Jahrgang IX. 1903. Nr. 4.

Unterrichtsblätter
für
Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung
des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften.

Begründet unter Mitwirkung von **Bernhard Schwalbe**,
herausgegeben von
F. Pietzker,
Professor am Gymnasium zu Nordhausen.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 30.

Redaktion: Alle für die Redaktion bestimmten Mitteilungen und Sendungen werden nur an die Adresse des Prof. Pietzker in Nordhausen erbeten.
Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (3 Mk. Jahresbeitrag oder einmaliger Beitrag von 45 Mk.) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Lindenerstrasse 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 6 Nummern ist 3 Mark, für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift unentgeltlich; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhdlg. zu beziehen. Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermässigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Inhalt:

Der exaktwissenschaftliche Unterricht in der Schulreformbewegung.

Vortrag auf der Hauptversammlung in Breslau*).

Von F. Pietzker.

H. H. Das Thema, das ich bitte vor Ihnen behandeln zu dürfen, ist nicht neu; entsprechend der immer grösseren Ausdehnung, die die Schulreformbewegung genommen hat, und der in stetem Anwachsen begriffenen Zahl der Reformschulen hat die Frage, in wiefern die Erreichung des den einzelnen lehrplanmässigen Fächern gesteckten Unterrichtszieles durch die veränderten Verhältnisse eine Förderung erfährt, fortwährend an aktuellem Interesse gewonnen, sie wird von den verschiedensten Seiten her beleuchtet und auf die verschiedenste Art beantwortet. Insbesondere ist auch die Stellung, die der exaktwissenschaftliche Unterricht auf den Reformschulen einnimmt, wiederholt erörtert worden, ganz besonders eingehend auf der zu Kassel im Jahre 1901 abgehaltenen Konferenz von Leitern der bestehenden Reformschulen.**)

*) S Unt.-Bl. IX, 3, S. 60.

**) Vergl. hierzu Liermann, Reformschulen nach Frankfurter und Altonaer System. Erster Teil: Die Kasseler November-Konferenz von 1901, Berlin, Weidmann 1903. Besonders S. 31—54.

Es ist sehr bemerkenswert, dass dort die Vertreter des exaktwissenschaftlichen Unterrichts durchgängig eine Zurückdrängung desselben gegenüber den sprachlichen Lehrfächern feststellen zu müssen glaubten, in diesem Sinne äusserten sich insbesondere die beiden Referenten Schulte-Tigges und von Staa, die im übrigen erklärten, durch die stiefmütterliche Behandlung, die der exaktwissenschaftliche Unterricht in der Schulreformbewegung gefunden habe, in ihrem warmen Interesse an dieser Bewegung nicht erschüttert worden zu sein, während der als Gast anwesende Direktor Börner (Elberfeld) seinerseits es aussprach, dass er durch die Zurückdrängung des genannten Unterrichts von dem Eintreten in die ihm sonst sehr sympathische Schulreformbewegung abgehalten werde. Günstige Erfolge wenigstens auf einem Spezialgebiete des in Rede stehenden Unterrichts, nämlich dem der Mathematik, wurden den Reformschulen nur von einem — nicht fachmännischen — Teilnehmer der Kasseler Debatten zugesprochen, nämlich dem Direktor des Frankfurter Goethe-Gymnasiums, Reinhardt, dessen Ausführungen inzwischen durch einen Fachmann, Herrn Prof. Vogt vom Friedrichs-Gymnasium in Breslau, entschiedenen Widerspruch erfahren haben. Ich möchte dabei bemerken, dass ich die in den Ilberg-Richterschen „Neuen Jahrbüchern“ *) veröffentlichten Ausführungen V o g t s zu dem besten und gehaltvollsten rechne, was in der Reformschulfrage überhaupt gesagt worden ist, wenngleich ich im wesentlichen zu anderen Schlussfolgerungen gelange, als der Verfasser, der durch seine Auseinandersetzungen die Verfehltheit der ganzen Schulreformbewegung nachgewiesen zu haben glaubt. Indem ich mir ein näheres Eingehen hierauf vorbehalte, möchte ich zunächst die Punkte angeben, die ich im Einzelnen erörtern zu müssen glaube. Ich werde zuerst kurz an die Umstände erinnern, durch die der exaktwissenschaftliche Unterricht in seine gegenwärtige, das Missvergnügen der Fachmänner erregende Stellung gekommen ist, zum zweiten werde ich die Frage erörtern, ob die Unzufriedenheit mit dieser Stellung berechtigt ist oder nicht, drittens denke ich — mit besonderer Bezugnahme auf den V o g t schen Artikel — zu prüfen, ob aus der Stellung des exaktwissenschaftlichen Unterrichts im Reformschullehrplan Gründe gegen die Berechtigung der Schulreformbewegung überhaupt hergeleitet werden können, viertens werde ich die zur Beseitigung der behaupteten Uebelstände vorgeschlagenen Massregeln einer kurzen Kritik unterwerfen, um zum Schluss meine eigene Stellung zu dem von mir erörterten Thema in etwas ausführlicherer Weise darzulegen.

Dass auf den Reformschulen der exaktwissenschaftliche Unterricht so in den Hintergrund tritt, muss an sich Verwunderung erregen angesichts des Umstandes, dass zu den treibenden Kräften der Schulreformbewegung in erster Linie die Ingenieure und Techniker gehören, deren Forderungen der die alten Sprachen voranstellende Gymnasialunterricht nicht genügte. Aber die Erscheinung wird verständlich durch die geschichtliche Entwickelung, die unser Schulwesen genommen hat.

Neben das alte, im wesentlichen eine Schule für das gelehrte Beamtentum darstellende Gymnasium mit seiner Bevorzugung des Sprachunterrichts war die Realschule getreten, die den Bedürfnissen des praktischen Lebens entsprechend die realen Fächer stärker betonte, von vornherein aber eine untergeordnete Schulgattung darstellte. Der immer zunehmende Aufschwung der gewerblichen Tätigkeit und die riesenhaften Fortschritte der von der Naturwissenschaft getragenen Technik brachten es mit sich, dass die Bedeutung der neuen Schulgattung sich immer mehr hob, sie beanspruchte mehr und mehr eine dem alten Gymnasium gleichwertige Stellung und erlangte eine teilweise Erfüllung dieses Anspruchs durch eine gewisse Annäherung an den ursprünglich zu ihr im Gegensatz stehenden Zuschnitt des Gymnasialunterrichts vermöge der Aufnahme des Lateins in ihren Lehrplan. So entstanden die beiden Formen der Realanstalt, die mit gewissen Vorrechten ausgerüstete lateinlehrende und die lateinlose, die nun ihrerseits das Bestreben aufnahm, auch für sich die Anerkennung der Gleichwertigkeit mit den beiden anderen Anstaltsformen zu erringen und mit diesem Bestreben tatsächlich auch, wie bekannt, gewisse Erfolge erzielt hat.

Eine naturgemässe Frucht dieses Entwickelungsganges war die Möglichkeit, die Vorbildung für eine ganze Reihe von höheren Berufszweigen auf jeder der geschichtlich herausgebildeten Formen der höheren Schulen gewinnen zu können und im Anschluss daran das Hervortreten des Bedürfnisses, die Wahl der Schulgattung möglichst bis zu einem Termin hinausschieben zu können, der ein gesichertes Urteil über die spezielle Beanlagung des der Schule zuzuführenden Knaben gestattete. Es entstand die Forderung eines einheitlichen Unterbaues für die verschiedenen Formen der höheren Schule, dieser Unterbau musste, da er eben für jede Schulgattung, auch die lateinlose, die Grundlage bilden sollte, notwendig auf das Latein verzichten; so erwuchs ganz naturgemäss aus dem rein praktischen Bedürfnis heraus der Gedanke, den fremdsprachlichen Unterricht statt mit dem Latein vielmehr mit einer anderen, allen Formen der höheren Schule gemeinsamen Sprache zu beginnen, wofür sich auch in Gemässheit der geschichtlichen Entwickelung als natürlichster Lehrgegenstand das Französische darbot.

Dieses rein praktische Moment erfuhr nun eine wesentliche Unterstützung von einer anderen Seite her, durch rein pädagogische Erwägungen, nämlich durch die besonders von dem Realschuldirektor O s t e n d o r f in Düsseldorf vertretene und von einer grossen Zahl von Schulmännern aufgenommene Anschauung, dass es pädagogisch richtiger sei, den fremdsprachlichen Unterricht mit einer Sprache zu beginnen, die vermöge ihres analytischen Baues der Muttersprache des deutschen Schülers näher stehe, als das zu den synthetischen Sprachen gehörende Latein — hierzu eigne sich ganz besonders das Französische.

Beide Momente zusammen bestimmten nun den Gang der Schulreformbewegung insoweit, als sie zu dem praktischen Ergebnis führten, allen Formen der höheren Schule einen gemeinsamen Unterbau zu geben, in dem als grundlegende Fremdsprache das Französische auftritt, während das Latein erst von Tertia an gelehrt wird. Später treten dann auf den einzelnen

*) H. Vogt, die Mathematik im Reformgymnasium (Neue Jahrbücher für klassisches Altertum, Geschichte und deutsche Literatur und für Pädagogik 1901, S. 190 bis 219).

Zweigen, in die sich die Oberstufen der höheren Schulen gabeln, Griechisch oder Englisch hinzu; der Zeitpunkt, in welchem das Englische in den Unterricht eintritt, bildet, wie bekannt, den wesentlichen Unterschied zwischen den beiden Hauptformen der Reformschule, die man als Altonaer und Frankfurter System unterscheidet.

Unberührt von diesem Entwickelungsprozess blieben die Forderungen der überkommenen staatlichen Schulpolitik, die auch von dem gymnasialen Zweige der Reformschule auf dem altsprachlichen Gebiete dieselben Leistungen verlangte, wie von dem humanistischen Gymnasium alten Stils. Für den Abbruch, den die Unterrichtszeit der beiden alten Sprachen in den tieferen Stufen erlitten hatte, schien dann — auch in den Augen derer, die auf den oberen Stufen die Einschlagung eines schnelleren Tempos für möglich hielten — kein anderer Ersatz möglich, als eine Verstärkung der Lehrzeit in den oberen Klassen, eine Forderung, die sich auf die lateinlehrende Form der Realanstalt, das Realgymnasium hinüber ausdehnte.

Die einzige Möglichkeit für diese Verstärkung des altsprachlichen Unterrichts auf den oberen Klassen bot nun eine entsprechende Zurückdrängung des exaktwissenschaftlichen Unterrichts, als Entschädigung für diese Einbusse auf der oberen Stufe wurde ihm die durch die Ausfälle des altsprachlichen Unterrichts auf den unteren und mittleren Stufen freigewordene Unterrichtszeit überwiesen. Dadurch wurde das Schwergewicht des exaktwissenschaftlichen Unterrichts von den höheren auf die tieferen Klassenstufen verlegt und diese Verschiebung ist es eben, die die Vertreter des genannten Unterrichts selbst als nachteilig und unheilvoll empfinden.

Fragt man sich nun zweitens, ob ihre Klagen berechtigt sind, so wird man ihren einstimmigen Erklärungen gegenüber vor allem das Gewicht der Gründe zu prüfen haben, die im Gegensatz zu ihnen von dem einzigen Verfechter des neuen Zustandes, dem Gymnasial-Direktor R e i n h a r d t in Frankfurt, geltend gemacht worden sind.

Direktor R e i n h a r d t hat auf der Kasseler Versammlung einen Lehrplan verteilt, nach dem das ganze bisher behandelte Gymnasialpensum auch auf seiner Anstalt, z. T. unter Verschiebung auf tiefere Klassenstufen absolviert worden ist. Er beruft sich ferner auf die Ergebnisse der bisher auf dem Goethe-Gymnasium abgehaltenen Reifeprüfungen und führt schliesslich den Umstand ins Feld, dass im vorhergegangenen Jahr nicht weniger als drei seiner Abiturienten sich dem Studium der Mathematik zugewandt haben; hierin erblickt er ein ganz besonders auffallendes Anzeichen dafür, dass auch unter den neuen Verhältnissen der mathematische Unterricht sehr wohl den höchsten Anforderungen genügen könne.

Diese Behauptungen hat nun, wie schon erwähnt, bereits V o g t einer eingehenden Kritik unterzogen. Er führt aus, dass man das Pensum ja äusserlich ganz gut auch in dem neuen Lehrplan unterbringen könne, der sogar im ganzen gegen die Unterrichtszeit an den humanistischen Gymnasien alten Schlages noch eine Stunde mehr aufweise. Aber es sei dies nur auf Kosten des inneren Verständnisses möglich, so sei es z. B. schon unter dem früheren Zustand nicht unbedenklich, die Lehre von den negativen und gebrochenen Exponenten in U II zu behandeln, bei den Schülern der O III, wohin sie in dem Frankfurter Lehrplan verlegt sei, könne man eine mehr als ganz äusserliche Aufnahme absolut nicht erwarten. Der Bildungszweck des mathematischen Unterrichts könne so bei dem Frankfurter Lehrplan unmöglich erfüllt werden, in der Ueberzeugung von der Unmöglichkeit werde er auch durch die Ergebnisse der Frankfurter Reifeprüfungen nicht erschüttert, bei denen ihm übrigens eine gewisse Eintönigkeit in den den Abiturienten vorgelegten Aufgaben aufgefallen sei.

Ich möchte dieser Kritik unbedingt zustimmen und sie insofern noch ergänzen, als ich auch das Argument von den drei zum Studium der Mathematik übergegangenen Abiturienten des Goethe-Gymnasiums in seiner Beweiskraft anzweifle. Wer sich dem Studium der Mathematik zuwendet, tut dies stets vermöge einer inneren Beanlagung, die natürlich durch den Unterricht gepflegt und entwickelt werden kann, aber auch bei dem mangelhaftesten Unterricht noch zur Geltung zu kommen pflegt und von jeher auch unter den ungünstigsten Umständen zur Geltung gekommen ist; der Wert des mathematischen Unterrichts als eines unentbehrlichen Faktors der Allgemeinbildung muss sich nicht sowohl an den mathematisch beanlagten, als an den mathematisch nicht beanlagten Schülern offenbaren. Für die Art, in der das Goethe-Gymnasium die letztere Aufgabe löst, bieten aber die Angaben des Direktors R e i n h a r d t keinerlei Aufschlüsse.

Im übrigen betreffen seine Ausführungen nur den mathematischen Unterricht, und gerade auch nur den an dem humanistischen Zweige der Reformschule. Aber die Beschwerden der Vertreter des exaktwissenschaftlichen Unterrichts gehen viel weiter, sie umfassen auch die veränderte Stellung des gesamten naturwissenschaftlichen Unterrichts und zwar an allen Arten der höheren Schule; hier ist z. B. sehr bemerkenswert die in Kassel gefallene Aeusserung des Direktors B ö r n e r (Elberfeld), dass durch die Verkürzung der Unterrichtszeit für den physikalischen Unterricht am Realgymnasium gerade die wichtigste, für dasselbe am meisten charakteristische und bedeutsame Seite seiner ganzen Wirksamkeit eine ausserordentliche Schädigung erfahre. Und zu dem kommen nun gegenwärtig noch die — auch von vielen anderen Seiten als berechtigt anerkannten — Forderungen der Biologen auf Wiederaufnahme des Unterrichts in der Naturbeschreibung in die oberen Klassen wenigstens der Realanstalten, weil der Bildungswert der biologischen Lehrfächer erst da voll zur Geltung kommen könne.

Angesichts dieser Verhältnisse muss man rückhaltlos zugeben, dass der exaktwissenschaftliche Unterricht in der Entwickelung, die die Schulreformbewegung genommen hat, nicht zu seinem Recht kommt.

Und wer diese Tatsache als richtig zugibt, wird allerdings auch sich der Prüfung der Frage nicht entziehen können, ob denn die Vorteile, die die Verwirklichung des Schulreformgedankens nach anderer Seite hin bieten, gross genug seien, um die soeben dargelegte Schädigung des exaktwissenschaftlichen Unterrichts aufzuwiegen, ob nicht vielmehr durch diese — anscheinend eine unvermeidliche Folge der Schulreform darstellende — Herunterdrängung des exaktwissenschaftlichen Unterrichts von den oberen Stufen die Notwendigkeit und Nützlichkeit der ganzen Schulreform überhaupt widerlegt werde.

Indem ich mich jetzt diesem dritten der von mir aufgeführten Punkte zuwende, habe ich mich besonders mit den mehrgenannten Erörterungen des Prof. Vogt zu beschäftigen, der die eben gedachte Frage in der Tat aufwirft und sie zu Ungunsten der Schulreform beantwortet. In seinem durch seine Objektivität und Gründlichkeit sehr bemerkenswerten Artikel stellt er eine interessante Rechnung auf, bei der er an der Hand der dem altsprachlichen Unterricht unter den älteren und unter den neueren Verhältnissen bei gleicher Anforderung an die Schlussleistungen zugewiesenen Zeit ein zahlenmässiges Verhältnis zwischen dem Werte einer Lehrstunde auf den höheren und dem Werte einer Stunde auf den tieferen Lehrstufen herausrechnet und nun auf Grund dieses Ergebnisses den dem exaktwissenschaftlichen Unterricht auf der Reformschule erwachsenden Verlust ziffermässig ausdrückt. Auf die Misslichkeit, die eine solche Rechnung hat, weist er selbst hin, man wird sich auch auf das gefundene Zahlenergebnis darum nur ganz im allgemeinen berufen können, aber mit diesem Vorbehalt verwertet besitzt es m. E. allerdings einen gewissen nicht wegzuleugnenden Wert, jedenfalls ist es ein interessanter Versuch, die schwierigen Verhältnisse, um die es sich hier handelt, einer exakten Untersuchung zu unterziehen.

Aber auf die — durch ihn selbst noch ziffermässig festgelegte — Schädigung, die der exaktwissenschaftliche Unterricht durch die vorhererwähnte Verschiebung erleidet, beschränkt Vogt sich nicht, er ergänzt seine Ausführungen durch die Behauptung einer zweiten Schädigung, die diesem Unterricht aus der Verwirklichung des Schulreformgedankens erwachse und er beruft sich für diese seine Behauptung auf die Erfahrungen, die er an seiner Anstalt, dem hiesigen — z. T. nach dem alten System, z. T. nach dem Reformsystem eingerichteten — Friedrichs-Gymnasium gemacht habe. Er hat dort gleichzeitig in einer Lateinquarta und in einer Reformquarta unterrichtet und in der ersteren, wie er berichtet, erheblich günstigere Lehrerfolge erzielt, die ihn veranlasst haben, über die Ursachen dieses Unterschiedes nachzudenken. Mit grosser Objektivität erörtert er auch hier die möglicherweise in Betracht zu ziehenden Umstände, er weist u. a. selbst darauf hin, dass aus verschiedenen Gründen in der Reformquarta ein weniger gutes Schülermaterial zu erwarten sei, als in der Lateinquarta, aber schliesslich glaubt er doch als wahrscheinlichstes Erklärungsmittel für die von ihm wahrgenommene Erscheinung das hinstellen zu müssen, dass die Schüler der Lateinquarta durch die an ihnen vorgenommene logische Schulung mittels des vorangegangenen, zugleich eine Auslese unter den Schülern bewirkenden zweijährigen Lateinunterrichts für die Aufnahme des spröden mathematischen Lehrstoffs besser vorgebildet seien, als die Schüler der Reformquarta, bei denen der mathematische Unterricht diese von ihnen nicht schon mitgebrachte Schulung selbst erst zu übernehmen habe.

Die Tragweite dieses von Vogt gegen die Leistungen der Reformschulen erhobenen Einwandes liegt auf der Hand, es wird dadurch die ganze Grundlage der Schulreformbewegung in Frage gestellt. Denn wenn er Recht hat, so wäre die Unentbehrlichkeit des Lateins als des grundlegenden Unterrichtsfaches durch eine Ermittelung festgestellt, der man den Vorwurf philologischer Voreingenommenheit in keiner Weise machen könnte, deren Ergebnisse also besonders schwer ins Gewicht fallen würden. Aber ich schliesse mich der Meinung derer an, die seinen Folgerungen widersprechen. Es ist schon von anderer Seite gesagt worden*), dass, wenn wirklich die durch den vorhergehenden zweijährigen Lateinunterricht bewirkte „Auslese“ der Schüler die Einschlagung eines schnelleren Tempos im mathematischen Unterricht der Quarta ermöglichte, doch die Erfolge dieses Unterrichts besonders bei den Schülern zutage treten müssten, die auf Grund ihrer guten Lateinleistungen aufgestiegen sind. Tat-

*) Ztschr. f. d. Reform der höheren Schulen 1902, No. 1, S. 11 flg.

sächlich liegt die Sache aber vielfach gerade entgegengesetzt, die besten Schüler in der Mathematik sind sehr häufig gerade die, die mit sehr mangelhaften Lateinleistungen in die Quarta eintreten, an denen also die bildende Kraft des Lateinunterrichts sich nicht bewährt hat. Ich halte diese Widerlegung der Vogtschen Folgerungen für so durchschlagend, dass es kaum nötig ist, noch auf die überaus mangelhaften Lateinleistungen hinzuweisen, welche alle Jahre in den Reifeprüfungen und zwar aller Gymnasien bei einem Teile der Abiturienten zutage treten. Die Zahl der Schüler, denen man das Reifezeugnis nicht versagen zu können glaubt, obwohl die bildende Kraft des Lateinunterrichts sich an ihnen nicht offenbart, ist so erheblich, dass ich keinen Anstand nehme zu behaupten: Diese besondere bildende Kraft, die dem Lateinunterricht vielfach zugeschrieben wird, ist in Wahrheit bei diesem Lehrgegenstande in keinem höheren Grade vorhanden, als bei einer grossen Reihe von anderen Lehrfächern. Die logische Schulung, die u. a. auch von Vogt als eine Frucht des ersten Lateinunterrichts angesehen wird, wird durch diesen Unterricht nicht sowohl erzeugt, als vielmehr da, wo sie bereits vorhanden ist, durch ihn ans Licht gebracht und bei einem zweckmässigen Lehrbetrieb natürlich auch gesteigert. Ihre Wurzel aber liegt an anderen Stellen, teils in der natürlichen Beanlagung, teils auch in der durch das Aufwachsen in einem gebildeten, geistig veranlagten Familienkreise naturgemäss von selbst entstehenden Gewöhnung an die sprachrichtige Wiedergabe klarer Gedanken. Hätten wir ausschliesslich oder wenigstens, wie es früher der Fall war, vorzugsweise mit Schülern dieses Kalibers zu tun, so wäre die Frage, wo der Lateinunterricht zu beginnen hat, gegenstandslos, solche Schüler arbeiten sich leicht in ihn ein. Aber gegenwärtig handelt es sich im Unterricht der höheren Schulen vorwiegend um Schüler, bei denen diese günstigen Bedingungen nicht erfüllt sind, bei denen vielmehr die Schule das zu ergänzen hat, was die Familie nicht bieten konnte oder wollte, da soll die Gewöhnung an logisches Denken und an logischen Gedankenausdruck erst noch erworben werden und das kann — wie ich in Uebereinstimmung mit vielen anderen Freunden der Schulreform annehme — am besten durch einen vernünftigen Unterricht in der Muttersprache geschehen, dem der Unterricht in einer dem ganzen bisherigen Gedankenkreise nicht gar zu fern liegenden Fremdsprache ergänzend zur Seite tritt.

So glaube ich denn meine Meinung dahin zusammenfassen zu können, dass die Erfolge des mathematischen Unterrichts auf den Reformschulen kein Argument gegen die Richtigkeit des Schulreformgedankens überhaupt abgeben, dass vielmehr die Momente, in denen dieser Reformgedanke wurzelt, nach wie vor ihre volle Bedeutung und Kraft behalten.

Wenn gleichwohl die ungünstige Stellung, die dem exaktwissenschaftlichen Unterricht im Reformschullehrplan zugewiesen ist, zu so erheblichen Klagen Anlass gibt, so drängt sich ganz von selbst viertens die Frage nach den Mitteln auf, die zur Beseitigung dieses Uebelstandes ohne Aufgeben des Schulreformgedankens selbst zu Gebote stehen. Diese Frage ist insbesondere auch in Kassel der Gegenstand eingehender Erwägungen gewesen, die beiden Referenten haben sich darüber geäussert, eine weitere Diskussion über dieses Thema hat sich in der von Köpke und Matthias herausgegebenen „Monatsschrift für höhere Schulen“ entsponnen Alle diese Vorschläge laufen darauf hinaus, dem altsprachlichen Unterricht einige Stunden zu entziehen, die den exaktwissenschaftlichen Fächern zugute kommen sollen, zumteil sind diese Forderungen auch bereits verwirklicht worden, der physikalische Unterricht des Realgymnasiums hat einen kleinen Stundenzuwachs erhalten, und eine weitere, zumteil auch dem mathematischen Unterricht und zwar auch innerhalb des gymnasialen Zweiges, bezw. des gemeinsamen Unterbaues zugute kommende Verstärkung ist einer einzelnen Anstalt, — der, in deren Räumen wir uns hier versammelt haben — auf Antrag ihres Leiters, des Herrn Direktors Richter zugestanden worden. Aber alle diese Mittel haben doch nur eine unvollständige Wirkung, und sie beziehen sich in der Hauptsache nur auf einen Teil der verschiedenen Schularten, dort beheben sie die gerügten Mängel auch nicht in vollem Umfange, ganz abgesehen davon, dass sie den neu aufgetretenen Forderungen der Vertreter der biologischen Fächer gar keinen Raum geben, ich darf in dieser Hinsicht nur an den Meinungsstreit erinnern, den in der vorgenannten Matthiasschen Zeitschrift die Vorschläge des Direktors Börner (Elberfeld) hervorgerufen haben.

In anderer Weise sucht Treutlein (Karlsruhe) der zutage getretenen Uebelstände Herr zu werden, er entwickelt einen auch auf der Kasseler Versammlung zu allgemeiner Kenntnis gebrachten Lehrplan, der der Verschiebung des mathematischen Unterrichts auf die mittleren Klassen sich dadurch anzupassen sucht, dass er eine wesentlich veränderte — vor allem die natürliche Anschauung stärker verwertende — Art des Lehrbetriebs empfiehlt. Ich finde in diesem Vorgehen einen sehr gesunden Kern, in der Tat entspricht es dem innersten Wesen des Schulreformgedankens, nicht nur die äusserlichen Verhältnisse, unter denen der Unterricht erfolgt, sondern namentlich auch den inneren Charakter dieses Unterrichts mit den neu auftretenden Forderungen der Zeit in Einklang zu bringen. Wenn man von dem nach seinen äusseren Bedingungen wesentlich veränderten altsprachlichen Unterricht die gleichen Leistungen wie bisher, doch nur dadurch erwartet, dass man den ganzen Lehrbetrieb diesen neuen Bedingungen anpasst, so wird man eine entsprechende Forderung an sich für die exaktwissenschaftlichen Fächer unmöglich abweisen können.

Ich glaube, dass von der Verwirklichung der Treutleinschen Idee ein wesentlicher Nutzen zu erhoffen wäre, aber die Uebelstände, die aus der Verringerung der Stundenzahl auf den obersten Stufen bei gleichzeitiger Festhaltung des Gesamtpensums unausbleiblich erwachsen, würden auch auf dem von Treutlein vorgeschlagenen Wege nicht gehoben werden.

Man wird also nach weiteren Mitteln suchen müssen, um die Schulreformbewegung aus dem einseitig die Bedürfnisse des Sprachunterrichts bevorzugenden Fahrwasser, das sie gegenwärtig innehält, in eine andere, allen Lehrfächern möglichst gleiches Recht zu teil werden lassende Bahn zu lenken. Und hier gestatten Sie mir nun, meine eigenen Ansichten zu entwickeln, die ich mit einer persönlichen Bemerkung einleiten zu dürfen bitte.

Ich bin ein alter Schulreformer, den Gedanken des gemeinsamen Unterbaues mit gegabelter Oberstufe der höheren Schulen habe ich bereits 1875 in einem Programm der damaligen Realschule I. O. in Tarnowitz, an der ich angestellt war, vertreten, ich habe ihn weiter ausgeführt in verschiedenen anderen Veröffentlichungen, u. a. in einer durch das Preisausschreiben des allgemeinen deutschen Realschulmännervereins von 1888 veranlassten Schrift über den „Zudrang zu den gelehrten Berufsarten“, die mit einer dasselbe Thema behandelnden Schrift von Treutlein zusammen veröffentlicht worden ist, und in der, mehrfach in Zeitschriften abgedruckten wie auch als Sonderschrift erschienenen Rede über „Schule und Kulturentwickelung“, die ich bei der ersten Hauptversammlung des Vereins für Schulreform 1890 in Berlin gehalten habe.

In allen diesen Veröffentlichungen habe ich mich zu einem Standpunkt bekannt, der sich mit dem von den meisten Anhängern der Schulreform eingenommenen Standpunkt zwar nahe berührt, aber nicht völlig deckt. Entscheidend für meine Stellungnahme war weder die Frage, welche Fremdsprache vermöge ihres Baues am meisten geeignet sei, dem Sprachunterricht als Grundlage zu dienen, noch auch die praktische Erwägung, dass es wünschenswert sei, die Wahl der Schulgattung möglichst weit heraufzuschieben. Die Hauptrolle für mich spielte vielmehr die Ueberzeugung, dass unser Schulbetrieb daran kranke, der überwiegenden Mehrzahl der Schüler die ihnen ins Leben mitzugebende Bildung in einer Form zu überliefern, die für sie nicht recht verwertbar ist, weil sie ein über das allgemeine Verständnis hinausgehendes, darum auch praktisch vielfach nur zu einem leeren Schein werdendes allzu wissenschaftliches Gepräge trägt. Ich wünschte eine Schulgestaltung, bei der die mit dem Einjährigenzeugnis ins praktische Leben tretenden jungen Leute eine innerhalb ihres Gedankenkreises liegende wesentlich praktische Bildung mit sich von der Schule hinwegnähmen, eine Bildung, die darum keineswegs eine äusserliche Dressur vorstellen, die vielmehr durchaus auf ein innerliches Verständnis hinarbeiten sollte, aber ein Verständnis, das nicht in den den Horizont der Schüler vielfach übersteigenden wissenschaftlichen Theorien, sondern in dem allgemeinen, bei dem unverstandenen wissenschaftlichen Betriebe leicht zu Schaden kommenden gesunden Menschenverstande wurzelte. Ich forderte eine derartige Schulgestaltung im Interesse derer, die die höheren Schulen nicht bis zur Reifeprüfung durchmachen und ich erachtete sie als keinen Nachteil, vielmehr als segensreich auch für die Schüler, die demnächst auf der Oberstufe eine spezifisch wissenschaftlich gefärbte Weiterbildung empfangen sollten, um dadurch für den späteren Eintritt in leitende Stellungen unseres öffentlichen Lebens befähigt zu werden. Ich war der Meinung, dass es gerade im Hinblick auf diese späteren Lebensstellungen wünschenswert sei, der frühesten Jugendbildung ein mehr praktisches Gepräge zu geben, weil dies die Erhaltung der Fühlung mit den Lebensverhältnissen und Lebensbedürfnissen der grossen Menge der Bevölkerung erleichtere.

Auf diesem Standpunkt stehe ich auch noch heute, wenn ich auch nicht in der Lage gewesen bin, ihm Geltung zu verschaffen und infolgedessen praktisch genötigt war, mich der in Wirklichkeit nach etwas anderer Richtung fortschreitenden Schulreformbewegung anzuschliessen, hoffend, dass diese durch die tatsächliche Entwickelung der Verhältnisse auf die Dauer doch mehr und mehr in die mir als richtig erscheinende Bahn hineingedrängt werden wird. Und von diesem Standpunkt aus habe ich gegen die Verstärkung des exaktwissenschaftlichen Unterrichts innerhalb des gemeinsamen Unterbaues namentlich unter der Voraussetzung nichts einzuwenden, dass dieser Unterricht dort nach solchen Grundsätzen erteilt wird, wie sie Treutlein empfiehlt.

Die Ergänzung dieses das praktische Verständnis in den Vordergrund stellenden Unterrichts auf der Unterstufe würde dann der im wissenschaftlichen Geiste getragene Unterricht auf der Oberstufe bilden, die je nach der speziellen Hauptform der Beanlagung in verschiedene Zweige gegabelt sein müsste. Die unumgängliche Voraussetzung für diese Schulgestaltung wäre die Anerkennung der vollen Gleichberechtigung aller Zweige dieser Oberstufe, nicht nur der theoretischen Gleichwertigkeit, sondern der praktischen Gleichberechtigung der auf ihnen zu erlangenden Bildung, d. h. die ausdrückliche Anerkennung, dass eine jede von ihnen die zur Ergreifung eines jeden Berufes erforderliche Allgemeinbildung gewährt. Dieses Ziel ist gegenwärtig noch immer nicht erreicht, wenn es auch durch die neuesten Bestimmungen in grössere Nähe gerückt ist, noch immer wird z. B. für den juristischen Beruf eine, von den Abiturienten der Realanstalten besonders nachzuweisende eingehendere Kenntnis der alten Sprachen, namentlich des Lateins verlangt. Aber ich vermag in keiner Weise für diese Bestimmung einen wirklich durchschlagenden Grund einzusehen, vielmehr begreife ich nicht recht, warum die Quellen des römischen Rechts, soweit ihre Kenntnis für den praktischen Juristen von Interesse ist, nicht längst einer deutschen Uebersetzung unterzogen sind. Was wirklich in diesen Quellenschriften allgemeine, für die praktische Rechtsprechung bedeutsame Giltigkeit besitzt, muss doch auch in deutscher Sprache zum Ausdruck gebracht werden können und kann, wie ich meinen sollte, durch solche Verdeutschung an seiner Allgemeingiltigkeit keinen Eintrag erleiden.

Die Unterscheidung, die hier zwischen den verschiedenen Anstaltsarten gemacht wird, zeigt deutlich, dass die Bezeichnung unserer höheren Schulen als Anstalten für die Erwerbung einer aller Fachbildung vorangehenden allgemeinen Geistesbildung in Wahrheit nicht völlig zutrifft, sie sind nebenher noch immer Fachschulen für bestimmte Berufe. Die klare und zielbewusste Ergreifung aller Massregeln, die dieser Auffassung den Boden entziehen, ist m. E. die erste Vorbedingung für eine wirklich gesunde Gestaltung unserer Schulverhältnisse. Diesem Ziele gilt es überall die Wege zu ebnen, in allen Fächern muss klargelegt werden, inwiefern ihr Inhalt der Allgemeinbildung, inwiefern er lediglich der Fachbildung dient, und die klarbewusste Beschränkung des Schulpensums auf den dem ersteren Zwecke dienenden Stoff muss für jedes Lehrfach gefordert werden, nicht nur für die sprachlichen Fächer, die ich soeben unter Rücksichtnahme auf das juristische Studium zum Beispiel herangezogen habe, sondern ebensogut für die exaktwissenschaftlichen Disziplinen, deren Betrieb zur Zeit noch vielzusehr von Rücksichten auf die Fachvorbildung beherrscht wird. Es trat dies z. B. auch bei den Kasseler Verhandlungen deutlich zutage, wo mehrfach die unzureichende Fachvorbildung der auf die technischen Hochschulen zu entlassenden jungen Leute betont wurde.

Demgegenüber muss mit aller Klarheit darauf hingewiesen und daran festgehalten werden, dass die Gewährung des für die technischen Berufe erforderlichen Masses von besonderen exaktwissenschaftlichen Fachkenntnissen Sache der technischen Fachschulen selber ist, nicht der allgemeinen Bildungsanstalten, die ihnen ihre Studierenden liefert, auch nicht Sache der Realgymnasien und der Oberrealschulen. Die haben lediglich die Aufgabe, das Mass von exaktwissenschaftlichem Wissen zu gewähren, ohne das eine jede höhere Bildung heutzutage für unvollständig gelten muss. Und wenn sie diese Aufgabe richtig erfüllen, d. h. diese Bildung zu wirklichem innerem Verständnis der Schüler bringen, dann bieten sie gerade auch für den Eintritt in die spezifisch auf Mathematik und Naturwissenschaften gegründeten Berufe die vollkommen ausreichende, ja die an sich sogar beste Vorbildung, insofern sie in den Schülern die Fähigkeit erzeugen, sich in den Stoff der nunmehr an sie herantretenden Fachbildung leicht und sicher einzuarbeiten.

Was ich hier anführe, das sind keine auf luftiger Grundlage ruhenden Hirngespinste, es sind Erwägungen, denen eine langjährige Erfahrung zur Seite steht, bestätigt durch Beobachtungen an einer ganzen Reihe von Schülern, die zum Studium an technischen Hochschulen übergegangen sind. Auf Grund dieser Erfahrungen bin ich auch jetzt noch der bereits auf unserer Hamburger Versammlung vor drei Jahren von mir vertretenen Ansicht, dass es für die Schule vollkommen genügt, die Schüler innerhalb des stereometrischen Unterrichts mit den Grundprinzipien der darstellenden Geometrie vertraut zu machen, dass dagegen ein zusammenhängender Unterricht in dieser Disziplin über die Grenzen der für die Hochschule vorbildenden Lehranstalt hinausgeht. Von dieser durch meine Erfahrungen unterstützten Grundanschauung aus würde ich auch eine ganze Reihe von anderen Einzelkapiteln des mathematischen Schulunterrichts, die über den zweiten Grad hinausgehenden Gleichungen, die Kombinatorik samt der Wahrscheinlichkeitsrechnung und dem binomischen Satz u. m. a. ohne Bedauern fallen sehen, von dieser Anschauung aus bedauere ich es geradezu, dass durch den in den neuen Lehrplänen angeordneten „wiederholenden Aufbau des arithmetischen Lehrganges (Erweiterung des Zahlbegriffs durch die algebraischen Operationen von der ganzen positiven bis zur komplexen Zahl)“ ein das Verständnis der nicht mathematisch beanlagten Schüler zweifellos übersteigendes Kapitel dem mathematischen Schulpensum neu eingefügt worden ist. Hier wäre vielmehr eine, sich gewisse bereits vorhandene Anknüpfungspunkte zunutze machende intensivere Durcharbeitung des Funktionsbegriffs als neuer Lehrstoff am Platze gewesen. In der Physik müsste bewusstermassen mit dem Gedanken gebrochen werden, dass den Schülern eine möglichst vollständige Kenntnis von dem jeweiligen Wissensstande auf den einzelnen Gebieten mitgegeben werden müsse, vielmehr durch eine intensivere Durcharbeitung einzelner besonders instruktiver Kapitel das Eindringen in den Geist der physikalischen Methode zur Hauptaufgabe gemacht worden. für die Vervollständigung der positiven Kenntnisse würden die Schüler bei dem natürlichen Interesse, das der Lehrgegenstand bei ihnen erweckt, schon selbst sorgen. Allerdings würde eine derartige Auffassung vom Zweck des physikalischen Unterrichts auch eine sachgemässere Stoffgruppierung bedingen, bei der der Abschluss des Schulkursus nicht durch die immerhin nur ein Einzelkapitel darstellende Optik, sondern durch die einen zusammenfassenden Charakter aufweisende Mechanik erfolgen müsste.

Bei einer solchen Unterrichtsgestaltung würde dann einer jeden Schulart die Möglichkeit bleiben, ihre Aufgabe innerhalb des durch ihre Eigenart bedingten Planes zu lösen. Insbesondere würde es dann m. E. daneben möglich sein, das passend abgegrenzte exaktwissenschaftliche Pensum auch innerhalb der geringeren Stundenzahl zu absolvieren, die diesem Fachgebiete auf dem humanistischen Reformgymnasium verbleibt. Das Schwergewicht der geistigen Einwirkung auf dieser Anstalt fiele auf den sprachlichen, speziell den altsprachlichen Unterricht, die Gefahr der von diesem Unterrichtsbetrieb zu befürchtenden Einseitigkeit würde durch den Charakter des vorangegangenen Unterrichts auf der Unterstufe ganz erheblich gemindert werden.

Was die den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht in den Vordergrund stellenden realistischen Schulformen anlangt, so hätten sie in dem bis auf die oberste Stufe heraufgeführten biologischen Unterricht ein besonderes, ihnen eigentümliches Lehrfach, auf dessen Betrieb die eben entwickelten Grundsätze natürlich gleichfalls Anwendung finden müssten. Für den mathematisch-physikalischen Unterricht würden sie m. E. keiner Erweiterung des Lehrstoffs bedürfen, die grössere ihnen zur Verfügung stehende Stundenzahl müssten sie vielmehr auf eine intensivere Durcharbeitung desselben Stoffes verwenden, den auch — wenngleich in weniger durchgearbeiteter Form — der Gymnasialunterricht verwertet. Sie müssten es sich zur besonderen Aufgabe stellen, aus diesem Stoffe alle die allgemeinen Gesichtspunkte herauszufinden und zu verwerten, die an den ihm eigentümlichen Stoffen zu entwickeln der Gymnasialunterricht durch eine lange Praxis gelernt hat.

Wenn tatsächlich dieser Unterricht so vielfach noch immer den Vorzug geniesst, für den eigentlichen Träger allgemeiner Geistesbildung zu gelten und wenn er aus dieser Meinung heraus den Anspruch auf eine bevorrechtete Stellung vor jedem anders gestalteten Unterricht schöpft, so liegt dies an der Möglichkeit, die bei ihm in Vordergrund stehenden Stoffe mit den allgemeinen Ideen und Interessen des menschlichen Geistes in Beziehung zu setzen. Das Mass von allgemeinen Ideen, die an den verschiedenen Unterrichtsstoffen entwickelt werden können, das ist schliesslich das bestimmende Moment für die Stellung, die einem jeden im Lehrplan zuzuweisen ist. Hier gilt es, planmässig den Zusammenhängen nachzugehen, die zwischen den Spezialaufgaben des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts und den Aufgaben, die dem denkenden und wollenden, dem schaffenden menschlichen Geiste durch das Leben gestellt werden, bestehen, ohne bei der Knappheit des dem exaktwissenschaftlichen Unterricht gewährten Raumes einerseits, der Ueberlastung mit den Erfordernissen der technischen Fachbildung andererseits bisher gekürzt ausgenutzt werden zu können. Ich meine dabei nicht nur die Verwertung der exakten Disziplinen in der Praxis, obwohl auch diese natürlich eine Seite der hier dem exaktwissenschaftlichen Unterricht gestellten Aufgabe bildet, ich meine in noch höherem Grade die bewusste Schulung der Denkfähigkeit durch die Lösung der exaktwissenschaftlichen Aufgaben, durch die Aufzeigung, wie die für die Lösung dieser Aufgaben entscheidenden Erwägungen von denen, durch die wir bei unserem persönlichen Denken, Wollen und Handeln fortwährend bestimmt werden, in keiner Weise verschieden sind, ich meine eine Erweiterung der Aufgabe, die dem mathematischen Unterricht als einer Schule des logischen Schliessens schon von jeher immer gestellt worden ist, zu der allgemeinen Aufgabe der Erziehung zum bewussten Gebrauche der eigenen Geisteskräfte überhaupt.

Dazu ist freilich erforderlich, dass man von der Möglichkeit einer solchen Ausnutzung des mathematisch - naturwissenschaftlichen Unterrichtsstoffs von vornherein überzeugt ist. Und da gilt es sich von einer zu engen Auffassung zu befreien, wie sie namentlich hinsichtlich der Mathematik noch vielfach besteht und wie sie z. B. auch in dem mehrfach von mir in Bezug genommenen Vogtschen Artikel noch neuerdings einen besonders scharf ausgeprägten Ausdruck gefunden hat. Ich befinde mich den Worten Vogts gegenüber in der eigentümlichen Lage, sie zugleich anerkennen und bekämpfen zu müssen. Ich muss sie anerkennen wegen ihrer Schönheit und wegen der begeisterten Auffassung von der Bedeutung seines Lehrfaches, die ihr Urheber in ihnen zum Ausdruck bringt. Er sagt wörtlich*): „Jeder Aufsatz ist nur bedingt gut; dasselbe Thema lässt von einem tieferen und reicheren Geiste sicher noch umfassendere Gesichtspunkte, treffendere Gliederung zu, auch wird der Lehrer nicht immer imstande sein, den Widerspruch gegen seine Auffassung und Gliederung des Stoffes in einem selbstarbeitenden oder auch eigensinnigen Schüler in innerliche Zustimmung zu verwandeln. Vielgestaltig und irrational wie das Leben selbst und eben dadurch eine Vorbereitung für die Behandlung der Lebensprobleme stellen sich so die Schulprobleme dar. Ein vollständiges Weltbild aber begreift neben der Geistesfreiheit auch die Naturnotwendigkeit in sich, deshalb tritt neben die humanistischen Disziplinen als Ergänzung die Mathematik und mathematische Naturwissenschaft. Vor den Problemen des Geisteslebens macht die Mathematik bescheiden und ehrfurchtsvoll Halt; die Erscheinungen der Natur befreit sie von ihren Nebenumständen und macht das auf seine Grundbedingungen reduzierte Problem ihren Methoden zugänglich. Auf ihrem eigenen Gebiete aber bietet die Mathematik, und die Mathematik allein, Probleme in Fülle dar, natürliche Probleme, nicht künstliche Präparate, deren Bedingungen sich vollständig isolieren und auch von einem Schüler überblicken lassen. Durch die Möglichkeit, welche die Mathematik selbst dem Anfänger bietet, eine Aufgabe scharf zu begrenzen, zu formulieren und mit den dem Zweck angepassten Mitteln, ohne Rest zu lösen, erzieht sie zu einer Oekonomie und Ehrlichkeit des Denkens, welche allein schon ihr das Bürgerrecht auf den höheren Schulen sichern müssen. Löst ein Schüler eine geometrische Konstruktionsaufgabe in ihre Elemente auf, stellt er aus den Elementen die geforderte Figur her, untersucht er dann noch die Beschränkungen, welchen die gegebenen Stücke möglicherweise unterliegen, und die Mehrdeutigkeit der vorgenommenen Operationen, so empfindet er die Freude der eigenen produktiven Fähigkeit so, wie sie bei keiner anderen Schulleistung berechtigt oder möglich ist. Er weiss, er hat nicht nur etwas relativ Gutes geleistet, sondern etwas Absolutes geschaffen. Keiner, auch der Gelehrteste nicht, kann es besser machen" usw.

Indem ich diese Worte hier zitiere, empfinde ich aufs Neue den Zauber, den sie beim ersten Lesen auf mich ausgeübt haben, ich vermute, dass es vielen von Ihnen ebenso gehen wird, und doch kann ich nicht umhin, die in ihnen zum Ausdruck kommende Formulierung der Aufgabe des mathematischen Unterrichts für zu eng und auch z. T. geradezu für nicht ganz zutreffend zu erklären. Ich kann nicht zugeben, dass eine an sich richtige Lösung einer Aufgabe etwas Absolutes, durch gar keine bessere Lösung zu Uebertreffendes sei. Nicht nur, dass innerhalb der Lösung selbst die Gruppierung der einzelnen Momente, in die sie zerfällt, eine mehr oder weniger glückliche und zutreffende sein kann, man hat doch da, wo verschiedene Lösungen möglich sind, auch alle Ursache, diese unter einander zu vergleichen, sie auf den einheitlichen oder mannigfaltigen Charakter der in ihnen auftretenden Lösungsmittel hin zu prüfen, die Tragweite der in ihnen auftretenden Argumente vergleichend zu beurteilen usw. usw. Da kommen eben eine ganze Reihe von Gesichtspunkten zur Geltung, deren Anwendung nicht durch die Naturnotwendigkeit, sondern durch die Geistesfreiheit bedingt wird, wie sie übrigens bei vielen anderen Aufgaben der Mathematik, insbesondere der Geometrie, z. B. bei vergleichenden Rückblicken auf ganze Kapitel des Lehrstoffs ebenfalls, wenngleich in anderer, durch die Natur des Anlasses bedingter Gestalt auftreten.

Es ist also nicht richtig, die Bedeutung der Mathematik allein darin zu suchen, dass sie dem Schüler das Bild der die Geistesfreiheit einschränkenden Naturnotwendigkeit vor Augen stellt. Ja, wenn sich ihre Aufgabe darin erschöpfte, als Vertreterin dieser der Geistesfreiheit gegenüberstehenden Naturnotwendigkeit dazustehen, so würde man denen Recht geben müssen, die ihre Einfügung in den Lehrplan einer der allgemeinen Bildung dienenden Anstalt als allenfalls entbehrlich ansehen und die mit Grund sagen: Was wir als Menschen zu tun haben, das fliesst aus unserer Geistesfreiheit, die Beschäftigung mit Problemen, die rein auf der Naturnotwendigkeit beruhen, hat keinen Erziehungswert für den Menschen, in dessen Lebensaufgabe Analoga zu solchen Problemen ja gar nicht vorkommen. Die Auffassung von der Aufgabe der Mathematik, wie sie Vogt formuliert, so bestechend auch die Form ist, in der sie auftritt, läuft schliesslich doch Gefahr, die Anschauung derer zu unterstützen, die der Mathematik einen wirklichen Bildungswert nur für die speziell dafür veranlagten Elemente zuerkennen möchten.

Im Gegensatz dazu möchte ich gerade die Seiten des mathematischen Lehrstoffs betonen, die geeignet sind, diesem Stoff einen vollberechtigten Platz unter den Mitteln zu sichern, die der Schule in der Erziehung zur Geistesfreiheit zu Gebote stehen. In dieser Erziehung erblicke ich ihre eigentliche Aufgabe, in der Erziehung zu einer Freiheit und Beweglichkeit

*) Neue Jahrbücher, a. a. O. S. 204/205.

des Geistes, die jedem neu auftretenden Gegenstande die wesentlichen, die angriffsfähigen Punkte abzugewinnen weiss, die eben dadurch den Kern und das Wesen der höheren Bildung ausmacht. Dass diese Freiheit und Beweglichkeit des Geistes von einem jeden auf dem Wege erlangt werden könne, der seiner natürlichen Beanlagung am besten entspricht, das ist die Aufgabe einer vernünftigen Schulgestaltung, das ist das Ziel, das die Schulreformbewegung zu erreichen sucht, wenngleich die Erreichung dieses Zieles durch mancherlei Zwischenfälle erschwert und verzögert wird. Es geht dieser Bewegung wie anderen Erscheinungen in dem allgemeinen Entwickelungsprozess unseres Lebens, allerhand dem eigentlichen Kern der Bewegung fremde Momente treten mit ihr in Fühlung und Verbindung dergestalt, dass die ganze Bewegung vorübergehend aus ihrer eigentlichen Richtung bald nach der einen, bald nach der anderen Seite herausgedrängt wird. Das ändert daran nichts, dass diese Bewegung keine künstliche Schöpfung einzelner unzufriedener Querköpfe, dass sie ein naturgewachsenes Erzeugnis der geschichtlichen Schulentwickelung ist, eine Erscheinung, von der man hoffen darf, dass sie durch die Macht der ihr innewohnenden Notwendigkeit von selbst immer wieder auf die richtige Bahn zurückgeführt wird. Freilich liegt es in der durch die Umstände bedingten Langsamkeit dieser Entwickelung, dass viele Freunde des Schulreformgedankens auf die Hoffnung verzichten müssen, seine völlige Verwirklichung in gesunder und sachgemässer Form noch zu erleben. Aber in dem Glauben an den schliesslichen Sieg dieses Gedankens möchte ich mich dadurch nicht beirren lassen und mit dem Bekenntnis zu diesem Glauben gestatten Sie mir, meine Ausführungen zu schliessen.

(Diskussion folgt in nächster Nummer).

Mechanische Kraft und Kraftübertragung.

Vortrag auf der Hauptversammlung in Breslau*)

von E. Grimschl (Hamburg).

Die Einführung der Begriffe Kraft und Masse gehört ohne Zweifel zu den schwierigsten Aufgaben der Schulphysik, daher ist es kein Wunder, wenn gerade über dieses Kapitel besonders viel und oft geschrieben und geredet ist.

Wenn ich es nun heute versuche, einen Beitrag zu diesem Teile der Schulphysik zu liefern, so bin ich mir dessen wohl bewusst, dass ich das Thema kaum erschöpfend behandeln kann; trotzdem hoffe ich, dass dieser Beitrag nicht ganz wertlos sein möge. In zwei Aufsätzen, von denen der eine in der Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht XVI, 135, unter dem Titel: „Zur experimentellen Einführung der Begriffe Kraft, Masse und Energie", der andere in der Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht XXXIV, 98, unter dem Titel: „Die einfachen Maschinen, insbesondere der Hebel im Physikunterricht" vor kurzem erschienen sind, sowie in einigen im vorigen Jahrgange der vorhergenannten Zeitschrift erschienenen kleineren Aufsätzen habe ich schon versucht, einige neue Gesichtspunkte für diese Aufgaben aufzustellen. Meine heutige Aufgabe besteht darin, die dort mitgeteilten Bemerkungen zusammenzufassen und zu ergänzen, sowie Ihnen einige der veröffentlichten Versuchsanordnungen vorzuführen.

Die Hauptschwierigkeit bei der Einführung der Begriffe „Kraft" und „Masse" besteht meines Erachtens darin, dass diese beiden Begriffe meist vereinigt zur Darstellung und Einführung gelangen, weil die am bequemsten zur Verfügung stehende Kraft, nämlich das Gewicht eines Körpers, der Masse des Körpers proportional ist. Wenn es gelingt, eine Kraft zu benutzen, deren Grösse man unabhängig von der bewegten Masse verändern kann, oder wenn man bei konstant gehaltener Kraft die bewegte Masse verändern kann, so verschwindet ein grosser Teil der experimentellen und auch der begrifflichen Schwierigkeit. Bisher ist diese Schwierigkeit bis zu einem gewissen Grade nur bei der Atwoodschen Bewegungsmaschine umgangen, obgleich man auch hier das Gewicht des Körpers sowohl als Mass für die bewegte Masse, wie auch für die wirkende Kraft verwendet.

Abgesehen von dieser pädagogischen Schwierigkeit dass derselbe Begriff, nämlich das Gewicht, als Repräsentant für zwei gänzlich von einander verschiedene, erst neu einzuführende Begriffe: Kraft und Masse dient, ist auf die rein experimentellen Schwierigkeiten hinzuweisen, die sich bei der Atwoodschen Maschine einstellen. Die Versuchsresultate mit dieser Maschine sind erst dann zufriedenstellend und den abzuleitenden Beziehungen entsprechend, wenn man die Reibung und den Biegungswiderstand des Seiles durch Reibungsgewichte beseitigt, und wenn man das Trägheitsmoment der Rolle berücksichtigt. Nun liegt aber die Grösse und der Betrag des Trägheitsmomentes der Rolle auf der Unterstufe dem Schüler viel zu fern. Aus diesem Grunde hilft man sich wohl dadurch, dass man den Betrag des Trägheitsmomentes vom Betrage der ersten in Bewegung zu setzenden Masse abzieht, d. h. also die erste Masse zu klein nimmt. Tut man dieses, ohne den Schülern davon Mitteilung zu machen, so kann man das nur als eine Täuschung des Schülers bezeichnen, die man gewiss nicht billigen kann.

Auf der Oberstufe ist die Atwoodsche Maschine ein Apparat, der ausserordentlich schätzbar ist, für die

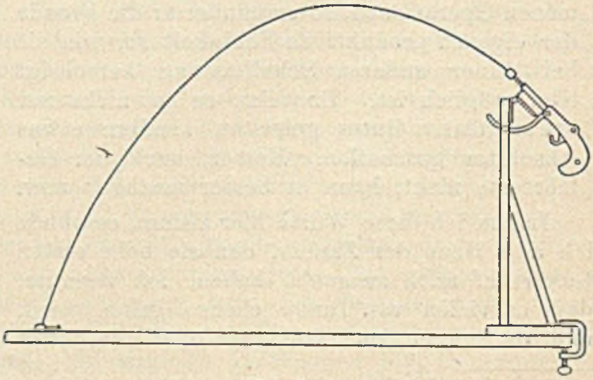


Fig. 1.

*) S. Unt.-Bl. IX, 3. S. 60.

Unterstufe möchte ich seine Benutzung aus den angegebenen Gründen verurteilen.

Die Kraft einer gespannten Spiralfeder oder die expandierende Kraft der Pulvergase ist von den durch diese Kraftquellen bewegten Massen unabhängig. Man kann mit einer zusammengedrückten Spiralfeder oder mit explodierendem Pulver beliebig grosse oder kleine Massen bewegen; andererseits kann man dieselbe Masse durch Federn verschiedener Spannung oder durch willkürlich abgeänderte Pulvermengen in Bewegung setzen. Hierbei ist die Masse der Kraftquelle gegen die bewegte Masse völlig zu vernachlässigen.

Wenn ich hier diese Pistole (Fig. 1) mit verschiedenen Körpern (Fig. 2, 3, 4) lade und finde, dass beim Abschiessen der Pistole die Körper teilweise gleich weit fliegen, teilweise in der Weite ihrer Flugbahn abweichen, so bin ich berechtigt, zu sagen, dass diejenigen Geschosse, die unter Benutzung von stets derselben gespannten Feder gleich weit fliegen, bei denen also dieselbe Bewegungsursache dieselbe Wirkung hervorbringt, auch eine gleiche Masse haben. (Die genaue Beschreibung des Apparates brauche ich hier deshalb nicht zu geben, weil sie schon in dem vorhin angegebenen Aufsatze der Poskeschen Zeitschrift ausführlich mitgeteilt ist.) Ich definiere zwei Körper geradezu als massengleich, wenn dieselbe Bewegungsursache dieselbe Wirkung ausübt, d. h. wenn die Flugweite derselben übereinstimmt.

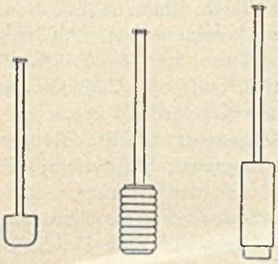


Fig. 2. 3. 4.

Nun kann durch einen Versuch nachgewiesen werden, dass die auf vorhin angegebene Weise als massengleich definierten Körper auch gewichtsgleich sind. Deshalb ist man auch berechtigt, zu behaupten, dass wenn ein Körper doppelt so schwer ist, wie ein zweiter, er auch die doppelte Masse der zweiten hat. Man ist auch ferner berechtigt, direkt das Gewicht eines Körpers (an derselben Stelle der Erdoberfläche) als Mass für die Masse zugrunde zu legen. Hieraus folgt endlich die Berechtigung, die Masse eines Körpers von 1 g Gewicht als Masseneinheit zu bezeichnen.

Bezeichnet man eine Bewegungsursache vorläufig qualitativ mit dem Namen Kraft, so besteht die weitere Aufgabe darin, die Wirkung einer und derselben Kraft auf verschiedene Massen zu untersuchen. Zu dem Zwecke lade ich in dieses nach beiden Seiten offene mit etwas Pulver versehene Geschützrohr (Fig. 5) zwei Geschosse von verschiedener Masse, z. B. von 25 g und 50 g und schiesse das Doppelgeschütz ab. Ich finde, dass die Flugweite der doppelten Masse nur halb so gross ist, wie die der kleineren Masse (Fig. 6). Nun folgt durch eine einfache Berechnung oder Ueberlegung, dass bei horizontaler Wurfrichtung die Flugweite direkt proportional ist der Geschwindigkeit in horizontaler Richtung.

Fig. 5.

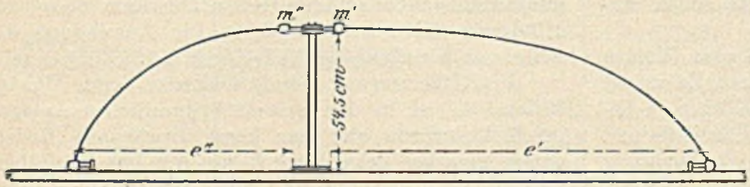


Fig. 6.

Da nun die Kraftwirkung nach beiden Seiten gleich gewesen ist, was daraus hervorgeht, dass das nur lose auf der Unterlage stehende Geschütz unverändert stehen geblieben ist, so folgt, wenn wir die Wirkung als Mass für die Ursache annehmen wollen, dass dieser Forderung nur Genüge geleistet wird, wenn wir das Produkt aus der Masse und der ihr erteilten Geschwindigkeit, oder einem vielfachen derselben, als Mass für die Grösse der Kraft ansehen.

Bei der zuletzt vorgeführten Versuchsanordnung hatten wir es mit einer Kraft zu tun, die nur sehr kurze Zeit hindurch gewirkt hat. Eine einfache Berechnung ergibt als Wirkungszeit $^1/_{100}$ Sekunde. Dieser Wert ergibt sich aus der Geschwindigkeit der abgeschossenen Masse und aus der Länge des Geschützrohres.

Für den Augenblick genügt es, festzustellen, dass die Wirkungszeit der Kraft nur sehr klein gewesen ist. Wir nennen eine solche, nur kurze Zeit wirkende Kraft eine Momentankraft oder einen Impuls. Wir messen daher die Grösse eines Impulses durch das Produkt aus bewegter Masse und der derselben erteilten Geschwindigkeit. Dass die Wirkungszeit des Impulses nur physikalisch und nicht mathematisch momentan gewesen ist, entspricht durchaus dem Bestreben, die Erscheinungen so darzustellen, wie sie wirklich verlaufen, d. h. ohne Annahme eines idealen, nicht reell existierenden Falles.

Wenn wir jetzt dem bewegten Körper einen zweiten Impuls von derselben Grösse erteilen, so wird die Geschwindigkeit des Körpers dadurch auf doppelte Grösse gebracht; ein dritter Impuls verdreifacht die Geschwindigkeit. Lassen wir endlich unmittelbar nach dem Aufhören eines Impulses sofort wieder einen neuen erfolgen, so geht die Aufeinanderfolge der Einzelimpulse zu einer dauernd wirkenden, konstanten Kraft über, welche andauernd die Geschwindigkeit der bewegten Masse gleichmässig vergrössert. Hieraus folgt unmittelbar, dass die Folge einer kontinuierlich wirkenden konstanten Kraft eine gleichmässig beschleunigte Bewegung ist. Die Grösse der Kraft, d. i. die Summe der Einzelimpulse wird dann konsequenterweise gemessen durch die Summe der einzelnen Geschwindigkeitsvergrösserungen, d. h. durch die dem Körper erteilte Beschleunigung, multipliziert mit der in Bewegung gesetzten Masse. Die ursprünglich freie Wahl der Einheiten für die Begriffe Masse, Weg und Zeit, also auch Geschwindigkeit führt unter Zuhilfenahme der Forderung, dass bei dem Ausdrucke der Kraftgrösse durch das Produkt aus Masse und Beschleunigung der Proportionalitätsfaktor den Wert „eins“ bekommt, sofort zum Werte von „1 dyn“ als der Krafteinheit.

Ich möchte bei dieser Gelegenheit dringend empfehlen, bei der Kraftmessung alle Kräfte durch „dyn“ auszudrücken. Man vermeidet dadurch eben das was die Verwirrung der Begriffe in den Köpfen der Schüler hervorruft, dass nämlich Kraft, Masse und Gewicht drei Dinge sind, die die Schüler ausserordentlich schwer auseinanderhalten.

In welcher Weise der Energiebegriff mit Hilfe der vorgeführten Apparate und Versuchsanordnungen zwanglos eingeführt und entwickelt werden kann, habe ich in dem schon oben zitierten

Aufsatze in Poskes Zeitschrift gezeigt. Es ist hier nicht der Ort, näher darauf einzugehen.

Meine folgenden Ausführungen sollen sich damit beschäftigen, wie eine Kraft auf einen Körper übertragen wird, insbesondere soll die Frage erörtert werden, durch welche Mechanismen eine derartige Uebertragung möglich ist. Hierbei ist darauf aufmerksam zu machen, dass nur in seltenen Fällen eine Kraft unmittelbar an einem Körper angreift, dass vielmehr fast immer Zwischenglieder, das sind eben die Mechanismen (vielfach Maschinen genannt), die Uebertragung der Kraft auf den Körper vermitteln. Nun bin ich der Ansicht, dass man vielfach den Fehler macht, dass man bei Behandlung dieser Mechanismen vollständig davon absieht, dass die Mechanismen selbst bei der Einwirkung der Kraft beteiligt sind.

Ein unter der Einwirkung einer mechanischen Kraft stehender Körper wird stets durch die Kraft in seinen einzelnen Teilen beeinflusst. Erst auf Grund oder nach Eintritt dieser Beeinflussung, die sich im allgemeinen in einer Gestaltsveränderung äussert, vermag der deformierte Körper seinerseits wieder Kraftäusserungen auszuüben. Ein absolut starrer Körper, ein unbiegsamer Stab, ein unausdehnsames Seil sind Körper, die es überhaupt nicht gibt, also keine physikalischen Körper. Wir machen bei der Annahme solcher Körper einen viel grösseren Fehler, als wenn wir bei der elektrischen Induktion die Mitwirkung des Dielektrikums leugnen. Man sucht nach der Beseitigung der Gravitation als einer Fernkraft, indem man versucht, einen Einfluss des Zwischenmittels nachzuweisen und vernachlässigt bei den einfachsten mechanischen Kraftübertragungen die Veränderungen des Uebertragungsmittels.

Es ist falsch, den Schülern bei der Lehre von der mechanischen Kraftübertragung die Kenntnis von der Mitwirkung der Körper selbst vorzuenthalten. Ich gebe zu, dass es für die Ableitung gewisser mathematischer Beziehungen äusserst bequem ist, von der Form- und Spannungsveränderung der kraftübertragenden Körper abzusehen, aber das kann und darf doch nicht der Grund dafür sein, dass wir den Schülern in der Physikstunde das Physikalische verschweigen und dafür Mathematik als Surrogat bringen. Ebensowenig kann geltend gemacht werden, dass der Hebel, die Rolle und die übrigen sogenannten „einfachen Maschinen" historisch berechtigt sind, oder gar, dass sie die Elemente aller Kraftübertragungsmittel darstellen. Ersteres ist nur teilweise, letzteres absolut nicht wahr.

Ich verkenne andererseits die Schwierigkeit nicht, diese Dinge abzuschaffen und Neues und Besseres an die Stelle zu setzen, doch bin ich überzeugt, dass es uns doch gelingt, wenn wir ernstlich bemüht sein werden. Der gesunde Zug der Reform unseres ganzen Unterrichtswesens wird, wenn erst einmal der Hebel gegen den „Hebel" eingesetzt ist, durch gemeinsame Arbeit gesunden Wandel schaffen.

In dem schon zitierten Aufsatze der Schottenschen Zeitschrift habe ich den Unterrichtsgang über die Einführung der Kraftübertragungsmittel schon veröffentlicht.

Gestatten Sie, dass ich hier mit ein paar Worten die Grundlagen wiederhole und erweitere: Zuerst ist die Einwirkung einer Kraft auf einen Körper zu behandeln. Es sind daher die Gesetze der Elastizität und Festigkeit durch Versuche abzuleiten. Die Verlängerung eines Seiles oder eines Drahtes durch eine Zugkraft und das Gesetz der proportionalen Verlängerung innerhalb der Elektrizitätsgrenzen, sowie die daraus abzuleitenden Begriffe des Elastizitätsmodulus, der Elastizitätsgrenze, der elastischen Nachwirkung und der absoluten Festigkeit, das sind Dinge, die unbedingt auch auf der Unterstufe der Schulphysik zu den unentbehrlichen Fundamenten gehören. Gerade an diesen Erscheinungen und Begriffen spiegelt sich das physikalische Element des Körpers in hervorragender Weise ab. Der Begriff des festen Körpers kann einwandfrei erst dann festgelegt werden, wenn die Formveränderung des Körpers durch die Kräfte besprochen ist. Die Definition eines festen Körpers als eines Körpers von unveränderlicher Form ist falsch, denn nach dieser Definition gibt es überhaupt keinen festen Körper. Ist nicht eine elastische Spiralfeder, trotzdem sie unter dem Einflusse der geringsten Kraft ihre Gestalt verändert, noch immer ein fester Körper?

Die Erscheinungen der Biegungselastizität, besonders die Verlängerung eines gebogenen Stabes auf der konvexen, die Verkürzung auf der konkaven Seite, müssen ebenfalls eingehend besprochen sein, wenn man später einen um eine Achse drehbaren Stab zur Kraftübertragung verwenden will.

Aus den Begriffen der Elastizität und Festigkeit lässt sich dann der Begriff der Widerstandsfähigkeit des Körpers entwickeln. Hierbei ist besonders hervorzuheben, dass ein fester Körper solange als widerstandsfähig angesehen werden kann, als kein Teil desselben über seine Elastizitätsgrenzen hinaus beansprucht wird.

Das Wesen der Kraftübertragung durch einen festen Körper besteht darin, dass eine gegebene Kraft unter Vermittelung des Körpers durch eine andere ihr äquivalente ersetzt wird. Zwei Kräfte werden dann äquivalent genannt, wenn sie beide dieselbe Wirkung hervorbringen. Soll eine gegebene Kraft, die einen allseitig frei bewegten Körper in Bewegung setzt, durch eine äquivalente Kraft ersetzt werden, so geht das nur durch eine Kraft, welche der gegebenen sowohl der Grösse als der Richtung nach gleich ist, d. h. also, es ist nur eine Verschiebung des Angriffspunktes in der Kraftrichtung möglich. Deshalb ist es empfehlenswert, den Begriff der Angriffslinie einzuführen, längs welcher die Verschiebung des Angriffspunktes möglich ist. Voraussetzung ist hierbei aber, dass die Angriffslinie physikalisch existiert, also nicht nur eine gedachte Linie ist, sondern entweder einen Teil des Körpers bildet oder mit dem Körper widerstandsfähig verbunden ist.

Für die Kraftübertragung bestehen dann drei verschiedene Möglichkeiten: 1. Uebertragung längs eines linearen Gebildes, 2. Uebertragung innerhalb der Ebene, 3. Uebertragung ausserhalb der Ebene. —

1. Die Kraftübertragung längs einer Linie geschieht bei Zugkräften durch das biegsame Seil und bei Druckkräften durch den geradlinigen Stab. Hierbei kann das biegsame Seil um ein Hindernis, wie eine glatte Sattelfläche oder eine Rolle gleitend herumgeführt werden, ohne dass dadurch das Wesen der Uebertragung geändert wird. Der Einfluss der Reibung und des Biegungswiderstandes ist beim Herumführen um ein solches Hindernis leicht zu behandeln. Die Anwendung des Seiles zum Flaschenzuge würde hieran anzuschliessen sein.

Die Uebertragung der Druckkräfte durch Flüssigkeiten, wie es in den grossen hydraulischen Anlagen geschieht, würde hier nur kurze Erwähnung finden, damit man bei Behandlung dieser Art der Kraftübertragung in der Hydraulik hierauf zurückgreifen kann.

2. Die Kraftübertragung in einer Ebene findet dort überall statt, wo ein Körper durch einen äusseren Zwang zur Bewegung auf fester Bahn veranlasst wird. Hier sind besonders zwei Fälle zu unterscheiden, die allerdings beide auf dasselbe Prinzip hinauslaufen, nämlich auf die Anwendung des Parallelogrammgesetzes. Im ersten Falle wird der Körper durch ein Geleis dazu gezwungen, sich auf vorgeschriebener Bahn zu bewegen. Dieser Fall umfasst alle die Erscheinungen, die man bisher wohl mit dem Namen „Schiefe Ebene" bezeichnet, doch mit dem Unterschiede, dass die Aufgabe auf einen allgemeineren Fall zurückgeführt wird. Ueber die unpassende Bezeichnung „Schiefe Ebene" ist schon von anderer Seite mehrfach hingewiesen, doch möchte ich hier nur an das bekannte Beispiel erinnern: Wo ist die Ebene bei dem auf geneigten Schienen fahrenden Eisenbahnzug? Die Erklärung der Schraube als eine um einen Zylinder gewickelte Schiefe Ebene enthält so viele Widersprüche in sich, dass nur die althergebrachte Ueberlieferung als Entschuldigungsgrund für dieses unmögliche Ding herangezogen werden kann.

Im zweiten Falle wird der Körper durch eine innerhalb des Körpers oder ausserhalb desselben mit ihm verbundene Achse zu einer gezwungenen Bahn veranlasst. Liegt die Achse ausserhalb des Körpers, so ist wohl zu beachten, dass die Achse wieder physikalisch mit dem Körper verbunden sein muss, das ist eigentlich nichts anderes, als dass durch diese Verbindung die Achse wieder in den Körper verlegt wird. Bleibt die Achse unverändert an derselben Stelle, so beschreibt jeder Teil des Körpers eine kreisförmige Bahn. Aendert die Achse von Punkt zu Punkt ihre Lage stetig, so kann die von jedem Körperteil zurückgelegte Bahn auch irgend eine andere Kurve sein. Dieser Fall tritt z. B. dann ein, wenn ein Körper auf einer vorgeschriebenen Bahn Rollungen ausführt.

Bei jeder zwangläufigen Bewegung wird ein Teil der auf den Körper wirkenden Kraft zur Hervorbringung von Zug- und Druckspannungen im Körper verwandt. Diese Spannungen sind aber keineswegs verloren gehende Teile der wirkenden Kraft, sondern im Gegenteil ist durch das Auftreten dieser Spannungen der Körper überhaupt erst zur Kraftübertragung befähigt. Diese Spannungen sind stets begleitet von Formveränderungen des Körpers, die man unter keinen Umständen fortleugnen kann und darf. Sie können unter gewissen Bedingungen so klein sein, dass sie erst mit genaueren Hilfsmitteln dem Auge wahrnehmbar gemacht werden können. In der Regel sind sie von messbarer Grösse. Die Zug- und Druckspannungen treten bei der Kraftübertragung einerseits als Komponenten der primär wirkenden Kraft, andererseits als Komponenten der die primäre Kraft ersetzenden äquivalenten Kraft auf. Auf der Grösse der Komponenten und auf der durch die Versuchsanordnung, speziell durch die Bahn geschaffenen Mannigfaltigkeit der Bedingungen beruht die mannigfaltige Möglichkeit des Ersatzes einer Kraft durch eine äquivalente andere Kraft.

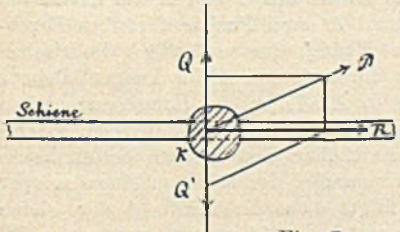


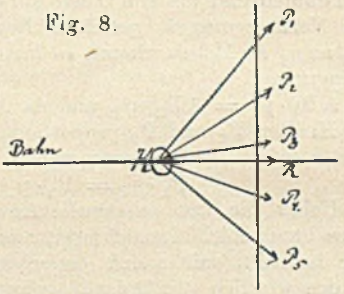
Fig. 7.

Wenn der Körper K (Fg. 7) nur längs der Schiene beweglich ist, so möge die Kraft P auf ihn einwirken, um eine Bewegung hervorzurufen. Es ist zu untersuchen, welche Kraft die Kraft P ersetzen kann. Beachten wir, dass die Kraft P nach dem Parallelogrammgesetz in die beiden Komponenten Q und R zerlegt werden kann, so ersehen wir, dass die Komponente Q den Körper K gegen die Bahn drückt und also eine Druckspannung Q' hervorruft, die der Kraftkomponente Q nach den Elastizitätsgesetzen gleich und entgegengesetzt gerichtet ist. Diese durch die Widerstandsfähigkeit der Bahn erzeugte Komponente Q' setzt sich mit der ursprünglich wirksamen Kraft P nach dem Parallelogrammgesetze zu der Bewegungsresultierenden R zusammen, welche also der ursprünglichen Kraft in Bezug auf die längs der Bahn erzwungene Bewegung äquivalent ist.

Der Unterschied dieser Ueberlegung gegenüber der einfachen Zerlegung der Kraft P in die wirksame Komponente R und die unwirksame Komponente Q besteht darin, dass man bei der bisher gebräuchlichen Art der Zerlegung einfach einen Teil der Kraft als unwirksam bezeichnet. Das widerspricht aber dem Gefühl und der Erfahrung. Bei der eben auseinandergesetzten Ueberlegung tritt im Gegenteil zu der ursprünglichen Kraft die tatsächlich vorhandene elastische Komponente Q' hinzu, um die Resultierende R zu bilden.

Das Resultat der Ueberlegung ist, dass eine Kraft, welche einen Körper auf einer gezwungenen Bahn bewegt, ersetzt werden kann durch eine in der Richtung der Bahn wirkende Kraft, welche der Grösse nach gleich der Projektion der Kraft auf die Bahn ist. Hieraus geht nun ferner hervor, dass alle die Kräfte, deren Projektionen auf die Bahn übereinstimmen, äquivalent sind. So sind alle die Kräfte P_1 P_2 P_3 P_4 P_5 (Fig. 8) deshalb äquivalent, weil sie alle dieselbe Projektion R auf die Bahn haben.

Fig. 8.



Man kann das Resultat natürlich auch so ausdrücken, dass man sagt: Zwei Kräfte P_1 und P_2, die unter den Winkeln α_1 und α_2 gegen die Bahn des Körpers auf den Körper wirken, sind äquivalent, wenn $P_1 \cdot \cos \alpha_1 = P_2 \cdot \cos \alpha_2$ ist.

Dieser Satz gilt für jede beliebige Bahn und braucht daher nicht auf die sogenannte „Schiefe Ebene" beschränkt zu werden.

Man kann den Satz anwenden, um die Aequivalenzbedingung zweier Kräfte P_1 und P_2 abzuleiten, die einen um eine Achse O drehbaren Körper in Bewegung setzen, wenn man nicht unmittelbar die durch die beiden Kräfte hervorgebrachten Zug- und Druckspannungen zur Berechnung der Aequivalenz heranziehen will. Letzteres habe ich in der schon oben zitierten Arbeit in der Schottenschen Zeitschrift ausführlich dargelegt. Da aber die für die gezwungene Bahn allgemein giltige Ableitung schon gegeben ist, will ich dieselbe jetzt weiter zur Ableitung des Momentensatzes, der ja die Aequivalenzbedingung für zwei Drehkräfte in einer Ebene ausdrückt, benutzen:

Es seien in der Fig. 9 die beiden Kräfte P_1 und P_2 mit ihren Angriffslinien, die sich im Punkte A schneiden, gegeben. Da der Körper um O drehbar ist, wird der Punkt A zu einer Kreisbahn um O gezwungen.

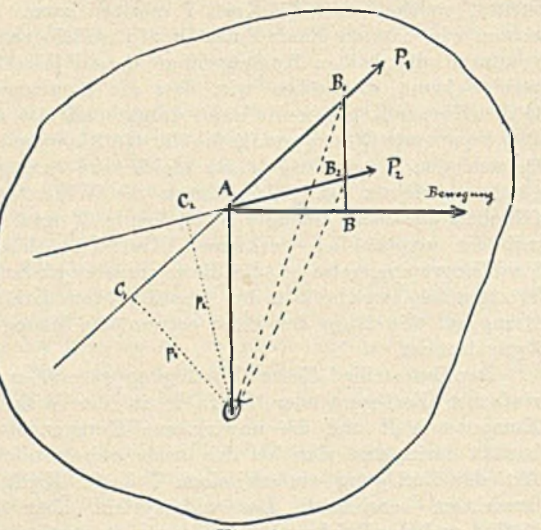


Fig. 9.

Die augenblickliche Bewegungsrichtung ist in der Figur als Tangente an die Kreisbahn gezeichnet. Nach dem oben ausgeführten Satze, den ich kurz „Projektionssatz" nennen will, sind die beiden Kräfte P_1 und P_2, die durch die beiden Strecken AB_1 und AB_2 dargestellt werden, äquivalent, wenn AB_1 und AB_2 dieselbe Projektion AB auf die augenblickliche Bewegungsrichtung haben. Hieraus folgt die einfache geometrische Beziehung, dass $\triangle AOB_1$ und $\triangle AOB_2$ inhaltsgleich sein müssen. Berechnet man nun den Inhalt der beiden Dreiecke, indem man die Seiten AB_1 und AB_2 als Grundlinien und die von O aus auf diese Seiten (bezw. ihre Verlängerungen) gefällten Lote $OC_1 = p_1$ und $OC_2 = p_2$ als Höhen nimmt, so lautet die Aequivalenzbedingung

$$AB_1 \cdot p_1 = AB_2 \cdot p_2,$$ und da AB_1 und AB_2 den Kräften P_1 und P_2 proportional sind, ergibt sich hieraus sofort der Momentensatz

$$P_1 \cdot p_1 = P_2 \cdot p_2.$$

Ueber die fast universelle Anwendbarkeit dieses Satzes brauche ich hier nicht weiter zu reden. Wenn man aber bedenkt, mit welch einfachem Rechenmaterial aus den wirklich stattfindenden physikalischen Verhältnissen dieser Satz hier abgeleitet ist, so glaube ich, behaupten zu können, dass diese Herleitung vor der sonst gebräuchlichen Ableitung des sogenannten Hebelgesetzes, das doch nur für einen ganz speziellen Fall gilt, gewiss viele Vorzüge hat.

Die beiden einzigen Voraussetzungen, die bei der Ableitung gemacht sind, sind erstens das Parallelogrammgesetz, das man vielleicht passend als das mechanische Grundgesetz bezeichnen kann, und die Widerstandsfähigkeit des Körpers nach der früher gegebenen Definition. Aus dieser Widerstandsfähigkeit ergibt sich eben die notwendige bei der gezwungenen Bahn an derselben beobachtete elastische Druckkomponente.

In Fig. 10 sei die Bahn des Körpers durch zwei widerstandsfähige Geleisstücke gegeben, zwischen denen zwei an dem Körper angebrachte Vorsprünge oder Nasen zwangläufig gleiten. A sei der Angriffspunkt der parallel der Bahn wirkenden Kraft P. Nun kann man nach dem Projektionssatze die Kraft P durch eine unter einem Winkel wirkende Kraft Q (dargestellt durch die Strecke AC) ersetzen, wenn die Projektion von Q (also AD) der Kraft P gleich ist. Ferner kann man diese Kraft Q längs ihrer Angriffslinie bis zum Punkte B, welcher unmittelbar in der Geleisbahn liegen mag, verschieben und durch eine ihr gleich grosse Kraft Q′ ersetzen (wo $BE = AC$ ist). Ersetzt man endlich Q′ wieder durch die äquivalente Kraft P′ (wenn die Projektion von BE auf die Bewegungsrichtung, also wenn BF die Grösse von P′ darstellt), so folgt unmittelbar, dass P′ auch P äquivalent ist. Aus den geometrischen Beziehungen ergibt sich sofort, dass $P' = P$ sein muss.

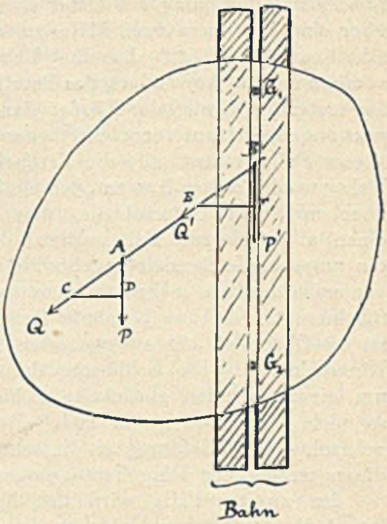


Fig. 10.

Hieraus folgt als Resultat, dass eine in der Bahnrichtung parallel der Bahn an irgend einem Punkte eines Körpers wirkende Kraft äquivalent ist einer ebenso grossen Kraft, die längs der Bahn selbst wirkt.

Verallgemeinert lässt sich hieraus der Schluss ziehen, dass es für einen auf gezwungener Bahn bewegten Körper gleichgültig ist, an welchem Punkte des Körpers eine parallel der Bahn wirkende Kraft angreift. Es sind also alle parallel der Bahn eines Körpers angreifenden Kräfte von gleicher Grösse äquivalent.

Die soeben behandelte Aequivalenz paralleler gleicher Kräfte, welche an einem zwangläufig geführten Körper so wirken, dass beide Kräfte der Bahn parallel sind, lässt sich unmittelbar anwenden auf die Kraftübertragung durch eine um ihre Achse drehbare Welle. Jeder Punkt der Welle (Fig. 11) beschreibt bei der unver-

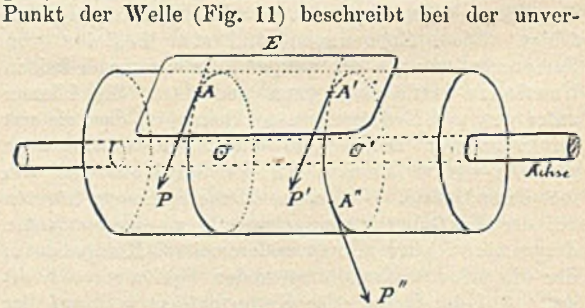


Fig. 11.

schiebbaren Lagerung der Welle konzentrische Kreise. So bewegt sich A im Kreise um O und A′ im Kreise um O′. Es seien A und A′ zwei Punkte derselben Erzeugenden auf dem Mantel der vorläufig zylindrischen Welle. Legt man durch A und A′ die Tangentialebene E und lässt man in A die in der Kreisebene und in der Tangentialebene wirkende Kraft P wirken, so entspricht dieses unmittelbar dem vorher besprochenen Fall, wo die Kraft parallel der Bahn an einem Körper wirkt. Hieraus folgt, dass die Kraft P der gleich grossen Kraft P′, welche in A′ parallel zu A angreift, äquivalent ist.

Nach dem Momentensatz ist aber die Kraft P' auch äquivalent der an derselben Kreisperipherie in A'' angreifenden tangential wirkenden gleich grossen Kraft P'', also ist auch P äquivalent P''. Hieraus folgt, dass man an einer zylindrischen um ihre Achse drehbaren Welle jede tangential an irgend einem Punkte angreifende Kraft durch jede andere an irgend einem anderen Punkte ebenfalls tangential wirkende Kraft von gleicher Grösse ersetzen kann.

Hiermit ist das Problem der Aequivalenz von Kräften in verschiedenen Ebenen gelöst. In Verbindung mit dem Momentensatz ist jetzt jede mechanische Kraftübertragung berechenbar.

Die Zusammensetzung irgend welcher Kräfte, die irgendwie an einem zwangläufig bewegten Körper angreifen, geschieht endlich in der Weise, dass man jede Einzelkraft durch eine in einem beliebig vorgeschriebenen Punkte in beliebig vorgeschriebener Richtung wirkende Kraft ersetzt und dann diese Kräfte algebraisch addiert.

M. H. Meines Erachtens kann man nach dieser Behandlung des Problems der mechanischen Kraftübertragung einzelne Maschinen als spezielle Beispiele für solche Kraftübertragungen besonders besprechen. Ob man nun den Hebel oder den Keil, ob den Treibriemen oder das Zahnrad mit dem Trieb, ob die Schraube als solche spezielle Fälle herausgreifen will, bleibt einstweilen der freien Wahl überlassen. Jedenfalls halte ich es aber für richtig, wenn man den sogenannten „einfachen Maschinen" ihre dominierende Stellung nimmt. Es wird gewiss empfehlenswert sein, eine Auswahl unter den mechanischen Kraftübertragungsmitteln oder den Mechanismen nach praktischen Gesichtspunkten zu treffen, doch liegt es ausserhalb des Rahmens meines heutigen Vortrages, hierüber Vorschläge zu machen.

Ich wäre Ihnen sehr dankbar, wenn Sie über meine Darlegungen ungefärbt Kritik üben würden. Ich möchte diese Darlegungen als einen Versuch zur Reform der Schulmechanik betrachtet sehen, der in erster Linie durch den Wunsch hervorgerufen ist, die Schulmechanik wieder für die Physik zu retten.

Ueber Näherungsformeln zur elementaren Berechnung der Zahl π.

Von Dr. W. Koch (Dortmund).*)

In No. 2 des laufenden Jahrganges dieser Blätter hat Herr Dr. Adrian (Flensburg) über die Berechnung der Näherungswerte von π einen Aufsatz veröffentlicht und in diesem die Näherungsformel

$$1)\quad \pi = \frac{2\,p_i + p_u}{3}$$

aufgestellt, in welcher p_i und p_u die Umfänge eines einem Kreise vom Durchmesser 1 ein- bezw. umbeschriebenen regelmässigen Vielecks von gleicher, aber nicht zu kleiner Seitenzahl bedeuten. Herr Adrian leitet diese Formel auf empirischem Wege durch Vergleichung der ausgerechneten Umfänge mehrerer einbeschriebener und der entsprechenden umbeschriebenen regelmässigen Vielecke ab und verifiziert sie nachträglich mittels der unendlichen Reihen für sin α und tg α. Er bemerkt alsdann, dass es erfreulich sein würde, wenn vielleicht ein elementarer Beweis oder wenigstens eine plausible Veranschaulichung für diese Formel aufgedeckt werden könnte. Wenn er selbst zu einer solchen Veranschaulichung nicht gelangt ist, so liegt dies daran, dass er nur die Reihe der einbeschriebenen Vielecksumfänge einer einfachen geometrischen Darstellung unterwirft, die Behandlung der umbeschriebenen Vielecke jedoch ausser Acht lässt. Nun weist aber schon die Formel des Herrn Adrian an und für sich darauf hin, dass zu diesem Zwecke in derselben Weise wie die Reihe

$$p_i\; p_i'\; p_i''\; p_i'''\; \ldots\,.$$

auch die Reihe

$$p_u\; p_u'\; p_u''\; p_u'''\; \ldots\,.$$

zu untersuchen ist. Noch unmittelbarer erweist die zweite Formel des Herrn Adrian

$$2)\quad p_i' = \frac{3\,p_i + p_u}{4}$$

die Notwendigkeit, auch die entsprechende Formel für p_u' aufzustellen, welche allein in Verbindung mit jener die gewünschte Formel für π liefern konnte. Ueberhaupt drängen die gesamten Untersuchungen jenes Aufsatzes mit geradezu zwingender Logik zu einer gleichmässigen Behandlung beider Vielecksreihen. In der Tat hat man nur nötig, in der Figur 2 jenes Aufsatzes in derselben Weise wie die Seite s_i' des einbeschriebenen 2 n-Ecks auch die Seite s_u' des entsprechenden umbeschriebenen 2 n-Ecks darzustellen *), indem man O H bis zum Schnitt mit C' A' in K verlängert und auf C' A' die Strecke K G = K C' abträgt, um zu erkennen, dass

$$C'G = s_u',\quad KA = KC' = KG,\quad \sphericalangle C'AG = R,$$

$$\sphericalangle GAE = \frac{1}{2} A'AE$$

und demnach annähernd $GE = \frac{1}{2} A'E$, also

$$3)\quad p_u' = \frac{p_i + p_u}{2}$$

ist.

Diese Formel wird naturgemäss für die aus ihr berechneten Werte eine ebenso vollkommene Uebereinstimmung mit den wirklichen Werten zeigen, wie dies bei den in jenem Aufsatz für die einbeschriebenen Vielecke berechneten Werten der Fall ist. Sie liefert uns aber ferner, wie ich nachher zeigen werde, im Verein mit der Formel für p_i' nicht blos die gesuchte Formel für π, sondern auch die für diese Formel gewünschte elementar-geometrische Veranschaulichung.

Wenn nun aber die Formel 1) aus den Formeln 2) und 3) abgeleitet werden kann, so muss auch umgekehrt die Formel 3) aus 1) und 2) abgeleitet werden können, d. h. die in dem Adrianschen Aufsatze fehlende Formel für p_u' muss in den beiden dort aufgestellten Formeln für π und p_i' bereits enthalten sein. Das ist in der Tat der Fall!

Wir haben $$1)\quad \pi = \frac{2\,p_i + p_u}{3},$$

also auch $$\pi = \frac{2\,p_i' + p_u'}{3},$$

folglich durch Subtraktion: $$p_u - p_u' = 2\,(p_i' - p_i).$$

*) Die hier zum Abdruck gelangende Abhandlung war der Redaktion kurz nach dem Erscheinen des Adrianschen Aufsatzes und vor der ebenfalls an diesen Aufsatz anknüpfenden, in der vorigen Nummer veröffentlichten Langhansschen Abhandlung eingesandt worden, musste jedoch aus Raumgründen zunächst zurückgestellt werden. Die Natur des Gegenstandes bringt es mit sich, dass beide Abhandlungen mehrfache Berührungspunkte zeigen; doch weist auch bei diesen (mit Ausnahme der an die Adriansche Fig. 2 anknüpfenden Ableitung) die in beiden Abhandlungen gegebene Einzeldarstellung mannigfache Verschiedenheiten auf. Anm. d. Red.

*) Vergl. hierzu die dem Langhansschen Artikel (S. 53 d. vorherg. Nummer) beigegebene Figur, in der der oben mit K bezeichnete Punkt die Bezeichnung B führt. Anm. d. Red.

Setzen wir hierin
$$2)\quad p_i' = \frac{3\,p_i + p_u}{4},$$
so folgt
$$3)\quad p_u' = \frac{p_i + p_u}{2}.$$

Man sieht, es gelingt sowohl auf geometrischem als auch auf arithmetischem Wege die Ableitung der Formel 3) leicht. Aber auch, wenn diese beiden Ableitungen übersehen werden, kann man noch immer zu dem Hilfsmittel der unendlichen Reihen für die Winkelfunktionen greifen, um die Formeln 2) und 3) nicht allein zu verifizieren, sondern auch direkt abzuleiten. Nehmen wir die von Herrn Adrian benutzten Reihen:

$2\sin\beta = 2\beta - \frac{\beta^3}{3} + \dots$		-2	-4	2
$2\,\mathrm{tg}\,\beta = 2\beta + \frac{2\beta^3}{3} + \dots$	-2	1		-3
$\sin 2\beta = 2\beta - \frac{4\beta^3}{3} + \dots$	1	1	3	
$\mathrm{tg}\,2\beta = 2\beta + \frac{8\beta^3}{3} + \dots$	1		1	1

und beachten wir, dass
$$p_i' = 2n \cdot 2\sin\beta \qquad p_u' = 2n \cdot 2\,\mathrm{tg}\,\beta$$
$$p_i = 2n \cdot \sin 2\beta \qquad p_u = 2n \cdot \mathrm{tg}\,2\beta,$$
so haben wir nur aus je dreien dieser vier Reihen β und β^3 zu eliminieren, um die entsprechende lineare Beziehung zwischen je dreien der vier Grössen p_i' p_u' p_i p_u zu erhalten. Die anzuwendenden Koeffizienten sind sofort ersichtlich, sie sind rechts neben die Reihen geschrieben.

Was nun die praktische Berechnung der Vielecksumfänge betrifft, so kann man mit der Formel 2) allein naturgemäss nichts Rechtes anfangen, da diese ja immer wieder auf die umbeschriebenen Vielecke, d. h. auf die Formel 3) rekurriert. Wenn nun auch, wie Herr Adrian am Schlusse seines Aufsatzes bemerkt, die Benutzung der schwerfälligen Formel
$$4)\quad s_i = \sqrt{2 - \sqrt{4 - s_i^2}} \quad (r = 1)$$
durch seine Formel 2) überflüssig gemacht wird, so muss doch dabei die nicht viel weniger schwerfällige Formel
$$5)\quad s_u = \frac{2\,s_i}{\sqrt{4 - s_i^2}} \quad (r = 1)$$
weiter benutzt werden, wodurch die Brauchbarkeit des ganzen Verfahrens beeinträchtigt wird. Denn da die Formel 2) für p_i oder s_i einen nur angenäherten und zwar, wie die Figur zeigt, etwas zu grossen Wert ergibt, so würde der Zähler in 5) zu gross und der Nenner zu klein, der Bruch und damit s_u also erst recht zu gross werden, die Benutzung der genauen Formel 5) also wegen des Zurückgreifens auf 2) doch keine genauen Werte liefern. Das bei diesem Annäherungsverfahren verwertete Prinzip
$$\left(\lim_{\alpha=0} \frac{\sin\alpha}{\alpha} = 1, \quad \lim_{\alpha=0} \frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{\alpha} = 1\right)$$
würde also nur halbwegs zur Anwendung kommen. Ein konsequentes Verfahren würde vielmehr erfordern, dass man auf Grund dieses Prinzips beide Formeln 4) und 5) einheitlich und gleichmässig umformt. Man müsste dadurch wiederum die Formeln 2) und 3) gewinnen. Am Schlusse dieses Aufsatzes werde ich diese Umformung ausführen.

Soweit die Arbeit des Herrn Adrian. Da der Gegenstand nicht ohne Interesse ist und auch für den Schulunterricht eine gewisse Wichtigkeit hat, so will ich zunächst noch einmal die Ergebnisse des Herrn Adrian im Zusammenhange mit den meinigen kurz und einheitlich entwickeln, darnach das Problem von einem allgemeineren Gesichtspunkte aus angreifen, um von hier aus teils einige weitere Ergebnisse zu gewinnen, teils zu jenen zurückzugelangen, und schliesslich werde ich die eben erwähnte Umformung ausführen.

Man könnte zunächst die Frage aufwerfen, ob das von Herrn Adrian benutzte Annäherungsprinzip überhaupt in der Obertertia zur Verwendung gelangen darf. Diese Frage möchte ich entschieden bejahen. Der Wert der Ludolfschen Zahl kann wegen ihrer transzendenten Natur (theoretisch) überhaupt nur durch eine unendliche Anzahl von Operationen gewonnen werden. Da Reihenentwickelungen in jener Klasse ausgeschlossen sind, so kann überhaupt nur der geometrisch-anschauliche Weg der Vielecksberechnung inbetracht kommen. Der hierbei notwendig werdende Grenzübergang beruht auf den nachfolgenden Schlüssen.

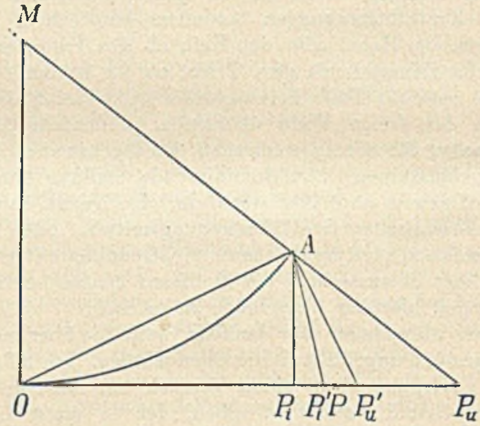


Fig. 1.

Es sei in der Figur 1 Bogen $\widehat{OA} = \frac{\pi}{n} = \alpha$, also $OP_i = \frac{1}{2}s_i$, $OP_u = \frac{1}{2}s_u$. Nun haben wir für die Flächenstücke die Ungleichung
$$2\triangle MOA < 2\,\text{Sect.}\,MOA < 2\triangle MOP_u$$
oder
$$r^2 \sin\frac{\pi}{n} < r^2 \cdot \frac{\pi}{n} < r^2\,\frac{\pi}{n}.$$

Mittels Division durch $\frac{r}{2}$ erhalten wir die entsprechende Ungleichung der Grundlinien
$$2r\sin\frac{\pi}{n} < 2r \cdot \frac{\pi}{n} < 2r \cdot \mathrm{tg}\,\frac{\pi}{n}$$
oder
$$2\,OP_i < 2\,\widehat{OA} < 2\,OP_u,$$
und hieraus durch Multiplikation mit n
$$2r \cdot n\sin\frac{\pi}{n} < 2r \cdot \pi < 2r \cdot n\,\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{n}$$
oder
$$p_i < p < p_u,$$
wo p die Kreisperipherie bedeutet. Dividieren wir nun durch 2r, so folgt
$$n\sin\frac{\pi}{n} < \pi < n\,\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{n},$$
und es sind noch die Werte $\lim\limits_{n=\infty} n\sin\frac{\pi}{n}$ und $\lim\limits_{n=\infty} n\,\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{n}$

zu untersuchen. Zu diesem Zwecke ersetzen wir in der letzten Ungleichung π durch $n\alpha$, so haben wir

$$\sin\alpha < \alpha < \operatorname{tg}\alpha,$$

und hieraus $$1 < \frac{\alpha}{\sin\alpha} < \frac{1}{\cos\alpha}$$

und $$\cos\alpha < \frac{\alpha}{\operatorname{tg}\alpha} < 1.$$

Hieraus ergiebt sich aber

$$6)\quad \lim_{\alpha=0} \frac{\sin\alpha}{\alpha} = 1, \qquad \lim_{\alpha=0} \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\alpha} = 1.$$

Demnach ist auch

$$7)\quad \lim_{n=\infty} n \sin\frac{\pi}{n} = \pi, \qquad \lim_{n=\infty} n \operatorname{tg}\frac{\pi}{n} = \pi,$$

d. h. die Kreisperipherie ist die Grenze, der sich die Umfänge der ein- und umbeschriebenen regelmässigen Vielecke nähern, wenn die Seitenzahlen unausgesetzt wachsen.

Es mögen sich nun zwei sehr kleine Bogen wie $k:l$ verhalten, sie seien bezeichnet mit kx und lx, worin dann x eine sehr kleine Zahl ist. Dann haben wir

$$\lim_{x=0} \frac{\sin kx}{x} = k \qquad \lim_{x=0} \frac{\operatorname{tg} kx}{x} = k$$

und $$\lim_{x=0} \frac{\sin lx}{x} = l \qquad \lim_{x=0} \frac{\operatorname{tg} lx}{x} = l,$$

und hieraus durch Division

$$8)\quad \lim_{x=0} \frac{\sin kx}{\sin lx} = \frac{k}{l} \qquad \lim_{x=0} \frac{\operatorname{tg} kx}{\operatorname{tg} lx} = \frac{k}{l},$$

d. h. sehr kleine Bogen sind ihren Sinus und Tangenten annähernd proportional.

(Schluss folgt).

Kleinere Mitteilungen.

I. Direkte Beweise für die Fundamentaleigenschaften des Sehnen- und des Tangenten-Vierecks.

1. Lehrsatz. Sind in einem Viereck die Summen der beiden Gegenwinkelpaare einander gleich, so lässt sich um dasselbe ein Kreis beschreiben.

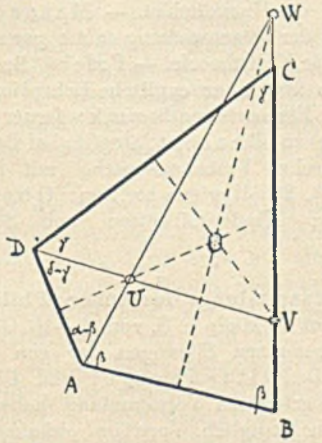


Fig. 1.

Beweis: Da $\alpha + \gamma = \beta + \delta$, so ist $\alpha - \beta = \delta - \gamma$. Bildet man diese Differenzen in dem Viereck (siehe Figur!), so entstehen drei gleichschenklige Dreiecke mit den Spitzen U, V und W. Die Mittelsenkrechten zu den Grundlinien dieser Dreiecke sind die Winkelhalbierenden des Dreiecks mit den Ecken U, V, W und gehen deshalb durch einen Punkt. Dieser Punkt, O hat von A, B, C, und D gleichen Abstand.

D. h. Um das Viereck mit den Ecken A, B, C, D lässt sich ein Kreis beschreiben.

2. Lehrsatz. Sind in einem Viereck die Summen der beiden Gegenseitenpaare einander gleich, so lässt sich in dasselbe ein Kreis beschreiben.

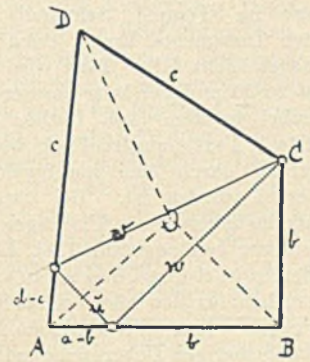


Fig. 2.

Beweis. Da $a + c = b + d$, so ist $a - b = d - c$. Bildet man diese Differenzen in dem Viereck (siehe Figur!), so entstehen drei gleichschenklige Dreiecke mit den Grundlinien u, v und w. Die Winkelhalbierenden an den Spitzen dieser Dreiecke sind die Mittelsenkrechten zu den ein Dreieck bildenden Seiten u, v, w und gehen deshalb durch einen Punkt. Dieser Punkt, O hat von a, b, c und d gleichen Abstand.

D. h. In das Viereck mit den Seiten a, b, c, d lässt sich ein Kreis beschreiben.

Friedr. Fricke (Bremen).

II. Kennzeichen für die Teilbarkeit der dekadischen Zahlen durch 7, 11, 13, 27, 37. Bekanntlich ist $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$. Dieser Umstand lässt sich für die Beurteilung der Teilbarkeit durch die Divisoren 7, 11, 13 mittels des nachstehend angegebenen, an die Elferprobe erinnernden Verfahrens verwerten, das eine Erweiterung einer mir von Herrn W. R. Köhler in Leipzig mitgeteilten Idee darstellt.

$$\begin{aligned}83\,407\,511\,264 &= 83 \cdot 10^9 + 407 \cdot 10^6 + 511 \cdot 10^3 + 264\\ &= 83\,(10^9 + 1) + 407\,(10^6 - 1) + 511\,(10^3 + 1)\\ &\quad + (-83 + 407 - 511 + 264).\end{aligned}$$

Da die bei den ersten Gliedern auftretenden Faktoren $10^9 + 1$, $10^6 - 1$, $10^3 + 1$ sämtlich durch $10^3 + 1 = 1001$ teilbar sind, so entscheidet für die Teilbarkeit durch 7, 11, 13 das Glied $(-83 + 407 - 511 + 264) = 77$. Allgemein ist $10^{3n} + 1$ oder $10^{3n} - 1$ durch $10^3 + 1 = 1001$ teilbar, je nachdem n ungerade oder gerade ist, das führt dann von selbst zu der Regel:

Man teile die zu untersuchende Zahl von rechts nach links in dreiziffrige Gruppen, sehe jede Gruppe als dreiziffrige Zahl an und bilde den Unterschied zwischen der Summe der an den ungeraden und der Summe der an den geraden Stellen stehenden Zahlen. Dieser Unterschied ist der zu untersuchenden Zahl nach den Moduln 7, 11, 13 kongruent. Addiert man die eben erwähnten dreiziffrigen Teilzahlen, so erhält man eine Summe, deren Teilbarkeit durch 27 oder 37 für die Teilbarkeit der ganzen zu untersuchenden Zahl durch 27 oder 37 massgebend ist, wie die nachstehend angegebene Umformung sofort erkennbar macht.

$$83\,407\,511\,264 = 83 \cdot (10^9 - 1) + 407 \cdot (10^6 - 1) + 511 \cdot (10^3 - 1) + (83 + 407 + 511 + 264).$$

Das Verfahren lässt ersichtlich noch weitere Verallgemeinerungen zu, deren praktischer Wert allerdings immer geringer wird. P.

III. Zur Geschichte der Zahl π veröffentlicht Elias Fink in Frankfurt a. M. in the Jewish Quarterly Review, April 1903, einen Artikel, durch welchen auf die bekannte, das sogenannte „Eherne Meer" im Tempel Salomonis betreffende Stelle des Alten Testaments, Erstes Buch der Könige VII, 23 ein neues Licht fällt. Dort wird der Umfang dieses Beckens zu 30 und der Durchmesser zu 10 Ellen angegeben, wobei in dem (von Luther nicht völlig genau übersetzten) Texte ausdrücklich bemerkt wird, dass der Umfang durch eine herumgelegte Schnur wirklich gemessen worden ist. Bei dieser Messung müsste sich statt des angegebenen Umfanges von 30 Ellen vielmehr ein solcher von ungefähr $31\,^1/_2$ Ellen ergeben haben, die Differenz ist so gross, dass sie zu verschiedenen Erklärungsversuchen für den hier vorhandenen Widerspruch Anlass gegeben hat. Der Finksche Artikel weist auf ein bei den bisherigen Uebersetzungen jener Stelle unbeachtet gebliebenes oder (nach seiner Meinung) irrig gedeutetes Schriftzeichen hin, das er dahin interpretiert, sowohl die Zahl 10 für den Durchmesser, wie die Zahl 30 für den Umfang sei nicht genau zu nehmen, vielmehr heisse es bei richtiger Uebersetzung innerhalb 10, innerhalb 30 Ellen. Nehme man demgemäss für den Durchmesser 9,551 Ellen, so komme für den Umfang 29,9997, also immer noch nicht ganz 30 Ellen heraus. Für die Richtigkeit dieser Erklärung beruft sich der Verfasser auf die sonst vorhandenen Bibelstellen, an denen sich das in Rede stehende Zeichen findet.

IV. Elektrisierung durch Verteilung. Die Demonstration der Verteilung der Elektrizität auf einem Elektrizitätsleiter bei Annäherung eines mit positiver oder negativer Elektrizität geladenen Körpers mittels der üblichen Schulapparate leidet an dem Mangel, dass sie nur den Schlusszustand, nicht aber dessen Zustandekommen zeigt. Man kann indessen auch die Entstehung dieses Zustandes leicht anschaulich machen durch Benutzung des elektrischen Glockenspiels (oder eines ihm ähnlichen Apparats, bestehend aus zwei Leitern, A und B, zwischen denen ein an einem Seidenfaden aufgehängtes Hollundermarkkügelchen pendelt). Nähert man einen geriebenen Hartgummistab dem Leiter A, so pendelt das Kügelchen 6 bis 8 mal zwischen beiden Leitern hin und her, um sich dann zu beruhigen. Entfernt man jetzt das Kügelchen und den Stab, so erweist sich der Leiter A als positiv, der Leiter B als negativ elektrisch. Entfernt man den Stab, belässt aber die Kugel an ihrer Stelle, so beginnt sie von neuem zu pendeln; nachdem sie zur Ruhe gekommen ist, erweisen sich beide Leiter als unelektrisch. Die Art, in der hier die Verteilung der Elektrizität mittels Transportes durch die Kugel zu Stande kommt und wieder rückgängig gemacht wird, liegt auf der Hand.

Nitsche (Kiel).

Vereine und Versammlungen.

75. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte in Kassel, 20. bis 26. September 1903.

Das nunmehr gedruckt vorliegende Versammlungsprogramm weist ausser den bereits (Unt.-Bl. IX, 3, S. 62) mitgeteilten Vorträgen für die allgemeinen Sitzungen noch die nachstehenden zu dem exaktwissenschaftlichen Unterricht in näherer oder fernerer Beziehung stehenden Vorträge und Verhandlungen auf.

In der Geschäftssitzung (25. September) wird Prof. Kraepelin (Hamburg) über die auf der 73. Versammlung in Hamburg seinerzeit seitens der vereinigten Gruppen für Zoologie, Botanik, Geologie, Anatomie und Physiologie eingeleitete Bewegung zu Gunsten des Biologischen Unterrichts an höheren Schulen berichten; daran anschliessend wird das Komitee zur Förderung dieses Unterrichts den Antrag auf Annahme der Hamburger Thesen seitens des Plenums der Naturforscher-Versammlung stellen. Zu diesem Antrage gedenken die Herren Felix Klein (Göttingen), Ostwald (Leipzig), Runge (Göttingen) und Voller (Hamburg) das Wort zu ergreifen.

In der gemeinschaftlichen Sitzung der naturwissenschaftlichen Hauptgruppe unter Vorsitz von Nernst (Göttingen) wird über die naturwissenschaftlichen Ergebnisse und Ziele der neueren Mechanik verhandelt werden. Berichterstatter sind die Herren Schwarzschild (Göttingen) für die astronomische, Sommerfeld (Aachen) für die technische, Fischer (Leipzig) für die physiologische Mechanik.

Die 12. Abteilung: Mathematischer und naturwissenschaftlicher Unterricht (Einführende: Prof. Völler, Prof. Hebel, Schriftführer: Oberlehrer Bauer) bietet folgendes Programm:

Adamczik (Pribram, Böhmen): Die Tierkreiszone und die durch die Präzession verschobenen Zeichen der Ekliptik. — Derselbe: Ueber Koordinatensysteme. — Grimsehl (Hamburg): Neue physikalische Unterrichtsapparate. — Krebs (Münster, Oberelsass): Pädagogik als Experimentalwissenschaft. — Prandtl (Hannover): Ueber eine einheitliche Schreibweise der Vektorenrechnung im naturwissenschaftlichen und technischen Unterricht.

Die Abteilung ist eingeladen von Abt. 1 (Mathematik) zu: Geissler (Charlottenburg): Grundlagen nicht euklidischer Geometrieen durch die Weitenbehaftungen des Unendlichen. — Manne (Dortmund): Das Prinzip der Gegenwirkung (actio par reactioni) als Grundlage der Krafttheorie. — Fricke (Braunschweig): Mitteilungen über neue englische Lehrpläne und Lehrbücher der Elementarmathematik; ferner von Abt. 8 (Mineralogie) zu: Deckert (Steglitz bei Berlin): Ueber die westindischen Vulkanausbrüche (mit Lichtbildern) und von Abt. 29 (Hygiene etc.) zu: Obertüschen (Wiesbaden): Kinderheilstätten und Schwindsuchtbekämpfung.

* * *

47. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner in Halle a. S. vom 6.—10. Oktober 1903.

Die allgemeinen Sitzungen der von den Herren Univ.-Prof. Dr. Dittenberger und Direktor Prof. Dr. Fries geleiteten Versammlung haben auf ihrer Tagesordnung lediglich Vorträge philologischen oder archäologischen Inhalts.

In der Pädagogischen Sektion (III) werden u. a. sprechen: Cauer (Düsseldorf): Die Eigenart der drei höheren Schulen — wie kommt sie auch in den Städten zum Ausdruck, die alle gemeinsam haben? — Knabe (Marburg i. H.): Gemeinsame Aufgaben der Oberschulen. — A. Hoefler (Wien): Die Wiederbelebung der philosophischen Propädeutik. — Vaihinger (Halle a. S.): Gegen die philosophische Propädeutik.

Das Programm der mathematischen Sektion (XI) (Vorsitzende Univ.-Prof. Dr. Wangerin und Direktor Dr. Schotten) weist an Vortragsanmeldungen auf: Bodenstedt (Braunschweig): Ueber Geometrographie. — Haentzschel (Berlin): Neuer Beweis einer Grunertschen Formel aus der Kartenentwurfslehre. — Hammerschmidt (Halle a. S.): Der Bildungswert der Chemie. — Felix Müller (Steglitz): Welche Bedeutung hat für den Lehrer der Mathematik die Kenntnis der Geschichte, Literatur und Terminologie seiner Wissenschaft. — Rühlmann (Halle a. S.): Die Modelle der städtischen Oberrealschule, insbesondere die Klapptafel. Mit Demonstrationen. — Schubring (Erfurt): Welche Vorteile bietet beim mathematischen Unterricht die Methode, die Lehrsätze aus Aufgaben herzuleiten? — A. Wagner (Halle a. S.): Ueber den Schulgarten.

Weitere Vorträge haben die Herren Gutzmer (Jena) und A. E. Hess (Marburg i. H.) in Aussicht gestellt.

An Besichtigungen seitens der Sektion sind in Aussicht genommen: Physikalisches Institut der Universität; Modellsammlung des Mathematischen Seminars der Universität; Sammlung der Modelle der städtischen Oberrealschule für den Unterricht in der darstellenden Geometrie; Schulgarten der Franckeschen Stiftungen.

Bücher-Besprechungen.

C. H. Müller und O. Presler, Leitfaden der Projektionslehre. Ein Uebungsbuch der konstruierenden Stereometrie. Ausgabe A.: Vorzugsweise für Realgymnasien und Oberrealschulen [Preis geb. 4 M.]. Ausgabe B.: Für Gymnasien und sechsstufige Realanstalten [Preis geb. 2 M.] Leipzig und Berlin, B. G. Teubner.

Die neuen Lehrpläne enthalten bekanntlich die Forderung, dass künftighin die **konstruktive** Seite des mathematischen Unterrichtes auf allen Stufen besonders zu pflegen ist. Durch die Pflege des konstruktiven Zeichnens soll der Schüler nicht nur in Stand gesetzt werden, die eigentlich ganz selbstverständliche Forderung nach mathematischer Exaktheit in der Darstellung zu erfüllen, sondern er soll auch eingeführt werden in das schöne, interessante und dankbare Gebiet der eigentlichen darstellenden Geometrie.

Nun liegt die Sache leider so, dass nur die allerjüngste Lehrer-Generation sich des Vorzuges erfreut, auf der Universität (leider noch nicht auf allen) mit der darstellenden Geometrie bekannt gemacht zu werden. Daher muss jedem Lehrer, der im Sinne der neuen Lehrpläne unterrichten will, ein Wort willkommen sein, welches ihn möglichst mühelos in dieses Gebiet einführen will. Ein solches Werk bieten nun die beiden Verfasser — deren einer (Prof. M.) durch verschiedene Veröffentlichungen auf diesem Gebiete bekanntlich schon erfolgreich tätig gewesen ist — der mathematischen Lehrerwelt dar.

Zur allgemeinen Kennzeichnung des Buches sei zunächst bemerkt, dass die Verfasser durchaus nicht die Absicht hatten, ein rein systematisch gehaltenes Lehrbuch der darstellenden Geometrie zu liefern. Es handelte sich für sie vielmehr darum, **durch eingehende methodische Behandlung einer grossen Zahl konkreter Aufgaben, die vom leichten zum schweren fortschreiten, Lehrer und Schüler in die konstruierende Stereometrie und damit unvermerkt in die Methoden der darstellenden Geometrie einzuführen.** Es sei hier gleich erwähnt, dass die Verfasser nach dem Vorgange Holzmüllers (vergl. u. a. den dem Werke beigegebenen Prospekt, in dem sie auf die Vorarbeiten Holzmüllers besonders hinweisen) die Schrägprojektion oder Parallelperspektive besonders betonen. Was die Auswahl und Behandlung des Stoffes auf den einzelnen Stufen anbetrifft, so findet sich an vielen Stellen Uebereinstimmung mit den von Prof. Pietzker und vom Unterzeichneten in dieser Zeitschrift aufgestellten Leitsätzen vor.

Die Verfasser gehen aber über dieses Ziel noch hinaus. Sie behandeln auch — ebenso eingehend — konstruktive Aufgaben, die dem Lehrer der Physik, der mathematischen Geographie, der beschreibenden Naturwissenschaften auf Schritt und Tritt entgegentreten, und denen gewiss mancher Lehrer und Schüler bisher hilflos gegenüberstand. Sie wollten also ein Hilfsbuch schaffen, das jedem Lehrer einer höheren Lehranstalt, der in die Lage kommt, irgend einen räumlichen Vorgang graphisch korrekt darstellen zu müssen, die Möglichkeit verschafft, sich die dazu erforderlichen Kenntnisse und Fertigkeiten anzueignen. —

Wie sehr es den Verfassern gelungen ist, dieses Ziel zu erreichen, zeigt ein Blick auf den reichen Inhalt des Buches sowie auf die höchst sorgfältige und eingehende Behandlung des Lehrstoffes.

Ausgabe A zerfällt in zwei Hauptabschnitte. Im ersten behandeln die Verfasser die Schrägprojektion oder Parallelperspektive, als des wertvollsten Mittels zur raschen Veranschaulichung räumlicher Beziehungen. Es werden der Reihe nach dargestellt: Quadrat, Würfel, Vieleck, gerade Prismen, Kreis, Zylinder, regelmässige Körper, Figuren aus der Stereometrie, Kegelschnitte, Schattenkonstruktionen, Durchdringungen, Krystallformen. Hieran schliessen sich Anwendungen auf die mathematische Geographie und Himmelskunde, auf Botanik, Physik, Chemie. Zum Schluss wird für die bis dahin mehr propädeutisch behandelte Schrägprojektion eine strengere wissenschaftliche Grundlage gegeben. — Besonders möchte ich auf die Paragraphen aufmerksam machen, in denen die Parallelperspektive angewandt wird zur Darstellung stereometrischer, mathematisch-geographischer und physikalischer Figuren — entschieden ein glücklicher Gedanke. Gewiss wird mancher Lehrer und Schüler ganz besonders dafür dankbar sein.

Der zweite Teil enthält die senkrechte Parallel- oder Normalprojektion, Schattenkonstruktionen und die grundlegenden Aufgaben der Centralprojektion oder reinen Perspektive im Zusammenhange mit der Normalprojektion. Da durch die Beschäftigung mit der Schrägprojektion (im ersten Teile) die Raumanschauung genügend vorgebildet ist, so gehen hier die Verfasser mit Recht etwas systematischer zu Werke. Sie behandeln der Reihe nach sehr ausführlich die Normalprojektion von Punkt, Strecke, Vieleck, Kreis, Polyeder, und von krummflächigen Körpern (eingehende Darstellung von Kartenprojektionen; hierbei wird auch die Merkatorkarte in einer für Schulzwecke völlig ausreichenden Weise erläutert und dargestellt). Dann folgt ein Kapitel über unbegrenzte Gerade und Ebenen mit interessanten Anwendungen auf Bergwerksaufgaben; Kegel- und Kugelschnitte, Durchdringungen und Schattenkonstruktionen mit Eigen- und Schlagschatten. Sodann wird die Zentralprojektion in drei Stufen vorgeführt. Hieran schliessen sich wieder einige Kartenprojektionen (die stereographische, Lamberts flächentreue Karte, die Kegelprojektionen und das sogen. Bonne'sche Gradnetz), die alle sehr eingehend entwickelt werden. — Jedem Abschnitt ist ein ungemein reichhaltiger Uebungsstoff in Form von ungelösten Aufgaben hinzugefügt, die sich an die durchgeführten anschliessen. Ein Anhang I enthält die für die Entwickelungen erforderlichen Erklärungen und Lehrsätze aus dem System der Stereometrie; ein Anhang II bietet eine grosse Zahl interessanter Anmerkungen, die entweder dem Lehrer wichtige methodische Winke geben oder die geschichtliche Seite der Themas berühren oder auch einige Aufgaben synthetisch oder analytisch weiterführen und abrunden. Auf diesen Anhang II sei ganz besonders verwiesen.

Dieser Reichhaltigkeit des Inhaltes stellt sich nun eine höchst eingehende und sorgfältige, wohldurchdachte Vorbereitung und Darstellung der Aufgaben zur Seite. Die Verfasser haben sich ohne Zweifel gesagt, dass die Bekanntschaft mit den verschiedenen Projektionsmethoden gegenwärtig noch eine verhältnismässig geringe ist, und dass es auch für den Schüler von Wert sein muss, wenn ein ihm noch ziemlich unbekanntes Gebiet in recht gründlicher Weise aufgeschlossen und eine möglichst grosse Zahl von ausführlich dargestellten Musterlösungen ihm vorgeführt wird. Die Lösungen der Aufgaben sind theoretisch und praktisch so sorgfältig durchgeführt, dass irgendwelche Unklarheiten kaum entstehen können. Aus diesem Grunde eignet sich das Buch auch ganz vorzüglich zum Selbstunterrichte! In methodischer Beziehung ist es von besonderem Werte, dass fast jeder Lösung eine meist sehr gründlich gehaltene Analysis voraufgeschickt ist, die der Konstruktion den Weg zu ebnen hat, und zwar nicht nur in theoretischer sondern auch — was in der darstellenden Geometrie ebenso wichtig ist — in technischer Hinsicht. Ferner ist besonders zu betonen der stete Hinweis auf den inneren Zusammenhang der verschiedenen Projektionsmethoden; manche Aufgaben sind in verschiedenen Projektionsarten gelöst. Vergl. hierzu Aufgabe 182; sodann Aufgabe 195 und 206, wo die Schrägprojektion als Spezialfall der Centralprojektion abgeleitet wird. Auf die Figuren ist ersichtlich ganz besondere Sorgfalt verwandt; sie geben sehr klare und anschauliche Bilder und sind auch in technischer Beziehung vorzüglich. Die Fig. 1 und 2 wären aber wohl besser durch andere zu ersetzen, welche die veraltete Art der Schraffierung von Ebenen nicht aufweisen; Fig. 22a gibt nicht den Eindruck eines regelmässigen Körpers wieder; in Fig. 120 müssen alle Ellipsen mit Ausnahme der untersten schräg liegen. Den Hinweis auf die Figuren würde ich der Uebersichtlichkeit halber aus dem Texte heraus auf den freien Rand verlegen. —

Den letzten Abänderungsvorschlägen möchte ich noch einige Bemerkungen hinzufügen und den Verfassern zur Prüfung unterbreiten. Zunächst scheinen mir einige Abschnitte im Verhältnis zu anderen zu umfangreich zu sein; hierzu gehört z. B. das Kapitel über krystallographisches Zeichnen. Ferner erfordern gewisse Aufgaben und Gruppen von Aufgaben für ihre Vorbereitung und Lösung so viel Zeit, dass sie im Unterricht ohne Schädigung anderer ebenso schöner Aufgaben kaum erledigt werden können, zumal wenn man bedenkt, dass doch auch die zeichnerische Ausführung zu ihrem Recht kommen muss. Letztere beansprucht aber erfahrungsmässig ebenfalls recht viel Zeit und muss sorgfältig überwacht werden. Zu dieser Gruppe gehört z. B. Aufgabe 48a (auch 48 lässt sich vielleicht einfacher begründen und behandeln); ferner die zweimal auftretende Darstellung der Sonnenuhren; schliesslich auch die Behandlung der Zentralprojektion. Letztere ist ja an sich sehr interessant; sie beansprucht aber so viel Zeit, dass der Schüler zu spät an die perspektivische Darstellung von Körpern gelangt. Sodann scheint mir die Darstellung der Kugel in Schrägprojektion reichlich lange beibehalten zu sein; man gerät hierbei doch leicht in die Lage, Abweichungen festsetzen zu müssen, die das Schrägbild der Kugel der Normalprojektion annähern, und zwar auf Kosten der Genauigkeit. Vergl. hierzu die Figuren 98, 99, 100, 101, 102a. — Schliesslich vermisse ich einiges über die Beleuchtungslehre. Auf Realanstalten lässt sich die Normalkugel mit ihren Lichtgleichen nebst einigen Anwendungen sehr wohl durchnehmen, auch ohne Benutzung des Rodenbergschen Massstabes, der zwar ausserordentlich elegant und schön ist, aber zu seiner Ableitung viel Zeit beansprucht und meiner Meinung nach auf die Hochschule gehört.

Ausgabe B gibt eine geschickt abgegrenzte Auswahl von Aufgaben aus Ausgabe A. Dass auch an humanistischen Gymnasien eine Berücksichtigung der konstruierenden Stereometrie notwendig ist, darauf verweisen nachdrücklich die Lehrpläne; dass sie aber auch möglich ist, das hat u. a. Professor C. H. Müller selbst dadurch dargetan, dass er schon seit mehr als 10 Jahren am Königl. Gymnasium zu Frankfurt a. M. die Projektionslehre im mathematischen Unterrichte berücksichtigt und sogar Abiturientenaufgaben aus diesem Gebiete gestellt hat. Eine wirklich korrekt ausgeführte Zeichnung zeugt eben in gleicher Weise von gut entwickelter Raumanschauung wie von klarem, logischem Denken!

Das vorliegende Werk wird sehr dazu beitragen, dem konstruktiven Elemente im mathematischen Unterrichte mehr und mehr zu seinem wohlverdienten Rechte zu verhelfen. Dem in der darstellenden Geometrie bewanderten Lehrer bietet es eine grosse Auswahl schöner Aufgaben, und den noch Unkundigen führt es in müheloser Weise ein in ein Gebiet, welches ihm immer neue Reize erschliessen wird, je länger er sich mit ihm beschäftigt — allerdings nur dann, wenn er es nicht verschmäht, die Mehrzahl der dargebotenen Aufgaben auch praktisch durchzuarbeiten! Daher sei das vorzügliche Buch nach jeder Richtung hin warm empfohlen.

C. Hildebrandt (Braunschweig).

Zur Besprechung eingetroffene Bücher.

(Besprechung geeigneter Bücher vorbehalten.)

L'Enseignement Mathématique, Revue internationale, V. Année, No. 1, 2. Paris 1903, C. Naud.

Leppin & Masche, Berichte ü. Apparate u. Anlagen. No. 10 (Berlin, Selbstverlag).

Leybold's Nachf., Neue Apparate u. Versuche. Köln, Selbstverlag.

Martus, H. C. E., Maxima u. Minima. 2. Aufl. Hamburg 1903, Grand.

Mathem. naturwiss. Mitteilungen des mathem. naturwiss. Vereins in Württemberg, herausgeg. v. Schmidt, Haas und Wölffing, II. Serie. V. Band. 1. und 2. Heft. Januar und April 1903 Stuttgart, Metzler.

Matzdorff, C., Tierkunde für den Unterricht an höh. Lehranstalten. In sechs Teilen. 1.—4. Teil. Breslau 1903. Hirt.

Mayer, J. E., Das mathemat. Pensum des Primaners. Heft 1. Freiburg, Lorenz. Mk. 1.—.

Melinat, G., Physik für deutsche Lehrerbildungsanstalten. Mit 294 Abb. Leipzig 1903, Teubner. Mk. 6.60.

Müller, A., Johann Keppler, der Gesetzgeber der neueren Astronomie. Freiburg 1903, Herder. Mk. 2.40.

Müller, R., Leitfaden für die Vorlesungen über darstellende Geometrie an der Herzoglichen Technischen Hochschule zu Braunschweig. 2. Aufl. Braunschweig 1903, Vieweg & Sohn. Mk. 2.50.

Müller, C. H. u. Presler, O., Leitfaden der Projektionslehre. Ausg. A: Vorzugsweise für Realgymnasien u. Oberrealschulen. Mit 233 Fig. im Text. Preis geb. M. 4.—. Ausg. B: Für Gymnasien u. sechsstufige Realanstalten. Mit 122 Fig. im Text. Preis geb. Mk. 2.— Leipzig 1903. Teubner.

Nitsche, O., Das Gymnasial-Pensum der Chemie. Kiel, Cordes. Mk. —.60.

Ondracek, G., Analytische Geometrie ebener Kurven in Büschel-Koordinaten. 1. Heft: Ebene Kurven in Normalen-Koordinaten erster Art. Mit 17 Fig. Wien 1903, Gerold's Sohn. Mk. 1.20.

Pahde, A., Erdkunde für höh. Lehranstalten. IV. Teil. Glogau 1902, Flemming. Mk. 2.— geb.

Period. Blätter f. Realien-Unterricht u. Lehrmittelwesen, herausgeg. v. Rob. Neumann in Brünn. VIII. 1902/03. Heft 2, 3, 4. Tetschen, Henckel.

Peters, Th., Salomon, M., Meyer, O., Chemische Experimente. Mit 32 Fig. Halle 1903, Gebauer-Schwetschke. Mk. 2.80 geb.

Rothe, K. und Frank, F., Praktisches Hilfsbuch für den naturgeschichtl. Unterricht an Volks- und Bürgerschulen. 1. Bd. Mit 214 Abb. Wien 1903, Pichler's Wwe. & Sohn. Mk. 5.50.

Russner, J., Lehrbuch der Physik. Mit 770 Abb. Hannover 1903, Jänecke. Mk. 5.60 geb.

Scheidt, L., Vögel unserer Heimat. Mit 8 Tafeln u. 65 Abb. 2. Aufl. Freiburg 1903, Herder. Mk. 4.50.

Schläpfer, R., Naturwiss. Repetitorium. 2. Aufl. Davos 1903, Richter. Mk. 5.40.

Schott, G., Physische Meereskunde. Mit 28 Abb. u. 8 Tafeln. (Sammlung Göschen No. 112). Leipzig 1903, Göschen. Mk. —.80 geb.

Schülke, A., Vierstellige Logarithmen-Tafeln mit mathematischen, physikalischen und astronomischen Tabellen. 4. verb. Aufl. Leipzig 1903, Teubner.

Schurig, R., Katechismus der Algebra. 5. Aufl. Leipzig 1903, Weber. Mk. 3.— geb.

Schwaighofer, A., Tabellen zur Bestimmung einheimischer Samenpflanzen und Gefässporenpflanzen. 10. Aufl. Wien 1903, Pichler's Wwe. & Sohn. Mk. 1.60.

Schwalbe, G., Namen-Register nebst Sach-Ergänzungsreg. zu den Fortschritten der Physik, Bd. XLIV (1888) bis LIII (1897), bearb. unter Mitwirkung von E. Schwalbe. Braunschweig 1903, Vieweg & Sohn. Mk. 60.—.

Seeliger, O., Tierleben der Tiefsee. Mit 1 Tafel. Leipzig 1901, Engelmann. Mk. 2.—.

Sellentin, R., Methodischer Lehrgang der Linear-Perspektive für höhere Lehranstalten. Beilage zum Jahresbericht der O.-R.-S. zu Elberfeld. Elberfeld 1903, Lucas.

v. Seydlitz'sche Geographie. In 5 Ausg. Ausg. D. Heft 1 bis 4. Breslau 1903, Hirt.

Thomé, Flora von Deutschland, Oesterreich und der Schweiz. Fünfter Band: Krypptogamen-Flora, herausgegeben von Walter Migula. Lief. 5 bis 9, Subscriptionspreis d. Lief. Mk. 1.—. Gera, v. Zezschwitz.

Vetter B., Die moderne Weltanschauung und der Mensch. 6 öffentl. Vorträge. 4. Aufl. Jena 1903, Fischer. Mk. 2.—.

Vetters, R., Lehrbuch der darstellenden Geometrie. Hannover 1902, Jänecke. Mk. 5.60 geb.

Voigt, A., Exkursionsbuch zum Studium der Vogelstimmen. 2. Aufl. Dresden 1902, Schultze.

Voller, A., Grundlagen und Methoden der elektr. Wellentelegraphie. Mit 17 Fig. Hamburg 1903, Voss. Mk. 1.80.

Weber, M., Der indo-austral. Archipel und die Geschichte seiner Tierwelt. Mit 1 Karte. Jena 1902, Fischer. Mk. 1.—.

Weiler, W., Physikbuch. Vierter Band: Kalorik, geb. Mk. 1.50. Fünfter Band: Optik, geb. Mk. 2.50. Esslingen 1902, Schreiber.

Weinschenk, E., Allgemeine Gesteinskunde als Grundlage der Geologie. Mit 47 Fig. und 3 Tafeln. Freiburg 1903, Herder. Mk. 4.—.

47. Versammlung deutscher Philologen u. Schulmänner.

Die Versammlung findet von Mittwoch den 7. Oktober (Begrüssungsabend Dienstag den 6. Oktober) bis Sonnabend den 10. Oktober d. J. in Halle a. S. statt. Die Versendung des Programms ist erfolgt, weitere Wünsche um Zusendung sind an die Herren Privatdozent Dr. Heldmann (Gütchenstrasse 7) oder Oberlehrer Dr. Adler (Franckeplatz 1) zu richten.

Das Präsidium:

W. Dittenberger. W. Fries.

Uebernehme die

Präparation von Vögeln etc.

in natürlicher Ausführung.

Kaufe

Reh- u. Hirschgeweihe.

J. Haider

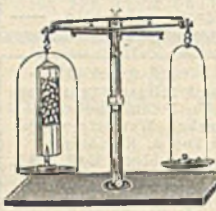
* in Tuttlingen. *

Richard Müller-Uri,

Institut f. glastechnische Erzeugnisse, chemische u. physikalische Apparate und Gerätschaften.

Braunschweig, Schleinitzstrasse 19

liefert u. a.



sämtliche Apparate zu dem Meth. Leitfaden für den Anfangsunterricht i. d. Chemie v. Prof. Dr. Wilhelm Levin genau nach den Angaben des Verfassers, prompt und billigst.

Im Verlage von **Otto Salle** in **Berlin** erschien soeben:

Hilfsbuch

für den geometrischen Unterricht an höheren Lehranstalten.

Von **Oskar Lesser,**

Oberlehrer an der Klinger-Oberrealschule zu Frankfurt a. M.

Das Buch umfasst die Elemente der Planimetrie, soweit dieselben nach den Lehrplänen Behandlung finden sollen. Es ist ein Uebungsbuch und ein Lehrbuch zugleich. Im Vordergrunde stehen die Aufgaben; möglichstes Hinausschieben der strengen Beweisführung. Gewinnung der Sätze aus reichlich gegebenen Aufgaben auf der unteren und mittleren Stufe, sowie Einführung neuerer Gesichtspunkte sollen den Unterricht erleichtern und fördern.

Preis 2 Mark.

Verlag von **Otto Salle**, Berlin W 30.

Physikalische

Apparate und Versuche

einfacher Art

aus dem

Schäffermuseum.

Von

H. Bohn

Oberl. am Dorotheenst. Realgymnasium in Berlin.

Mit 216 Abbildungen im Text.

Preis 2 Mk.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 30.

Bei Einführung neuer Lehrbücher

seien der Beachtung der Herren Fachlehrer empfohlen:

Geometrie.

Fenkner: **Lehrbuch der Geometrie** für den mathematischen Unterricht an höheren Lehranstalten von Professor Dr. **Hugo Fenkner** in Braunschweig. Mit einem Vorwort von Dr. **W. Krumme**, Direktor der Ober-Realschule in Braunschweig. — Erster Teil: Ebene Geometrie. 4. Aufl. Preis 2.20 M. Zweiter Teil: Raumgeometrie. 2. Aufl. Preis 1.40 M.

Lesser: **Hilfsbuch für den geometrischen Unterricht** an höheren Lehranstalten. Von **Oskar Lesser**, Oberlehrer an der Klinger-Oberrealschule zu Frankfurt a. M. Mit 91 Fig. im Text. Preis 2 Mk.

Arithmetik.

Fenkner: **Arithmetische Aufgaben.** Mit besonderer Berücksichtigung von Anwendungen aus dem Gebiete der Geometrie, Trigonometrie, Physik und Chemie. Bearbeitet von Professor Dr. **Hugo Fenkner** in Braunschweig. — Ausgabe A (für 9stufige Anstalten): Teil I (Pensum der Tertia und Untersekunda). 4. Aufl. Preis 2 M. 20 Pf. Teil IIa (Pensum der Obersekunda). 2. Aufl. Preis 1 M. Teil IIb (Pensum der Prima). Preis 2 M. — Ausgabe B (für 6stufige Anstalten): 2. Aufl. geb. 2 M.

Servus: **Regeln der Arithmetik und Algebra** zum Gebrauch an höheren Lehranstalten sowie zum Selbstunterricht. Von Oberlehrer Dr. **H. Servus** in Berlin. — Teil I (Pensum der 2 Tertien und Untersekunda). Preis 1 M. 40 Pf. — Teil II (Pensum der Obersekunda und Prima). Preis 2 M. 40 Pf.

Physik.

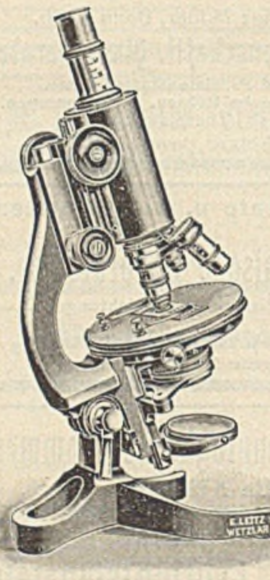
Heussi: **Leitfaden der Physik.** von Dr. **J. Heussi**. 15. verbesserte Aufl. Mit 172 Holzschnitten. Bearbeitet von **H. Weinert**. Preis 1 M. 50 Pf. — Mit Anhang „Grundbegriffe der Chemie.“ Preis 1 M. 80 Pf.

Heussi: **Lehrbuch der Physik** für Gymnasien, Realgymnasien, Ober-Realschulen u. and. höhere Bildungsanstalten. Von Dr. **J. Heussi**. 6. verb. Aufl. Mit 422 Holzschnitten. Bearbeitet von Dr. **Leiber**. Preis 5 M.

Chemie.

Levin: **Meth. Leitfaden für den Anfangs-Unterricht in der Chemie** unter Berücksichtigung der Mineralogie. Von Professor Dr. **Wilh. Levin**. 4. Aufl. Mit 92 Abbildungen. Preis 2 M.

Weinert: **Die Grundbegriffe der Chemie** mit Berücksichtigung der wichtigsten Mineralien. Für den vorbereit. Unterricht an höheren Lehranstalten. Von **H. Weinert**. 3. Aufl. Mit 31 Abbild. Preis 50 Pf.



Neuestes Modell 1902.

E. Leitz,

Optische Werkstätte

Wetzlar

Filialen: Berlin NW., Luisenstr. 45

New-York 411 W. 59 Str.

Chicago 32—38 Clarke-Str.

Mikroskope

Mikrotome

Lupen-Mikroskope

Mikrophotographische Apparate.

Photographische Objektive. Projektions-Apparate.

Deutsche, englische und französische Kataloge kostenfrei.

Vertreter für München:

Dr. A. Schwalm, München, Sonnenstr. 10.

Das Buch der **physikal. Erscheinungen.**

Nach **A. Guillemin** bearbeitet von Prof. Dr. **R. Schulze**. Neue Ausgabe. Mit 11 Buntdruckbildern, 9 gr. Abbildungen und 448 Holzschnitten. gr. 8°.

Preis 10 Mk.; geb. 12 Mk. 50 Pf.

Verlag von **Otto Salle** in **Berlin W. 30** Maassenstrasse 19.

Die physikalischen Kräfte

im Dienste der Gewerbe, Kunst und Wissenschaft. Nach **A. Guillemin** bearbeitet von Prof. Dr. **R. Schulze**. Zweite ergänzte Auflage. Mit 416 Holzschnitten, 15 Separatbildern und Buntdruckkarten. gr. 8°

Preis 13 Mk.; geb. 15 Mk.

☞ Hierzu je eine Beilage der Firmen **Gebr. Jänecke**, Verlag in **Hannover**, **Max Kaehler & Martini** in **Berlin W.**, Wilhelmstrasse 50, **O. R. Reisland**, Verlag in **Leipzig**, **F. Schneider & Co.**, Verlag in **Berlin**, welche geneigter Beachtung empfohlen werden.

Druck von H. Sievers & Co. Nachf., Braunschweig.