Jahrgang VIII. 1902. Nr. 4.

Unterrichtsblätter
für
Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung
des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften.

Begründet unter Mitwirkung von **Bernhard Schwalbe**,
herausgegeben von
F. Pietzker,
Professor am Gymnasium zu Nordhausen.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 30.

Redaktion: Alle für die Redaktion bestimmten Mitteilungen und Sendungen werden nur an die Adresse des Prof. Pietzker in Nordhausen erbeten.
Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (3 Mk. Jahresbeitrag oder einmaliger Beitrag von 45 Mk.) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Lindenerstrasse 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 6 Nummern ist 3 Mark, für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift unentgeltlich; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhdlg. zu beziehen.
Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermässigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Inhalt:

Die Naturwissenschaft als Grundlage der allgemeinen Bildung.

Vortrag auf der Hauptversammlung zu Düsseldorf.*)

Von Dr. Karl Thomae (Elberfeld.)

Der Gedanke, die Naturwissenschaft zur Grundlage der allgemeinen Bildung zu machen, hat in den letzten Jahren schon mehrfach bei Zusammenkünften naturwissenschaftlich gebildeter Männer Zustimmung gefunden, und hat auch bereits begonnen, sich in Laienkreisen mehr und mehr Anhänger zu erwerben; ganz besonders ist er auch nachdrücklich von Mitgliedern unseres Vereins vertreten worden. Dass er heute dennoch wieder zum Gegenstand eines Vortrages gemacht wurde, lässt sich durch die Erwägung rechtfertigen, dass, ehe wir mit schulreformatorischen Vorschlägen kommen, noch erst eine Klärung der Meinungen über die Art der Durchführung anzustreben sei. Es fordert ferner der Ort unserer heutigen Versammlung zum Nachdenken darüber heraus, ob das, was wir heute noch in unseren höheren Schulen als allgemeine Bildung übermitteln, zum vollen Verständnis und zur ganzen Würdigung des stolzen Kulturbildes, das sich am Rheinufer ausbreitet, ausreiche, ob die Entstehung der dort bewunderten Werke wirklich nur durch die Vorbildung ihrer Schöpfer auf unseren höheren Schulen, oder ob sie vielleicht gar trotz derselben ermöglicht worden sei. Vielleicht dürfte aber auch die Behandlung des Themas vom biologischen Standpunkt aus einige neue Gesichtspunkte in die Erörterung bringen können.

Wenn irgend jemand, so hat sicher der Biologe das Recht, sich mit der Erziehung zu beschäftigen. Ist sie doch nur eine von vielen biologischen Erscheinungen, die, beim Menschen zwar besonders ausgeprägt, mit ihren Anfängen mehr oder weniger weit in das Gebiet der übrigen lebenden Natur zurückreichen. Wie aber überall diejenige menschliche Thätigkeit am erfolgreichsten ist, die auf der bewussten Anwendung richtig erkannter Gesetzte beruht, so kann auch die Erziehung zum Höchstmass ihrer Leistungen nur durch beständige Berücksichtigung der biologischen Gesetze gelangen.

Biologische Erscheinungen sind zweckmässig, d. h. sie haben eine bestimmte Bedeutung für die Erhaltung lebender Wesen. Zweckmässig ist auch die Erziehung. Wie die Erinnerung an frühere Erfahrungen die Handlungen des Individuums in einem für dessen Erhaltung

*) S. Unt.-Bl. VIII, S. 65.

förderlichen Sinne beeinflusst, so muss es für die Erhaltung und Weiterentwicklung der Art von höchster Bedeutung sein, wenn die jedesmalige jüngste Generation die Erfahrungen aller vorhergehenden für ihre Handlungen verwerten kann. Dies wird in doppelter Weise erreicht. Entweder es vererbt sich eine besondere Beschaffenheit des Gehirns, die, durch oftmalige Verknüpfung einer Handlung mit ein und derselben Erfahrung entstanden, schliesslich bei Eintritt derselben Umstände die gleiche Handlung immer mit reflektorischer Sicherheit folgen lässt — dann haben wir den Instinkt, durch den bei verhältnismässig geringem Aufwand an Gehirnmasse scheinbar hohe geistige Leistungen vollbracht werden —, oder es vererbt sich eine Gehirnbeschaffenheit, die bei starkem individuellen Gedächtnis in verhältnismässig kurzer Zeit die Neuaufnahme einer grossen Menge von Erfahrungen gestattet. Beide Vererbungsarten treten natürlich zusammen auf, jedoch wiegt die erstere in der niederen Tierwelt vor, namentlich da, wo das Individuum nach der Geburt oder dem Verlassen der Puppenhülle keine körperlichen Veränderungen mehr erleidet, letztere bei den höheren Tieren, insbesondere denen, deren Individuen eine Jugend durchlaufen, d. h. an den einzelnen Teilen ihres Körpers noch ergänzende Umwandlungen erfahren. Diese Jugendzeit ist es in der Regel, in der die Erfahrungen der früheren Generationen übermittelt werden, und zwar geschieht dies dadurch, dass die Elterngenerationen Gelegenheiten dazu schaffen, und wohl auch durch Vormachen die Benutzung derselben zeigen. Diese zweckmässige Elternthätigkeit nennen wir Erziehung.

Natürlich prägt sich der graduelle Unterschied, der zwischen dem Menschen und der übrigen lebenden Natur besteht, auch in einigen Besonderheiten der menschlichen Erziehung aus. So ist zunächst die Menge der von jeder Menschengeneration neu hinzuzuerwerbenden Erfahrungen sehr gross, und der von der Jugend aufzunehmende Erfahrungsstoff würde dadurch bald ins Ungemessene wachsen, wenn nicht viele frühere Erfahrungen von den späteren Generationen entweder als Irrtümer erkannt, oder, indem sie sich als besondere Fälle allgemeinerer Erfahrungen erweisen, in einfachere Formen gebracht würden, in denen sie der folgenden Generation übermittelt werden. Darin, dass so das Individuum die Erfahrungen aller vorhergehenden Generationen in verkürzter Form durchläuft, zeigt sich uns ein besonderer Fall des biogenetischen Gesetzes.

Eine andere Eigentümlichkeit der menschlichen Erziehung wird dadurch bedingt, dass, beim Kulturmenschen wenigstens, im Kampfe um die Erhaltung der Art weitgehende Arbeitsteilung eingetreten ist, die sich in einer Gliederung der Menschheit in zahlreiche Berufsklassen ausspricht. Die Erziehung erhält dadurch ein doppeltes Ziel; sie hat einerseits die sich auf die Stellung der ganzen Art im Kampfe ums Dasein beziehenden allgemeinen, anderseits die für die Ausübung eines Berufes dienlichen besonderen Erfahrungen zu übermitteln. Das erstere Ziel bezeichnen wir daher als allgemeine, das letztere als Berufs- oder Fachbildung. Daraus folgt ohne weiteres, dass es nur eine allgemeine Bildung giebt, der viele Berufsbildungen gegenüberstehen. Die Arbeitsteilung der Menschheit geht allerdings so weit, dass deren Erhaltung nicht nur nicht gefährdet, sondern vielmehr gefördert wird, wenn einzelne Klassen neben ihrer Fachbildung nur ein geringeres Mass allgemeiner Bildung besitzen, sofern es ihnen nur genügende Einsicht gewährt, sich bei ihren Handlungen den anderen, sogenannten führenden Klassen unterzuordnen. Man kann danach wohl einen quantitativen Unterschied gelten lassen und von höherer und niederer allgemeiner Bildung sprechen, wiewohl der gewöhnliche Sprachgebrauch, dem ich mich im folgenden anschliessen werde, unter allgemeiner Bildung nur die höhere versteht. Weil aber die Verschiedenheiten der allgemeinen Bildung nur quantitativer Art sind, sollten sich auch die Vermittlungsstätten der Bildung nur so unterscheiden, dass die niedere Schule eine Vorstufe der höheren wäre. — Allgemeine und Fachbildung greifen natürlich vielfach in einander, was dem einen Gegenstand der allgemeinen Bildung ist, gehört für den anderen vielleicht schon zur Fachbildung.

Eine dritte Eigentümlichkeit der menschlichen Erziehung ergiebt sich aus der Fähigkeit des Menschen, die Gesetze des Geschehens zu erkennen, die demjenigen den Vorteil im Daseinskampfe sichert, der sein Handeln danach einrichtet. Solche Gesetze werden uns noch mehrfach begegnen; jetzt möge nur darauf hingewiesen werden, wie uns die Kenntnis des biogenetischen Gesetzes nötigt, den Erfahrungsstoff in möglichst vereinfachter und verkürzter Form darzubieten, eine Thätigkeit, die wir gewöhnlich Methode nennen.

Lassen Sie uns nun unserer heutigen Aufgabe näher treten und untersuchen, welche Erfahrungsgebiete am meisten geeignet sind, den Menschen über seine Stellung im Daseinskampfe, über die verfügbaren Hilfsmittel und deren Verwendung zu belehren, d. h. ihm eine allgemeine Bildung zu übermitteln, und ferner, ob diese Uebermittlung auf naturwissenschaftlicher Grundlage erfolgen kann.

Wie jedes lebende Wesen, ist auch der Mensch ein System im Zustande labilen Gleichgewichtes, das sich nur unter fortwährender Energiezufuhr gegen physikalische und chemische Einflüsse, die es einem stabilen Zustande, dem Tod, zuzuführen bestrebt sind, behauptet. Nur die augenblickliche Entwicklungsphase unseres Sonnensystems und der Erde insbesondere gestattet, dass überhaupt lebende Wesen auf letzterer bestehen. Erhalten werden sie durch die Sonnenenergie, wie auch alle übrigen lebenfördernden und -hemmenden Einflüsse, denken wir an den Wechsel der Jahreszeiten, die Aufeinanderfolge von Tag und Nacht, klimatische und meteorologische Verhältnisse, kosmischer Natur sind. Zur Erkenntnis unserer allgemeinen Daseinsbedingungen führen uns also Astronomie, Astro- und Geophysik, und dass man in diese Wissenschaften ohne Mathematik, Physik und Chemie nicht eindringen kann, bedarf wohl keiner Auseinandersetzung. Müssen wir also mit letzteren bei Uebermittlung des allgemeinen Weltbildes beginnen, so bedürfen wir ihrer wieder in der Physiologie, die zeigt, welche Umwandlungen die Sonnenenergie auf ihrem Wege nach unserem Körper und in demselben erfährt. Chemie und Physik sind es auch, die in ihrer Anwendung auf Tier- und Pflanzenzucht uns gestatten, den uns zufliessenden Energieanteil zu vergrössern und zu regeln, sie bieten uns endlich in der chemischen und physikalischen Technologie die Mittel zur Schwächung oder Beseitigung lebensstörender Einflüsse.

Die in Ernährung und Stoffwechsel liegende Thätigheit unseres Körpers können wir noch nicht als Kampf ums Dasein bezeichnen; denn das ist ja gerade das Kennzeichen des Lebens, dass es sich erhält. Der Kampf entspringt vielmehr einer zweiten, auch nur den Lebewesen eigenen Erscheinung, der des Wachstums und der Vermehrung. Diese bewirken, dass mit der Zeit die an einem Orte verfügbare Energie nicht mehr zur Erhaltung aller Lebewesen ausreicht. Da nun die Lebewesen nicht unveränderlich sind, sondern vielmehr durch sich steigernde Abänderungen ein anderes Gleichgewichtsverhältnis mit anderen Anforderungen und Leistungen anzunehmen vermögen, so kann es einem Teil der in Bedrängnis geratenen Wesen gelingen sich so umzugestalten, dass sie die vorhandene Energie ihrem Körper besser zuzuführen vermögen als die anderen. Letztere müssen dann, wenn kein Ausweg bleibt, zugrunde gehen. Dieser liegt aber darin, dass das benachteiligte Wesen ja auch abänderungsfähig ist und dadurch vielleicht in den Stand gesetzt wird bisher noch unbenutzbare Energiequellen entweder an demselben Ort auszunutzen oder an anderen Orten aufzusuchen. Die immer weiter thätige Vermehrung führt natürlich wieder zur Ueberfüllung, und es muss nun entweder mit derselben eine immer weitergehende Abänderung Hand in Hand gehen, oder die nicht mehr abänderungsfähigen Wesen sterben aus. Der Kampf ums Dasein, den die Lebewesen so untereinander führen, hat demnach die gegenseitige Vernichtung nicht zum unmittelbaren Ziele — im ganzen Pflanzenreich ist ja ein derartiger Kampf überhaupt unmöglich —, aber er führt immer dazu, wo Lebewesen imstande sind, den Wettbewerb anderer zu erkennen. Ueberall aber entbrennt der Kampf, mag er nun ein unmittelbarer oder ein mittelbarer sein, da am heftigsten, wo die Lebensbedürfnisse gleichartig sind: der grösste Feind des Menschen ist der Mensch. Neben der trüben Seite der Vernichtung hat der Kampf ums Dasein auch eine Lichtseite der Förderung der Lebewesen; er führt zur Entwicklung, d. h. zur fortwährenden Entstehung neuer Pflanzen- und Tierformen, die unter immer schwierigeren Verhältnissen ihr Leben zu erhalten vermögen. Er führt ferner durch Auslese zu einer Beschaffenheit der lebenden Wesen, bei der alle Teile und Vorgänge ihres Körpers der Erhaltung des Lebens dienen. Eine derartige Beschaffenheit nennen wir zweckmässig. Der Zweckbegriff ist demnach ein rein biologischer; auf die Entwicklung angewandt, lässt er uns diese als Vervollkommnung erscheinen. Wenn auch über die Ursache der Abänderungsfähigkeit der Lebewesen die Ansichten noch sehr auseinander gehen, so ändert das an der Thatsächlichkeit der Entwicklung oder Vervollkommnung ebensowenig, wie wir genötigt wären, die Richtigkeit der Kepplerschen Gesetze zu bezweifeln, wenn wir noch ohne Kenntnis des Gravitationsgesetzes wären.

Die Entwicklung kann sich auf den ganzen Körper oder einzelne seiner Teile und dementsprechend Thätigkeiten beziehen. Beim Menschen hat der Kampf ums Dasein eine Form angenommen, dass sie sich fast nur noch auf das Gehirn erstreckt, das ihn fähig macht, die Naturgesetze zu erkennen und danach zu handeln. Die Erkenntnis von der Notwendigkeit des Daseinskampfes führt ihn einerseits zu dem Bestreben, immer neue Mittel zu seiner Führung ausfindig zu machen, anderseits mit den vorhandenen Mitteln immer Grösseres zu leisten. Die Bethätigung des letzteren Bestrebens nennen wir Wirtschaftlichkeit, deren bedeutendstes Hilfsmittel wieder die Arbeitsteilung ist. Schon auf der niedersten Stufe des Lebens, bei den Einzelligen auftretend, findet diese bei den Mehrzelligen dadurch ihren Ausdruck, dass die Zellen nicht mehr alle und dieselben, sondern nur einzelne und verschiedene Verrichtungen ausüben, denen sie dann um so besser dienen können. Wie hier zwischen den Zellen des Körpers, so tritt auf einer höheren Stufe zwischen Wesen derselben Art, die sich zu kleineren oder grösseren Gruppen zusammenschliessen, Arbeitsteilung ein. Die dadurch ermöglichte bessere

Ausnutzung der Energie ermöglicht der Gesamtheit das Bestehen unter Verhältnissen, denen das Einzelwesen vielleicht erlegen wäre. Wenn einzelne Glieder einer solchen Vereinigung entweder die ihnen zufallende Aufgabe nicht erfüllen, oder den auf sie kommenden Energieanteil nicht voll erhalten, so treten Störungen in der Leistungsfähigkeit des Ganzen auf, die wir beim Individuum als Krankheiten, bei Genossenschaften als soziale Missstände bezeichnen. Liegen die Ursachen dafür im Teile allein, so kann sich das Ganze wohl dadurch erholen, das es den Teil abstösst und der Vernichtung preisgiebt. Wenn es sich um den Fortbestand des Ganzen handelt, sehen wir aber auch ganz allgemein eine Preisgabe voll gesunder Teile eintreten.

Da der Mensch den angeführten biologischen Gesetzen ganz und gar unterworfen ist, so ist deren Kenntnis für ihn von höchster Bedeutung. Sie sagen ihm, dass ein jeder Mensch kämpfen und ringen muss, dass ohne Kampf keine Vervollkommnung, kein Eortschritt möglich ist. Sie zeigen aber auch, wie durch wirtschaftliche Benutzung der vorhandenen Mittel der Kampf bedeutend aussichtsvoller wird, und führen ihn durch die Einsicht, dass die Arbeitsteilung hierzu Vorbedingung ist, zur Ueberzeugung von der Notwendigkeit, sich zu Gemeinschaften zusammenzuschliessen. Aus dem Nutzen möglichst weit getriebener Arbeitsteilung innerhalb der Gemeinschaft folgt die Notwendigkeit sozialer Gliederung, aber auch die Berechtigung der Individualität, aus der Unerlässlichkeit des genauen Ineinandergreifens aller Teile folgt für das Ganze die Verpflichtung zur Verhütung sozialer Missstände, für den Einzelnen die Pflicht, seinen Willen und seine Neigungen dem Willen der Gesamtheit unterzuordnen. Dieser letztere findet seinen Ausdruck in Sitte und Gesetz; die klar erkannte Notwendigkeit der Unterordnung unter dieselben führt zur wahren Willensfreiheit. Die Erkenntnis aber endlich, dass das Wohl der Gemeinschaft über dem aller seiner Teile steht, muss zu jenem idealen Streben hinführen, das, wie Schwalbe sagt, „ohne Rücksicht auf äussere Vorteile mit ganzer Hingabe an den Gegenstand, unter Selbstaufopferung, ein der Menschheit förderliches Ziel verfolgt“.

Wir sehen, dass die biologischen Gesetze die Stellung des Menschen im Daseinskampfe in weitestem Umfang bestimmen, und müssen daher die Biologie den schon genannten Erfahrungsgebieten als unerlässlichen Teil der allgemeinen Bildung hinzugesellen. Den Nachweis der Gesetze der menschlichen Biologie, der Anthropologie im weitesten Sinne, erbringen wieder besondere Wissenschaften, so vor allem die Geschichte. Indem sie zeigt, wie sich das Menschengeschlecht von den einfachsten gesellschaftlichen, wirtschaftlichen und ethischen Zuständen unter der Einwirkung der kosmischen Verhältnisse und des Daseinskampfes bis zu den heutigen Zuständen entwickelt hat, wird sie selbst zu einem Stück Naturforschung. Auf der Hochschule hat sie diesen Charakter auch bereits angenommen, aber auch auf der Schule zeigen sich erfreuliche Ansätze dazu. Bestand der Geschichtsunterricht in seiner früheren Verbindung mit der Lektüre, besonders der alten Schriftsteller, wesentlich in einer Darstellung von Kriegen und Schlachten, so wird er, auf naturwissenschaftlicher Grundlage aufgebaut, den Hauptwert auf deren Ursachen und Folgen legen, ohne freilich zu vergessen, dass sie den Vorteil des gemeinsamen Handelns unter Zurückdrängung des Einzelwillens, der Hingabe des Einzelnen für die Gesamtheit oft besonders gut erkennen lassen. Indem die Geschichte den allmählich immer grösser gewordenen Umfang der Gemeinwesen behandelt und mit der Herausbildung unseres heutigen Nationalitätenbegriffs abschliesst, weist sie den Jüngling auf das Ganze hin, dessen Wohl in erster Linie die Richtschnur für sein Thun und Lassen sein soll, auf unser Volk, und giebt damit der Vaterlandsliebe ihre natürliche Begründung. Die Gesamtheit der Ergebnisse der menschlichen Entwicklung, wie sie sich in der heutigen Verteilung der Menschheit, ihren staatlichen und wirtschaftlichen Verhältnissen, und den Beziehungen der Völker im Wettbewerb darstellen, fasst die Geographie zusammen, die, in der Geophysik reine Naturwissenschaft, sich ihr auch auf diesem Gebiete aufs engste anschliesst. Die Gesetze, die das Zusammenarbeiten innerhalb der Gemeinschaft regeln, behandelt die Ethik.

Dienen die genannten Erfahrungsgebiete also der Erhaltung der Art, so hat ein benachbartes grosses Gebiet menschlicher Erfahrung damit scheinbar gar nichts zu thun, das Gebiet des Schönen, dem ich nun einige Worte widmen muss. Die Beschleunigung des Energiestromes, der wir unsere Lustgefühle verdanken, beruht im allgemeinen auf vergrösserter Energiezufuhr. Es giebt aber auch Umstände, die, ohne ihn zu verstärken, den Energiestrom dennoch beschleunigen. Wir können sie den Katalysatoren der Chemie vergleichen, die ebenfalls, ohne energetisch beteiligt zu erscheinen, durch ihre blose Anwesenheit die Geschwindigkeit chemischer Vorgänge oft ausserordentlich erhöhen. Die Gesamtheit solcher Umstände bezeichnen wir als das Schöne. Unser Bestreben, sie selbst herbeizuführen oder nachzuahmen, äussert sich in der Kunst. Künstlerisches Schaffen erfordert nun oft einen beträchtlichen Energieaufwand, und auch der mit dem blosen Genuss des Schönen verbundenen Beschleunigung des

Energiestromes muss, da dieser sich nicht verstärkt, eine Verlangsamung, eine Ermüdung folgen. Diese Energiebeeinflussungen würden wir nicht freiwillig auf uns nehmen, wenn nicht das Schöne irgend welche daseinsfördernde Wirkung hätte, also zweckmässig wäre. Das ist denn auch der Fall, und zwar haben wir diese Förderung in der zeitweiligen Beschleunigung der Lebensthätigkeiten selbst zu sehen. Eine gewisse Energiemenge vermag ja ganz andere Wirkungen hervorzurufen, wenn sie während eines kurzen, als wenn sie während eines langen Zeitraumes frei wird. Das bestätigen wir, wenn wir sagen, dass das Schöne anregend, belebend, begeisternd wirke. Dieser daseinsfördernden Wirkung des Schönen wegen muss das Verständnis dafür ebenfalls als notwendiger Bestandteil der allgemeinen Bildung gelten. Da aber die Erfahrung lehrt, dass dieses Verständnis vor allem durch eigene künstlerische Bethätigung gefördert wird, so ist auch die Fähigkeit dazu, wenn auch vielleicht nur auf einem Gebiet, dem Zeichnen, zu verlangen, worauf übrigens ja auch unsere neuesten Lehrpläne hinarbeiten.

Ob nun ein Verständnis des Schönen auf naturwissenschaftlicher Grundlage zu erreichen sei, dürfte, soweit Form und Farbe, sowie Anmut der Bewegung inbetracht kommen, ohne weiteres zu bejahen sein. Auch die Wurzeln der Tonkunst, denken wir an das Murmeln des Baches, das Rauschen der Wälder, den Gesang der Nachtigall, dürften in der Natur zu suchen sein. Und wenn wir bedenken, dass auch viele Vorgänge in der Natur, wie das Erwachen des Frühlings, die Spiele der Tiere, die Bethätigungen der Elternliebe, Schönheitsempfindungen in uns wachrufen, die gewissen Gebieten der Dichtkunst zum Vorwurfe dienen, so dürfte auch für diese wenigstens eine Anknüpfung an die Naturwissenschaft gefunden sein.

Wenn der Mensch durch Erfahrung gebildet wird, so ist sein wichtigstes Bildungswerkzeug sein Erkenntnisvermögen, und da die genaue Kenntnis des Werkzeugs dessen Gebrauchsfähigkeit erhöht, so gehört auch die Bekanntschaft mit unseren D e n k g e s e t z e n zur allgemeinen Bildung. Dass aber zu deren Vermittlung die Beschäftigung mit den Naturwissenschaften — hier dürften Mathematik und Physik die erste Stelle einnehmen — vor allem geeignet sei, wird allgemein zugegeben. Insbesondere vermag die historische Behandlung die Mängel und Fehler unseres Erkenntnisvermögens klar hervortreten zu lassen, uns dadurch zur rechten Würdigung unseres Glaubens und Wissens anzuleiten, und uns vor Ueberhebung und Intoleranz gegen andere Ansichten zu schützen.

Das Mittel, in dem und durch das wir denken, ist die S p r a c h e. Verlangen wir also die Kenntnis der Denkgesetze für die allgemeine Bildung, so müssen wir die der Sprachgesetze mit einbegreifen. Indem die Sprache, aber nicht nur die Form, sondern auch das Uebertragungsmittel unserer Gedanken bildet, das uns ermöglicht, andere an unserem Denken und unseren Erfahrungen teilnehmen zu lassen, ist sie die wichtigste Vorbedingung für die Arbeitsteilung, der wir unsere bevorzugte Stellung im Daseinskampfe verdanken. Je besser ausgebildet die Handhabung der Sprache ist, je geschickter der Einzelne seine eigenen Gedanken ausdrücken, die Gedanken anderer auffassen kann, um so genauer greifen die Thätigkeiten der Individuen ineinander, um so mehr erhöht sich die Leistung des Ganzen. Dazu kommt noch eine weitere wichtige Beziehung der Sprache. Als Darstellungsmittel der Gedanken überhaupt ist sie auch das derjenigen Kunst, deren Mittel die Gedanken selbst sind, der Dichtkunst, die ja wie keine der anderen Künste unser Gemüt zu bewegen vermag und daher an den Schulen den ersten Platz unter ihnen einnimmt. Diese Gesichtspunkte verleihen der Sprache, wenn auch nicht als unmittelbares, so doch als mittelbares Bildungsmittel eine derartige Bedeutung, dass wir sie in einem besonderen Unterricht nur um ihrer selbst willen pflegen müssen, der dann allerdings auf der oberen Stufe die Pflege der Dichtkunst mit übernimmt.

Dass die Pflege der Muttersprache auf einer naturwissenschaftlichen Grundlage gut gedeihen kann, ergiebt sich aus der Erwägung, dass ihr die Naturwissenschaft einen ausserordentlich vielseitigen Uebungsstoff gerade schon auf der untersten Stufe zu bieten vermag. Von unmittelbarem Nutzen kann die naturwissenschaftliche Forschungsweise der Sprache bei Behandlung ihrer Entwicklung sein, also etwa beim Betrieb des Mittelhochdeutschen, oder etymologischen Betrachtungen.

Eine ähnliche Doppelstellung wie die Sprache nimmt als Bildungsmittel das Z e i c h n e n ein. Einmal dient es zur Einführung in ein wichtiges Kunstgebiet, wovon schon die Rede war, dann aber ist es auch neben der Sprache ein hervorragendes Mittel zur Darstellung und Uebertragung unserer Gedanken. In welch enge Beziehung in dieser doppelten Aufgabe das Zeichnen zu der Naturwissenschaft steht, brauche ich in diesem Kreise nicht weiter auseinanderzusetzen, zumal da wir uns noch in einer Abteilungssitzung mit diesem Gegenstande beschäftigen werden.

Wenn wir nun einmal zurückblicken, so haben sich als notwendige Bildungsmittel eine Anzahl Erfahrungsgebiete ergeben, die sich etwa in folgenden Unterrichtsfächern behandeln liessen: Mathematik, Physik, Chemie, Biologie, Geschichte, Geographie, Deutsch, Zeichnen.

Wie bisher bleiben Astronomie und Astrophysik dem physikalischen, Geophysik dem geographischen, Physiologie dem biologischen Unterrichte zugewiesen. Etwas Psychologie könnte sich der Physiologie des Menschen anschliessen. Die Gesellschaftslehre möchte ich der Geschichte, die Wirtschaftslehre teilweise der Geographie, teilweise der Mathematik zugewiesen sehen. Zur Pflege des Schönen werden abgesehen vom Deutschen und Zeichnen, auch Biologie, Geographie und Geschichte — ich will auch das Turnen nicht vergessen — Gelegenheit geben.

So verbleiben noch Ethik und Metaphysik. Wenn man die Ausblicke über das Gebiet der Thatsachen hinaus, mit dem die einzelnen Zweige der Naturwissenschaft abschliessen, schon mit letzterem Wort bezeichnen will, so gehen diese Ausblicke doch nur so weit, als ihnen irgend welche, wenn auch noch so hypothetische Anschauungen über thatsächliche Verhältnisse zugrunde liegen. Das Causalitätsgesetz zwingt aber den Menschen noch über jede thatsächliche Grundlage hinaus sich einen Glauben über die letzten Ursachen zu bilden. Ebenso erhält ja die Ethik in der Biologie, der Geschichte und im Deutschen ihre Unterlagen; für beide Gebiete aber ist bei der grossen Bedeutung, die sie für das menschliche Handeln haben, eine Behandlung in einem besonderen Unterricht wünschenswert. Bei unseren jetzigen Verhältnissen nimmt diese Aufgabe der Religionsunterricht in Anspruch. Während nun wir Biologen die religiösen Anschauungen als etwas Gewordenes ansehen, das sich mit der Weiterentwicklung der Menschheit auch weiterhin verändern wird, ist das Kennzeichen der Kirchenreligionen gerade die Unveränderlichkeit und Starrheit der Anschauungen. In seinem bekannten Vortrage „Ueber die Lage des biologischen Unterrichtes an höheren Schulen" hat Ahlborn auf den Gegensatz zwischen Naturwissenschaft und Kirchenreligion hingewiesen und die Notwendigkeit eines Ausgleichs betont. Wir verlangen nichts von der Kirchenreligion, als dass sie naturwissenschaftliche Thatsachen nicht bestreitet. Hat sie die astronomischen Entdeckungen des 17. Jahrhunderts anerkennen können, so wird sie sich auch mit den neueren Ergebnissen der Naturforschung abzufinden wissen. Will sie uns aber entgegenkommen, und namentlich viele Religionslehrer an den höheren Schulen scheinen dazu den ernstlichen Willen zu besitzen, so soll es an unseren Bemühungen nicht fehlen, ihre Ethik zu einer solchen zu erheben, welche die Uebung des Guten um seiner selbst willen fordert und die Ausdrücke Lohn und Strafe nicht kennt. Wir werden dann also wohl sagen können: Metaphysik und Ethik gehören in den Religionsunterricht.

Während die bis jetzt genannten Wissensgebiete, wenn auch ihr Inhalt sich fortwährend ändern wird, auf alle Zeiten hinaus ihren Wert als Bildungsmittel behalten werden, so lässt sich dies für ein grosses Gebiet, das nach Stundenzahl und Bedeutung für Versetzung und Prüfung bei unserer heutigen Jugendbildung eine ausschlaggebende Rolle spielt, das Gebiet der Fremdsprachen, durchaus nicht behaupten. Niemals wird es eine Zeit geben, in der die Menschen ohne Physik oder ohne Ethik auskommen; wohl aber kann ich mir eine Zeit denken, in der man das Verkehrshindernis der Vielsprachigkeit ebenso beseitigen wird, wie man die Verschiedenheiten der Masse und Münzen zu beseitigen sucht und schon teilweise beseitigt hat, eine Zeit, bis zu der sich der Nationalitätenbegriff soweit gefestigt hat, dass er eines Feldzeichens, wie es heute die Sprache darstellt, nicht mehr bedarf. Was nun unsere jetzige Stellung zu den Fremdsprachen angeht, so kann ja kein Zweifel darüber bestehen, dass wir den Wettbewerb mit anderen Völkern nur aufnehmen, an ihren geistigen Gütern nur teilnehmen können, wenn wir ihrer Sprache mächtig sind. Als die Zeit noch weniger Wert als heute hatte, als der Wettbewerb noch weniger andere Anforderungen stellte, war es jedem Einzelnen vergönnt, mit Aufwand von beliebig viel Zeit und Mühe sich die Fremdsprachen, deren er bedurfte, anzueignen. Heute fängt auch in diesem Punkte die Arbeitsteilung an, ihren wirtschaftlichen Vorteil zu zeigen. Zwischen dem fremdsprachigen Autor und dem Leser schiebt sich der Uebersetzer ein; fast jedes bedeutende Werk wird sofort in mehrere Sprachen übersetzt, ja, man liest bereits zuweilen „im Auftrage der Regierung, oder des und des Ministeriums übersetzt". Auf unseren naturwissenschaftlichen Gebieten sind wir an die Benutzung von Uebersetzungen gewöhnt; dass man auch in das Verständnis der altsprachlichen Klassiker und der neueren fremdsprachlichen Dichtkunst durch Uebersetzungen eindringen kann, wird selbst von Philologen mehr und mehr zugestanden. Ich führe nur den Ausspruch des Oberrealschuldirektors Dr. Schmidt in Hanau an, der, selbst Neuphilologe, auf der Hauptversammlung des „Vereins zur Förderung des höheren lateinlosen Schulwesens" in Marburg am 7. Oktober 1899 sagte: „Wir können uns, glaube ich, mit unserer Muttersprache die ganze Welt des Wissens erobern und brauchen dazu überhaupt keine fremde Sprache", und erwähnt: „dass sich gegenwärtig in England eine Bewegung geltend macht, die höhere Schulen ganz ohne fremde Sprachen konstruieren will".

Der letztere Vorschlag dürfte wohl zu weit gehen. Unsere schnelllebige Zeit verlangt schon die rasche Kenntnisnahme von Tages- und Zeitschriftenliteratur, ehe deren Inhalt in grössere

Sammelwerke, die übersetzt werden, übergeht, namentlich auf dem Gebiet des Handels, der Industrie und der Technik. Die erleichterten Verkehrsverhältnisse ferner ermöglichen heute einen viel stärkeren Besuch des Auslandes, als vor einem Menschenalter, wovon aber nur diejenigen einen Gewinn mitbringen, die der fremden Sprache einigermassen mächtig sind. Ob man aus diesen praktischen Gründen die neueren Fremdsprachen als Bestandteile der allgemeinen Bildung in Anspruch nehmen oder sie der Fachbildung zuweisen soll, darüber müsste der Prozentsatz derer entscheiden, die ihrer in der genannten Hinsicht bedürfen.

Nun können natürlich die Fremdsprachen wie jeder andere Naturgegenstand nach ihren Gesetzen und ihrer Entwicklung untersucht werden — in letzterer Hinsicht verfährt die vergleichende Sprachwissenschaft sogar nach durchaus naturwissenschaftlicher Methode — und können als Mittel der geistigen Schulung und zur Ableitung der biologischen Entwicklungsgesetze dienen, bieten den Naturwissenschaften gegenüber aber eine derartige Schwierigkeit in der Aneignung des zugrunde zu legenden Thatsachenmaterials, dass sie dafür nicht in Frage kommen können. Wohl aber bleibt der Nutzen bestehen, den uns die Fremdsprache als Spiegel unserer eigenen Sprache gewährt.

Wenn wir daher für die allgemeine Bildung die Bekanntschaft mit mindestens einer Fremdsprache fordern, so kann doch dem Sprachunterricht keineswegs mehr die Bedeutung zuerkannt werden, die er heute noch dem Sachunterricht gegenüber einnimmt. Das Verhältnis beider hat Pietzker in seinem bekannten Aachener Vortrag auseinandergesetzt, auf den ich hier wohl verweisen kann.

Gerade von den Vertretern des Sachunterrichtes hört man nun öfter die Frage erörtern, welche Gebiete desselben nun den Mittelpunkt bilden sollen. Ich halte diese Erörterungen für ebenso aussichtslos, wie die Untersuchung, ob das Gehirn oder der Magen oder ein anderer Teil der Mittelpunkt unseres Körpers sei. Das einheitliche Zusammenwirken und die Verbindung aller Teile, das ist es, worauf es bei einem Organismus — und die Schule ist ein solcher — ankommt. Das Bedürfnis nach einer Verbindung, nach leitenden Gedanken, ist es denn auch, das die Forderung volkswirtschaftlicher, verkehrsgeographischer, sozialer Belehrungen, sowie philosophischer Erörterungen und Zusammenfassungen in den obersten Klassen erzeugt, die entweder in dem Unterricht der sogenannten exakten Naturwissenschaften, oder im Deutschen, oder in einem besonderen propädeutisch-philosophischen Unterricht ihren Platz finden sollen. Sieht man sich die zu behandelnden Fragen aber näher an, so bemerkt man alsbald, dass sie entweder rein biologischer Natur sind, oder doch zur Biologie in enger Beziehung stehen. Letztere ist es denn in der That, die eine Verbindung aller Teile unseres Sachunterrichtes herzustellen vermag. Wenn wir daher die Forderung stellen, dass die Naturwissenschaft die Grundlage unserer allgemeinen Bildung bilden soll, so müssen wir betonen, dass dabei der Biologie eine besondere Bedeutung zukommt und müssen uns den Thesen der letzten Naturforscherversammlung anschliessen, in denen eine Durchführung des biologischen Unterrichtes durch alle Klassen der höheren Lehranstalten gefordert wird. Ich will hierbei aber die Bemerkung nicht vergessen, dass mir dann auch die Durchführung der Geographie selbstverständlich erscheint. Ueberhaupt dürften sich die Forderungen der Geographen, ihr Fach in den Mittelpunkt des Unterrichts zu stellen mit unseren Bestrebungen so ziemlich decken und auch nur aus dem Bedürfnis nach naturwissenschaftlicher Grundlage hervorgegangen sein. Da die Geographen von Hause aus der Naturwissenschaft fremd gegenüberstehen und erst durch ihr Studium zur Erkenntnis ihrer Bedeutung für die allgemeine Bildung gelangen, ist es sehr erklärlich, dass sie nun auch die Jugend denselben Weg führen wollen. Es dürfte aber wohl kein besonderer Nachweis erforderlich sein, dass nicht die Geographie die Grundlage der Naturwissenschaft, sondern die Naturwissenschaft diejenige der Geographie ist.

Nun wird aber, wie in Hamburg, der Einwand vorgebracht werden, woher man denn zur Durchführung der genannten Fächer die Zeit nehmen solle. In welcher Richtung man hier vorgehen kann, glaube ich schon angedeutet zu haben. Bei aller Pflege der klassischen Literatur und des klassischen Geistes, die wir dem deutschen, dem geschichtlichen und dem Zeichenunterricht zuweisen, können wir die klassischen Sprachen als Unterrichtsfächer nicht mehr beibehalten. Wenn weiter in dem neusprachlichen Unterricht die Lektüre um der Sprache selbst willen betrieben wird, während die Einführung in die fremde Literatur ebenfalls dem Deutschen zufällt, kann durch Fortfall der eigentlichen Uebersetzungsarbeit in den oberen Klassen viel Zeit gewonnen werden, die neben dem Deutschen der Geographie und Biologie zugute kommt. Aber noch viel mehr muss der Betrieb der Fremdsprachen auf der Unterstufe zu Gunsten des naturwissenschaftlichen Unterrichts eingeschränkt werden. Sollen wir in letzterem die Grundlage der allgemeinen Bildung gewinnen, so müssen wir ihn in einer Breite betreiben, die nur durch unmittelbare Berührung mit der Natur, und späterhin mit den verschiedenen Gebieten menschlicher Thätigkeit gewonnen werden kann. Ich habe hier vornehmlich systematisch betriebene und planmässige, nicht gelegentliche, Exkursionen, sowie die Behandlung aller physikalischer und chemischer Gegenstände im Auge, für die bereits Verständnis vorhanden ist, um der Physik und Chemie später um so mehr Raum und Unterlagen für die technische und kulturelle Seite des Unterrichts zu schaffen. Was der neusprachliche Unterricht für die allgemeine Bildung leisten soll, kann er auch leisten, wenn er erst nach dem dritten Schuljahr beginnt. In sechs Jahren kann ein Schüler, auch bei einer geringeren Stundenzahl als jetzt, soweit gebracht werden, dass er die Fremdsprachen für den persönlichen oder schriftlichen Verkehr hinreichend beherrscht, oder sich in das Verständnis von Fachzeitschriften, die auch der jetzige Realabiturient zunächst nur mit dem Wörterbuch lesen kann, hineinarbeitet. Ich bitte Sie, sich einmal die Leistungen der kaufmännischen Fortbildungsschulen anzusehen, und Sie werden mir Recht geben, zumal wenn Sie bedenken, unter wieviel ungünstigeren Verhältnissen der Fortbildungsschüler arbeitet. Ganz anders als jetzt vorbereitet, werden die Schüler nach einem dreijährigen Herz und Sinne beschäftigenden Unterricht in Naturkunde, Geographie, Mathematik und vor allem im Deutschen, dem man von der gewonnenen Zeit auch einen Teil überlassen müsste, an die Fremdsprache herantreten. Gestützt auf die bereits erworbene Sicherheit in der deutschen Grammatik könnte die in der Naturkunde schon hinreichend entwickelte Fähigkeit des Auffassens und Vergleichens sofort für die Aufgabe der Fremdsprache, uns über die Eigenart der Muttersprache zu belehren, nutzbar gemacht werden, und nebenbei eine Menge von Associationen für die gedächtnismässige Aneignung bieten. Nach dem dritten Schuljahr wird sich auch die Muttersprache hinreichend gefestigt haben, dass die von manchen Neuphilologen gefürchtete Beeinflussung des deutschen Ausdrucks durch die Fremdsprache weniger von Belang ist. Ueber die Stellung des neusprachlichen Unterrichts werden wir uns mit den Neuphilologen im Verein zur Förderung des lateinlosen höheren Schulwesens auseinanderzusetzen haben. Ich will nur erwähnen, dass schon auf der Versammlung desselben in Marburg im Jahre 1899 von Professor Dahn der Wegfall der fremden Sprachen in Sexta und Quinta gefordert wurde und Direktor Dörr ihm darin beistimmte.

Sie sehen, dass ich in Verfolgung meiner Ansicht, dass es nur eine allgemeine Bildung gebe, auch zur Forderung der Einheitsschule gelange. Welchen Einfluss dieselbe auf das gegenseitige Verständnis, die gegenseitige Wertschätzung der einzelnen Berufsklassen, und damit auf die Leistungsfähigkeit der Nation haben würde, brauche ich wohl nicht auseinanderzusetzen. Ich möchte aber noch darauf hinweisen, dass durch Hinausschieben des fremdsprachlichen Unterrichts auch die Aussicht auf ein mehrjähriges Zusammengehen der höheren und niederen Schulen eröffnet wird, dessen soziale Bedeutung ja auch schon des öfteren betont wurde.

Nun wird man mir einwenden, dass der Beginn der Berufsbildung unmöglich bis zum Abschluss der allgemeinen Bildung warten könne, dass die letztere vielmehr schon auf der Schule vorbereitet werden müsse, wodurch, je nachdem man die eine oder andere Berufsgruppe im Auge habe, eine Verschiedenheit der an der Schule betriebenen Fächer hervorgerufen werde. Wie, wird man fragen, soll das Studium der alten Sprachen noch möglich sein, wenn dieselben nicht mehr auf den Schulen gelehrt werden? Nun, ich denke, wenn man orientalische alte Sprachen ohne Vorbereitung durch die Schule studieren kann, wird dies auch bei den klassischen Sprachen ausführbar sein. Das Studium dieser beiden Sprachgebiete wird nach Wegfall der altphilologischen Lehrerschaft überhaupt grosse Aehnlichkeit bekommen, indem sie beide eben nur um ihrer selbst willen betrieben werden. Für die fehlende sprachliche Vorbereitung auf der Schule bekommen die Studierenden durch die naturwissenschaftliche Bildung etwas viel Wertvolleres mit, die Methode, denn Sprachforschung ist Naturforschung. Die Theologen müssen sich das Hebräische ohnehin privatim aneignen, sollte das nicht auch für das Griechische möglich sein? Oder sollte für die später in die Praxis tretende grosse Masse der Theologiestudierenden, wenn wir bedenken, wieviel ihrer Wissenschaft sie thatsächlich dem Studium des Urtextes verdanken, nicht am Ende die Kenntnis der Bibel in der Uebersetzung ausreichen? Ich möchte behaupten, dass für sie die Kenntnis der Schöpfung, die Entwicklungsgeschichte der Ethik, und in der späteren Praxis die Bekanntschaft mit der Gesellschaftslehre und der Psychologie, zu der der Weg durch die Physiologie führt, ungleich wertvoller sei, als die Kenntnis des Lateinischen und Griechischen, die jetzt nur einmal hervorgeholt wird, um den Sohn für die Tertia des Gymnasiums vorzubereiten, und dann verstaubt. Die gleichen Erwägungen gelten auch für die Juristen. Deren völlig unzureichende Ausbildung, wie sie noch vor nicht allzu langer Zeit vom Staatssekretär des Auswärtigen beklagt, von namhaften industriellen Körperschaften der Regierung zur Kenntnis gebracht wurde, und von hervorragenden Juristen zugegeben wird, lässt sich durch eine veränderte Studienordnung und durch Einrichtung von Fortbildungskursen nicht heben, solange sie nicht eine naturwissenschaftliche Grundlage schon auf der Schule erhält. Der Mediziner braucht nicht mehr Latein und Griechisch als der Naturwissenschaftler. Denn die Medizin ist angewandte Naturwissenschaft, und einer naturwissenschaftlichen Grundlage auf der Schule gegenüber könnte das Physikum ruhig verschwinden. Braucht nun aber nicht der Neuphilologe Latein? Gewiss, aber das kann er sich ebensogut auf der Hochschule aneignen, wie der Altphilologe sich dort heutzutage seinen Sanskrit erwerben muss. Schliesslich könnte dafür aber ein fakultativer Unterricht, wie jetzt für das Hebräische eingerichtet werden. Ein Studium der Philosophie ist heute ohne naturwissenschaftliche Grundlage nicht mehr möglich. Für den Historiker dürfte die naturwissenschaftliche Vorbildung, die ihn auf die allgemeinen Ursachen des geschichtlichen Geschehens hinweist, eine ausserordentliche Belebung bringen, und dem Geographen ein Verständnis für die Aufgaben seiner Wissenschaft, das er sich jetzt erst während seines Studiums erwerben muss, ganz abgesehen von den naturwissenschaftlichen Thatsachen, deren er an einem fort bedarf.

Ich will Sie nicht damit aufhalten zu zeigen, wie auch für alle anderen höheren Berufsarten, Forst- und Bergfach, Postfach, Militärfach, Landwirtschaft, Technik, Industrie, Handel und selbst die Kunst die naturwissenschaftliche Allgemeinbildung, wie keine andere die Berufsbildung vorbereitet. Aber es ist vielleicht nicht überflüssig, darauf hinzuweisen, dass für die Vertreter der praktischen Berufsarten besonders die biologische Grundlage geeignet ist, allgemeinere Gesichtspunkte in die Berufsthätigkeit hineinzutragen, indem sie die durch Empirie erworbenen Begriffe der Konkurrenz, der Arbeitsteilung und Wirtschaftlichkeit mit allen ihren Folgerungen erst wissenschaftlich begründet.

Ich kann nicht schliessen, ohne darauf hinzuweisen, dass in einer Schule mit naturwissenschaftlicher Grundlage auch der Betrieb die naturwissenschaftlichen Gesetze zu beachten hat. Da muss denn, was die Schüler angeht, ernstlich auf die Beachtung des Prinzips der Auslese hingewiesen werden. Dieselbe müsste sich vor allem auf die Fähigkeit des Wollens erstrecken, da uns der Wettbewerb mit den anderen Nationen nötigt nur thatkräftige Persönlichkeiten in die führenden Berufe gelangen zu lassen. Die Stellung, die man in neuerer Zeit der Ueberbürdung gegenüber einnimmt, lässt in dieser Richtung das Beste hoffen.

In der Thätigkeit der Lehrer muss der Gedanke der Wirtschaftlichkeit leitend sein. Sie verlangt einerseits Arbeitsteilung, d. h. Fachunterricht, verlangt aber auch anderseits als Vorbedingung dafür genauestes Ineinandergreifen der verschiedenen Fächer. Wir müssen daher von allen Lehrern, auch den Vertretern des sprachlichen Unterrichtes, eine naturwissenschaftliche Allgemeinbildung verlangen, von dem Einzelnen gründliche Durchbildung und dauernde Weiterarbeit in seinem Fach. Diese allein setzt den Lehrer in den Stand, in der Fülle der Thatsachen das Unwesentliche vom Wesentlichen zu scheiden und den Inhalt grosser Erfahrungsgebiete auf die einfachste Form zu bringen. Beim Eindringen in die Tiefe des Faches laufen dem Lehrer erst alle die vielen Fäden in die Hand, die sich nach anderen, häufig scheinbar fernliegenden Gebieten hinüberspinnen und eine lebendige Verbindung aller Unterrichtsgebiete gewährleisten. Diejenigen, die zwar die wissenschaftliche Berechtigung des Fachlehrertums anerkennen, aber sich nicht an die praktische Durchführung getrauen, mögen doch einige Wochen einmal einen grossen technischen Betrieb studieren, und sie werden Mut bekommen. Dass die an den Lehrer dann zu stellenden Anforderungen bedeutend gesteigert würden, will ich zugeben; ich glaube aber, dass durch die innere Befriedigung die grössere Anspannung reichlich aufgewogen würde. Sollten sich wirklich einmal Lehrer finden, die nachdem man es in den verschiedensten Fächern mit ihnen versucht hat, sich für die Praxis ungeeignet erweisen, so soll man die durch Auslese entstehenden Mehrkosten ebensowenig scheuen, wie beim Offizierkorps.

Die biologischen Gesetze erweisen ferner auch die Berechtigung der Individualität. Hier ist, was den Lehrer angeht, noch viel zu thun. Erfreulich ist es allerdings, wenn neuerdings mehr und mehr betont wird, dass die Lehrpläne nach dem Geiste und nicht nach dem Worte gehandhabt werden sollen. Möchte doch auch bei uns die Zeit kommen, da die amtlichen Lehrpläne wie die militärischen Dienstvorschriften das Verbot enthalten, dass „von irgend jemand zur Erzielung gesteigerter äusserer Gleichmässigkeit oder in anderer Absicht mündliche oder schriftliche Zusätze zu der Vorschrift gemacht werden“. „Es soll vielmehr der für Ausbildung und Anwendung absichtlich gelassene Spielraum nirgends eine grundsätzliche Beschränkung erfahren“.

Zum Schlusse möchte ich meine Meinung dahin zusammenfassen, dass ich die Fassung der These der Münchener Naturforscherversammlung: „Für den höheren Schulunterricht können die Naturwissenschaften ebenso geeignete Grundlagen bilden, wie die sprachlich-historischen Fächer“, nicht anerkennen kann, und deren ursprüngliche Fassung wieder hergestellt sehen möchte: „Die geeignetste Grundlage höheren Schulunterrichts sind die Naturwissenschaften“. Die Anerkennung dieser Fassung erst wird den Ausgangspunkt einer wirklichen Schulreform bilden können. Die sogenannten Reformschulen sind und bleiben Sprachschulen.

Erst die Einheitsschule auf naturwissenschaftlicher Grundlage wird den Zustand beseitigen, dass unsere führenden Berufsklassen so wenig von ihrem gegenseitigen Schaffen und von der Bedeutung desselben für die Allgemeinheit wissen, ein Zustand, der nicht, wie die wahre Arbeitsteilung, zur Wirtschaftlichkeit und zum Fortschritt, sondern zur Zerrissenheit und Interessenpolitik, zum Untergange führt.

Bis jetzt haben die Völker ihre Erziehung empirisch betrieben. Einen empirischen Betrieb gestattet aber heute der allgemeine Wettbewerb auf keinem Gebiete mehr; denken Sie nur z. B. daran, wie er uns zur wissenschaftlichen Ausnutzung der Heizstoffe, zum „rationellen“ Betrieb der Landwirtschaft geführt hat! Dasjenige Volk, das zuerst seine Erziehung nach den durch die Naturwissenschaft vorgezeichneten Grundsätzen umgestaltet, wird einen gewaltigen Vorsprung vor anderen Völkern erhalten. Möge unsere Regierung einsichtig genug sein, ihn uns zu wahren! Dann werden auch jene Gestalten verschwinden, die, als Fremdlinge in unserer Ausstellung umherwandernd, das kraftvolle Vorwärtsstreben der Gegenwart, den Idealismus der Stände, die unserer Nation die Lebenswerte schaffen, nicht begreifen, die der Zeit einen Vorwurf daraus machen, dass sie selbst hinter ihr zurückgeblieben sind, und darum über „die innere Leere unserer äusserlich so glanzvollen Zeit“ klagen.

Man wende aber nicht schliesslich noch ein, dass die Schule rasche Umwandlungen nicht vertragen könne, dass die praktische Durchführung unseres Gedankens auf unendliche Schwierigkeiten stossen werde, und dass es endlich vor allem an biologischen Lehrkräften fehle. Nicht der Organismus selbst, sondern die äusseren Umstände bestimmen, ob und wie schnell er sich abzuändern habe; gerade darin, dass er der Veränderung der äusseren Umstände folgen kann, zeigt er seine Daseinsberechtigung; kann er nicht folgen, so geht er zugrunde. Was die Schwierigkeiten angeht, so pflegt darin für den Ingenieur ein Hauptanreiz zur Thätigkeit zu liegen; lassen Sie uns nicht hinter ihm zurückstehen! An Lehrkräften aber wird es nicht fehlen. Alle diejenigen, die jetzt in Feld, Wald und Flur, oder am Mikroskope Ersatz dafür suchen, dass es ihnen nicht so, wie sie möchten, vergönnt ist, der Allgemeinheit zu dienen, werden in freudiger Begeisterung sich um ein Banner schaaren, das die Aufschrift trägt: Allgemeine Bildung auf Naturwissenschaftlicher Grundlage!

Zur Geometrographie.

Von R. Güntsche (Berlin).

Durch das Studium der Arbeiten des Herrn Lemoine über Geometrographie, von denen die letzte kürzlich in der Sammlung Scientia (Phys.-Math. No. 18, Paris, 1902) erschienen ist, bin ich zur Auffindung der nachfolgenden beiden geometrographischen Konstruktionen veranlasst worden. Ueber Definitionen und Wesen dieser Wissenschaft habe ich mich in einem anderen Artikel der Unt.-Bl. (Heft 3), „Ueber Geometrographie“, ausgesprochen. Jch möchte bei dieser Gelegenheit auf einen demnächst im Arch. d. Math. u. Phys. erscheinenden Artikel hinweisen, in dem ich folgende Konstruktionen mitteile:

1. Vierte Proportionale zu M, N und P, $X = \frac{NP}{M}$, $N > P$, partikuläre Konstruktion, anwendbar im Falle $2M > P$, S : 13.

2. Dritte Proportionale zu N und M, $X = \frac{N^2}{M}$, 2. partikuläre Konstruktion, anwendbar, wenn $2M > N$, S : 10.

3. Ueber einer gegebenen Strecke als Sehne das eines gegebenen Winkels fähige Kreissegment zu beschreiben, geometrographische Konstruktion, S : 20.

4. Die Länge des Radius eines Kreises zu finden, dessen Mittelpunkt nicht gegeben ist, geometrographische Konstruktion, S : 6.

5. Den Mittelpunkt eines Kreises zu finden, wenn dieser Mittelpunkt nicht gegeben ist, geometrographische Konstruktion, S : 11.

Ferner möchte ich auf einen späteren Artikel aufmerksam machen, der folgende Konstruktionen enthält, die ebenfalls teils neu, teils Verbesserungen der bekannten sind, und von denen einige von Herrn Oberst Moreau herrühren:

6. Durch einen Punkt ausserhalb einer Geraden eine Gerade zu legen, die mit ihr einen gegebenen Winkel einschliesst, 2. geometrographische Konstruktion, S : 16.

7. Ein Dreieck aus a, α, β zu konstruieren, geometrographische Konstruktion, S : 27.

8. Teilung von AB in C derart, dass $AC : AB = p : q$ oder $AC : BA = p : q$, geometrographische Konstruktion, S : 17; partikuläre Konstruktion für $2q > AB$, S : 15; beide Aufgaben zugleich, partikuläre Konstruktion für $2q > p$ oder $2q > AB$, S : 17.

9. Das eines Winkels fähige Kreissegment (vgl. No. 3), Konstruktion mittelst des Zirkels allein, S : 21 resp. 30.

10. Gemeinsame Tangenten zweier Kreise, Fall, dass die Kreise sich schneiden, 2. geometrographische Konstruktion, S : 26.

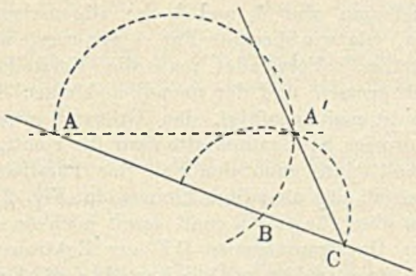
11. Goldener Schnitt (innen und aussen), 4. geometrographische Konstruktion, S : 13; mittelst des Zirkels allein, S : 17.

12. Zehnteilung des Kreises, 4. und 5. geometrographische Konstruktion, S : 22, mit dem Zirkel allein, S : 24.

13. Vierte Proportionale zu M, N und P (vgl. No. 1), 2. bis 7. geometrographische Konstruktion, darunter eine mit dem Zirkel allein, S : 21.

1. Einen Winkel von 45° (oder von 135°) zu konstruieren (Scientia, Aufg. X^c, S. 20).

Geometrographische Konstruktion (Fig. 1). — Man zeichne einen Kreis und einen Durchmesser $(R_1 + R_2 + C_3)$, der den Kreis in A und A' schneidet, ziehe eine beliebige durch A gehende Gerade $(R_1 + R_2)$,

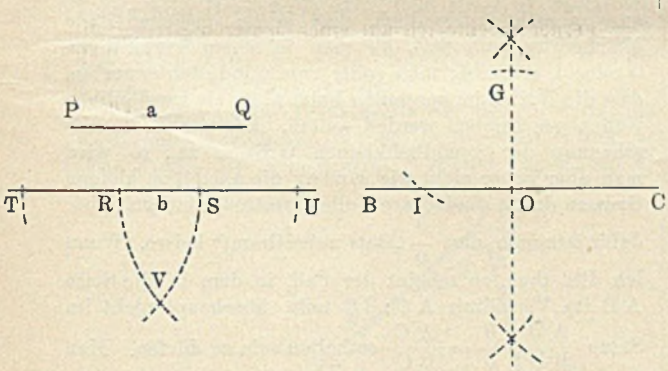


die den Kreis in B trifft, beschreibe den Kreis B (B A') ($2\,C_1 + C_3$), der A B in C schneidet, und verbinde C mit A' ($2\,R_1 + R_2$); der Winkel ACA' ist gleich 45° (oder 135°); Op: ($4\,R_1 + 3\,R_2 + 2\,C_1 + 2\,C_3$); S:11; E:6; 3 Gerade, 2 Kreise.

Hierdurch wird der bisherige Einfachheitskoeffizient um 2 Einheiten vermindert.

2. Zwei Strecken zu konstruieren, von denen man die (auch der Lage nach gegebene) Summe BC und das Produkt a·b kennt (Scientia XLI Remarque, p. 49).

Wenn man die Hilfsaufgabe (mittlere Proportionale zwischen a und b) nicht nach der Konstruktion von Thomas Struve, sondern nach der von Herrn Lemoine, z. B. Scientia, Fig. 9, gebrauchten an den gegebenen Strecken a und b ausführt, reduziert sich die Einfachheit, die nach der gebräuchlichen Vorschrift gleich 37 ist, von 28 auf 24.



Geometrographische Konstruktion (Fig. 2). — Es sei PQ = a, RS = b, a > b. Man ziehe den Kreis R (a), der RS in U in der Richtung RS schneidet, und S (a), der SR in T in der Richtung SR trifft ($4\,C_1 + 2\,C_3$); man ziehe T (a) und U (a) ($2\,C_1 + 2\,C_3$), die sich in V schneiden; RV ist die mittlere Proportionale zwischen a und b; (das folgende wie in Scientia) man ziehe B (ϱ) und C (ϱ) (ϱ beliebig), und die Verbindungslinie ihrer Schnittpunkte, die BC in O trifft ($2\,R_1 + R_2 + 2\,C_1 + 2\,C_3$), ferner O (RV), der auf dieser G festlegt ($3\,C_1 + C_3$); während die Spitze des Zirkels in O bleibt, nehme man OB in den Zirkel; hierauf ziehe man G (OB) ($2\,C_1 + C_3$), der BC durch den Punkt J in die beiden gesuchten Strecken zerlegt; Op: ($2\,R_1 + R_2 + 13\,C_1 + 8\,C_3$); S: 24; E: 15; 1 Gerade, 8 Kreise.

In Bezug auf die Entwickelung dieser Lemoineschen Konstruktion, die hiermit eine Modifikation erfährt, muss ich auf Scientia oder Herrn Lemoines Abhandlung im Archiv 1901 verweisen.

Diese Verbesserung kann ohne weiteres auf den Fall übertragen werden, dass statt der Summe BC die Differenz BC der gesuchten Strecken gegeben ist (Scientia XLII Remarque, p. 50).*)

Die Sätze von Menelaus, Ceva und vom vollständigen Vierseite und das Unendliche

von

Dr. Kurt Geissler (Charlottenburg).

In der Geometrie pflegt man als äusserste Fälle oft diejenigen anzuführen, für welche gegebene Stücke unendlich oder gleich Null werden; nicht selten auch giebt man für letzteren Wert den Wert „unendlich klein" an. Es kommt vor, dass für solche äussersten Fälle ein sonst gültiger Satz unrichtig oder nur unter gewissen Umständen richtig erscheint, sodass verwunderlicherweise für scheinbar allgemeine Sätze besondere Untersuchungen nötig werden. Bisweilen drängt sich auch der Wunsch auf, nahe verwandte Sätze mit Hilfe solcher äussersten Fälle in einander übergehen zu lassen, ohne dass man ihn bisher erfüllen konnte. Die zu so verschiedener Zeit gefundenen und offenbar nahe verwandten Sätze von Menelaus und Ceva benutzt man nicht selten, auch im Schulunterrichte, um daraus den Satz vom vollständigen Vierseite und die Sätze über die besonderen Punkte im Dreiecke abzuleiten, anstatt von vornherein harmonische Strahlenbüschel zu verwenden. Ich möchte hier durch die „Behaftung" jener Sätze mit dem Unendlichen, unter Benutzung der anschaulichen Auffassung unendlicher Grössen verschiedener Grade, jene drei Sätze nicht äusserlich bei derselben Dreiecksfigur anwenden, sondern in einander übergehen lassen und dabei auch diese Auffassung des Unendlichen für harmonische Strahlenbüschel verwenden.

Wiewohl es möglich wäre, auch für unendlich grosse oder unendlich kleine Dreiecke die Sätze auszuführen (in entsprechender Art, wie ich dies für andere Sätze in meinem Buche „Die Grundsätze und das Wesen des Unendlichen", B. G. Teubner, that), will ich mich doch hier auf endliche Dreiecke beschränken, bei denen Teilstücke der Seiten oder der Transversalen unendlich gross (∞) oder unendlich klein (angedeutet durch δ) werden.

Wird beim Satze des Menelaus eine Quertransversale DF (Fig. 1) nahezu parallel einer Dreiecksseite

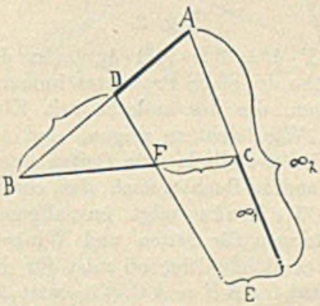


Fig. 1.

AC gewählt, von der sie endlichen Abstand hat, so schneidet sie die Verlängerung von AC in einem Punkte E, der unendlich entfernt ist. (Es wird, wie im genannten Buche, scharf unterschieden zwischen Geraden, welche parallel sind, d. h. sich nicht schneiden, und solchen, die sich in irgendwelchen unendlich entfernten Punkten schneiden). Nimmt man an, dass auch hierfür der Satz des Menelaus gilt, so müssten da-

---

*) Herrn Oberst Moreau ist es während der Drucklegung dieses Artikels gelungen, den Einfachheitsgrad der vorliegenden Aufgabe 2 auf 21 zu reduzieren; er stellt hierfür zwei geometrographische Konstruktionen auf.

nach die folgenden Produkte von Masszahlen gleich sein:

$$AD \cdot BF \cdot CE = BD \cdot CF \cdot AE$$

oder

$$AD \cdot BF \cdot \infty_1 = BD \cdot CF \cdot \infty_2.$$

Es ist für das Gebiet des Unendlichen $\infty_1 = \infty_2$, weil sie sich nur um das endliche Stück AC unterscheiden. Man könnte auch $CE = \infty_1 = AE - AC$ einsetzen und die Gleichung durch $AE = \infty_2$ dividieren; man erhielte so, da $\frac{AC}{\infty_2} = \delta$ ist und $\frac{\infty_2}{\infty_2} = 1$, die Gleichung $AD \cdot BF - \delta = BD \cdot CF$. Nach einem allgemeinen Grundsatze kann durch den Summanden δ die endliche Grösse $AD \cdot BF$ keine endliche Veränderung erleiden; also ist für die Behaftung mit dem Endlichen $AD \cdot BF = BD \cdot CF$ oder $AD : BD = CF : BF$. Es ergiebt sich: *Falls bei einem Strahlenbüschel B durch zwei Gerade endliche Strecken abgeschnitten werden, so ist es für die Proportion zwischen diesen endlichen Strahlenstücken gleichgiltig, ob jene Geraden parallel sind oder sich im Unendlichen schneiden.*

Während der Satz des *Menelaus* bei Weglassung jener beiden unendlichen Faktoren richtig bleibt, würde er bei Weglassung zweier unendlich kleiner Faktoren im folgenden Falle i. A. falsch werden. Es rücke E aus dem Unendlichen heran an C bis zur unendlich kleinen Entfernung $CE = \delta_1$ (Fig. 2). Dann hiesse der

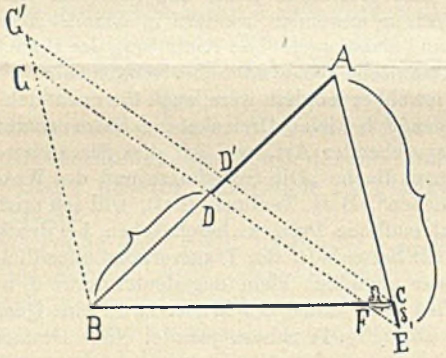


Fig. 2.

Satz $AD \cdot BF \cdot \delta_1 = BD \cdot AE \cdot \delta_2$. (In den Figuren sind die Stücke des einen Produktes immer mit starken Linien gezogen, die des anderen mit Klammerlinien angedeutet.) Wie leicht zu zeigen, sind im Dreiecke FEC die Winkel endlich, alle Seiten aber unendlich klein (cf genanntes Buch); auch das charakteristische Dreieck des *Leibniz* zeigt im allgemeinen diese Weitenbehaftungen für Seiten und Winkel. Für das Endliche ist es gleichgiltig, ob man für $BF = BC - \delta_2$ setzt BC und für $AE = AC + \delta_1$ setzt AC. Keineswegs aber darf man für die sich nun ergebende Gleichung $AD \cdot BC \cdot \delta_1 = BD \cdot AC \cdot \delta_2$ die Proportion setzen $AD : BD := AC : BC$, denn das Verhältnis $\delta_1 : \delta_2$ hat endlichen Zahlenwert und wird nur in ganz speziellem Falle $= 1$. Wird es $= 1$, so halbiert, wie durch Dreieck FCE zu zeigen ist, die durch C zu DE gelegte Parallele CD' den Winkel C und es ist nach dem bekannten Satze $AD' : BD' = AC : BC$, also D' der Punkt, welcher AB im Verhältnis der beiden anderen Dreiecksseiten innerlich teilt. In der That ist es für die oben genannte Gleichung $AD \cdot BC \cdot \delta_1 = BD \cdot AC \cdot \delta_2$ nach den „Grundsätzen des Unendlichen" gleichgiltig, ob man D' oder D schreibt. Beim Satze des *Menelaus* darf man also δ_1 und δ_2 im allgemeinen nicht fortlassen, wie wir dies für Fig. 1 mit ∞_1 und ∞_2 thun durften. Verwendet man die Vorstellung der unendlich grossen und der unendlich kleinen Strecken nicht, so ist man genötigt, den Grenzfall zweier unendlich grosser Seitenabschnitte zwar für richtig zu erklären (und damit auch den Fall der Parallelen DF), den Grenzfall der unendlich kleinen in Fig. 2 im allgemeinen aber für falsch (und damit auch den Uebergang der Quertransversalen DF zur Ecktransversalen D'C). *Verwendet man aber die Behaftung mit dem Unendlichen (nach Art des genannten Buches), so bleibt der Satz des Menelaus nach allgemeinen, für alle Weitenbehaftungen giltigen Grundsätzen richtig, man erkennt den Uebergang der Quer- zur Ecktransversalen und den Grund der Ungiltigkeit im Allgemeinen und Giltigkeit im Speziellen für Ersetzung der δ = Grössen durch Null.*

Es liegt der Wunsch nahe, sich zu überzeugen, ob der Satz des Menelaus nicht auch für die Transversale CD' allgemein richtig werden müsste. Er würde die Form erhalten

$$\frac{AD}{BD} \cdot \frac{0}{0} = \frac{AC}{BC}.$$

Man pflegt bisher zu sagen, $\frac{0}{0}$ sei unbestimmt und könne auch den Wert 1 annehmen, als ob anstatt der beiden Nullen die Zahlen 1 und 1 daständen. Es ist an sich recht befremdlich, dass es im speziellen Falle gleichgültig sein soll, ob man in einem Verhältnisse 0 oder 1 schreibt; man sollte zum mindesten erwarten, dass die Nullen im speziellen Falle nicht als gewöhnliche Nullen geschrieben werden sollten. Lässt man die Anschauung der unendlichkleinen Grössen zu, so wird man aber lieber nicht wie *Euler* die unendlich kleinen Grössen durch sonderbare Nullen ersetzen, sondern lieber dafür stimmen, dass $\frac{0}{0}$ „stets unbestimmt" heisse. Wenn ich dies thue, so scheint der Fall, in dem D' die Seite AB im Verhältnis $AC : BC$ teilt, überhaupt nicht im Satze $\frac{AD}{BD} \cdot \frac{0}{0} = \frac{AC}{BC}$ enthalten sein zu dürfen. Man wird aber diese Gleichung zwar für falsch im Allgemeinen, aber nicht für falsch für den Wert $\frac{0}{0} = 1$ erklären und ihr also auch mit der Form $\frac{0}{0}$ Richtigkeit, wenn auch nur in einem speziellen Falle, zuerkennen. Dann erschiene es falsch (nach Art jenes Buches) $\frac{0}{0}$ für stets und unter allen Umständen unbestimmt zu erklären. Indessen brauchen wir nur irgend einen Beweis für den Menelaus durchzuführen, falls DF genau zur Ecktransversalen D'C wird, und sehen ein, dass dieser Beweis entweder falsch wird, oder dass in ihm ebenfalls einfach ein Verhältnis zweier gleichen Strecken als $\frac{0}{0}$ geschrieben wird, mithin der Beweis in Wahrheit nicht der für den Menelaus sonst allgemein geführte ist; dieselbe Willkür, $\frac{0}{0}$ hier als 1 zu setzen, wird sowohl in der Behauptung wie in dem Beweise angewendet. Man ziehe nämlich durch B eine Parallele zu AC bis G, beziehlich G', dann wäre Dreieck $BDG \backsim ADE$, also $GB : BD = AE : AD$, ferner ist

G B : B F = C E : C F. Durch Entfernung von G B' folgt aus beiden Proportionen der Satz des Menelaus. Fällt aber F und E in den Punkt C, so müsste man, um diesen Satz zu erhalten, statt der zweiten Proportion setzen $G'B : BC = \frac{0}{0}$; und der Beweis würde nur richtig werden, wenn man ebenso willkürlich $G'B = BC$ oder $\frac{0}{0} = 1$ setzte, also nur falls $\sphericalangle G' = \frac{1}{2} \sphericalangle BCA$ wäre.

Man kann den speziellen Fall, dass C D' Winkelhalbierende ist, nicht als einen Uebergang vom Menelaus zu Sätzen über die Ecktransversale ansehen, ein solcher ist vielmehr nur durch die Anschauung des Unendlichkleinen herstellbar. Geht von einem beliebigen Punkte D der Seite A B eine Transversale aus, so erscheint es, als ob beim Annähern und beim Hindurchgehen durch C der Satz des Menelaus immer richtig bleiben müsste. Für $\frac{0}{0}$ wird die Gleichung plötzlich unbestimmt, und man sollte erwarten, dass diese Unbestimmtheit ebenfalls den Satz des Menelaus für den beliebigen Ausgangspunkt D zulassen würde, während dies nur bei ganz bestimmter Lage von D der Fall ist.

Man kann bei Ausschliessung der Anschauung des Unendlichkleinen („der Behaftung mit dem Untersinnlichvorstellbaren") an $\frac{0}{0}$ nicht erkennen, warum der Menelaus im allgemeinen falsch, aber für die spezielle Lage von D richtig ist. Das Unendlichkleine aber zeigt, warum für die bestimmte Lage der Menelaus ersetzt werden kann durch die einfache Proportion.

Dreht man die Transversale um den in endlichen Entfernungen zwischen A und B liegenden Punkt D (Fig. 3), bis der Schnittpunkt E in der Entfernung δ_1

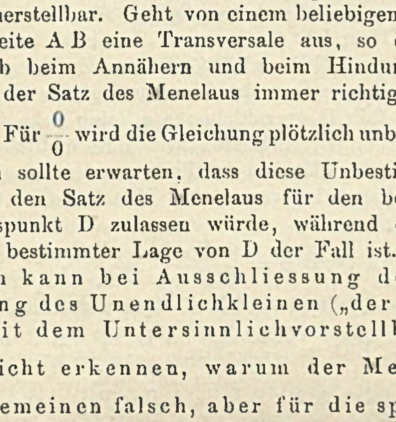


Fig. 3.

von A auf A C liegt und F in der Entfernung δ_2 von B auf der Verlängerung von B C, so ergiebt sich für $\delta_1 = \delta_2$ die Proportion $AD : BD = CB : AC$; also müsste dann Punkt D so liegen, dass er A B im umgekehrten Verhältnisse der anstossenden Seiten teilte, oder als ob nach ihm die Winkelhalbierende eines über A B gezeichneten Dreiecks ABC_1 mit vertauschten Seiten A C und B C ginge. Wäre aber $\delta_1 = \delta_2 = 0$, so fiele die Transversale zusammen mit der Dreiecksseite A B. Der Menelaus würde thatsächlich unbestimmt, die Lage des Punktes D ebenfalls unbestimmt, die Proportion im allgemeinen falsch, aber der Grund hierfür durch die Anschauung des Unendlichkleinen erkennbar, ähnlich wie beim vorigen Falle.

Rückt ein Transversalenpunkt wie E unendlichnahe an einen Eckpunkt, so ist der Fall besonders interessant, dass die von der Transversale abgeschnittenen Stücke $EC = \delta_1$ und $FC = \delta_2$ unendlichklein sind (Fig. 4),

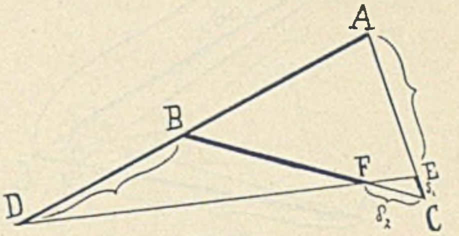


Fig. 4.

aber ein solches Verhältnis haben und so liegen, dass B D endlich wird. Der Satz des Menelaus würde dann lauten

$$CE \cdot AD \cdot BF = AE \cdot BD \cdot FC$$
$$\text{oder } \delta_1 \cdot AD \cdot BC = AC \cdot BD \cdot \delta_2.$$

Im besonderen Falle $\delta_1 = \delta_2$ wird $AD : BD = AC : BC$, also D der äussere Teilpunkt, wie in Fig. 2 für $\delta_1 = \delta_2$ der Punkt D oder D' der innere Teilpunkt von A B wird.

Wird B D unendlichgross, so ergiebt sich ähnlich wie bei Fig. 1, dass es für das Endliche gleichgültig ist, ob die Transversale im Unendlichen oder garnicht schneidet, d. h. parallel liegt, indem folgt $\delta_1 : \delta_2 = AC : BC$. Interessant wäre es auch für diesen Fall, die Lage des inneren Teilpunktes zu erkennen als Mitte von A B (cf. Fig. 2 und Fig. 4).

Ehe ich zur Vereinigung der Sätze von Menelaus und Ceva durch das Unendliche komme, will ich kurz andeuten, in welcher Art man auch für den Satz des Ceva die den obigen entsprechenden Betrachtungen anstellen kann.

Fällt (Fig. 5) der Punkt O, nach welchem die drei

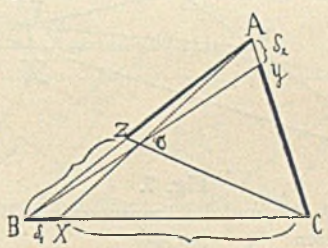


Fig. 5.

Ecktransversalen gezogen werden sollen, unendlichnah an eine Seite wie A B, aber in endliche Entfernung von A und B, so wird der Satz des Ceva, nämlich die Gleichung $AZ \cdot BX \cdot CY = BZ \cdot CX \cdot AY$ zu

$$AZ \cdot \delta_1 \cdot CA = BZ \cdot CB \cdot \delta_2.$$

Für $\delta_1 = \delta_2$ wird $AZ : BZ = CB : CA$. Die Aehnlichkeit mit Fig. 3 und dem dazu Gesagten fällt auf. Wenn O in die Seite A B selbst fällt, so wird die Gleichung $\frac{AZ}{BZ} \cdot \frac{0}{0} = \frac{CB}{CA}$ falsch, da $\frac{0}{0}$ stets unbestimmt ist, der Satz des Ceva wird falsch, kann aber für die speziellen Lagen von Z ersetzt werden durch die Proportionen $AZ : BZ = CB : CA$, beziehlich $= CA : CB$.

Liegt O so (Fig. 6), dass A Y und B X unendlich werden und zwar $AY = \infty_2$, $BX = \infty_1$, so ergiebt sich $\infty_2 \cdot BZ \cdot CX = \infty_1 \cdot AZ \cdot CY$. Im besonderen Falle $\infty_1 = \infty_2$ wäre $BZ : AZ = CY : CX$, oder für das Endliche würde, da $CY = \infty_2 + AC = \infty_2$ und $CX = \infty_1 + BC = \infty_1$, auch $BZ = AZ$ sein,

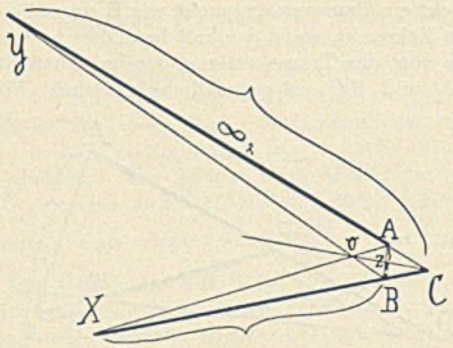


Fig. 6.

ebenso als wenn A B die Diagonale des Parallelogramms A C B O wäre.

Wird aber nur A Y unendlich, während B X endlich ist (man stelle sich dies nach Fig. 6 vor), so wird $\infty_2 \cdot BC \cdot CX = BX \cdot AZ \cdot (\infty_2 + AC)$ oder $BZ : AZ = BX : CX$. Dies ist für das „Endliche" dasselbe Resultat, als ob $BO \parallel AC$ wäre; denn alsdann wäre $CX : BX = AC : BO = AZ : BZ$ wegen Aehnlichkeit der $\triangle\triangle$ A C Z und O B Z.

Verbände man (Fig. 6) X mit Y, so könnte man die verlängerte Linie C O als Quertransversale des Dreiecks A X Y auffassen und im $\triangle$ C X Y Punkt O als Schnittpunkt dreier Ecktransversalen, doch ziehe ich vor die Vereinigung der Sätze von Menelaus und Ceva an einem endlichen Dreieck (Fig. 7) darzustellen.

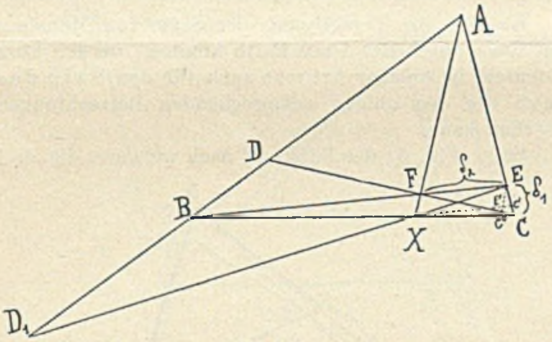


Fig. 7.

Für $\triangle$ A B E und die Transversale D F würde der Menelaus lauten:

$AD \cdot BF \cdot CE = BD \cdot EF \cdot AC$, oder für $CE = \delta_1$ und $FE = \delta_2$

$AD \cdot BE \cdot \delta_1 = BD \cdot \delta_2 \cdot AE$.

Für das $\triangle$ A B C aber hiesse der Satz des Ceva:

$$AD \cdot CE \cdot BX = BD \cdot CX \cdot AE$$

$$\text{oder } AD \cdot \delta_1 \cdot BC = BD \cdot CX \cdot AE.$$

Es ist die Quertransversale D F des Dreiecks A B E zugleich die Ecktransversale D F C des Dreiecks A B C. Sollten die beiden Sätze vollkommen übereinstimmen, so müssten natürlich erstlich die Dreiecke A B E und A B C übereinstimmen; dies ist in der That für endliche Weitenbehaftung oder das Sinnlichvorstellbare der Fall, denn es ist $CE = \delta_1$, also „untersinnlichvorstellbar" (unendlichklein), folglich nach den „Grundsätzen des Unendlichen", die endliche Strecke A E, ohne den geringsten (endlichen) Fehler = A C. Ferner hat, nach den Grundsätzen des Unendlichen, das Dreieck mit „gemischter Weitenbehaftung" E B C für das Endliche zwei genau gleiche Seiten B E und B C. Zweitens aber müssten die in den beiden Sätzen

$$AD \cdot BE \cdot \delta_1 = BD \cdot AE \cdot \delta_2$$

$$\text{und } AD \cdot BC \cdot \delta_1 = BD \cdot AE \cdot CX$$

vorkommenden Grössen B E und B C gleich sein, sowie $\delta_2 = CX$. Ersteres ist bereits gezeigt, die letztere Gleichheit ist noch zu beweisen. Die Grössen E F und C X sind nicht für alle Weitenbehaftungen genau gleich, aber für die Sätze des Menelaus und Ceva in unserer Form genügt es, wenn sie für das Unendlichkleine ersten Grades gleich sind, sich also höchstens um Unendlichkleines zweiten Grades unterscheiden. Legt man durch E eine Parallele zu F X und durch X eine Parallele zu F E, die sich in E′ schneiden mögen, so sind als Parallelogrammseiten $EF = E'X$ und in den Dreiecken X C′ C oder X E′ C″, sowie in den Dreiecken E C C″ oder E C′ E′, die Winkel bei E und X vom Grade δ, ebenso die beiden diese Winkel einschliessenden Seitenpaare, die dritten Seiten (Grundlinien) E′ C′, C″ C, E′ C″ und C′ C aber vom Grade δ^2, woraus die Gleichheit von E F und X C für das Endliche folgt.

Also ist der Satz des Menelaus gleich dem Satze des Ceva, falls O unendlichnahe an eine Ecke fällt, für die endlichen Dreieckseiten und ihre endlichen Teile und für die Verhältnisse der Teile von der Behaftung δ^1.

Man kann den vereinigten Menelaus-Ceva (Fig. 7) auch schreiben:

$$AD : BD = \frac{AE \cdot \delta_2}{BX \cdot \delta_1} = \frac{AC}{BC} \cdot \frac{\delta_2}{\delta_1}$$

und ebenso (falls man E X als Quertransversale wählt)

$$AD_1 : BD_1 = \frac{AE \cdot \delta_2}{BX \cdot \delta_1} = \frac{AE}{BE} \cdot \frac{\delta_2}{\delta_1} = \frac{AC}{BC} \cdot \frac{\delta_2}{\delta_1}.$$

Also folgt $AD : BD = AD_1 : BD_1$, und dies ist der Satz vom vollständigen Vierseite für die endliche Diagonale A B und das unendlich kleine Vierseit E C X F. Die Richtung der beiden nach D und D_1 gehenden inneren Diagonalen C F und E X wird im Unendlichkleinen bestimmt. Dass übrigens jede Diagonale des Vierseits durch die anderen harmonisch geteilt wird, folgt sogleich, wenn man F als Ausgangspunkt von vier nach A, D, B, D_1 gehenden Strahlen nimmt, die nun auch X E harmonisch teilen, und wenn man das von X oder von E ausgehende (und nach A, D, B, D_1 laufende) harmonische Büschel betrachtet, welches F C harmonisch teilen muss.

Für das Endliche (Sinnlichwahrnehmbare) fallen die vier Punkte E, C, X, F in einen (von allen anderen davon endlich entfernten, unterscheidbaren) Punkt zusammen, der z. B. C heisse und von dem nun die vier sinnlich wahrnehmbaren Strahlen nach A, D, B, D_1 laufen (selbstverständlicherweise ist das Viereck E C X F in der Figur falsch gezeichnet, nämlich mit endlichen Grössen; in richtigen Grössen kann man es nicht zeichnen, da es nicht sinnlich wahrnehmbar ist, aber sich sehr wohl vorstellen). Man darf also sagen: Falls von einem Dreieckspunkte C eines endlichen Dreiecks A B C aus zwei Strahlen C D und C D_1 gehen und die Gegenseite harmonisch nach irgend einem Verhältnisse teilen, so kann dieses Verhältnis im Untersinnlichvorstellbaren bestimmt sein durch ein Vierseit mit vier unendlichkleinen Seiten, die dem „Grenzgebiete" des endlichen Punktes C angehören, z. B. C E F X, oder durch die Strecken $CE = \delta_1$ und $CX = \delta_2$ oder durch $\frac{AC}{BC} \cdot \frac{\delta_2}{\delta_1}$. Man dürfte also hier, wie bei manchen anderen Untersuchungen der Mathematik (z. B. über Tangente oder Krümmungskreis), sagen, dass gewisse, dem Gebiete des

Sinnlichwahrnehmbaren angehörige Vorstellungen die Gründe für ihre sinnlichwahrnehmbaren Bestimmtheiten im Untersinnlichvorstellbaren haben.

Es ist möglich, entsprechende Betrachtungen, wie für das Viereck E C X F in Fig. 7 auch für die Vierecke (oder besser vollständigen Vierseite) E F D A und B D F X oder B X E A zu machen, bei denen nur eine unendlichkleine Entfernung zweier Eckpunkte vorkommt, ferner für das Vierseit C B D E in Fig. 3, für welches der fünfte und sechste Punkt A und F unendlichkleine Entfernung von E, beziehlich B hat, endlich für Vierecke, wie A Z O Y oder B Z O X in Fig. 5, welche je zwei unendlichkleine Seiten haben, oder für Vierseite mit unendlichen Seiten, die aus Fig. 6 abzulesen sind.

Versteht man unter Strahlenbüscheln mit gemischter Weitenbehaftung solche, bei denen ausser endlichen Winkeln auch unendlichkleine Winkel zwischen Strahlen vorkommen, so könnte man den Satz über die drei Diagonalen eines unendlichkleinen Vierseits wie E C X F in Fig. 7 auch selbständig, d. h. ohne Benutzung des Menelaus-Ceva ableiten, indem man für das von B ausgehende Strahlenbüschel sich den zu B A zugehörigen Strahl vorstellt und ebenso für das von A ausgehende Strahlenbüschel den zu A B zugehörigen vierten Strahl, und indem man nun (durch Strahlenbüschel und harmonische Punktreihen) nachweist, dass der Schnitt jener beiden vierten Strahlen derselbe ist wie der Schnitt der Diagonalen F C und X E. Letztere Bemerkung füge ich nur hinzu, um anzudeuten, dass die gesamte Lehre von den Punktreihen und Strahlenbüscheln die Erweiterung auf das Unter- und Uebersinnlichvorstellbare (und zwar beliebiger Grade) verträgt.

Dynamische Betrachtungen über mechanische Fundamentalbegriffe.

II.

Von Th. Schwartze, Friedenau.

Die in dem ersten Artikel (No. 1 dieser Blätter) aufgestellte Hauptgleichung der Dynamik, welche wir der Lagrangeschen aus dem sogenannten Prinzip des Flaschenzugs abgeleiteten Grundgleichung der rationellen Mechanik der allgemeinen Bedeutung wegen an die Seite stellen, ist nach ihrer Form

$$\frac{R_1^2}{2} - \frac{R_2^2}{2} = R_1 R_2 \operatorname{cotang} x \cos \varphi \ldots [1]$$

als Ausdruck des Gesetzes der Zusammensetzung lebendiger Kräfte anzusehen. Diese Gleichung lässt sich direkt auf zwei verschiedenen Wegen, einmal unter Anwendung der trigonometrischen Formeln des sogenannten separierten Tangentensatzes und dann auch noch mittelst einer graphischen Methode in Bezug auf die abhängigen und unabhängigen Momente der zu einem dualistischen System der Wirkung und Gegenwirkung sich zusammensetzenden Kräfte entwickeln.

In Bezug auf das erste durch Fig. 1 anschaulich gemachte Verfahren sind $A B = v_1$ und $A C = v_2$, die sich unter dem Winkel $B A C = \alpha$ zusammensetzenden, auf die Masseneinheit bezogenen Bewegungsgrössen, welche durch die Kompensationsresultante $B C = R_2$ gewissermassen in einem Kreisprozess zu einem durch ein Dreieck dargestellten geschlossenen System vereinigt sind. Die Kombinationsresultante dieses Systems ist natürlich nach der Mitte D der Kompensationsresultante gerichtet und durch die Strecke

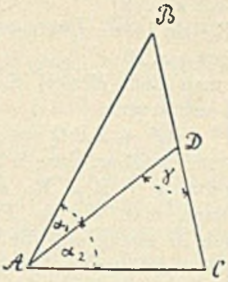


Fig. 1.

A D in ihrer halben Grösse $\frac{R_1}{2}$ dargestellt. Der Winkel $A D C = \gamma$ ist somit der Zusammensetzungswinkel dieser Resultanten und sein Komplement ist der Winkel $\varphi = 90^0 - \gamma$.

Die Teilwinkel von α bezeichnen wir entsprechend den Grössen v_1 und v_2 mit α_1 und α_2.

Nach dem separierten Tangentengesetz sind die Gleichungen aufzustellen

$$\operatorname{tang} \alpha_1 = \frac{R_2 \sin \gamma}{R_1 + R_2 \cos \gamma}$$

$$\operatorname{tang} \alpha_2 = \frac{R_2 \sin \gamma}{R_1 - R_2 \cos \gamma}$$

Ferner besteht die Gleichung

$$\operatorname{tang} \alpha = \operatorname{tang} (\alpha_1 + \alpha_2) = \frac{\operatorname{tang} \alpha_1 + \operatorname{tang} \alpha_2}{1 - \operatorname{tang} \alpha_1 \operatorname{tang} \alpha_2}$$

Durch Einsetzen der vorher angegebenen Werte von $\operatorname{tang} \alpha_1$ und $\operatorname{tang} \alpha_2$ erhält man

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{2 R_1 R_2 \sin \gamma}{R_1^2 - R_2^2}$$

woraus sich dann die in der Formel (1) aufgestellte Hauptgleichung ergiebt.

Die andere Methode ist durch Fig. 2 veranschau-

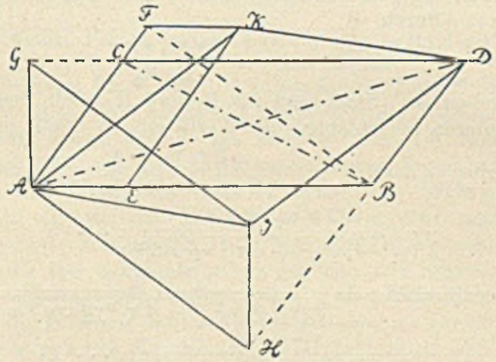


Fig. 2.

licht. Gegeben ist das Kräfteparallelogramm A B D C, worin $A B = v_1$, $A C = v_2$, Winkel $B A C = \alpha$, $A D = R_1$ und $B C = R_2$ ist. Die Bewegungsgrössen v_1 und v_2 beeinflussen sich gegenseitig durch die Momente

$$A E = v_2 \cos \alpha \text{ und } A F = v_1 \cos \alpha :$$

ferner entwickeln sie gegenseitig, in senkrechter Richtung zur Gegenkraft, die freien Momente

$$A G = v_2 \sin \alpha \text{ und } A H = v_1 \sin \alpha.$$

In Bezug auf die elementaren Formeln des Parallelogrammgesetzes

$$R_1^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2 v_1 v_2 \cos \alpha$$

$$R_2^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2 v_1 v_2 \cos \alpha$$

sind nun die Gleichungen aufzustellen

$$A K^2 = P^2 = R_1^2 \cos^2 \alpha = v_1^2 \cos^2 \alpha + v_2^2 \cos^2 \alpha +$$

$2\,v_1\,v_2 \cos^2\alpha \,.\, \cos a \,.\,.\, (2)$

$A\,J^2 = Q^2 = R_2^2 \sin^2\alpha = v_1^2 \sin^2\alpha + v_2^2 \sin^2\alpha -$
$2\,v_1\,v_2 \sin^2\alpha \,.\, \cos\alpha \,.\,.\, (3)$

Bezeichnet man den Winkel K A H zwischen P und Q mit φ, so erhält man

$$X^2 = P^2 + Q^2 + 2\,P\,Q \cos\varphi \ldots (4).$$

Es ist leicht nachweisbar, dass X der geometrischen Kombinationsresultante A D = R_1 entsprechen muss, denn offenbar kann man die in Fig. 2 dargestellte Konstruktion auch in Bezug auf die Gegenkräfte vom Punkte D aus zur Ausführung bringen, wo dann die Resultante R_1 von D nach A geht. Werden nun in der Gleichung (4) für P und Q die Werte aus den Gleichungen (2) und (3) eingesetzt, so erhält man nach einer einfachen Umformung wiederum die Hauptgleichung (1), in welcher statt des Resultantenwinkels γ dessen Komplement φ auftritt.

In Bezug auf Fig. 2 sind ausser dem gegebenen Grundparallelogramm A B D C noch drei Parallelogramme, nämlich A E K F, A G J H und A J D K zu berücksichtigen; wir bezeichnen die Flächen dieser vier Parallelogramme der Reihe nach mit F, F_1, F_2, F_3 und betrachten F als den Ausdruck der Gesamtwirkung, F_1 als innere Wirkung, F_2 als äussere Wirkung und F_3 als Differenz der lebendigen Kräfte bezw. Potentialdifferenz.

Für diese Flächengrössen ergeben sich die folgenden Formeln:

$F = v_1\,v_2 \sin a$

$F_1 = v_1 \cos\alpha \,.\, v_2 \cos a \sin\alpha = v_1\,v_2 \cos^2\alpha \sin\alpha$

$F_2 = v_1 \sin\alpha \,.\, v_2 \cos\alpha \sin\alpha = v_1\,v_2 \sin^2\alpha \cos\alpha$

$F_3 = R_1 \cos\alpha \,.\, R_2 \sin\alpha \sin\varphi = (v_1^2 - v_2^2) \sin^2\alpha.$

Hieraus folgt $F_1 + F_2 = F$.

Der Ausdruck für F_3 ergiebt sich, wenn man den Ausdruck für den Winkel γ bezw. φ inbetracht zieht, welcher durch die Gleichung (4) im vorhergehenden Artikel bereits aufgestellt wurde und für $\sin\alpha = \sin\gamma = \cos\varphi$ durch

$$\sin\gamma = \cos\varphi = \frac{2\,v_1\,v_2 \sin\alpha}{R_1\,R_2}$$

gegeben ist. Setzt man für R_1 und R_2 nach den elementaren Gleichungen die Werte ein, so erhält man

$$\sin\gamma = \cos\varphi = \frac{2\,v_1\,v_2 \sin\alpha}{\sqrt{(v_1^2 + v_2^2)^2 - 4\,v_1^2\,v_2^2 \cos^2\alpha}} = \frac{2\,v_1\,v_2 \sin\alpha}{\sqrt{(v_1^2 - v_2^2)^2 + 4\,v_1^2\,v_2^2 \sin^2\alpha}} \cdots (5)$$

$$\cos\gamma = \sin\varphi = \frac{v_1^2 - v_2^2}{\sqrt{(v_1^2 + v_2^2)^2 - 4\,v_1^2\,v_2^2 \cos^2\alpha}} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{\sqrt{(v_1^2 - v_2^2)^2 + 4\,v_1^2\,v_2^2 \sin^2\alpha}} \cdots (6)$$

Quadriert man diese Gleichungen, so ergiebt die Summe der übereinander stehenden Ausdrücke die Einheit.

Aus der im ersten Artikel (No. 1) aufgestellten Gleichung

$$v_1^2 - v_2^2 = 2\,v_1\,v_2 \cos\alpha \cdot\cdot (7)$$

erhält man

$$4\,v_1^2\,v_2^2 = (v_1^2 - v_2^2)^2 + 4\,v_1^2\,v_2^2 \sin^2\alpha$$

bezw. $4\,v_1^2\,v_2^2 = (v_1^2 + v_2)^2 - 4\,v_1^2\,v_2^2 \cos^2\alpha$.

Hieraus ist ersichtlich, dass die Nenner in den Gleichungen (5) und (6) der Gesamtwirkung entsprechen; da nun aber die Zähler als Ausdrücke der inneren bezw. der äusseren Wirkung des Systems anzusehen sind, so wird durch die Gleichungen (5) und (6) der innere bezw. der äussere Wirkungsgrad und durch deren Summe der stets 1 ergebende Gesamtwirkungsgrad des Systems dargestellt.

Setzt man bezüglich der Gleichungen (5) und (6)

$$\sin\gamma = \cos\varphi = \sin\alpha,$$

so nimmt die Hauptgleichung (1) die Form an

$$R_1^2 - R_2^2 = 2\,R_1\,R_2 \cos\alpha \cdots (8),$$

während anstatt der Gleichung (7) gesetzt werden kann

$$v_1^2 - v_2^2 = 2\,v_1\,v_3 \cos\varphi \cdots (9)$$

Die Gleichungen (8) und (9) sind demnach identisch, insofern, wie aus dem ersten Artikel sich ergiebt

$$R_1 = v_1 \sqrt{2} \text{ und } R_2 = v_2 \sqrt{2}$$

gesetzt werden kann. Es kommt also ein System inbetracht, in welchem die Kombinationsresultante R_1 und die elementare Bewegungsgrösse v_1 als konstant, dagegen die Kompensationsresultante R_2 und die elementare Bewegungsgrösse v_2 als variabel infolge der Veränderung der Winkel $\varphi = 90 - \gamma$ und α anzusehen sind. Ein solches System lässt sich leicht konstruieren, wenn man zwei konzentrische Kreise mit den Halbmessern 1 und $\sqrt{2}$ zu Hilfe nimmt.

In Fig. 3 ist ein derartiges System dargestellt,

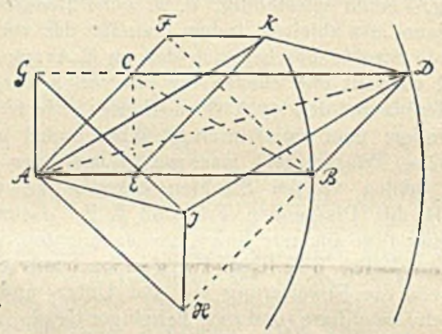


Fig. 3.

wobei die Bezeichnungen denen in Fig. 2 entsprechen, sodass beide Figuren leicht zu vergleichen sind.

Da hier bei Veränderung des Zusammensetzungswinkels B A C = α bezw. γ oder φ die Punkte B und D auf den von A als Mittelpunkt beschriebenen Kreisen bewegen, so kann dieses System als ein cyklisches bezeichnet werden.

Ein anderes cyklisches System ergiebt sich aus der Hauptgleichung (1), wenn darin $\cos\varphi = 1$, also der Kompensationswinkel gleich Null und somit der Resultantenwinkel $\gamma = 90^0$ gesetzt wird. Für diesen Fall folgt aus den Gleichungen (5) und (6) $v_1 = v_2$ · und die Hauptgleichung erhält die Form

$$R_1^2 - R_2^2 = 2\,R_1\,R_2 \operatorname{cotang}\alpha \cdots (10)$$

Eine Gleichung dieser Form lässt sich inbezug auf zwei als Wirkung und Gegenwirkung zusammengesetzte Bewegungsgrössen auf direktem Wege entwickeln, wenn man ein rechtwinkliges Dreieck inbetracht zieht, dessen Hypotenuse den Durchmesser des Kreises bildet, auf welchem der Scheitel des rechten Winkels der Katheten sich bewegt, sobald das Verhältnis der Katheten geändert wird.

In Fig. 4 ist A M B das rechtwinklige Dreieck, über dessen Hypotenuse A B der Kreis beschrieben ist, welcher den geometrischen Ort des Scheitels M bildet. Wir bezeichnen A M mit a, B M mit b, den Peripheriewinkel A B M, welcher durch den Centriwinkel A O M = α gemessen wird, mit $\frac{\alpha}{2}$. Es ist dann

$$a^2 + b^2 = \frac{a\,b}{\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{2\,a\,b}{\sin\alpha}.$$

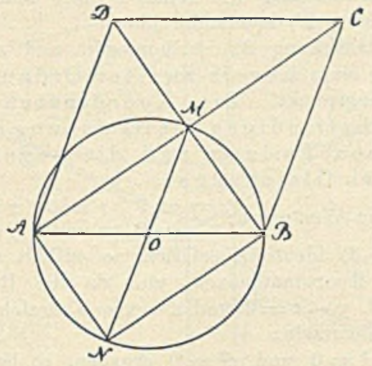


Fig. 4.

Durch Quadrierung, Umformung und folgende Radizierung erhält man

$$a^2 - b^2 = 2\,a\,b\ \mathrm{cotang}\ \alpha.$$

Diese Gleichung ergiebt den Maximalwert der Differenz $a^2 - b^2$ für $b = 0$ und $\sin\alpha = 0$; es ist dann $\alpha = 2$. Der Minimalwert ergiebt sich für $a = b$, also $a - b = 0$ und $\cos\alpha = 0$. Giebt man der Gleichung die Form

$$(a + b)(a - b) = 2\,a\,b\ \mathrm{cotang}\ \alpha,$$

so wird der Minimalwert der Differenz $a^2 - b^2$ unter den obigen Bedingungen für $a = b = 1$ erhalten. Es ist darauf hinzuweisen, dass für denselben Zeitverlauf die mittlere Geschwindigkeit einer gleichförmig beschleunigten Bewegung sich zur Endgeschwindigkeit wie $1 : 2$ verhält. Für $\mathrm{cotang}\ \alpha = 1$ wird die Gleichung erfüllt, wenn $a = \sqrt{2} + 1$ und $b = 1$ gesetzt wird.

Für $a = R_1$, $b = R_2$ bezw. $a = v_1$, $b = v_2$ erhält man die Gleichungen

$$R_1^2 - R_2^2 = 2\,R_1\,R_2\ \mathrm{cotang}\ \alpha \cdots (11)$$

$$v_1^2 - v_2^2 = 2\,v_1\,v_2\ \mathrm{cotang}\ \gamma \cdots (12),$$

worin α den Winkel zwischen v_1 und v_2 und γ den Winkel zwischen R_1 und R_2 bedeutet. Diesen Gleichungen kann man auch die Form geben

$$A \sin\alpha = B \cos\alpha,$$

wodurch die harmonische oder cyklische Bewegung des Systems charakterisiert wird.

In ähnlichem Zusammenhange wie die Gleichungen (11) und (12) stehen die Gleichungen

$$R_1^2 - R_2^2 = 2\,R_1\,R_2 \cos\alpha$$

$$v_1^2 - v_2^2 = 2\,v_1\,v_2 \cos\varphi,$$

wobei $R_1 = v_1\sqrt{2}$ und $R_2 = v_2\sqrt{2}$ zu setzen ist, wie wir in dem ersten Artikel nachgewiesen haben. An diese Gleichungen ist unter Berücksichtigung der Fig. 3 noch eine Bemerkung zu knüpfen, wobei die Fig. 5 in Be-

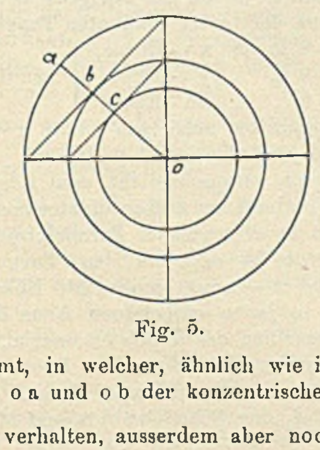


Fig. 5.

tracht kommt, in welcher, ähnlich wie in Fig. 3, die Halbmesser o a und o b der konzentrischen Kreise sich wie $1 : \frac{1}{\sqrt{2}}$ verhalten, ausserdem aber noch ein dritter konzentrischer Kreis mit dem Halbmesser $o\,c = \frac{o\,a}{2}$ gegeben ist, so dass zwischen den Halbmessern o b und o c das Verhältnis $\sqrt{2} : 1$ bezw. wie $1 : \frac{1}{\sqrt{2}}$ besteht. Wir setzen nun $o\,a = r$, $o\,b = r_1$ und $o\,c = r_2$, inbezug auf eine homogene Kreisscheibe verhalten sich dann $r : r_1$ und $r_1 : r_2$ wie die Halbmesser der äusseren Umfänge zu den Trägheitshalbmessern und dem entsprechend sind die durch $r - r_1$ bezw. $r_1 - r_2$ bestimmten Ringflächen gleich den Flächen der von den Ringflächen eingeschlossenen, mit den Halbmessern r_1 bezw. r_2 beschriebenen Kreise.

Nach diesen Voraussetzungen können wir Fig. 5 als den zentralen Durchschnitt eines sphärischen Systems und die betreffenden gleich grossen konzentrischen Flächen als Kraftfelder ansehen, welche infolge ihrer Gleichheit dem Prinzip der Wirkung und Gegenwirkung entsprechen.

Setzen wir nun die Entfernung der Erde von der Sonne gleich 20 geographischen Meilen, oder, die Meile gleich 7420 Meter angenommen, in runder Zahl gleich 148 000 000 000 Meter und nehmen wir die geometrische (phoronomische) Beschleunigung der Schwere in runder Zahl zu 10 Meter an, so ist die dynamische Beschleunigung oder Krafteinheit g^2 mit $10^2 = 100$ Sek.-Meter zu bemessen. Sehen wir nun r als die Kraftstrecke an, in welcher die Krafteinheit g^2 wirksam ist, so ist das geometrische Mass der Kraft durch $r = \frac{148000.10^6}{10^2} = 1480.10^6$ Sek.-Meter gegeben, somit ist $\frac{r}{2} = 740.10^6$ Sek.-Meter; diese Zahl entspricht genügend genau dem im ersten Artikel aufgrund der Formel $v_2^2(\sqrt{2} + 1) = v_1^2(\sqrt{2} - 1)$ durch Einsetzen der maximalen Fallgeschwindigkeit für v^2 erhaltenen Werte $v_1^2 = 725.10^6$ Sek.-Meter. Ferner ergiebt sich für $\frac{r}{\sqrt{2}}$ in runder Zahl 1050.10^6 und für $\sqrt{1050.10^6}$ in runder Zahl 32 400 Sek.-Meter. Diese Zahl entspricht angenähert der maximalen Umlaufgeschwindigkeit des Erdballs um die Sonne, welche allerdings nach der astronomischen Bestimmung noch nicht ganz 32 000 Sek.-Meter beträgt. Wird aber anstatt der wirklichen elliptischen Bahn eine genaue Kreisbahn vorausgesetzt, so würde die Entfernung des Erdballs von der Sonne etwas geringer und seine Umlaufgeschwindigkeit etwas grösser sein. Endlich ist noch die Differenz der zwei konzentrischen im Verhältnis $4 : 1$ stehenden Kraftfeldern entsprechenden Radien $\frac{r}{\sqrt{2}} = 1050.10^6$ und $\frac{r}{2} = 742.10^6$ in Betracht zu ziehen. Diese Differenz $\frac{r}{\sqrt{2}} - \frac{r}{2}$ ergiebt angenähert den der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes und der elektromagnetischen Wellen entsprechenden Wert von 300.10^6 Sek.-Meter.

Zu bemerken ist noch, dass das Verhältnis $\frac{r}{2} : \frac{r}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ dem Verhältnis der spezifischen Wärme bei konstantem Druck (Cp) zur spezifischen Wärme bei konstantem Volumen (Cv) entspricht, denn der mittlere Wert von $\frac{Cp}{Cv}$ ist experimentell zu 1,41 bestimmt worden, so dass man dafür $\sqrt{2}$ einsetzen kann.

Die zwischen diesen Grössen hiermit nachgewiesenen immerhin merkwürdigen Beziehungen dürften wohl kaum als rein zufällige anzusehen sein, besonders wenn man deren Herleitung berücksichtigt, bei welcher keinerlei betreffende Voraussetzungen gemacht worden sind. Vielleicht könnten sich Physiker veranlasst sehen, diesen Beziehungen aufgrund unserer Formeln weiter nachzuforschen.

Inbezug auf die bei den vorhergehenden Betrachtungen gewählte Bezeichnung „cyklische Bewegungen" sei darauf hingewiesen, dass Helmholtz die von ihm für physikalisch wichtig erachtete Theorie der cyklischen Systeme bereits im Jahre 1884 aufgestellt hat und dass diese cyklischen Bewegungen und Systeme in den von Heinrich Hertz verfassten „Prinzipien der Mechanik in neuem Zusammenhange (erschienen 1894) eine bedeutsame Rolle spielen. Es ist gewiss beachtenswert, dass, mit Rücksicht auf den Erfolg der kinetischen Methoden auf elektrischem Gebiete, der so vorsichtig und sicher vorgehende grosse Elektriker Heinrich Hertz am Ende seines kurzen Lebens die Mechanik als die Grundlage der gesamten Physik in ihren Fundamenten kritisch untersuchte und schliesslich eine kinetische Darstellung derselben in grossartigster Weise unternahm. In einem gewissen Zusammenhange damit stehend wagen wir auch die von uns auf elementarem Wege entwickelten Formeln anzusehen und möchten dieselben deshalb den Physikern zur Beurteilung hier vorgelegt haben.

Die Gleichung der harmonischen Teilung.

Von Freise (Göttingen).

Der unter demselben Titel in dieser Zeitschrift (1902 No. 2) erschienene Aufsatz von Herrn Züge hat zu der folgenden Arbeit den Anstoss gegeben, in der dasselbe Thema von einem allgemeineren Gesichtspunkte aus behandelt werden soll.

Sind O, x_1, x_2 und x_3 die Koordinaten der successiven Punkte O, X_1, X_2 und X_3 einer Koordinatenaxe, so ist die Strecke OX_2 durch die Punkte X_1 und X_3 harmonisch geteilt, wenn:

$$1)\ \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_3}=\frac{2}{x_2}$$

ist. Die Substitution:

x_3	$\pm x_3$
x_2	$\frac{x_2}{2}$

führt diese Gleichung in eine der Formen:

$$2)\ \frac{1}{x_1}\pm\frac{1}{x_3}=\frac{1}{x_2}$$

über, die aus der Optik bekannt sind. Willkürlichen Werten je zweier Variabler entspricht je ein bestimmter Wert der dritten, und die Gesamtheit aller Werte, die die Gleichung 2) befriedigen, wird daher durch die Koordinaten aller Punkte einer Fläche veranschaulicht. Um zu der gewöhnlichen Bezeichnung überzugehen, substituieren wir gemäss der Tabelle:

x_1	x
x_3	y
x_2	z

und erhalten an Stelle der Gleichung 2) die Gleichung

$$2')\ \frac{1}{x}\pm\frac{1}{y}=\frac{1}{z},\ \text{oder besser:}$$

$$3)\ (x+y)\,z-x\,y=0.$$

Dabei ist aus Gleichung 2') nur das obere Zeichen in die Gleichung 3) herübergenommen, denn eine gegenseitige Vertauschung von x und z führt beide Formen der Gleichung 2') ineinander über.

Die Gleichung 3) ist homogen und daher die Gleichung eines Kegels zweiter Ordnung durch den Anfangspunkt. Die Koordinaten seiner Punkte befriedigen die Gleichung der harmonischen Teilung und die angeführten optischen Gleichungen.

Da die Wertpaare: $\begin{array}{c|c|c} y=0 & z=0 & x=0 \\ z=0 & x=0 & y=0 \end{array}$ die Gleichung 3) identisch erfüllen, so enthält der Kegel die drei Koordinatenaxen, und da die Relationen: $x+y=0$, $y-z=0$ und $z-x=0$ beziehungsweise die Doppelwurzeln:

$x^2=0$, $y^2=0$ und $z^2=0$ ergeben, so berührt der Kegel die Ebene $x+y=0$ in der $z=$ Axe
„ $y-z=0$ „ „ $x=$ Axe
„ $z-x=0$ „ „ $y=$ Axe.

Hiernach kann man sich schon ein ungefähres Bild von der Gestalt und Lage des Kegels machen, denn die erste dieser drei Ebenen halbiert den Winkel zwischen der verlängerten x-Axe und der y-Axe, die zweite den Winkel zwischen der y-Axe und der z-Axe und die dritte den Winkel zwischen der z-Axe und der x-Axe. Eine völlig bestimmte Anschauung gewinnt man aber erst durch die Berechnung der Kreisschnitte des Kegels, die sich hier besonders leicht ermitteln lassen.

Kombinieren wir nämlich die Gleichung 3) des Kegels mit der Gleichung 4) $x^2+y^2+z^2-r^2=0$ einer Kugel um den Anfangspunkt, so ist bekanntlich

$$5)\ x^2+y^2+z^2-r^2+\lambda\,[(x+y)\,z-x\,y]=0$$

die Gleichung einer Fläche zweiter Ordnung durch die Schnittkurve von Kegel und Kugel, denn alle Punkte dieser Schnittkurve befriedigen die Gleichungen 3) und 4) einzeln und daher auch die Gleichung 5). Für $\lambda=-2$ lässt sich aber die Gleichung 5) in die Form:

$$(x+y-z)^2-r^2=0$$

bringen, die sich in die linearen Gleichungen

$$6)\ x+y-z+r=0\ \text{und}\ x+y-z-r=0$$

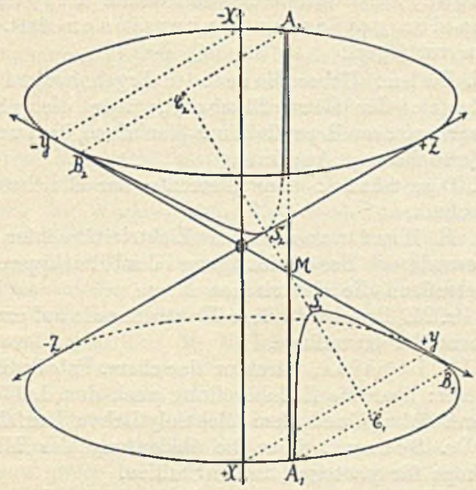
zweier Parallelebenen zerspalten lässt. Für $\lambda=-2$ liegt demnach die Schnittkurve zwischen Kegel und Kugel vollständig in zwei Ebenen — denen der Gleichungen 6) — und ist mithin mit den Schnittkreisen zwischen der Kugel und diesen beiden Ebenen identisch. Hiermit sind die beiden Kreisschnittebenen des Kegels bestimmt. Da sie einander parallel sind, charakterisiert sich die Fläche der harmonischen Teilung als ein gerader Kreiskegel zweiter Ordnung.

Im Anschluss hieran sei übrigens noch bemerkt, dass die Spuren der vorher erwähnten Tangentialebenen

$$\left.\begin{array}{l} x+y=0 \text{ in der } xy\text{-Ebene,} \\ y-z=0 \text{ „ „ } yz\text{-Ebene} \\ \text{und } z-x=0 \text{ „ „ } zx\text{-Ebene} \end{array}\right\}\ \text{sämtlich in der}$$

zu den Kreisschnitten gehörigen Ebene $x+y-z=0$ enthalten sind, wie man leicht verifiziert.

Die Figur veranschaulicht den Kegel mitsamt den in ihm enthaltenen 3 Koordinatenaxen und zwei Kreisschnitten in orthogonaler Parallelprojektion. Als Projektionsebene ist eine zu den Tangentialebenen $x+y=0$ und $z-x=0$ senkrechte Ebene gewählt, wodurch die in jenen enthaltenen Axen der z und y als Begrenzungslinien des Kegels erscheinen. Der Kegel ist durch eine zur xy-Ebene parallele Ebene geschnitten. Die Asymptoten der Schnitthyperbel sind $A_1 A_2$ und $B_1 B_2$, S_1 und S_2 ihre Scheitelpunkte und M ihr Mittelpunkt.



Wir brauchen nun bloss $z = \text{const} = f$ zu setzen, um in dem Schnitte des Kegels mit der Ebene $z - f = 0$ eine ebene Kurve

$$(x + y) f - x y = 0$$

der harmonischen Teilung zu erhalten, wie sie Herr Züge in dem anfangs erwähnten Artikel besprochen hat. Die Koordinatentransformation $\begin{array}{c|c} x & x + f \\ y & y + f \end{array}$ führt diese Gleichung in die Form:

$$7)\quad x y - f^2 = 0$$

einer auf ihre Asymptoten als Axen bezogenen gleichseitigen Hyperbel über. Die Kurve der harmonischen Teilung für den speziellen Wert $z = f$ ist also eine in der Ebene $z - f = 0$ verlaufende gleichseitige Hyperbel, deren Asymptoten durch die Gleichungen $x = f$ und $y = f$ näher bestimmt sind.

Man bemerkt, dass die Gleichung $y - z = 0$ der den Kegel in der x-Axe berührenden Ebene durch die Werte $y = z = f$ und die Gleichung $z - x = 0$ der den Kegel in der y-Axe berührenden Tangentialebene durch die Werte $z = x = f$ identisch erfüllt werden. Damit ergiebt sich des weiteren:

Die Asymptoten der ebenen harmonischen Kurve $z = f$ sind die Schnittlinien der Ebene $z - f = 0$ mit den beiden Tangentialebenen, die den Kegel der harmonischen Teilung in der x-Axe und in der y-Axe berühren.

Durch diesen Satz (der übrigens auf die Asymptotenscharen ebener Parallelschnitte beliebiger Kegel übertragen werden kann) gewinnt die räumliche Gruppierung der verschiedenen Werten von z entsprechenden Hyperbeln ihre volle Anschaulichkeit.

Man kann nun noch nach den ganzzahligen Lösungen der Gleichung $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$ fragen. Herr Schilling hat im Bd. XXVI von Hoffmanns Zeitschrift gezeigt, dass die Werte:

$$8)\quad x = z + \xi \text{ und } y = z + \eta$$

diese Gleichung befriedigen, wenn ausserdem

$$\xi \eta = z^2$$

gesetzt wird. Herr Züge geht von dieser Lösung aus. Sie leidet aber an einem Mangel an Symmetrie, da z gegen x und y bevorzugt ist. Wir bewirken deshalb eine Umformung der Gleichungen 8). Die Quadratzahl z^2 kann nur so in zwei Faktoren zerlegt werden, dass im allgemeinsten Falle der eine die Form $p^2 r$ und der andere gleichzeitig die Form $q^2 r$ erhält. Indem man daher

$$\xi = p^2 r \text{ und } \eta = q^2 r$$

setzt, bekommt man:

$$z = p q r,$$
$$x = p q r + p^2 r = p r (p + q)$$
$$\text{und } y = p q r + q^2 r = q r (p + q).$$

Dies ist die gewünschte symmetrische Lösung in ganzen Zahlen, wenn p, q und r alle möglichen ganzzahligen Werte durchlaufen. Das Erscheinen des gemeinsamen Proportionalitätsfaktors r entspricht der Homogeneität der Kegelgleichung. Ersetzt man die letzten drei Relationen durch die Proportion:

$$9)\quad x : y : z = p (p + q) : q (p + q) : p q$$

und wählt p und q teilerfremd zu einander, so erhält man aus 9) nur die Lösungen in den kleinsten ganzen Zahlen.

Die entsprechende ganzzahlige Lösung der Gleichung

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$$

wird gemäss dem früher Gesagten erhalten, indem man in der Proportion 9) x und z mit einander vertauscht. Das giebt: 10) $x : y : z = p q : q (p + q) : p (p + q)$, oder vermöge der Substitution: $\begin{array}{c|c} p & q \\ p + q & p \end{array}$

$$10')\quad x : y : z = q (p - q) : p (p - q) : p q,$$

welche Form für vorgegebene Werte von z handlicher ist.

Bei unbeschränkter Variabilität von p und q geben die Gleichungen 9) und 10') die Parameterdarstellung der zugehörigen Kegelflächen.

Bemerkung zu dem Aufsatze des Herrn F. Weiss.
Wissenschaftliche Strenge im mathematischen Unterricht.

Von Prof. Dr. E. Haentzschel (Berlin).*)

In dem Schlussabschnitt des oben genannten Aufsatzes wendet sich Herr Weiss den Anfangsgründen der Trigonometrie zu. Seine Betrachtungen gelten ganz besonders meiner Programm-Abhandlung von 1900 „Ueber die verschiedenen Grundlegungen in der Trigonometrie.“ Um nicht die Meinung aufkommen zu lassen, ich hätte wirklich in der Abhandlung von 1900 oder in der von 1901 (Elementare Herleitung der Newtonschen Reihen für Sinus und Cosinus) so etwas produciert, was mir Herr Weiss unterlegt, sehe ich mich genötigt, zur Abwehr folgendes zu erklären.

Ich bestreite, dass ich in der genannten Abhandlung „den Versuch gemacht habe, die Grundlagen des trigonometrischen Unterrichts zu reformieren.“

Ich bestreite, Ausdruck gegeben zu haben „der Meinung, dass man bisher im trigonometrischen Anfangsunterricht ganz verkehrt, weil durchaus unstreng, verfahren ist.“

Ich bestreite, dass ich „als Definition des Sinus die Gleichungen aufstelle

$$\sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2},\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.\text{“}$$

Gerade was den letzten Punkt anbetrifft, so steht

---

*) Indem wir Herrn Prof. Haentzschel zu der oben stehenden Bemerkung das Wort geben, schliessen wir zugleich die Diskussion über die hier vorliegende Streitfrage. Die Leser der Unt.-Bl., die sich für dieselbe interessieren, verweisen wir auf die früher erschienenen einschlägigen Artikel, Unt.-Bl. VI, 3, S. 43/46 und VI, 5, S. 90. Anm. d. Red.

auf Seite 6 der Abhandlung: Im rechtwinkligen Dreieck ist der Sinus eines spitzen Winkels das Verhältnis der Gegenkathete zur Hypotenuse usw. Dies ist der Ausgangspunkt meiner Betrachtungen; wo liegt da die Reform der Grundlagen des trigonometrischen Unterrichts?

Während ich (Abh. 1900, S. 7—9) von einem gleichschenkligen Dreieck ausgehe, das einen (spitzen) Winkel α an der Spitze hat, und durch Zerlegen desselben in rechtwinklige Dreiecke und unter Anwendung der bekannten, am rechtwinkligen Dreieck gewonnenen Definitionen vom Sinus und Cosinus die Gleichungen herleite:

$$\sin\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\alpha}{2},\quad \cos\alpha = 1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{2},$$

stellt Herr Weiss es so dar, als ob ich von einer „rein arithmetischen Definition dieser Funktionen ausgegangen bin", so „dass vielmehr erst nachgewiesen werden müsste, dass, falls α als Winkel aufgefasst wird, $\sin\alpha$ das bekannte Verhältnis ist."

Indem Herr Weiss also Behauptungen aufstellt, zu der meine Abhandlung keinen Anlass giebt, kann ich seine Kritik meiner Abhandlung auf dieselbe nicht beziehen; ich kann also auch nicht in eine Diskussion mit ihm darüber eintreten, ob meine Definition von seinem wissenschaftlichen Standpunkte aus haltbar ist.

Diskussion über die Einzelabgrenzung des Pensums in der darstellenden Geometrie*).

An der durch ein Referat von Rühlmann (Halle a. S.) eingeleiteten Diskussion beteiligten sich ausser dem Berichterstatter die Herren C. H. Müller (Frankfurt a. M.), H. Müller (Charlottenburg), Presler (Hannover), Böttcher (Leipzig), Kaiser (Kassel). Die Diskussion schloss mit der Annahme der nachstehenden, gegen die Vorschläge des Berichterstatters nur wenig veränderten

Leitsätze zur Abgrenzung des Lehrstoffes im Linearzeichnen.

1. Eine Fachausbildung als Ziel ist entschieden zurückzuweisen. Daher sind technische Motive in der Methode und in der Stoffwahl auszuschliessen.

2. Das Streben nach Vollständigkeit im systematischen Aufbau darf im Sinne einer blossen Einführung in den Stoff die Zeit für die schulmässige Ausbildung des räumlichen Vorstellungsvermögens nicht beschränken.

3. Um das Vorstellungsvermögen zu stärken, sind Modelle, feste und bewegliche, sparsam zu verwenden.

4. Aus dem Lehrstoff der Geometrie sich ergebenden Bedürfnissen ist auf allen Stufen Rechnung zu tragen.

Schul- und Universitäts-Nachrichten.

Ferienkursus zu Frankfurt a. M. Der im Auftrage des Unterrichts-Ministeriums vom physikalischen Verein veranstaltete Kursus wird in der Zeit vom 6. bis 18. Oktober im Institut des physikalischen Vereins, Stiftstrasse 32 unter Leitung der Herren Direktor Dr. Bode von der Klinger-Oberrealschule und Oberlehrer Presber vom Goethe-Gymnasium abgehalten werden.

Die Vorlesungen zerfallen in physikalische, elektrotechnische, chemische und mineralogische, ausserdem finden einleitende Besprechungen der geplanten Exkursionen statt. Es werden vortragen:

Dr. U. Behn: Ueber die neuesten Ergebnisse auf dem Gebiete der Gasverflüssigung, über die photomechanischen Reproduktions-Verfahren, über neuere Versuche und Apparate,

Dr. C. Déguisne: über Elemente der Gleichstromtechnik,

Prof. E. Hartmann: über Elektrizitätszähler mit besonderer Berücksichtigung des Reichsgesetzes, betreffend die elektrischen Masse,

Prof. Dr. M. Freund: über Elektrochemie auf experimenteller Grundlage,

Prof. Dr. Lepsius, Direktor der chem. Fabrik Griesheim: über die Sodabereitung nach dem Leblanc-, dem Solvay- und dem elektrolytischen Verfahren,

Prof. Dr. Schauf: über die Bedeutung des Mikroskops für photographische Studien.

An Uebungen ist ein von Dr. Déguisne geleitetes Elektrotechnisches Praktikum in Aussicht genommen.

An Exkursionen sind geplant: ein geologischer Ausflug nach Klein-Steinheim und Dittersheim, ferner Besichtigungen der Gold- und Silber-Scheideanstalt, der chemischen Fabrik Griesheim, der Höchster Farbwerke, der elektrotechnischen Fabrik Hartmann & Braun A.-G., der Werke der Elektrizitäts-Aktien-Gesellschaft, vorm. Lahmeyer & Co., der Umformerstation des städtischen Elektrizitätswerks, der Sammlungen der Senckenbergischen naturforschenden Gesellschaft.

2 Stunden werden für Mitteilungen und Demonstrationen der Teilnehmer freibleiben.

Die Zahl der Teilnehmer an den Vorlesungen ist auf 50, die der Teilnehmer an dem elektrotechnischen Praktikum auf 20 begrenzt worden.

Anmeldungen müssen bis zum 20. August bei dem Physikalischen Verein erfolgen.

Lehrmittel-Besprechungen.

Thiere der Vorwelt. Rekonstruktionen vorweltlicher Tiere, entworfen von Gustav Keller in München, mit Erläuterungen von Prof. Dr. Andreae in Hildesheim. Wandtafeln für den Anschauungsunterricht mit Textheft. Kassel, Th. G. Fisher & Co. 1901.

Von vorliegendem Werke sind bis jetzt folgende 6 Tafeln erschienen: I. Stellers Seekuh, Rhytina gigas L. II. Ichthyosauren des oberen Lias. III. Das Mammuth, Elephas primigenius Blumenb. IV. Triceratops und Agathaumas, gehörnte Dinosaurier aus der Kreide von Nordamerika. V. Plesiosauren des unteren Lias. VI. Der Riesenhirsch, Megaceros giganteus Blumenb. Preis der 6 Tafeln mit Textheft roh M. 30, aufgezogen M. 48.

Die Herausgabe desselben ist dazu berufen, eine im Anschauungsunterricht längst empfundene Lücke nach Möglichkeit auszufüllen. Das Format der Tafeln (102×136 cm) ist selbst für ein grosses Auditorium vollkommen genügend, die Ausführung von Künstlerhand dürfte der Wahrheit um so näher kommen, als nur Tiere gewählt wurden, deren vollständig erhaltenes Skelett eine Rekonstruktion verhältnismässig leicht ge-

*) S. Unt.-Bl. VIII, S. 65.

tattet, zumal dann, wenn sie noch lebenden Formen nahe stehen. Haben wir doch bei einigen derselben noch andere Anhaltspunkte, so bei der erst in historischer Zeit ausgestorbenen Stellerschen Seekuh, sowie beim Mammuth, neben welch letzterem Ref. gern den charakteristischen Zeitgenossen derselben, das wollhaarige Rhinoceros, dargestellt gesehen haben würde. Doch erscheint vielleicht eine entsprechende Tafel bei der Fortsetzung des Werkes, hoffentlich auch eine solche des Moa, des Dodo und des Riesenalks. Uebrigens stand dem ausführenden Künstler nicht nur der Herausgeber als Palaeontolog zur Seite, sondern bei einzelnen Tafeln wurde auch die Mitwirkung des bekannten Säugetier-Palaeontologen Dr. M. Schlosser in München in Anspruch genommen.

Sehr anziehend sind die Begleitworte des Textheftes geschrieben. Dieselben beschränken sich keineswegs auf eine Beschreibung der betreffenden Tiere, sondern geben in glücklicher Verknüpfung palaeontologisch-historischer und geographischer Thatsachen zugleich einen Ueberblick über den ganzen Formenkomplex der dargestellten Tiere bez. über deren Verwandtschaft und die mutmassliche Ableitung, soweit sich nach dem augenblicklichen Stande der palaeontologischen Kenntnisse nachkommen lässt.

Das Werk kann daher auf das wärmste nicht nur für Schulen, sondern auch für die Zwecke öffentlicher Vorträge etc. empfohlen werden.

Petry (Nordhausen).

Zur Besprechung eingetroffene Bücher.

(Besprechung geeigneter Bücher vorbehalten.)

Audoyer, H., Théorie de la lune (Scientia No. 17). Paris 1902, Naud. Mk. 1.60 geb.

Baltin, R., u. Maiwald, W., Kurzgefasstes Lehrbuch der Mathematik für Seminare und Präparandenanstalten. Leipzig 1902, Teubner. Mk. 2.20 geb.

—„— Sammlung von Aufgaben aus der Arithmetik, Trigonometrie und Stereometrie für Seminare und Präparandenanstalten. Ebenda. Mk. 3.— geb.

Barbarin, P., La Géométrie non euclidienne (Scientia No. 15) Paris 1902, Naud. Mk. 1.60 geb.

Blätter für deutsche Erziehung, herausgegeben von Arthur Schulz, Jahrgang IV, Heft 1 (Wintermonat 1902). Verlag Friedrichshagen (Geschäftsstelle); (in Komm. bei L. Fernau, Leipzig).

Bollettino dell' Associazione „Mathesis", Anno VI, Num. 2. Estratto dal Periodico di Matematica, Vol. XVII, Gennaio-Febraio 1902.

Bussler, Fr., Die Elemente der Mathematik für Gymnasien. Teil I: Pensum für die Mittelklassen. 5. Aufl. Dresden 1902, Ehlermann. Mk. 1.50 geb.

Dannemann, Fr., Grundriss einer Geschichte der Naturwissenschaften, I. Band, 2. Aufl. Leipzig 1902, Engelmann. Mk. 8.—.

Emde, Fr., Die Arbeitsweise der Wechselstrommaschinen Mit 32 Fig. Berlin 1902, Springer. Mk. 2.40.

L'Enseignement Mathématique, Revue internationale. IVe Année, No. 1—2. Paris, 1902. Naud.

Die Fortschritte der Physik im Jahre 1902, dargestellt v. d. Deutschen Physik. Gesellschaft. Halbmonatliches Litteraturverzeichnis, redig. v. Karl Scheel u. Richard Assmann. I. Jahrgang, No. 1—12. Braunschweig 1902, Vieweg & Sohn.

Francke, W. Ch., Das Recht des Kaufmanns. (Dr. jur. Ludw. Hubertis Moderne kaufmänn. Bibliothek) Leipzig 1902, Huberti. Mk. 2.75 geb.

Gerber, P., Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation im Programm des städtischen Realprogymnasiums zu Stargard in Pommern. Stargard 1902. Henders.

Godt, W., Ueber einige sogenannte merkwürdige Punkte des Dreiecks I. Progr. d. Katharineums zu Lübeck 1902, Progr. No. 804. Lübeck 1902, Gebr. Borchers.

Götting, E., Ueber das Lehrziel im mathematischen Unterricht der höheren Realanstalten. Sonderabdruck aus dem Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Band XI, 1902, Heft 4.

Hocevar, Fr., Lehrbuch der Arithmetik und Algebra nebst einer Sammlung von Uebungsaufgaben für Oberrealschulen. Mit 2 Fig. Prag 1902, Tempsky. Mk. 3.60 geb.

—„— Dasselbe für Obergymnasien. Ebenda. Mk. 3.60 geb.

Kienitz-Gerloff, F., Neue Studien über Plasmodermen. Sonderabdruck a. d. Berichten der Deutschen Botanischen Gesellschaft, Jahrg. 1902, Band XX, Heft 2. Berlin 1901. Bornträger.

Koken, E., Palaeontologie und Descendenzlehre. Mit 6 Fig. Jena 1902, Fischer. Mk. 1.—.

Kraemer, H., Weltall und Menschheit. Naturwunder und Menschenwerke. Geschichte der Erforschung der Natur und Verwertung der Naturkräfte im Dienste der Völker. Vollständig in 100 Lieferungen, à 60 Pfg. Lief. 1, 2. Berlin 1902, Deutsches Verlagshaus Bong & Co.

Krembs, B., Lebensbilder aus der Geschichte der Sternkunde. Mit 3 Fig. Freiburg 1902, Herder. Mk. 1.40.

Lampert, K., Die Völker der Erde. Eine Schilderung der Lebensweise, der Sitten, Gebräuche, Feste und Zeremonien aller lebenden Völker. Mit ca. 650 Abb. Vollständig in 35 Lieferungen à 60 Pfg. 1. Lfg. Stuttgart 1902, Deutsche Verlagsanstalt.

Lemoine, E., Géométrographie ou art des Constructions géométriques. (Scientia No. 18) Paris 1902, Naud. Mk. 1.60 gb.

de Lépinay, M. J., Franges d'interférence et leurs applications métrologiques (Scientia No. 14). Ebenda. Mk. 1.60 gb.

Lieber, H., u. v. Lühmann, F., Anfangsgründe der Trigonometrie und Stereometrie. Bearb. von Oberl. Carl Müsebeck. Sonderausgabe aus Lieber und v. Lühmann, Leitfaden der Elementar-Mathematik. Mit 54 Fig. Berlin 1902, Simion. Mk. 1.— kart.

Lüpke, R., Dr. Fr. Rüdorffs Grundriss der Chemie für den Unterricht an höheren Lehranstalten. Mit 294 Holzschn. und 2 Tafeln. 12. Aufl. Berlin 1902, Müller. Mk. 5.—.

Lutz, K. G., Kurze Anleitung zum Sammeln, Bestimmen und Beobachten der Pflanzen, sowie zur Einrichtung eines Herbars. Ravensburg, Maier. Mk. —.60.

Mathematisch-naturwissenschaftliche Mitteilungen, im Auftrage des mathem.-naturw. Vereins in Württemberg, herausgegeben von Schmidt, Haas, Wölffing. Zweite Serie, Band 4, Heft 1 und 2; 1902, Stuttgart, Metzler.

Musmacher, C., Kurze Biographien berühmter Physiker. Freiburg 1902, Herder. Mk. 1.80.

Néculcéa, E., Le Phénomène de Kerr et les phénomènes électro-optiques. (Scientia No. 16) Paris 1902, Naud. Mk. 1.60 geb.

Netto, E., Lehrbuch der Combinatorik. Leipzig 1901. Teubner.

Panten, F., Bau und Leben zweier Pflanzen, zugleich eine Anleitung zu anatomischen und physiologischen Untersuchungen. Mit 69 Abb. Breslau 1902, Hirt. Mk. 1.50

Pfuhl, F., Der Unterricht in der Pflanzenkunde durch die Lebensweise der Pflanze bestimmt. Leipzig 1902, Teubner. Mk. 2.80 geb.

Plank, Fr., Lehrbuch der politischen Arithmetik. Leipzig, Huberti. Mk. 2.75 geb.

Raoult, Cryoscopie (Scientia No. 13). Paris 1902, Naud. Mk. 1.60 geb.

Reichardt, W., Ueber verallgemeinerte Picardsche Differentialgleichungen im Gebiete der hyperelliptischen Funktionen erster Ordnung. Beigabe zum Jahresbericht des Wettiner Gymnasiums zu Dresden auf das Schuljahr 1901/02. 1902 Progr. No. 596. Dresden 1902, Teubner.

Rehfeld, E., Leitfaden für die propädeutischen Kurse in Stereometrie und Trigonometrie an Realanstalten. Mit 61 Fig. Berlin 1902, Reuther & Reichard. Mk. 1.20.

Riedel, E., Katechismus der praktischen Arithmetik. Handbuch des Rechnens für Lehrende und Lernende. 4. Aufl. Leipzig 1901, Weber. Mk. 3.50 geb.

Rothe, C., Vollständiges Verzeichnis der Schmetterlinge Oesterreich-Ungarns, Deutschlands und der Schweiz. 2. Aufl. Wien 1902, Pichler. Mk. 2.15.

Rüefli, J., Anhang zum Lehrbuch der ebenen Trigonometrie. Bern 1902, Schmidt & Francke. Mk. —.80.

Russner, Joh., Grundzüge der Telegraphie und Telephonie für den Gebrauch an technischen Lehranstalten. Mit 43 Abb. und 1 Tafel. Hannover 1902, Jänecke. Mk. 4.80.

Sachs, A., Wesen und Wert der Mineralogie. Breslau 1902, Kern. Mk. —.40.

Schilling, S., Grundriss der Naturgeschichte. Teil I: das Tierreich. Neunzehnte Bearbeitung von H. Reichenbach. Breslau 1902, Hirt. Mk. 4.— geb.

Schuster-Bieler, Geometrische Aufgaben und Lehrbuch der Geometrie. Ausgabe C. Leipzig 1901, Teubner. Mk. 1.40 geb.

Seiler, Fr., Das Buch der Berufe. Ein Führer und Berater bei der Berufswahl. VII. Der Oberlehrer. Mit 36 Abb. Hannover 1902, Jaenecke. Mk. 4.— geb.

Spielmann, Joh., Mocniks Lehrbuch der Geometrie für die oberen Klassen der Gymnasien. Mit 201 Fig. 23. Aufl. Prag 1902, Tempsky. Mk. 3.80 geb.

Stahlberg, W., Beiträge zur experimentellen Behandlung der elementaren Optik. Beilage zum Jahresbericht der Realschule zu Steglitz, Ostern 1902. Berlin 1902, Lewent.

Strassburger, E., Das kleine botanische Praktikum für Anfänger. 4. Aufl. Mit 123 Holzschn. Jena 1902, Fischer. Mk. 6.—.

Thaer, A., Bestimmung von Gestalt und Lage eines Kegelschnitts aus einer Gleichung zweiter Ordnung ohne Koordinaten-Transformation. Mit einer Tafel. Beilage zum Jahresbericht der Oberrealschule vor dem Holstenthore zu Hamburg. Progr. O. 1902, No. 819. Leipzig 1902, Teubner.

Thieme, H., Leitfaden der Mathematik für Gymnasien. 1. Teil: Die Unterstufe. Mit 106 Fig. Mk. 1.40 geb. 2. Teil: Die Oberstufe. Mit 56 Fig. Mk. 1.60 geb. Leipzig 1902, Freytag.

—„— Dasselbe für Realanstalten. 1. Teil: Die Unterstufe. Mit 114 Fig. Ebenda. Mk. 1.60 geb.

Ueber die gegenwärtige Lage des biologischen Unterrichts an höheren Schulen. Verhandlungen der 73. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte zu Hamburg. Jena 1901, Fischer.

Wagner, K., Dr. Jos. Krist's Anfangsgründe der Naturlehre für die Unterklassen der Realschulen. 8. Aufl. Mit 235 Holzschn. Wien 1901, Braumüller. Mk. 2.40 geb.

Weiler, W., Physikbuch. 1. Band: Magnetismus und Elektrizität. Mit 445 Abb. Esslingen, Schreiber. Mk. 4.50 geb.

Wellstein, F., Ueber das Studium der angewandten Mathematik, Vortrag im mathematisch-naturwissenschaftlichen Studentenverein in Strassburg i. E. Sonderabdruck aus dem Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung, Band XI, 1902, Heft 4.

Wendler, Aufgaben für das Zahlenrechnen in Realschulen. I. Teil: Für Sexta. Mittweida 1902, Schlüter.

Willkomm, M., Bilder-Atlas des Pflanzenreichs. 124 Farbendrucktafeln und 600 Abb. 4. Aufl. Esslingen, Schreiber. Mk. 8.— geb.

Wolff, H., Leitfaden für den Unterricht in der Geometrie an Baugewerkenschulen und anderen gewerblichen Schulen. Leipzig 1901, Brandstetter.

Zaengerle, M., Lehrbuch der Mineralogie und Geologie. Mit Holzstichen u. 1 Karte. 6. Aufl. Leipzig 1902, Haberland. Mk. 2.20.

Ziegler, H. E., Ueber den derzeitigen Stand der Descendenzlehre in der Zoologie. Jena 1902, Fischer. Mk. 1.50.

Ziegler, Th., Allgemeine Pädagogik. 6 Vorträge. (Aus Natur und Geisteswelt). Leipzig 1901, Teubner. Mk. 1.25 geb.

Zimmermann, E., Der Anfangsunterricht der Chemie und Mineralogie in Frage und Antwort. Nach dem method. Lehrgange von Arendt bearbeitet. Programm der Realschule zu Elberfeld No. 551, 1902. Elberfeld 1902, Bädekersche Buchdruckerei.

Anzeigen.

Druck von H. Sievers & Co. Nachf., Braunschweig.