgań stycznych koła zębatego przy pomocy typowego przetwornika piezoelektrycznego współpracującego z typową aparaturą pomiarową i rejestrującą.

3. Badania własne

Badania przeprowadzono w trzech seriach: A, B i C. W poszczególnych seriach koła miały następujące wskaźniki przyporu: seria A – $\varepsilon_0 = 1$, $\varepsilon_s = 0{,}6 \div 2{,}0$ (w zależności od szerokości wieńca); seria B – $\varepsilon_0 = 1{,}4$, $\varepsilon_s = 0{,}6 \div 2{,}0$; seria C – $\varepsilon_0 = 1{,}4$, $\varepsilon_s = 0{,}6 \div 3{,}2$.

W celu uzyskania prędkości rezonansowych powiększono momenty bezwładności kół serii A i B za pomocą dodatkowych tarcz. Koła serii C pracowały bez dodatkowych tarcz na zębniku.

Zakres obciążeń ustalono na podstawie wartości praktycznie stosowanych w przekładniach przemysłowych. Dla określenia obciążenia jednostkowego przyjęto zależność:

$$Q = \frac{P_o}{d_{t1}\, b} = \frac{2\, M_{st}}{d_{t1}^2\, b}, \tag{6}$$

gdzie

P_o – siła obwodowa,

M_{st} – przenoszony moment statyczny,

d_{t1} – średnica toczna koła małego,

b – szerokość wieńca koła.

Pomiary przeprowadzane były przy trzech obciążeniach: $Q_1 = 0{,}43$ N/mm^2, $Q_2 = 0{,}85$ N/mm^2 i $Q_3 = 1{,}2$ N/mm^2. W czasie pomiarów zmieniano prędkość obrotową koła badanego co 100 obr/min w zakresie od 1100 do 2900 obr/min, co odpowiadało zmianom częstotliwości zazębiania w zakresie od 750 Hz do 2000 Hz.

W oparciu o zmierzoną wartość skuteczną przyspieszeń drgań a_e wyznaczano moment dynamiczny na wale zębnika stosując wzór

$$M_d = J_1\, \varepsilon', \tag{7}$$

gdzie

J_1 – masowy moment bezwładności zębnika,

ε' – amplituda przyspieszeń kątowych drgań zębnika określona na podstawie zależności

$$\varepsilon' = \frac{a_s}{r_o}, \tag{8}$$

gdzie

a_s – wartość szczytowa amplitudy przyspieszeń stycznych drgań koła,

r_o – odległość osi przetwornika piezoelektrycznego od osi koła zębatego.

Przyjmując, że drgania były sinusoidalne, obliczano wartości szczytowe amplitudy przyspieszeń drgań na podstawie zmierzonych ich wartości skutecznych, a mianowicie:

$$a_s = \sqrt{2} \cdot a_e, \tag{9}$$

Obliczony na podstawie równania (7) moment dynamiczny na wale zębnika przyjęto za miarę obciążeń dynamicznych zazębienia, określając na jego podstawie współczynnik nadwyżek dynamicznych

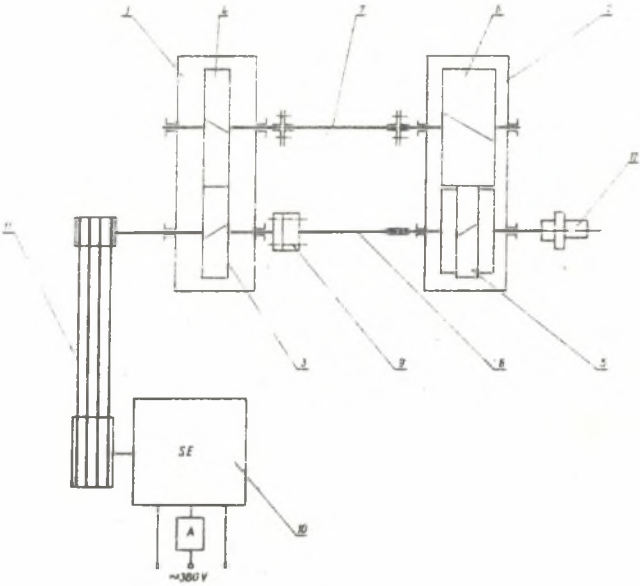
$$K_d = \frac{M_{st} + M_d}{M_{st}} = 1 + \frac{M_d}{M_{st}}, \tag{10}$$

gdzie

M_{st} – moment statyczny na wale zębnika.

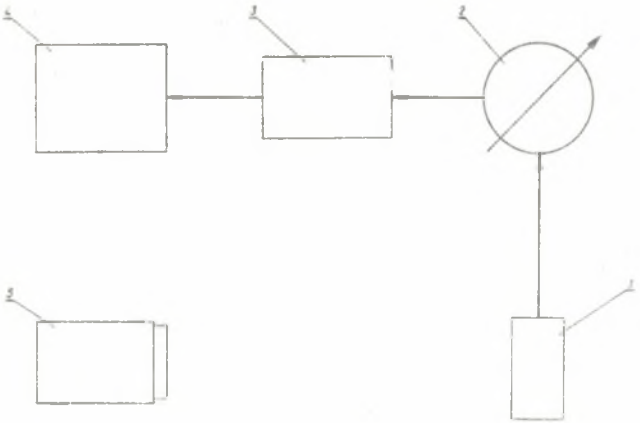
Obiektem badań była para kół o zębach skośnych o następujących głównych parametrach: odległość osi kół a_o = 220 mm, moduł zęba w przekroju normalnym m_n = 4 mm; kąt zarysu $\alpha_o = 20^o$, kąt linii śrubowej $\beta_o = 30^o16'40''$, liczba zębów zębnika i koła: z_1 = 41, z_2 = 54, klasa dokładności 5 wg PN, zębnik był ulepszany cieplnie, natomiast koło współpracujące miało powierzchnie zębów hartowane płomieniowo do H_{RC} = 41 – 43.

Badania przeprowadzono na stanowisku o mocy krążącej, którego schemat jest przedstawiony na rys. 4. Aby uzyskać zmienne w czasie badań prędkości obrotowe kół zębatych, do napędu przekładni zastosowano silnik komutatorowy o regulowanej w sposób ciągły prędkości obrotowej.



Rys. 4. Schemat stanowiska o mocy krążącej

1 - przekładnia napędzająca, 2 - przekładnia badana, 3 - zębnik, 4 - koło współpracujące, 5-6 - para badanych kół, 7 - wałek łączący, 8 - wałek skrętny, 9 - sprzęgło napinające wałek skrętny, 10 - silnik komutatorowy o zmiennej prędkości obrotowej, 11 - przekładnia pasowa, 12 - kolektor odbierający sygnały pomiarowe



Rys. 5. Schemat blokowy zestawu aparatury zastosowanej do pomiaru, analizy i rejestracji drgań

1 - przetwornik piezoelektryczny Metra KD-1, 2 - miernik drgań RFT TSM-101, 3 - analizator częstotliwości Brüel-Kjaer 2107, 4 - pisak poziomu wartości skutecznej amplitudy przyspieszeń drgań Brüel-Kjaer 2305, 5-stroboskop

Sygnał z przetwornika piezoelektrycznego przymocowanego do koła badanego przekazywany jest przewodem ekranowanym przez wydrążony wał do kolektora (12), a stąd do miernika drgań. W rozpatrywanym stanowisku zastosowano kolektor z pierścieniami węglowymi współpracującymi z fosforobrązowymi taśmami ślizgowymi. Schemat blokowy aparatury zastosowanej do pomiaru i rejestracji drgań przedstawiony jest na rys. 5.

4. Wyniki badań

Dla każdej serii pomiarów wykonano następujące wykresy:

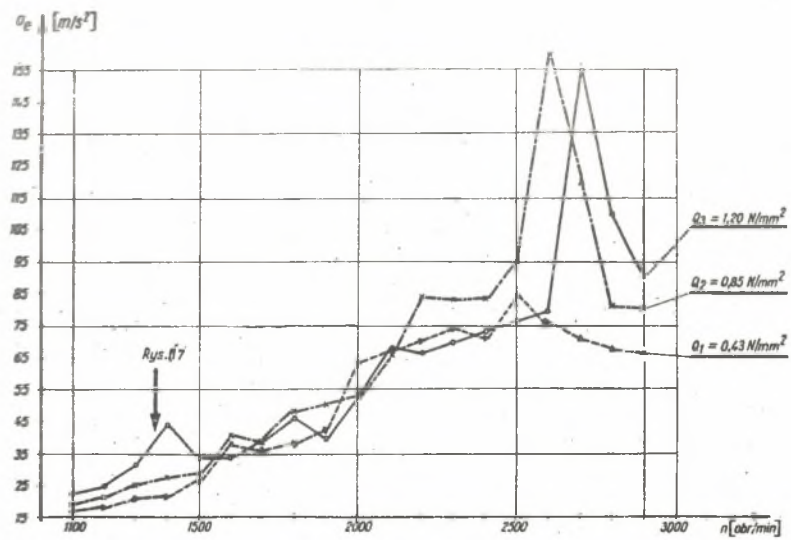
1) wartości skuteczne przyspieszeń drgań w funkcji prędkości obrotowej badanego koła $a_e = f(n)$, dla różnych wielkości poskokowej liczby przyporu i obciążenia;

2) wartości współczynnika nadwyżek dynamicznych w funkcji prędkości obrotowej badanego koła $K_d = f(n)$, dla różnych wielkości poskokowego wskaźnika przyporu i obciążenia;

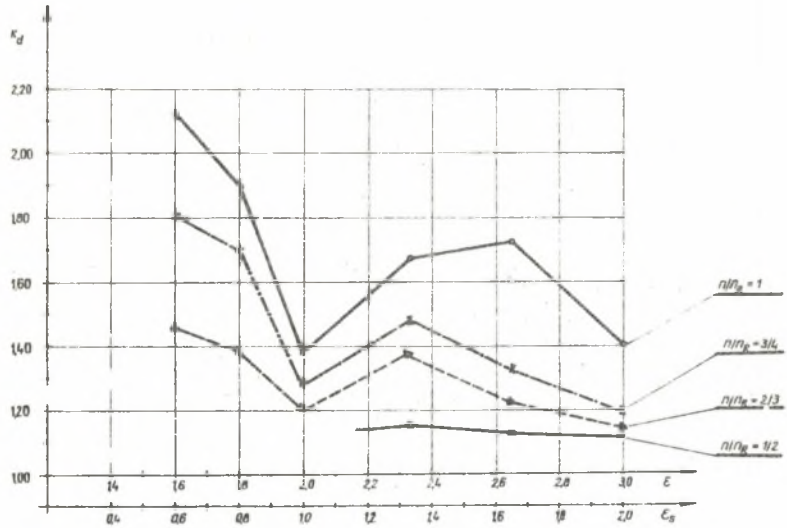
3) wykresy zbiorcze $K_d = f(n)$ dla obciążenia Q = const różnych wartości poskokowego wskaźnika przyporu;

4) wykresy zbiorcze $K_d = f(\frac{n}{n_R})$, dla obciążenia Q = const i różnych wartości poskokowego wskaźnika przyporu;

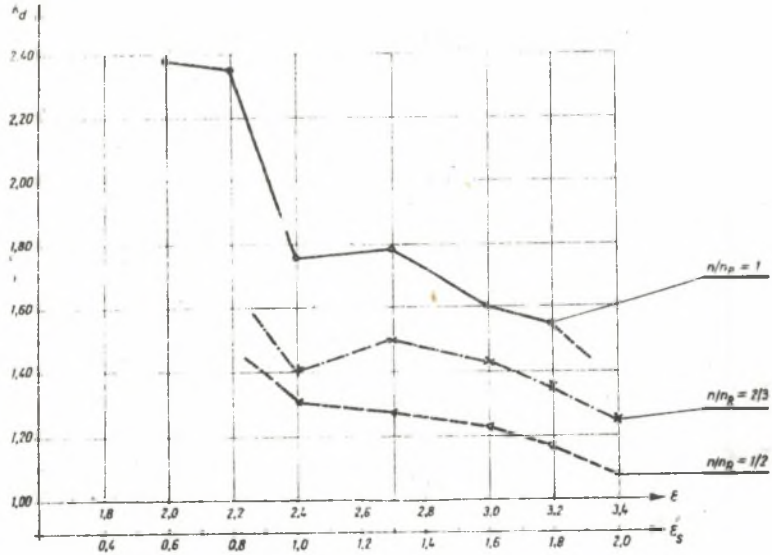
5) wartości współczynnika nadwyżek dynamicznych w funkcji poskokowego i wypadkowego wskaźnika przyporu $K_d = f(\varepsilon_s, \varepsilon)$ dla obciążenia Q = const (rys. 7-9).



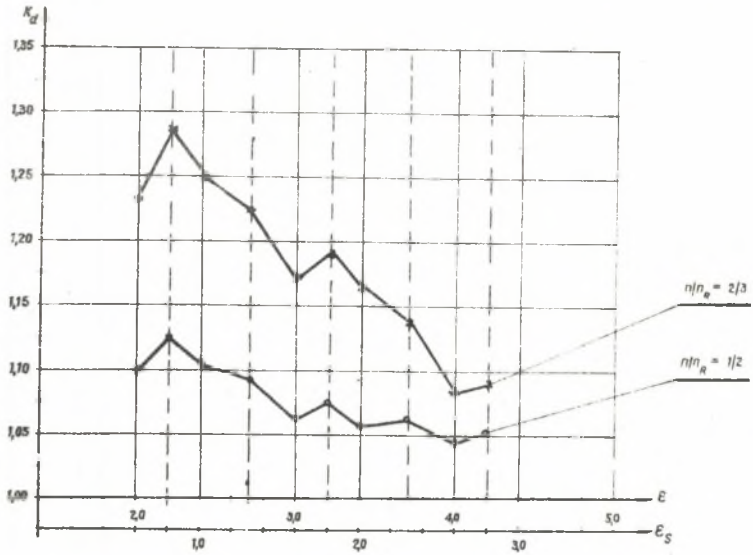
Rys. 6. Wpływ prędkości obrotowej na wartość skuteczną przyspieszeń drgań koła zębatego. Seria A; $\varepsilon_s = 2,0$



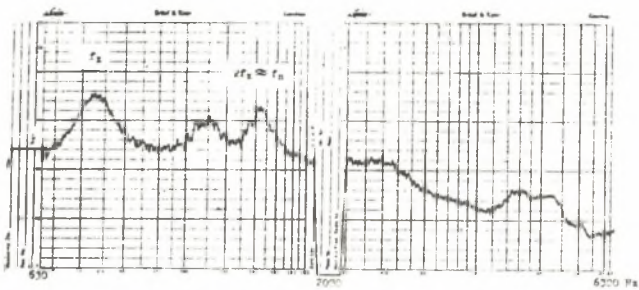
Rys. 7. Wpływ wskaźników przyporu, poskokowego ε_s i wypadkowego na wielkość współczynnika nadwyżek dynamicznych. Seria A; Q_3 = 1,2 N/mm^2



Rys. 8. Wpływ wskaźników przyporu, poskokowego ε_s i wypadkowego na wielkość współczynnika nadwyżek dynamicznych. Seria B; Q_1 = 0,43 N/mm^2



Rys. 9. Wpływ wskaźników przyporu, poskokowego ε_s i wypadkowego ε na wielkość współczynnika nadwyżek dynamicznych. Seria C; Q_3 = 1,2 N/mm^2



Rys. 10. Wartość skuteczna przyspieszeń drgań w funkcji częstotliwości. Seria A; ε_s = 2,0; Q_3 = 1,2 N/mm^2; f_z = 925 Hz

Dla doświadczalnego wykrycia częstotliwości rezonansu podstawowego i jego podharmonicznych przeprowadzono analizę częstotliwościową sygnału otrzymanego z przetwornika. Rys. 10 przedstawia wynik analizy dla punktu oznaczonego strzałką na rys. 6.

Zjawisko znacznego obniżania się nadwyżek dynamicznych dla wartości ε_s będących liczbami całkowitymi można uzasadnić tym, że w przypadkach, gdy ε_s = = n (gdzie n = 1; 2; 3...) długość linii zazębienia nie zmienia się i wskutek tego nie stanowi dodatkowej przyczyny wzbudzania drgań. Zmniejszanie się nadwyżek dynamicznych dla przypadków gdy wypadkowy wskaźnik przyporu ε jest liczbą całkowitą, można wytłumaczyć towarzyszącą im stałą w przy-

bliżeniu wartością sztywności zazębienia przyczyniającą się do zmniejszenia intensywności impulsów pobudzających koła do drgań.

5. Wnioski

Przeprowadzone badania eksperymentalne wpływu wskaźnika przyporu na nadwyżki dynamiczne w kołach o zębach skośnych pozwoliły wysunąć następujące wnioski:

1) wielkość nadwyżek dynamicznych zależy od wypadkowego wskaźnika przyporu. Nadwyżki dynamiczne zmniejszają się na ogół wraz ze wzrostem wskaźnika przyporu;

2) wskazane jest stosowanie kół zębatych o wypadkowym wskaźniku przyporu $\varepsilon \geq 2$, gdyż poniżej tej granicznej wartości nadwyżki dynamiczne nadmiernie rosną;

3) dla obniżenia wielkości nadwyżek dynamicznych w przekładniach z kołami o zębach skośnych celowe jest stosowanie kół dla których poskokowy lub wypadkowy wskaźnik przyporu jest liczbą całkowitą;

4) stwierdzono znaczny wzrost nadwyżek dynamicznych towarzyszących prędkości obrotowej rezonansu głównego n_R, jak również prędkościom $2/3\ n_R$ i $1/2\ n_R$;

5) badania potwierdziły przydatność metody wyznaczania nadwyżek dynamicznych przez pomiar przyspieszeń drgań koła zębatego.

LITERATURA

1. M. BOSCH - Das dynamische Verhalten von Stirnradgetrieben unter besonderer Berücksichtigung der Verzahnungsgenauigkeit. Ind.-Anz. 1965, s. 2469-2478 oraz 1966, s. 267-274.

2. E. BUCKINGHAM - Dynamic Loads on Gear Teeth, Machinery, October, 1958 s. 117-121.

3. S. FRONIUS, H. HOCH - Dynamische Kräfte, Geräusch und Qualitätssicherung bei Zahnradgrtrieben. ASUG-Mitt., Nr 5, s. 362-386.

4. N.P. JEFIMOW - Eksperimentalnoe issledowanije dinamiki priamozubnych pieredaoz. Izw. Wyssz. Uczebn. Zawied.-Maszinostrojenije 1970, Nr 2, s. 54-57.

5. L. MÜLLER - Przegląd Mechaniczny, 15, 1968, s. 434-437.

6. L. MÜLLER - Przekładnie zębate - obliczenia wytrzymałościowe, WNT-Warszawa 1970.

7. L. MÜLLER, A. WILK - Przegląd Mechaniczny, Nr 2, 1971, s.

8. L. MÜLLER, J. PRZYBYLSKI - Przegląd Mechaniczny, Nr 15, 1971, s. 457-459.

9. G. NIEMANN, J. BAETHGE - VDI-Z, 1970, s. 205-214 oraz s. 495-499.

10. J. PRZYBYLSKI - Praca doktorska, Politechnika Śląska, 1971, (niepublikowana).

ВЛИЯНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПЕРЕКРИТИЯ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ В КОСОЗУБЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧАХ

Р е з ю м е

На основании исследований проведённых с косозубой цилиндрической передачи, сделано выводы о том, что динамические нагрузки можно значительно ограничить подбирая соответствующее значение коэффициента перекрития. Подтвердиеся основной тезис, что минимальные динамические нагрузки возникают при полной коэффициенте перекрития либо при коэффициенте перекрития на дуге, выражаються целым числом.

Кроме того, во время исследовании проверена пригодность метода определения динамических нагрузок путём измерения тангенциальных ускорений колебании зубчатого колеса.

THE INFLUENCE OF THE OVERLAP RATIO ON THE HELICAL GEARS DYNAMICS

S u m m a r y

Investigating the helical gears there was estimated the possibility to diminish the dinamic load by means of selecting the overlap value. Therefore there was confirmed the basic thesis, that the minimal dynamic loads appears, when the resultant overlap ratio tends to be a full number.

Besides during the research proceeding there was veryfied the method of determining the dynamic loads by means of the measurement of the gears tangential vibrations acceleration.