Jahrgang IX. 1903. Nr. 5.

Unterrichtsblätter
für
Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung
des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften.

Begründet unter Mitwirkung von **Bernhard Schwalbe,**
herausgegeben von
F. Pietzker,
Professor am Gymnasium zu Nordhausen.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 30.

Redaktion: Alle für die Redaktion bestimmten Mitteilungen und Sendungen werden nur an die Adresse des Prof. Pietzker in Nordhausen erbeten.
Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (3 Mk. Jahresbeitrag oder einmaliger Beitrag von 45 Mk.) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Lindenerstrasse 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 6 Nummern ist 3 Mark, für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift unentgeltlich; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhdlg. zu beziehen.
Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermässigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Der biologische Unterricht am humanistischen Gymnasium.

Bericht, erstattet auf der Hauptversammlung zu Breslau.*)

Von B. Landsberg (Allenstein).

Dass die Biologie ein wichtiger Bildungsfaktor und ihr Betrieb auf den Oberklassen der höheren Schulen zu wünschen ist, darüber besteht wohl kein Zweifel. Die an der Hand der neuen preussischen Lehrpläne auch in den Oberklassen des Gymnasiums mögliche gelegentliche Behandlung biologischer und hygienischer Fragen kann man nicht für eine Erfüllung der auf Erweiterung des biologischen Unterrichts gerichteten Bestrebungen halten. Doch lässt der Wunsch, einerseits dem jetzt schon sich empfindlich geltend machenden Mangel an biologisch genügend geschulten Lehrern abzuhelfen, andererseits den Schülern des Gymnasiums auch unter den heutigen Verhältnissen die Biologie nicht ganz vorzuenthalten, gewisse Uebergangsmassregeln zweckmässig erscheinen. Bedingung für eine erfolgreiche Ausgestaltung der in den methodischen Bemerkungen der Lehrpläne gegebenen Anregungen ist das Vorhandensein eines Lehrers, dessen Interesse auch der biologischen Seite zugewandt ist. Die in den lehrplanmässigen Stunden erteilten Belehrungen müssen ihre Ergänzung in wahlfreien Vorträgen finden, doch muss der lehrplanmässige Unterricht eine Grundlage schaffen, denn man kann doch nicht meinen, dass für alle mit der Biologie in Zusammenhang stehenden Fragen enzyklopädische Belehrung und Vortragsform genügend seien.

Eine Behandlung gewisser physikalischer Fragen macht schon der biologische Unterricht der Unterstufe notwendig; daher wird das Verständnis erleichtert, wenn der eigentliche Physikunterricht an diese bekannten Probleme anknüpft (etwa bei der Behandlung des Luftdrucks) oder Fragen, an die der Biologieunterricht nur heranführen konnte (z. B. das Flugproblem) genauer behandelt. Manche andere Gelegenheit zur Anknüpfung biologischer und hygienischer Belehrungen ist im Physikunterricht zu finden, wird auch, nach Ausweis mehrerer Lehrbücher, benutzt.

Auch der beschränkte Chemiekursus des Gymnasiums geht der Regel nach nicht achtlos vorüber an den Naturprozessen der Stoffwander-

*) S. Unt.-Bl. IX, 3, S. 60.

ungen und Wandelungen, die in dem Prinzip von der Erhaltung des Stoffs ihren Abschluss finden und erst durch Hineinbeziehung biologischer Momente voll verständlich werden. An einem einfachen Beispiel (Kohlenwasserstoffreihe $C_n H_{2n+2}$) kann auch der Schüler des Gymnasiums zu einer Auffassung organischer Stoffe als Kohlenstoffverbindungen von verwickeltem Molekülbau geführt werden. (Die durchsichtige Gesetzmässigkeit ergibt sich schon aus den beiden Anfangsgliedern der Reihe). Damit wird die Besprechung der Nahrungsmittel (Lehrpl. S. 67) und durch Hineinbeziehung der Fermentwirkung (Gärungsversuch, den Pfuhl schon in U III anstellt: „Unterricht in der Pflanzenkunde", Leipzig 1900, S. 58 und 59) auch ein Verständnis der Stoffwechselvorgänge angebahnt, soweit beides dieser Stufe zugängig ist. (Der Vortragende legt den „Leitfaden für den Anfangsunterricht in Chemie und Mineralogie" von Dr. Schreiber, Kassel, 1901 vor, der bereits an zwei humanistischen Gymnasien eingeführt ist, dessen Lehrstoff er aber, besonders auch auf dem Gebiet der Kohlenstoffchemie, für diese Anstalten zu reichhaltig findet.)

Die im Rahmen des lehrplanmässigen Unterrichts gebrachten hygienischen und biologischen Belehrungen müssen möglichst so ausgewählt werden, dass sie dem Physiologiekursus der I vorarbeiten. Auch dessen Einführung, so notwendig sie an sich nach den vorhergehenden zerstückelten und beschränkten biologischen Darbietungen ist, wird sich nur empfehlen, wenn ein Lehrer mit der notwendigen Vorbildung und dem ebenso notwendigen Interesse für diesen Lehrgegenstand zur Verfügung steht. Rücksicht auf das Lehrziel der Physik, besonders auch auf die in den Lehrplänen angeordneten Wiederholungen und Ergänzungen, lassen eine völlige Unterbrechung des Physikunterrichts während eines Halbjahres bedenklich erscheinen. Wohl aber scheint es angängig, Akustik und Optik auf U I zu verlegen und eine Wochenstunde des Winterhalbjahres der Physiologie zu überweisen.

Bedenkt man, dass die Unterrichtsergebnisse, an die dieser Kursus anknüpfen muss, teilweise weit zurückliegen, berücksichtigt ferner, dass manche Fragen des biologischen Unterrichts dem Verständnis der Mittelstufe beinahe unzugänglich sind, während ihnen, die seit Alters die Wissenschaft vom Leben anziehend gemacht haben, die Primaner ein gesteigertes Interesse entgegenbringen, so ergibt sich als angemessener Unterrichtsgang der folgende: An wenigen ausgewählten Typen der niederen Tiere wird ein klarer Begriff der Zelle und ihrer Lebensäusserungen, der in der Funktion bestimmter Zellen sich aussprechenden Arbeitsteilung, der Gewebe, der Organe und Organsysteme erarbeitet. Hierbei ergibt sich der tierische, schliesslich auch der menschliche Organismus als ein Zellenstaat, und dem Primaner entsteht die Frage, wie diese Vielheit zu einem einheitlich wirkenden Organismus verbunden wird. Er verfolgt die Funktion des Nervensystems mit ganz anderem Verständnis, als es auf der Mittelstufe zu erreichen ist, von der Stufe der blossen Reizleitung bis zu der immer weiter gehenden Zentralisierung. Mit der Behandlung einzelner Nervenzentren aber, mit unserem Wissen über Reiz und Erregung, mit der Behandlung einzelner für die Physiologie wichtigen geordneten Reflexe, endlich mit der Sinnesphysiologie, wie sie schon die Behandlung von Auge und Ohr notwendig macht, bringt ein solcher Physiologiekursus einige wichtige Grundlagen der empirischen Psychologie und erweckt den Wunsch nach eigentlicher psychologischer Belehrung, als nach dem Schlusstein dieses Lehrgebäudes.

Ich kann mich auf Paulsen berufen (Natur und Schule 1. Jahrg., S. 20 ff.), wenn ich die Meinung ausspreche, dass ein auf naturwissenschaftlicher Grundlage aufgebauter Kursus der philosophischen Propädeutik, der auch auf die Fragen der kosmischen, tellurischen und biologischen Entwickelung einen Ausblick gestatten müsste, von hohem Werte sein würde, und auf Lehmann („Erziehung und Erzieher", Berlin 1901) dafür, dass in nicht wenigen Fällen der Naturwissenschaftslehrer einen solchen Unterricht erfolgreich würde ausgestalten können. Selbstverständlich wären dafür am Gymnasium besondere Stunden nötig. Dafür, Mathematik, Naturwissenschaft und Propädeutik möglichst in eine Hand zu legen, spricht sich schon ein älterer Erlass (vom 24. Oktober 1837) aus.

Der biologische Unterricht an den neunklassigen Realanstalten.

Bericht, erstattet auf der Hauptversammlung zu Breslau*).

Von K. Fricke (Bremen).

H. H.! Zu der Frage des biologischen Unterrichts stehen die neunklassigen Realanstalten, das Realgymnasium und die Oberrealschule, schon historisch in einem anderen Verhältnis als das humanistische Gymnasium. Beide verdanken ihren Namen den realen Wissenschaften, und es verdient in der Gegenwart hervorgehoben zu werden, dass zu diesen realen Wissenschaften die neueren Sprachen ebensowenig gehören wie die alten, wenn sie auch an der Entwickelung des Realschulwesens dasselbe Interesse haben wie die Naturwissenschaft.

Als im Jahre 1859 unter dem Kultusminister v. Bethmann-Hollweg die „Unterrichts-

*) S. Unt.-Bl. IX, 3, S. 60.

und Prüfungsordnung für die Real- und höheren Bürgerschulen" erschien, da trat der naturwissenschaftliche Unterricht an der damaligen Realschule I. O., der Vorgängerin des Realgymnasiums, in den oberen Klassen mit der stattlichen Zahl von je sechs Unterrichtsstunden auf, die in Unter- und Obersekunda wohl durchgehends so verteilt waren, dass je zwei Stunden auf die Fächer Physik, Chemie und Naturgeschichte verwandt wurden. In der Prima scheint die Sache verschieden gehandhabt zu sein, an manchen Schulen wohl ähnlich wie in den beiden Sekunden, an den Anstalten, an denen ich persönlich seit dem Jahre 1875 unterrichtet habe, war die Verteilung so geordnet, dass in dieser Klasse drei Stunden für Physik, zwei für Chemie und eine für Naturgeschichte angesetzt war.

Dass eine Störung in diesem Verhältnis zu Ungunsten des naturgeschichtlichen und schliesslich auch des gesamten naturwissenschaftlichen Unterrichts eintrat, lag an den bekannten und in der letzten Zeit genugsam erörterten Vorgängen im Jahre 1879, die sich an den Namen des um die Wissenschaft wie um die Methode des Unterrichts gleich hochverdienten Blütenbiologen Herm. Müller in Lippstadt knüpfen. Es folgten die Lehrpläne von 1882, die die Lehrverfassung der höheren Schulen nicht unwesentlich veränderten. Für die neunklassige Realschule mit Latein war das Ergebnis, dass die Zahl der lateinischen Unterrichtsstunden vermehrt wurde und zwar auf Kosten der naturwissenschaftlichen, deren Zahl in den oberen Klassen von sechs auf fünf herabgesetzt wurde; sie führt von nun an den Namen Realgymnasium. Es war ein tragisches Geschick, dass die von den Realschulfreunden daran geknüpften Hoffnungen auf weitergehende Berechtigungen nicht früher in Erfüllung gingen, als bis auch der Oberrealschule, der neunklassigen Realanstalt ohne Latein dieselben Berechtigungen zugesprochen wurden.

Die Kosten des Verfahrens hatte aber einzig und allein die organische Naturwissenschaft zu tragen, indem der naturgeschichtliche Unterricht in der Obersekunda und Prima ganz gestrichen wurde, und durch die Beseitigung der Chemie aus der Untersekunda eine Verschiebung eintrat, durch die auch die organische Chemie für die nächsten Dezennien aus dem Lehrplane des Realgymnasiums verdrängt wurde.

Für die Tradition des biologischen Unterrichts kommt die Oberrealschule, die frühere Gewerbeschule, aus dem Grunde weniger in Betracht, weil sie erst um die genannte Zeit, im Jahre 1879, vom Kultusministerium übernommen wurde und erst durch die erwähnten Lehrpläne von 1882 ihre Lehrverfassung als allgemeine Bildungsanstalt erhielt. Auch in dieser Schulart wurde gleich von vornherein der des Materialismus verdächtige biologisch-naturgeschichtliche Unterricht auf die unteren und mittleren Klassen beschränkt. Nur in einer Hinsicht behielt der Lehrplan dieser Schulen einen Vorzug in unserem Sinne, als wegen des grösseren Spielraums, der dem Unterrichte in der Chemie bewilligt war, die organische Chemie der Prima erhalten blieb, und sich so wenigstens auf einem Gebiete Gelegenheit bot, auf die Erscheinungen und Gesetze der lebenden Natur auch in der obersten Klasse einzugehen.

Gegen diese Verdrängung der Wissenschaft von der organischen Natur aus dem Unterrichte der oberen Klassen richten sich bekanntlich die Thesen, die auf der 73. Naturforscherversammlung in Hamburg am 25. September 1901 von den vereinigten biologischen Abteilungen genehmigt wurden, und die in dem Wunsche gipfeln, dass wieder ein biologischer Unterricht, wenigstens an den Realanstalten, mit etwa zwei Stunden wöchentlich durch alle Klassen durchgeführt werde, wie es früher am Realgymnasium der Fall war. (These 7.) Die schon in Hamburg ausgesprochene Absicht, die Frage des biologischen Unterrichts auch vor das Plenum der Naturforscherversammlung zu bringen, wird in diesem Jahre verwirklicht werden, indem das in Hamburg gewählte Komitee auf Veranlassung des Herrn Prof. Kraepelin den Antrag gestellt hat, dass die in Hamburg angenommenen Thesen seitens des Plenums der Naturforscherversammlung gebilligt werden. Wie mir Herr Prof. Kraepelin mitteilt, wird die Geschäftsleitung der diesjährigen Naturforscherversammlung in Kassel dieser Anregung Folge geben.

Ganz unabhängig von dieser Bewegung hat die vorjährige Versammlung der Deutschen Geologischen Gesellschaft auf Antrag des Herrn Geh. Bergrats v. Koenen, Prof. der Geologie in Göttingen, den einstimmigen Beschluss gefasst, eine Eingabe an alle Kultusministerien der deutschen Bundesstaaten zu richten, „dass auf den höheren und mittleren Lehranstalten auch Unterricht in den Elementen der Geologie erteilt werde, nicht in solcher Weise, dass das Gedächtnis damit irgendwie erheblich belastet werde, sondern dass die Anschauung und Beobachtung dadurch geklärt und geschärft, und eine Anzahl von Begriffen und Bezeichnungen des täglichen Lebens verständlich gemacht werde."*) Das Ausland, und unter den deutschen Staaten Württemberg, Baden und Sachsen sind uns in dieser Hinsicht schon voraus, und, wie mir Herr v. Koenen vor einigen

*) Vergl. Zeitschr. d. Deutschen Geolog. Gesellschaft. Bd. 54. 1902. Protokolle S. 137.

Tagen persönlich mitteilte, haben einige andere Bundesstaaten der Eingabe jetzt auch entsprochen.

Bekanntlich hat der in Hamburg erlassene Aufruf auch in diesem Kreise seinen Widerhall gefunden, indem die vorjährige Versammlung in Düsseldorf nach eingehender Erörterung fast einstimmig „die Durchführung des biologischen Unterrichts durch alle Klassen wenigstens der realistischen höheren Schulen für notwendig" und „auch die Verwirklichung dieser Forderung ohne Beeinträchtigung der übrigen Zweige des exaktwissenschaftlichen Unterrichts für möglich" erklärt hat.*) Dieser Beschluss bildet die Grundlage unserer heutigen Besprechung.

Durch günstige äussere Umstände hat es sich ermöglichen lassen, dass an dem früheren Realgymnasium, der jetzigen Oberrealschule in Bremen, an der ich gegenwärtig seit fast 25 Jahren unterrichte, einer Anstalt, die im übrigen den preussischen Lehrplänen angeglichen ist, auch nach 1882 ein biologischer Unterricht bis in die Obersekunda durchgeführt wird. Ich habe ausserdem schon an anderer Stelle**) veröffentlicht, dass wir infolge der Hamburger Thesen seit Beginn dieses Jahres auch in der Prima wieder einen einstündigen geologisch-paläontologischen Kursus eingerichtet haben, der schon früher bestanden hatte, aber dem Einflusse der preussischen Lehrpläne von 1882 zum Opfer gefallen war.

Somit dürfte unsere Anstalt gegenwärtig die einzige sein, die der alten Tradition der Realschule I. O. folgend einen naturgeschichtlichen Unterricht durch alle Klassen beibehalten hat. Da mir nun schon vor einem Jahre in Düsseldorf von mehreren Seiten der Wunsch ausgesprochen wurde, zu berichten, in welcher Weise man diesen Gegenstand in den oberen Klassen behandeln kann, so bin ich heute der liebenswürdigen Aufforderung meiner geehrten Mitredner gern gefolgt, die Frage des biologischen Unterrichts an den neunklassigen Realanstalten zu besprechen. Ich glaube allerdings, dass bei den vielen Vorschlägen, die in dieser Angelegenheit gemacht sind, auch die Einrichtungen Beachtung verdienen, die bereits in der Praxis des Unterrichts erprobt sind.

Auf der Düsseldorfer Versammlung führte bekanntlich schon die Frage, was unter Biologie überhaupt zu verstehen sei, zu einer längeren Auseinandersetzung, die aber nicht zu einer befriedigenden Klärung führte. Inzwischen hat sich auch Herr Geh. Rat Reinke über diese Frage ausgesprochen***); er will das Wort „Biologie" nur als zusammenfassenden Ausdruck für das ganze Wissensgebiet gelten lassen, das die Lebenserscheinungen der Tiere und Pflanzen vom einfachsten Protoplasmaklümpchen bis zum Menschen aufwärts umfasst. Gegen diese Auffassung lässt sich im Ganzen nichts einwenden, nur ist nicht zu verkennen, dass auch der engeren Bedeutung des Wortes, die Reinke bekämpft, eine gewisse Berechtigung nicht abzusprechen ist, insofern es auch für das grosse Gebiet der Anpassungserscheinungen gebraucht wird, die dem Zwecke der Lebenserhaltung dienen und für alles organische Geschehen bezeichnend sind. Der Begriff der Zweckmässigkeit ist, wie auch Ostwald*) in seiner Naturphilosophie anerkennt, ein der organischen Natur durchaus eigentümlicher, der der anorganischen Natur nicht angehört. Wir finden ihn in dem Triebe aller Lebewesen, nicht nur das individuelle Leben zu erhalten, sondern auch die Erhaltung des Stammes zu sichern, in einem Triebe, der sich auf die mannigfaltigste Art in den Einrichtungen der Selbsterhaltung und der Fortpflanzung zu erkennen gibt. Es ist nicht die Aufgabe der Biologie an die Anerkennung dieser „Zweckmässigkeit", oder mag man mit Moebius von „Erhaltungsmässigkeit" oder mit K. E. v. Baer von „Zielstrebigkeit" reden, weitergehende Spekulationen zu knüpfen, damit würde sie ihr Gebiet überschreiten und in das der Metaphysik übergreifen; wohl aber wird man zugeben, dass dieser Gesichtspunkt gerade das unterscheidende Merkmal aller Lebensvorgänge von den Vorgängen in der leblosen Natur hervorhebt. Wie ein jeder ohne weiteres zugeben wird, dass unsere Hand zum Greifen, der Flügel des Vogels zum Fliegen zweckmässig gebaut ist, dass gewisse Formen der Blüten und Blütenstände der Bestäubung durch den Wind, andere dem Insektenbesuche zweckmässig angepasst sind, so wenig wird man in dem Bau der Mineralien und Gesteine, in dem physikalischen und chemischen Verhalten der Flüssigkeiten und Gase eine Spur von „Zweckmässigkeit" oder „Zielstrebigkeit" entdecken. So erklärt es sich, dass gerade für diese zweckentsprechenden Anpassungserscheinungen der Begriff der Biologie im engeren Sinne in den Sprachgebrauch eingedrungen ist und sich aus manchen Wortverbindungen wie „Blütenbiologie" wohl so bald nicht vertreiben lassen wird. Wünschenswert ist es allerdings, diesen Doppelsinn zu vermeiden, und besondere Ausdrücke wie etwa Ethologie für die Anpassungen an die Lebensgewohnheiten der Tiere oder Ökologie für die Anpass-

*) Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften. Jahrg. VIII. 1902. No. 6, S. 133.

**) Natur und Schule. Bd. II, S. 142.

***) J. Reinke, Was heisst Biologie? Natur und Schule. Bd. I, S. 449 u. fg.

*) W. Ostwald, Vorlesungen über Naturphilosophie. 1902. Vergl. namentlich die 15. Vorlesung S. 312 u. fg.: „Das Leben" und die 16. Vorlesung S. 332 u. fg.: „Zwecke und Mittel der Lebewesen."

ungen der Pflanzen und Tiere an ihre Umgebung zu verwenden.

Diese Sonderstellung der organischen Welt, in der die Notwendigkeit eines finalen Geschehens neben der kausalen Notwendigkeit besteht*), lässt erstens erkennen, wie ungerechtfertigt es ist, dieses ganze Gebiet von der Mitwirkung an dem Werke der allgemeinen Bildung gerade auf den oberen Stufen unserer Schulen auszuschliessen, wo das Verständnis für Fragen von allgemeiner Bedeutung erst anfängt; zweitens aber leuchtet ein, dass der Gesichtspunkt eines zweckmässigen Zusammenstimmens von Organisation und Funktion mit Rücksicht auf Lebensweise und Aufenthalt oder, wenn es noch gestattet ist, so zu sagen, der biologischen Betrachtungsweise im engeren Sinne, sich wie ein roter Faden durch den Unterricht hindurchziehen muss, dass dieser Gesichtspunkt wie kein anderer geeignet ist, durch Verknüpfung der Tatsachen ein wirkliches Verständnis für die so mannigfaltigen und sonderbaren Gestaltungen der organischen Natur zu erwecken.

Trotz dieser hohen Bedeutung der Anpassungserscheinungen würde ich aber doch nicht befürworten, dieselben direkt als Einteilungsprinzip zu verwenden. Für die Verteilung des Unterrichtsstoffes bietet jedenfalls die Morphologie und Systematik des Tier- und Pflanzenreiches die geeignetste Grundlage. Eine Zusammenstellung der Formen nach ihrer Aehnlichkeit und Verwandtschaft bietet jedenfalls die beste Uebersicht über das Gesamtgebiet, zumal doch auch in vielen Fällen die Aehnlichkeit der Gestalt zusammenfällt mit der Uebereinstimmung in der Lebensweise und in den Lebensgewohnheiten.**)

Nach diesen Grundsätzen haben wir an unserer Anstalt den Unterrichtsstoff in der Zoologie in der Weise verteilt, dass in den Klassen Sexta bis Quarta die Wirbeltiere zur Besprechung kommen, in der untersten Klasse zunächst die Raubtiere, anknüpfend an bekannte Haustiere wie Hund und Katze, die jeder Schüler hinreichend Gelegenheit hat, lebendig zu beobachten, und dann weiter gleichfalls in Anknüpfung an bekannte Formen die Huftiere und Nagetiere. Aus demselben Grunde machen wir unter den Vögeln den Anfang mit den aus dem täglichen Leben bekannten Hühnern und Tauben, um mit Verwertung der hier gewonnenen Begriffe in Sexta und Quinta alle anderen an das Land- und Luftleben angepassten Wirbeltiere aus den Klassen der Säugetiere, Vögel und Reptilien in geeigneten Vertretern zu besprechen. Einen besonderen ethologischen und ökologischen Gesichtspunkt haben wir in der Quarta in den Vordergrund gestellt, indem wir aus allen Klassen und Ordnungen der Wirbeltiere die durch ihre Lebensweise an den Aufenthalt im oder am Wasser gebundenen Wirbeltiere, die Wale und Flossenfüsser unter den Säugern, ferner die Sumpf- und Schwimmvögel und neben den Fischen die Amphibien, also die Ichthyopsiden im Sinne Huxleys, dem Pensum dieser Klasse zugeteilt haben. Ueberall geben die Beziehungen der Färbung und Gestaltung zu der Umgebung und der Lebensweise, insbesondere die Umformung der Gliedmassen und des Gebisses die Richtschnur für die Beschreibung und Vergleichung der Formen.

In Unter- und Obertertia lassen wir dann den grossen Kreis der Gliederfüssler folgen, allen voran die Klasse der Insekten mit ihren wichtigsten Ordnungen, von denen die Hautflügler, Schmetterlinge, Fliegen und auch manche Käfer als Vermittler der Bestäubung zu dem botanischen Pensum in Beziehung stehen. Daneben aber bieten gerade diese Tiere das reichhaltigste biologische Interesse, indem ihre Formen sich in verschiedenen Lebensaltern verschiedenen Lebensweisen anbequemen, eine Anpassung, die sich wie auch bei den Amphibien in der merkwürdigen Erscheinung der Metamorphose ausspricht; weiter brauche ich nur zu erwähnen die auffallenden Tatsachen der Schutzfärbung und Mimikry, die in verschiedenen Ordnungen der Insekten die Anpassungsfähigkeit an die Umgebung in einer auch für Laien geradezu verblüffenden Deutlichkeit vor die Augen führt. Auch die Staaten- und Genossenschaftsbildungen mancher Insekten nehmen das biologische Interesse in hohem Grade in Anspruch.

In der Untersekunda folgen die Typen der Würmer und Mollusken. Bei den erstgenannten treten wohl die Anpassungen an die parasitische Lebensweise in den Vordergrund, die in Verbindung mit dem Wirtswechsel oft einen mehrfachen Generationswechsel zur Folge haben. Auch kann man in Verbindung mit der parasitischen Lebensweise oft eine grosse Vereinfachung der morphologischen Verhältnisse, gleichsam einen Rückschritt in der Entwickelung eintreten sehen, während die Mollusken ein Beispiel bieten, wie von den zuweilen festsitzenden Formen der kopflosen Muscheltiere und von den unsymmetrisch gebauten langsam kriechenden Schnecken bis zu den auch psychisch hochstehenden Kraken und

*) Auch Reinke betont die Bedeutung der Finalität neben der Kausalität im Ablaufe aller Lebensvorgänge. Vergl. darüber die beiden Werke: „Die Welt als Tat" und „Theoretische Biologie" 1901.

**) An dieser Stelle möchte ich auch auf die sehr beachtenswerten Ausführungen von Worgitzky hinweisen, die er in dem Aufsatze „Blütenbiologie und Systematik" dargelegt hat. Natur und Schule. Bd. II, Heft 1, 2 u. 3.

anderen Kopffüsslern mit der fortschreitenden körperlichen Differenzierung auch ein merklicher Fortschritt in der ganzen Lebensweise zu beobachten ist. Dass in allen diesen Typen neben den biologischen Anpassungen und Veränderungen auch der bleibende, den Kreis kennzeichnende morphologische Grundriss hervortritt, ist selbstverständlich.

In der Obersekunda endlich finden die einfachsten Typen ihren Platz, die Echinodermen, Coelenteraten und Protozoen. An ihnen lässt sich wohl am deutlichsten klar machen, welche Bedeutung der Differenzierung und Arbeitsteilung für den Fortschritt in der Entwickelung zukommt, ein Gesichtspunkt, der ja auch für die menschliche Gesellschaftsordnung Geltung hat. Schon bei den einzelligen Infusorien wird ein Fortschritt in der Bewegungsfähigkeit dadurch erzielt, dass die äussere Schicht des Protoplasmas sich in eine schützende Haut verwandelt; auf ihr finden Wimperhaare Platz, die durch schwingende Bewegungen sowohl für die gewandte Fortbewegung des Körpers wie auch für das Heranstrudeln von Nahrungsteilchen geeignet sind, während die wandungslosen Amoeben sich nur langsam kriechend fortbewegen; ihre nicht differenzierte Oberfläche muss ja nicht allein der Bewegung und Wahrnehmung, sondern auch der Aufnahme und Ausscheidung der Nahrungsstoffe wie der Atmungsgase dienen.

Unter den mehrzelligen Wesen erregen zunächst die Coelenteraten durch eine Arbeitsteilung in doppelter Hinsicht unser Interesse, einmal führt die Differenzierung der Zellen zu der Ausbildung einer inneren und äusseren Zellenschicht, die ihrer Lage entsprechend entweder der Ernährung oder dem Schutze des Zellenstaates dient, dann aber haben wir unter den Schwämmen, Polypen und Aktinien die wunderbare Ausbildung von Tierstöcken, von Individuen höherer Ordnung, in denen die Einzeltiere zu Organen des Ganzen werden, eine Differenzierung, die bei den Siphonophoren ihren höchsten Grad erreicht. Mit fortschreitender Differenzierung der Organe steigen wir auf zu den Echinodermen mit ihrem eigenartigen Bewegungsapparat. Hier finden wir zuerst die Ausbildung einer Leibeshöhle, die zur Aufnahme der Eingeweide, insbesondere des für alle höheren Tiere so wichtigen Drüsenapparates dient, ebenso finden wir hier den Uebergang von der strahligen zu der seitlich symmetrischen Körperform, die allen höheren Tierformen eigentümlich ist. Doch es würde zu weit führen, näher auf die Tatsachen und Gesichtspunkte einzugehen, die im Interesse der allgemeinen Bildung hier verwertet werden können.

Wir wenden uns zu der Besprechung des menschlichen Körpers, die wir auf die Unter- und Obersekunda verteilt haben, weil in diesen Klassen, in denen die Schüler bereits einige physikalische und chemische Kenntnisse besitzen, ein besseres Verständnis für die physiologischen Vorgänge zu erwarten ist, als auf den früheren Stufen. In der Untersekunda behandeln wir nach einer allgemeinen Besprechung der Gliederung des Körpers an der Hand des Knochenbaus die vegetativen Organe, also die Organe der Verdauung, des Blutlaufs, der Atmung und der Ausscheidung, während wir den animalischen Apparat, die Organe der willkürlichen Bewegung und Empfindung, also Knochen und Bänder, die Muskeln, Sinnesorgane und die nervösen Zentralorgane, insbesondere Rückenmark und Gehirn als den schwierigeren Teil der Obersekunda zugewiesen haben. Es wäre nach meiner Ueberzeugung für die Zwecke des Unterrichts ganz verfehlt, die Anatomie von der Physiologie zu trennen. Wie bei Besprechung der Zähne nicht nur ihr Bau, sondern auch ihr Zweck und ihre Leistung erläutert wird, so muss auch bei der Erklärung der Speicheldrüsen die Fähigkeit des von ihnen abgesonderten Ferments, des Ptyalins, Stärkemehl in Dextrin und Zucker umzuwandeln, durch Versuche dargelegt werden, und ebenso bei Besprechung des Magens die Wirkung des sauren Magensaftes, das Aufquellen von Eiweiss in verdünnter Salzsäure bei Körpertemperatur und die Umwandlung dieses Produktes durch Pepsinlösung in lösliches Pepton, wie man auch die Verdauung der mit Wasser nicht mischbaren Fette durch das Hervorrufen einer Emulsion auf Zusatz von Natronlauge demonstrieren kann. Ebenso wenig darf man versäumen bei Besprechung der Atmung die Umwandlung des dunkelroten Blutes in hellrotes durch Einleiten von Sauerstoff oder atmosphärischer Luft und die Umkehrung durch Einleiten von Kohlensäure, das Aufquellen und die Zerstörung der Blutkörperchen durch Zusatz von Wasser zur Anschauung zu bringen. In ähnlicher Weise werden auch die übrigen Organsysteme behandelt. Soweit es die zugemessene Zeit und das vorhandene Anschauungsmaterial erlaubt, muss auch eine Vergleichung der menschlichen Organe mit denen anderer Wirbeltiere Gelegenheit geben, die Vorstellung zu befestigen, dass alle Organe in ihrem Bau der besonderen Lebensweise des Tieres entsprechen, und zu verstehen, in welcher Weise diese Anpassung den allgemeinen Bauplan modifiziert. Der anthropologische Unterricht bietet so auch eine wertvolle Ergänzung der in den unteren Klassen abgeschlossenen Zoologie der Wirbeltiere.

Von besonderer Bedeutung ist natürlich die Behandlung der Zentralorgane unseres Nervensystems. Weit entfernt, zu einer materialistischen Auffassung zu verleiten, tritt uns an dieser Stelle die Unmöglichkeit entgegen, die Erscheinungen des Seelenlebens, insbesondere die Tatsachen des Bewusstseins aus rein mechanischen oder chemischen Energien zu erklären. Wie weit man auf diesem Gebiete in die Einzelheiten eingeht, wird selbstverständlich sowohl von dem Lehrer wie von der jeweiligen Fassungskraft der Klasse abhängen. Ich kann nur sagen, dass ich z. B. für die Unterscheidung der in der grauen Hirnrinde lokalisierten Bewusstseinsvorgänge von den Reflexerscheinungen und den von untergeordneten Nervenzentren ausgelösten automatischen Bewegungen bei den Obersekundanern grosses Interesse und auch ein ausreichendes Verständnis gefunden habe, wenn auch die Wiedergabe in Worten oft auf Schwierigkeiten stösst. Auf einer höheren Stufe würde man selbstverständlich auf eine tiefere Auffassung rechnen können. Auch auf das Gebiet der Sinnestäuschungen bin ich wohl im Interesse einer richtigen Würdigung des neuerdings wieder auftauchenden spiritistischen Spuks gelegentlich eingegangen.

Aber abgesehen davon gibt dieser anthropologische Kursus in allen seinen Teilen Gelegenheit zu hygienischen Belehrungen, von der Besprechung der Nahrungs- und Genussmittel an, die auch Gelegenheit bietet, auf die wichtige Alkoholfrage einzugehen, bis zur Besprechung der Sinnesorgane und der Hygiene des Nervensystems, Belehrungen, die allerdings nur dann von dauerndem Werte sein werden, wenn sie nicht nur auf theoretische Mitteilungen, sondern soweit wie möglich auf Anschauung und praktische Unterweisung, namentlich aber auf ein wirkliches Verständnis von dem Bau und den Leistungen unserer Organe gegründet sind.

Dass Zoologie und Anthropologie einen reichlichen, ja überreichen Stoff des Wissenswerten auch für den Schulunterricht bieten, wird wohl allgemein zugestanden. Weniger allgemein scheint dies für die Botanik zuzutreffen. Ich las noch vor kurzem einen Artikel in „Natur und Schule“, der darauf hinweist, dass die Zoologie den biologischen Stoff reichlicher, bequemer und fasslicher liefert als die Botanik. Ersteres ist zuzugeben. Bei dem Fehlen des psychischen Gebietes und dem Ausfall der animalischen Lebenstätigkeiten und Organe überhaupt tritt hier eine Beschränkung ein auf das Gebiet des vegetativen Lebens, der Ernährung und Fortpflanzung. Da aber das letztere in der Zoologie aus naheliegenden Gründen nicht in der Ausführlichkeit zum Gegenstande des Schulunterrichts gemacht werden kann, wie auf dem der Botanik, so bietet es hier einen wertvollen Ersatz, und zwar um so mehr, als in dem grossen Kreise der Phanerogamen gerade die Fortpflanzungsorgane, die Blüten, Blütenstände und Früchte, die am meisten in die Augen fallenden Organe sind und auch für die Einteilung ausgiebig verwandt werden. Nicht nur die Blütenbiologie, sondern auch das grosse Kapitel von den Verbreitungsmitteln der Früchte und Samen, dann auf ökologischem Gebiete die Schutzmittel der Pflanzen gegen übermässige Verdunstung, die Einrichtungen der kletternden Gewächse, um das Licht zu erreichen, aber auch die Schutzmittel anderer Pflanzen gegen übermässige Besonnung, die Schutzmittel gegen Tierfrass, die Fang- und Verdauungsorgane der insektenfressenden Pflanzen u. dergl., bietet ein so weites und auch bequem zu verwertendes Gebiet, dass ich über Teilnahmlosigkeit auch in den unteren Klassen keine besondere Klage führen kann. Ein nicht zu unterschätzender Vorteil ist es hier, dass auch das Anschauungsmaterial in der Regel reichlicher für jeden einzelnen Schüler zur Verfügung steht, als in der Zoologie. Auch Beobachtungsaufgaben im Freien, sowohl auf gemeinschaftlichen Ausflügen, als auch, wenn man die Schüler veranlasst, über bestimmte Fragen auf ihren Spaziergängen Beobachtungen anzustellen und darüber zu berichten, können in wirksamer Weise zur Belebung des Interesses verwertet werden. Ich kann nur die schon von Herm. Müller gemachte Erfahrung bestätigen, dass beispielsweise durch dieses Aufsuchen und Finden von Wechselbeziehungen zwischen Blumen und Insekten die botanischen Stunden zu den anregendsten Unterrichtsstunden gemacht werden können, und dass dadurch auch ein belebender Einfluss auf den entomologischen Unterricht zurückgeübt wird.*) (Schluss folgt.)

Diskussion über die Stellung der Schulreform zum exaktwissenschaftlichen Unterricht

auf der Hauptversammlung zu Breslau**).

In der an den Pietzkerschen Vortrag***) anknüpfenden Diskussion ergriff zunächst der Rektor der Universität Geh. Justizrat Prof. Dr. Leonhard das Wort, der in längerer Rede ausführte, er sei ein Freund der Vereinsbestrebungen, müsse aber vor Uebergriffen auf andere Gebiete warnen. Er unternehme es seinerseits nicht, über die Bedürfnisse des mathematischen Unterrichts zu urteilen, könne aber auch umgekehrt eine Kompetenz des Mathematikers zum Urteil über die juristische Vorbildung nicht anerkennen. Auf Grund seiner Sachkenntnis müsse er jedenfalls im Gegensatz zu dem Vortragenden daran festhalten, dass für den jungen Juristen die Kenntnis des Lateins

*) H. Müller, Die Hypothese in der Schule und der naturgeschichtliche Unterricht an der Realschule zu Lippstadt. 1879. S. 21.

**) S. Unt.-Bl. IX, 3, S. 60.

***) S. Unt.-Bl. IX, 4, S. 69—78.

unentbehrlich sei, erstens, weil es die technische Berufssprache bilde, zweitens weil die Formen der Gesetzanwendungskunst und drittens der Rechtsinhalt sich in steter Anlehnung an römische Quellen ausgebildet haben und der Entwickelungsgedanke für alle Geisteswissenschaften uns nötige, auf die Ueberlieferungen der Vergangenheit zurückzugehen, deren Urkunden selbst auf dem Gebiete rein deutscher Rechtsbildungen zum grossen Teil in lateinischer Sprache geschrieben seien. Die Ausbildung der Juristen müsse stets einen geschichtlichen Charakter tragen.

Der Vortragende erkannte das Missliche an, das ein Urteil über die Fachvorbildung in einem fremden Fache, wie er es über die juristische Ausbildung ausgesprochen habe, mit sich bringe. Er wolle indessen bemerken, dass ihm eine ganze Reihe von praktischen Juristen bekannt sei, die die von ihm vertretene Ansicht teilten. Uebrigens seien die Schulmänner gewöhnt, dass über ihre Angelegenheiten von nicht fachmännischer Seite viel geurteilt werde, ja dass geradezu die Entscheidung über ihre Verhältnisse an nicht fachmännisch gebildete Instanzen gewiesen sei. In seinem Vortrage habe er nur betonen wollen, dass neben dem gymnasialen Bildungswege auch noch andere Wege möglich und zulässig seien, von denen übrigens keiner einen ungeschichtlichen Charakter tragen würde. Von weiteren Ausführungen sehe er mit Rücksicht darauf ab, dass der Gegenstand für den Hauptinhalt seines Vortrages verhältnissmässig geringe Bedeutung habe.

Vogt (Breslau): Ich bin dem verehrten Herrn Vorsitzenden unseres Vereins zu grossem Danke verpflichtet für die ehrenvolle und anerkennende Weise, mit der er meines Aufsatzes in den Neuen Jahrbüchern Erwähnung getan hat. Mehr noch danke ich ihm für das sachliche Eingehen auf die Punkte, in denen seine Auffassung von der meinigen abweicht. Meine Arbeit hat das eigene Schicksal gehabt, von Gesinnungsgenossen und durch sie Ueberzeugten viel gelobt und zitiert zu werden; die Gegner aber haben sich einen Teil meiner Ausführungen zu eigen gemacht, als ob ich ganz Selbstverständliches gesagt hätte; für das, was sie in ihrem System gar nicht unterbringen konnten, haben sie die bequemste und unter Umständen sicherste Art der Widerlegung gewählt: nämlich das Totschweigen. Weder von Frankfurt aus noch von Cassel bin ich mit irgend einer öffentlichen oder privaten Erwähnung oder Widerlegung beehrt worden.

Ich möchte zunächst zu der Behauptung, in welcher Herr Kollege Pietzker mir zustimmt, nämlich dass nach dem Frankfurter Lehrplan die Mathematik geschädigt werden muss, einige Worte hinzufügen: die Versicherung des Herrn Geheimrats Dir. Dr. Reinhardt, dass die Leistungen in Mathematik in Frankfurt nicht gesunken sind, braucht man nicht anzuzweifeln. Das persönliche Moment ist in der Lehrtätigkeit so gross, dass eine geringere Stundenzahl und schlechtere Stoffverteilung sehr wohl durch hervorragend tüchtige Lehrer wettgemacht werden kann; können doch unter unfähigen Lehrern trotz reichlich bemessener Stundenzahl die Leistungen ganz dürftig sein, und umgekehrt frühere Verbummelung einer Klasse ohne Mehraufwand von Stunden durch Energie und Geschick ausgeglichen werden. Aber nicht darauf kommt es an, was unter günstigen Umständen geschehen kann, sondern was die Logik der Tatsachen mit sich bringt und was vom Durchschnitt zu erwarten ist; und hierin stehe ich fest auf dem Resultat meiner Untersuchung: Rückt man einmal den Schwerpunkt der alten Sprachen in die oberen Klassen, so müssen die Realien weichen, der Frankfurter Lehrplan streicht ein volles Halbjahr vom mathematischen Unterricht, folglich müssen im allgemeinen die Leistungen sinken; 3 ist eben nicht 4.

Für meine Abschätzung der Stellung der Mathematik im Frankfurter Lehrplan habe ich kürzlich in Herrn Direktor Schotten einen sehr wertvollen Eideshelfer gefunden. Im letzteren Hefte seiner Zeitschrift weist Herr Direktor Schotten an der Hand einer von Herrn Oberlehrer Springmann-Stettin aufgestellten Vergleichung nach, dass die Mehrstunden für Mathematik in der Oberrealschule, verglichen mit den Pensen und den Stunden des Gymnasiums, nur knapp, in manchen Klassen auch nicht ausreichen, das erweiterte Pensum zu bewältigen und zum geistigen Eigentum der Schüler zu machen. Der Frankfurter Plan aber hat statt der 5 Stunden der Oberrealschule in den Tertien 4, von da an nur 3 Wochenstunden; trotzdem konkurriert er im Ansatz seiner Pensen für die Mittelklassen mit der Oberrealschule!

Herr Kollege Pietzker hat als eine von mir aufgestellte Ansicht bekämpft, dass das Französische in den Unterklassen des Reformgymnasiums eine schlechtere Vorbereitung für die Mathematik sei, als das Lateinische im alten Gymnasium. Ich habe mich in meiner Arbeit grundsätzlich auf Argumente beschränkt, die ich aus meiner engsten Erfahrung als Mathematiklehrer am Gymnasium schöpfen konnte. In der einen Frage der Stellung der Mathematik in Quarta zwangen mich die Versicherungen des Frankfurter Programms von 1898 über die bedeutenden Leistungen in dieser Klasse, die mit meinen eigenen Erfahrungen gar nicht stimmten, alle überhaupt erreichbaren Argumente, also auch die im Sprachunterricht liegenden, heranzuziehen; ich musste eben alle Möglichkeiten erschöpfen. Ich habe dies mit der grössten Vorsicht getan und habe mich in diesem Abschnitt nicht assertorisch, sondern nur hypothetisch ausgedrückt. Der Schlusssatz dieser Ausführungen lautet: „Komme ich so im letzten Punkt trotz aller Mühe über Möglichkeiten nicht hinaus, so stehen auf der anderen Seite doch auch nur Einzelbeobachtungen und nicht berechtigte Verallgemeinerungen. Vielleicht führt ein umfassendes Probieren und Diskutieren zu einer exakten Antwort auf die Frage, ob der veränderte Sprachunterricht im Reformgymnasium für die Mathematik förderlich, hinderlich oder indifferent ist; vielleicht auch nicht. Ich behaupte nicht mehr, als dass vorläufig in der Abschätzung des Lehrwertes und der Lehraufgabe der Mathematikstunden in den mittleren Klassen des Reformgymnasiums dieses Moment als unberechenbar und strittig anzusehen ist."

Ich denke, hiernach ist es klar, Herr Kollege Pietzker hat, wie vor ihm Herr Direktor Wetekamp in der Zeitschrift für Schulreform, eine Behauptung widerlegt, die ich nicht aufgestellt habe.

Seine positive Geringschätzung der Vorbildung durch das Lateinische nötigt mich aber leider auch jetzt diesen mir fremden und überhaupt unsicheren Boden zu betreten. Aber auch jetzt stelle ich keine Behauptung auf, sondern die Frage: Wenn das Lateinische keine gute Vorbildung gibt; woher nimmt der Herr Kollege das Recht, vom Französischen eine bessere zu erwarten? Das Lateinische besitzt eine alte, durchgebildete Methodik; im Heere der Neusprachler tobt ein erbitterter Kampf um die Methode; jeder neu eintretende Lehrer muss seine Stellung zur Methode sich selbst erkämpfen; ich habe kritische, an sich selbst arbeitende Lehrer, nicht mehr Anfänger, an ihrer Methode irre werden und sie wechseln sehen; zwischen zuviel Sprachübung oder zuviel Grammatik den richtigen Mittelweg zu finden, das ist das vorläufig noch nicht befriedigend gelöste Rätsel. Auch bei Revisionen pflegt gerade diese Unsicherheit mit den daraus hervorgehenden Missgriffen zur Sprache zu kommen.

Zu meiner Freude hat Herr Kollege Pietzker das in Cassel vorgeschlagene Rettungsmittel für die Mathematik im Reformgymnasium abgelehnt, nämlich den alten Sprachen zu nehmen, was man braucht. Es ist in der Tat eine merkwürdige Begründung: wenn man die alten Sprachen von 104 auf 83 Wochenstunden reduziert habe und die Begeisterung und Kunst der Altphilologen imstande sei, diesen Verlust auszugleichen, so werde dieselbe sich aufs kräftigste bewähren, wenn man eine weitere Kürzung der Stundenzahl eintreten lasse.

Aber auch mit seinem eigenen Vorschlage, der Gabelung der oberen Klassen nach realen und sprachlichen Fächern, kann ich mich nicht befreunden. Herr Kollege Pietzker hat vorhin in seiner Erwiderung der Begrüssung durch den Herrn Rektor der Universität darauf hingewiesen, dass auch wir in der Schule eine Universitas, allgemeine Bildung anstreben. Wo bleibt diese Universitas, das höchste und schönste Ziel des humanistischen Gymnasiums, wenn wir die oberen Klassen nach Fächern scheiden und die Allgemeinbildung zu Gunsten der Berufsbildung opfern?

Wohl gibt es eine berechtigte Gabelung unserer höheren Schulen. Der Kaiserliche Erlass hat für die Gleichberechtigung der realistischen und der humanistischen Schulen den Boden geebnet und jeder Schule die Pflege ihrer Eigenart zum Recht und zur Pflicht gemacht. Warum soll nun dem einen dieser Zweige das Entfalten einer kräftigen Eigenart unmöglich gemacht und eine seiner Idee fremde Trennung aufgenötigt werden? Vor dem Jahre 1901 war es verständlich, wenn die um Licht und Luft ringenden Realanstalten nicht nur das Monopolrecht des humanistischen Gymnasiums, sondern zuweilen auch sein Lebensrecht bekämpften. Heut ist die volle Freiheit zu gewährleisten, dass diejenigen, welche an die Bildungskraft der alten Sprachen glauben, und das sind nicht wenige, ihre Kinder in einem humanistischen Gymnasium diesem Ideal entsprechend erziehen lassen, die aber, welche die anderen Erziehungselemente höher schätzen, ihre Befriedigung in den Realanstalten finden können.

Auch wir als Lehrer der Mathematik und der Naturwissenschaften sind nicht zu der Ansicht verpflichtet, es könne gar nicht genug in Mathematik und Naturwissenschaft unterrichtet und den Sprachen gar nicht genug Stunden und Seelen abspenstig gemacht werden. Ich persönlich gehöre meiner ganzen Bildung und Denkart nach an das humanistische Gymnasium, wo mein Fach nicht die erste Rolle spielt, sondern nur als Gegengewicht und Ausgleich gegen die Einseitigkeit einer ausschliesslich humanistischen Erziehung seine nicht entscheidende, aber doch wichtige Stelle hat. Wer anders denkt, mag seine Tätigkeit lieber auf dem Realgymnasium oder auf der Oberrealschule suchen. Keinesfalls haben wir Mathematiker heute noch einen Grund, weder vom allgemeinen noch vom persönlichen Gesichtspunkt aus, die Eigenart der Schulen zu Gunsten unserer Fächer zu verwischen. Speziell das Reformgymnasium ist ins Leben getreten, mit dem ganz bestimmten Versprechen, die Lehrziele des alten Gymnasiums festzuhalten. Das wurde betont in der Eingabe, die seinerzeit der Verein für Schulreform an den preussischen Kultusminister richtete, ferner in allen Aeusserungen des Goethe-Gymnasiums, ebenso bei Gründung des Reform-Friedrichs-Gymnasiums und der Reformschule, die in diesem Hause ihren Sitz hat. Alle diese übereinstimmenden Erklärungen sind dem Publikum gegenüber eine Verpflichtung, ein Vertrag. Die Eltern haben das Recht, von dem Reformgymnasium die ihnen so oft versprochenen Leistungen des alten Gymnasiums zu fordern.

Was soll geschehen, wenn dieses Festhalten der Ziele sich als unmöglich erweist? Die erste Pflicht ist volle Offenheit; es nützt nichts, sich zwischen vier Wänden die aufgestiegenen Bedenken zuzuraunen. Es muss Hilfe geschafft, oder die Unmöglichkeit der Hilfe eingestanden werden. Die in Kassel versammelten Leiter und Freunde der Reformschulen haben die zutage getretenen Mängel nur als Schönheitsfehler betrachtet, die man beseitigen werde, oder auch nicht. Ich stehe auf einem anderen Standpunkt: Wenn auf dem Reformwege die Eigenart des Gymnasiums nicht zu erhalten ist, wenn entweder die Realien, insbesondere die Mathematik, oder die alten Sprachen geschwächt werden müssen, oder eine Gabelung die Rettung sein soll, oder, was auch vorgeschlagen worden ist, Vermehrung der Gesamtstundenzahl und Mehrbelastung der Schüler, die sicher nicht lange ertragen werden würde, dann wird man erwägen müssen, ob die durch Einrichtung des Reformgymnasiums gewonnenen Vorteile den gezahlten Preis wert sind. Man wird sich erinnern, dass das Reformgymnasium ein Versuch und dass Reform nicht Selbstzweck ist.

Richter (Breslau) weist auf die an seiner Schule, die eine Reform-Doppelanstalt ist, gemachten Erfahrungen hin. Ohne dem endgiltigen Urteil vorzugreifen, das erst nach der zu Ostern 1904 abzuhaltenden ersten Reifeprüfung gefällt werden könne, wolle er doch betonen, dass er einen Unterschied zwischen den mathematischen Leistungen der Lateinschüler und denen der anderen Schüler nicht bemerkt habe; die Stundenzahl am Reformgymnasium auf die gewünschte Höhe zu bringen, sei ihm zwar nicht gelungen, aber in seiner Realabteilung habe (worauf übrigens auch der Vortragende bereits hingewiesen hatte) der mathematische Unterricht dieselbe Stundenzahl wie am alten Realgymnasium.

Schotten (Halle) bedauert die geringen Erfolge, die die Reformschulen aufzuweisen haben, er führt diese auf die zu grosse Mannigfaltigkeit des Reformschullehrplanes zurück, die notwendig zur Verflachung führen müsse. Darum sei ihm auch der Pietzkersche Vorschlag einer Stoffbeschränkung durchaus sympathisch, nur möchte er für Beibehaltung der Kombinatorik eintreten, der er einen allgemeinen Bildungswert zuspreche. Für den Sprachunterricht komme es weniger auf die Art der Sprache, als auf die Art des Betriebes an, wobei er vor einer zu weitgehenden Zurückdrängung der Grammatik warnen möchte. Hinsichtlich der Frage, ob der praktische Jurist des Lateins bedürfe, stehe er auf dem Standpunkte des Vortragenden, die Berufung auf den Umstand, dass viele alte Urkunden lateinisch abgefasst seien, könne er nicht gelten lassen, weit häufiger kämen dem modernen Juristen Schriftstücke zu Gesicht, die in einer modernen, ihm nicht geläufigen Fremdsprache verfasst seien; wie er da sich des Uebersetzers bedienen müsse, so könne er dies auch in dem von dem Herrn Rector Magnificus angeführten Falle. Diesem Widerspruch gegenüber hält der Geh. Rat Leonhard seine Behauptung aufrecht, dass die auch für den praktischen Juristen erforderliche wissenschaftliche Bildung ohne Kenntnis des Lateins nicht zu erlangen sei.

Hamdorff (Guben) erinnert daran, dass der verstorbene Dir. Schwalbe ein entschiedener Gegner der Reformanstalten war, weil nach seiner Ansicht die exakten Wissenschaften nicht genügend berücksichtigt würden. Wenn das nun auch nach den eben gemachten Mitteilungen für die Realgymnasien günstiger liege, so bleiben doch noch die Gymnasien. Für diese habe ihm einer der Hauptverfechter der Reformanstalten in der Provinz Brandenburg auf einer anderen Versammlung zugegeben, dass die exakten Wissenschaften zurücktreten, und er habe die Schüler, denen damit nicht gedient wäre, auf die Realanstalten verwiesen, damit wäre aber den ca. 100 Städten, die nur Gymnasien mit ungeteilter Prima (teilweise sogar Sekunda) haben, nicht geholfen, und es würden die Bedürfnisse von reichlich 20% der Gymnasiasten garnicht in Betracht gezogen. Ueberhaupt sei es bedauerlich, dass alle Einrichtungen auf die Bedürfnisse der grösseren Städte berechnet und die Mittelstädte hinten angesetzt würden. Das einzige Mittel, was hier in Betracht käme, wäre die von dem Vortragenden vorgeschlagene Gabelung, von der aber bisher noch niemals ernstlich die Rede war.

Umlauf (Dresden): Meine Herren! Gestatten Sie mir, Ihnen im Anschlusse an die Ausführungen des Herrn Direktors Richter über das hiesige Reform-Realgymnasium ganz kurz die Verhältnisse an einer anderen Reformschule darzulegen. Die Dreikönigsschule zu Dresden-Neustadt ist Reform-Realgymnasium seit Ostern 1895, wir werden also ebenso wie die hiesige Reformschule Ostern 1904 unsere ersten nach dem Reformplan vorgebildeten Abiturienten entlassen. Nun ist die Sachlage bei uns von vornherein gegenüber den Reformanstalten Frankfurter Systems insofern günstiger, als der Lehrplan in Mathematik und Physik bei Durchführung der Reformidee nicht angetastet worden ist; wir haben dieselbe Stundenzahl behalten, die wir vordem hatten, können also an sich leichteren Herzens dem ganzen Reformplan zustimmen, da eine direkte Schädigung der exakten Fächer nicht erfolgt ist. Es könnte sich also höchstens um eine indirekte ungünstige Beeinflussung durch eine zu starke Betonung der sprachlichen Ausbildung besonders in den Mittelklassen handeln. Ich habe reichlich Gelegenheit gehabt, die Wirkungen des alten und des neuen Systems bei Schülern von Quarta bis Prima zu vergleichen, und wenn ich auch jetzt noch kein abschliessendes Urteil aussprechen mag, so muss ich doch bekennen, dass weder das Interesse noch das Verständnis der Schüler für unsere Fächer unter dem Einflusse des Reformplans irgendwie abgenommen zu haben scheint; ich habe oft meine Freude daran, zu sehen, wie gern und willig die Mehrzahl der Schüler mir auf alle Gebiete folgt, auf die ich sie führe. Dass durch das Fehlen des Lateinunterrichts in den Unterklassen die Ausbildung der Schüler im streng logischen Denken geschädigt werde, wie von einem der Herren Vorredner befürchtet worden ist, kann ich durchaus nicht zugeben; hier tritt eben an die Stelle der lateinischen Grammatik die ausgezeichnete logische Schulung im deutschen Unterrichte. Ich glaube sonach berechtigte Hoffnung zu haben, dass es in unserem sächsischen Reform-Realgymnasium den exakten Fächern an Licht und Luft zu zweckmässiger Entwicklung nicht fehle; ich glaube auch, dass eine Umbildung des Frankfurter Plans in der Richtung erfolgen wird, wie sie Herr Direktor Richter hier in Breslau an seinem Realgymnasium schon durchgesetzt hat. Von grösster Wichtigkeit scheint es mir allerdings zu sein, dass wir im Sinne der Forderungen unseres Herrn Vortragenden keine Erweiterung der Lehrziele, eher eine Beschränkung in einigen Punkten erstreben, dafür aber so sehr wie möglich den wertvollen allgemeinen Bildungsinhalt der exakten Fächer und ihre Beziehung zu den allgemeinen geistigen Interessen im Unterrichte hervortreten lassen.

Rösler (Osnabrück) betont, dass in den Bestrebungen des Vereins auf Anerkennung der Gleichberechtigung der aus der Beschäftigung mit Mathematik und Naturwissenschaften fliessenden Bildung nichts Offensives gegenüber dem Vertreter der humanistischen Bildung liege. Der Bildungswert des naturgeschichtlichen Unterrichts komme leider darum vielfach nicht zur Geltung, weil dieser Unterricht häufig in der Hand von fachlich nicht günstig vorgebildeten Lehrern liege.

Oberschulrat Stolte (Strassburg) hebt den Fortschritt hervor, der in der Anerkennung der Gleichwertigkeit der von den drei Schularten gewährten Bildung liege, wenn damit auch die volle Gleichberechtigung noch nicht erlangt sei, so sei der Gewinn doch unverkennbar. Hinsichtlich der vorgeschlagenen Beschränkung des Lehrstoffes stimme er dem Vortragenden zu.

Auf Pietzkers Vorschlag sieht die Versammlung von einer ausdrücklichen Beschlussfassung ab.

Ueber endlichgleiche Prismen und Pyramiden.

Vortrag auf der Hauptversammlung zu Breslau*).

Von H. Vogt (Breslau.)

I.

Der Satz „Das Volumen einer Pyramide ist gleich dem dritten Teil eines Prismas, welches mit ihr gleiche Grundfläche und Höhe hat", gehört zu dem alten befestigten Bestande der Elementar-Mathematik. Er ist entdeckt und bewiesen von Eudoxus, einem Zeitgenossen Platos.

Und doch knüpft sich an diesen Satz und seinen Beweis ein Unbehagen, ein Mangel an Befriedigung, welcher von Zeit zu Zeit lauten Ausdruck gefunden hat. Besonders in der ersten Hälfte des vergangenen Jahrhunderts erklärten Mathematiker wie Legendre, Crelle, Gudermann, Pfaff, Möbius, Gauss den durch Euklid überlieferten Beweis des Pyramidensatzes für unbefriedigend. Man forderte zwischen Pyramide und Prisma eine Verknüpfung durch Zerlegung in eine endliche Zahl kongruenter Stücke, so wie sie in einfachster Weise zwischen Dreieck und Parallelogramm herstellbar ist. Man wies, wie den Euklidischen, so auch alle späteren Beweise, welche sämtlich eine unendliche Anzahl von Zerlegungen, Summierung unendlicher Reihen, Grenzübergang, Stetigkeitsaxiome oder apagogisches Beweisverfahren verlangten, als ungenügend zurück; man forderte einen Beweis, der sich, wie man jetzt sagt, nur auf „Endlichgleichheit" („Zerlegungsgleichheit" oder „Ergänzungsgleichheit") stützt.

Das Pyramidenproblem hat ein ähnliches Schicksal gehabt wie das Parallelenproblem, mit dem schon

*) S. Unt.-Bl. IX, 3, S. 60.

manche der genannten Mathematiker es zusammenstellten: Aus dem vergeblichen Bemühen, eine befriedigende Lösung zu finden, hat sich in der neuesten Zeit die Ueberzeugung von der Unmöglichkeit einer solchen Lösung und in gewissem Umfange auch schon der Nachweis dieser Unmöglichkeit ergeben.

Hilbert hat die Forderung dieses Unmöglichkeitsbeweises unter seine „Mathematischen Probleme" 1900 aufgenommen; bald darauf hat sein Schüler M. Dehn*) den Nachweis geliefert, dass regelmässige und rechtwinklig-gleichschenklige Tetraeder weder mit anderen derselben Art noch mit irgend welchen Prismen endlichgleich sein können, und kurz nach ihm Vahlen**), dass kein regelmässiges Polyeder ausser dem Würfel mit einem Prisma endlichgleich sein kann.

II.

Ich suche im folgenden dem alten Probleme dadurch eine neue Seite abzugewinnen, dass ich untersuche, zu welchen Konsequenzen die Benutzung vorhandener Zerlegungen und die Annahme noch weiterer, bisher unbekannter Zerlegungen führt.

Mögen $a_1\, a_2\, a_3$ drei beliebige Längen, $\alpha_1\, \alpha_2\, \alpha_3$ ihre Zwischenwinkel sein, so bezeichne ich mit P (a) T (a) O (a) D (a) ein vierseitiges Prisma***), ein Tetraeder, ein Oktaeder und ein Parallelogramm-Dodekaeder, welche eindeutig durch diese Grössen als Kantenlängen, Verbindungen der Gegenkantenmitten oder Achsen bestimmt sind. P (2a) T (2a) O (2a) D (2a) sind die ähnlichen Körper mit den doppelten Kantenlängen.

Hilfszerlegungen sind: 1) P (2a) lässt sich in 8 P (a) zerlegen. 2) Prismen von gleichen Grundflächen und Höhen sind endlichgleich. 3) Zwei symmetrische Tetraeder T (a) und T' (a) sind zerlegungsgleich. Am einfachsten und stets zum Ziele führend lässt diese Zerlegung sich von den Mittelpunkten der einbeschriebenen Kugeln aus vornehmen, indem man diese Mittelpunkte mit den Eckpunkten der Tetraeder verbindet und auf die Seitenflächen Lote fällt. So zerfällt jedes der beiden Tetraeder in sechs in sich symmetrische, also den sechs Teilen des anderen Tetraeders kongruente Teile.

Zerlegungsgleichheiten zwischen prismatischen und pyramidischen Körpern.

1. Schneidet man aus dem vierseitigen Prisma P (a) (Spat), dessen untere und obere Grundflächen die Parallelogramme A B C D und $A_1\, B_1\, C_1\, D_1$ sein mögen, sodass $A\,A_1 \parallel B\,B_1 \parallel C\,C_1 \parallel D\,D_1$ ist, das Tetraeder A C $B_1\, D_1$ heraus, so fallen an den Ecken B D $A_1\, C_1$ vier Tetraeder ab; schneidet man aus demselben Spat das Tetraeder B D $A_1\, C_1$ heraus, so fallen vier Tetraeder an den Ecken A C $B_1\, D_1$ ab. Die acht von den Ecken des doppelt genommenen Prismas abgeschnittenen Tetraeder lassen sich zu einem Oktaeder O (2 a) zusammenschieben. Da die beiden Kerntetraeder A C $B_1\, D_1$ und B D $A_1\, C_1$ symmetrisch, also zerlegungsgleich sind und die Verbindungslinien der Mitten ihrer Gegenkanten zugleich die Verbindungslinien der Mitten zweier Gegenflächen des Prismas, mithin gleich und parallel mit $a_1\, a_2\, a_3$ sind, so ergibt sich die Zerlegungsgleichheit

$$O\,(2\,a) + 2\,T\,(a) = 2\,P\,(a)$$

2. Denkt man sich in das Prisma P (2 a) beide Kerntetraeder T (2 a) und T' (2 a) eingezeichnet, so haben dieselben gemeinsam das Oktaeder O (2 a), dessen Ecken die Mitten der Prismenflächen sind. Ueber jeder Oktaederfläche liegt innerhalb des Prismas P (2 a) ein Tetraeder T (a) resp. T' (a), also im ganzen 8 T (a). Ueber jeder Oktaederkante liegt ein Tetraeder, dessen der Oktaederkante gegenüberliegende Gegenkante eine Prismakante ist. Die vier Tetraeder, welche an vier parallelen Prismenkanten anliegen, lassen sich zu einem Oktaeder zusammenschieben, welches O (2 a) kongruent ist. Die 12 Tetraeder über den 12 Kanten von O (2 a) liefern drei solche Oktaeder, also ergibt sich die Zerlegungsgleichheit

$$4\,O\,(2\,a) + 8\,T\,(a) = P\,(2\,a)$$

3. Spaltet man von Prisma P (a) (A B C D $A_1\, B_1\, C_1\, D_1$) die 8 Ecken bis zu den Mitten der Kanten ab, so lassen sich die vier bei A B C D abgeschnittenen Tetraeder auf die vom Parallelogramm $A_1\, B_1\, C_1\, D_1$ übriggebliebene, von den Verbindungslinien der Mitten der Parallelogrammseiten begrenzte Figur aufsetzen, ebenso die von $A_1\, B_1\, C_1\, D_1$ abgeschnittenen Ecken auf die von Parallelogramm A B C D übriggebliebene Mittelfigur. Ebenso liessen sich die acht Ecken auch auf die Mittelfiguren der Parallelogramme A B $A_1\, B_1$ und C D $C_1\, D_1$, oder auf die Mittelfiguren der Parallelogramme A D $A_1\, D_1$ und B C $B_1\, C_1$ aufsetzen. Wären die abgeschnittenen Ecktetraeder dreifach vorhanden, so würde man durch Aufsetzen der 3×8 Tetraeder auf die Mittelfiguren der sechs Parallelogramme das Oktaeder O (2 a) herstellen. Für sich zusammengeschoben aber liefern die acht Ecktetraeder ein Oktaeder O (a). Es ergibt sich also die Zerlegungsgleichheit

$$O\,(2\,a) = P\,(a) + 2\,O\,(a)$$

4. Von einem Tetraeder T (2 a) lässt sich an jeder Ecke bis zur Mitte der Kanten ein Tetraeder T (a) abspalten; der Rest ist das Oktaeder O (2 a). Mithin

$$T\,(2\,a) = O\,(2\,a) + 4\,T\,(a)$$

5. Spaltet man in einem Tetraeder T (2 a) nur an zwei Ecken die Tetraeder T (a) ab, so besteht der Restkörper zunächst aus zwei dreiseitigen Prismen, welche mit je einem T (a) von gleicher Grundfläche und Höhe sind. (Euklidische Zerlegung). Diese beiden Prismen sind nach Hilfszerlegung 2) endlichgleich mit zwei Prismen P (a), also

$$T\,(2\,a) = 2\,P\,(a) + 2\,T\,(a)$$

6. Das Prisma P (a) (A B C D $A_1\, B_1\, C_1\, D_1$) kann man in sechs vierseitige Pyramiden zerlegen, deren gemeinschaftliche Spitze die Mitte M des Prismas ist, und deren Grundflächen die Prismenflächen sind. Setzt man jede solche Pyramide von aussen auf die ihrer Grundfläche gegenüberliegende Prismenfläche auf, z. B. die Pyramide M A B C D auf die Fläche $A_1\, B_1\, C_1\, D_1$ usw., so bilden die aufgesetzten sechs Pyramiden ein Parallelogramm-Dodekaeder D (2 a), dessen Kern das ursprüngliche Prisma P (a) ist. Also

$$D\,(2\,a) = 2\,P\,(a)$$

7. Spaltet man aus einem Dodekaeder D (2 a) das Kernoktaeder O (2 a) heraus, so fallen an den acht Ecken des Dodekaeders, in denen je drei Flächen zusammenstossen, acht Tetraeder ab, von denen sich vier zu T (a), die vier anderen zu T' (a) zusammenschieben lassen. Also gilt die Zerlegungsgleichheit

$$O\,(2\,a) + 2\,T\,(a) = D\,(2\,a)$$

III.

Die in II gewonnenen Gleichheiten haben die Form von algebraischen Gleichungen. Keineswegs

*) Ueber raumgleiche Polyeder. Nachrichten d. K. Ges. der Wissensch. Göttingen 1900.
Ueber den Rauminhalt. Math. Annalen. Bd. 55.

**) Ueber endlichgleiche Polyeder. Math. Annalen. Bd. 56.

***) Diesen Körper nenne ich nach dem Vorgange Grassmanns „Spat".

aber sind T(2a), T(a), P(a) usw. algebraische Grössen, d. h. Massgrössen, sondern sie sind nichts als die Namenbezeichnungen der Körper; auch hat das Gleichheitszeichen und die anderen algebraischen Zeichen zunächst nur die sinnliche Bedeutung des Zusammenfügens und des Ergebnisses identischer Körper.

Diese zunächst rein symbolischen Bezeichnungen gewinnen aber dadurch Wert und Verwendbarkeit, dass sich mit den von Hilbert*) aufgestellten Mitteln beweisen lässt: Auf die aufgestellten Zerlegungsgleichheiten lassen sich alle die algebraischen Operationen anwenden, durch welche man aus linearen Gleichungen die Unbekannten eliminiert, also insbesondere: Multiplikation mit ganzzahligen Faktoren, Division mit gemeinschaftlichen ganzzahligen Faktoren, Addition und Subtraktion der Gleichheiten voneinander, Einsetzen endlichgleicher Grössen füreinander. Dabei können die Zerlegungsgleichheiten in Ergänzungsgleichheiten übergehen, sie bleiben aber immer Ausdruck von Endlichgleichheiten.

Es zeigt sich, dass die Anzahl der eingeführten pyramidischen Grössen, welche als Unbekannte gelten sollen, um eins grösser ist als die Anzahl der verfügbaren unabhängigen Gleichheiten. Macht man nun die Annahme, dass es noch eine unabhängige Zerlegung mit den eingeführten Unbekannten gäbe, oder allgemeiner n unabhängige Zerlegungen mit n Unbekannten, so könnte man aus n—1 Gleichheiten alle Unbekannten bis auf T(2a) und T(a) eliminieren, und erhielte eine Endlichgleichheit

$$\text{I}\quad \alpha\cdot T(2a) + \beta\cdot T(a) = \gamma\cdot P(a),$$

wo $\alpha\,\beta\,\gamma$ ganzzahlige Koeffizienten sind. Stellt man diese mit der zurückgehaltenen Gleichheit

$$\text{II}\quad T(2a) - 2\,T(a) = 2\,P(a)$$

zusammen, so ergibt sich

$$\text{III}\quad T(2a)\cdot(2\alpha+\beta) = 2\,P(a)\cdot(\gamma+\beta)$$

$$\text{IV}\quad T(a)\cdot(2\alpha+\beta) = P(a)\cdot(\gamma-2\alpha).$$

Da diese Endlichgleichheiten für ganz beliebige Längen $a_1\,a_2\,a_3$ gelten, so folgt aus IV, wenn man statt $a_1\,a_2\,a_3$ $2a_1\;2a_2\;2a_3$ einführt,

$$T(2a)(2\alpha+\beta) = P(2a)\cdot(\gamma-2\alpha),$$

und hieraus wegen $P(2a) = 8\,P(a)$

$$\text{IV}'\quad T(2a)\cdot(2\alpha+\beta) = 8\,P(a)\cdot(\gamma-2\alpha);$$

aus III und IV' endlich

$$(\gamma+\beta) = 4(\gamma-2\alpha),$$

und daraus

$$\text{V}\quad 3\gamma = 8\alpha+\beta;$$

also eine Bedingung zwischen den Koeffizienten der als unabhängig angenommenen ergänzenden Gleichheit.

Führt man V in IV ein, nachdem man vorher IV mit 3 multipliziert hat, so ergibt sich

$$3\,T(a)(2\alpha+\beta) = P(a)\cdot(2\alpha+\beta),$$

und hieraus $\quad\text{VI}\quad 3\,T(a) = P(a).$

Das Resultat ist: Die blosse Annahme des Vorhandenseins einer das System ergänzenden unabhängigen Zerlegung führt als einzige Möglichkeit auf die ganz bestimmte Endlichgleichheit $3\,T(a) = P(a)$.

Die vorhandenen Endlichgleichheiten zwischen Prismen und Pyramiden sind also nicht in dem Sinne unvollständig, dass sie durch eine neue, unabhängig hinzutretende Zerlegung in verschiedenem, von der neuen Zerlegung bedingtem Sinne ergänzt werden könnten, sondern schon die Existenzannahme der Möglichkeit einer weiteren Zerlegung ergänzt die vorhandenen Zerlegungen in einer einzigen möglichen Weise.

Dass diese letzte Endlichgleichheit vorhanden ist, ist natürlich hiermit keineswegs ausgesagt; denn auf ihre Eigenart ist ja erst aus der Annahme ihres Vorhandenseins geschlossen. Aber es zeigt sich in diesem Resultate die eigentümliche Doppelnatur des Problems, worin gerade seine Schwierigkeit und seine Eigenart, verglichen mit dem Flächenproblem liegen dürfte: Durch die vorhandenen Endlichgleichheiten nicht vollständig bestimmt, wird es bestimmt und durch das einzige, bekannte Resultat befriedigt, sobald man die Möglichkeit einer weiteren Endlichgleichheit oder, wie bei den anderen Lösungen geschieht, die Giltigkeit eines Stetigkeitsaxioms voraussetzt.*)

*) Hilbert, Grundlagen der Geometrie. Leipzig 1899. S. 40—43.

*) Umfassender und eingehender werde ich denselben Gegenstand im Programm des Königl. Friedrichs-Gymnasiums zu Breslau Ostern 1904 behandeln unter dem Titel „Ueber Gleichheit und Endlichgleichheit von Prismen und Pyramiden."

Ueber Näherungsformeln zur elementaren Berechnung der Zahl π.

Von Dr. W. Koch (Dortmund).

(Schluss).

Dieser im Adrianschen Aufsatze zur angenäherten Berechnung der Vielecksumfänge angewandte Satz ist also nichts weiter als eine unmittelbare Folgerung desjenigen Prinzips (6), auf das ja überhaupt in der Schule die Kreisberechnung einzig und allein gestützt wird. Ueber die Berechtigung der Anwendung jenes Satzes, sowie über die Möglichkeit seiner plausibeln Veranschaulichung schon auf der Obertertia kann also wohl kaum noch ein Zweifel sein. Ja, ich gehe sogar soweit zu behaupten, dass es das allerkorrekteste Verfahren ist, wenn man mit der Anwendung jenes Prinzips 6) nicht erst wartet, bis die für p_I und p_{II} berechneten Werte sich auf die für π verlangte Anzahl von Dezimalen zusammenschliessen, sondern wenn man es sofort dann anwendet, sobald die für π vorgeschriebene Genauigkeit seine Anwendung zulässt.

Ziehen wir nun in unserer Fig. 1 $AP_I \perp OP_{II}$, halbieren $\sphericalangle\, P_I A P_{II}$ durch AP_{II}' und $\sphericalangle\, P_I A P_{II}'$ durch AP_I', so ist, wie man sich leicht überzeugt (das Dreieck CDC' der Adrianschen Figur ist dazu völlig überflüssig):

$$OP_{II} = \frac{1}{2}s_{II} = \frac{1}{2n}p_{II} \qquad OP_I = \frac{1}{2}s_I = \frac{1}{2n}p_I$$

$$OP_{II}' = s_{II}' = \frac{1}{2n}p_{II}' \qquad OP_I' = s_I' = \frac{1}{2n}p_I'.$$

Also ist für einen sehr kleinen Wert von α nach unserem Prinzip 6) annähernd P_{II}' die Mitte von $P_I P_{II}$ und P_I' die Mitte von $P_I P_{II}'$, demnach

$$OP_{II}' = \frac{OP_{II} + OP_I}{2} \qquad OP_I' = \frac{OP_{II}' + OP_I}{2}$$

oder auch durch Multiplikation mit $2n$:

$$9)\quad p_{II}' = \frac{p_{II} + p_I}{2} \qquad 10)\quad p_I' = \frac{p_{II}' + p_I}{2}.$$

Beide Formeln zusammen liefern die Formel 2) des Herrn Adrian, Formel 9) ist identisch mit 3)

Die Formel für die Kreisperipherie p können wir nun auch direkt aus der Figur geometrisch ableiten. Wir erkennen, dass wir durch fortgesetzte Halbierungen den Punkt P ($\overline{OP} = \widehat{OA}$) erreichen müssen. Nun ist aber $P_u' P_u = 2 P_i P_i'$, d. h. die bei der fortgesetzten Halbierung von $P_u, P_u', P_u'' \cdots$ abgetragenen Strecken sind immer doppelt so gross als die von $P_i, P_i', P_i'' \cdots$ abgetragenen, mithin ist auch $P P_u = 2 P_i P$, folglich

$$OP = \frac{2\, OP_i + OP_u}{3}$$

und 11) $p = \frac{p_u + 2 p_i}{3}$.

Dies ist wieder die Formel 1).

Für Obertertianer würde sich der Beweis dieser Formel etwa folgendermassen gestalten.

Vom Scheitel Q eines beliebigen Winkels ausgehend trägt man auf dem einen Schenkel beliebige Strecken QP_u', $P_u'P_u''$, $P_u''P_u'''$, $P_u'''P_u''''$, $P_u''''Y$ hinter einander ab, auf dem anderen Schenkel die halb so grossen Strecken QP_i', $P_i'P_i''$, $P_i''P_i'''$, $P_i'''P_i''''$, $P_i''''X$, dann ist $P_u'P_i' \parallel P_u''P_i'' \parallel P_u'''P_i''' \parallel P_u''''P_i'''' \parallel XY$, also auch z. B.

$$QY = 2\, QX.$$

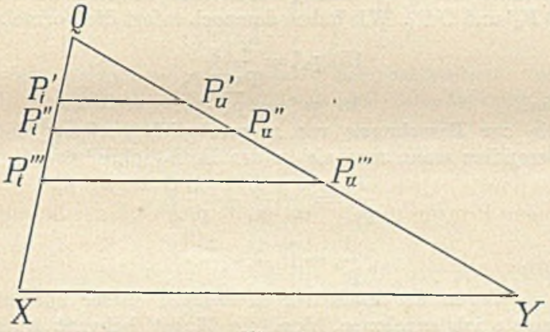


Fig. 2.

Nun sollen dieselben Strecken von den Endpunkten P_u und P_i einer festen Strecke abgetragen werden, aber mit der Beschränkung, dass auch bei weiterer Fortsetzung des Verfahrens die beiden Punktreihen niemals über einander greifen dürfen. Dazu ist zunächst die Frage zu beantworten, wie gross die Strecken $P_u Y$ und $P_i X$ höchstens sein dürfen, damit kein Uebereinandergreifen stattfindet. Offenbar so gross, dass X und Y in einem Punkte P zusammenfallen. Also muss nach dem eben bewiesenen Satze $P_u P = 2 P_i P$ sein, demnach

$$P_u P = \frac{2}{3} P_i P_u \qquad P_i P = \frac{1}{3} P_i P_u.$$

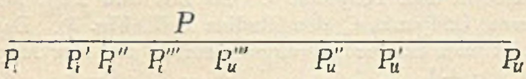


Fig. 3.

Durch fortgesetzte Einzeichnung zugeordneter Punkte nähern wir uns beiderseits dem Punkte P.

Nun denken wir uns noch die Gerade OP_u der Figur 1 in 2n-facher Vergrösserung dargestellt,

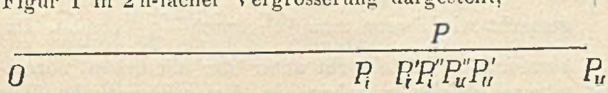


Fig. 4.

bestimmen alsdann P durch Teilung der Strecke $P_u P_i$ im Verhältnisse 2 : 1, und schliesslich durch fortgesetzte Halbierungen die Punkte $P_u' P_i'$ $P_u'' P_i''$ .... Dann erkennen wir,

dass $OP_u = p_u \quad OP_u' = p_u' \quad OP_u'' = p_u'' \; \ldots,$

desgl. $OP_i = p_i \quad OP_i' = p_i' \quad OP_i'' = p_i'' \; \ldots$

und demnach als gemeinsamer Grenzwert beider Vielecksreihen

$$OP = p$$

ist. Wir finden also

$$p = p_i + \frac{p_u - p_i}{3} = p_u - \frac{2(p_u - p_i)}{3}$$

oder $p = \frac{p_u + 2 p_i}{3}$.

Selbstverständlich lässt sich diese Formel auch arithmetisch ableiten. Zu diesem Zwecke schreiben wir am besten die Gleichungen 3) und 2) in der Form:

$$12) \quad \begin{aligned} p_u' &= p_u - \frac{p_u - p_i}{2} = p_i + \frac{p_u - p_i}{2} \\ p_i' &= p_i + \frac{p_u - p_i}{4} = p_u - \frac{3}{4}(p_u - p_i). \end{aligned}$$

Dann ergibt sich durch Subtraktion:

$$p_u' - p_i' = \frac{p_u - p_i}{4}$$

$$\text{Desgl. ist } p_u'' - p_i'' = \frac{p_u' - p_i'}{4}$$

$$p_u''' - p_i''' = \frac{p_u' - p_i'}{4}$$

. . . .

Setzen wir hierin

$$p_u - p_i = d,$$

so haben wir

$$13) \quad \begin{aligned} p_u' - p_i' &= \frac{d}{4} \\ p_u'' - p_i'' &= \frac{d}{16} \\ p_u''' - p_i''' &= \frac{d}{64} \end{aligned}$$

. . . .

Dadurch liefern uns die Gleichungen 12) das System:

$$14) \quad \begin{aligned} p_u' &= p_u - \frac{d}{2} & p_i' &= p_i + \frac{d}{4} \\ p_u'' &= p_u' - \frac{d}{8} & p_i'' &= p_i' + \frac{d}{16} \\ p_u''' &= p_u'' - \frac{d}{32} & p_i''' &= p_i'' + \frac{d}{64} \end{aligned}$$

. . . .

Durch Addition dieser Gleichungen folgt:

$$p = p_u - \frac{d}{2} - \frac{d}{8} - \frac{d}{32} - \cdots\cdots$$

und $p = p_i + \frac{d}{4} + \frac{d}{16} + \frac{d}{64} - \cdots\cdots$,

daher $p = p_u - d\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \cdots\cdots\right)$

und $p = p_i + d\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \cdots\cdots\right)$

oder $p = p_u - d \cdot \dfrac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}}$

und $p = p_i + d \cdot \dfrac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}}$.

Also ergibt sich schliesslich

$$p = p_u - \frac{2}{3}(p_u - p_i) = p_i + \frac{1}{3}(p_u - p_i) = \frac{p_u + 2p_i}{3}.$$

Es ist wohl kaum nötig zu erwähnen, dass, wenn es sich nur um die Berechnung der Ludolfschen Zahl handelt, die letzte Formel allein anzuwenden ist, denn das System 14), aus dem diese Formel hergeleitet ist, könnte uns ja nur zu demselben Endziel führen.

Das System 14) ist dagegen anwendbar, wenn es sich darum handelt, die Reihen der Perimeter aufzustellen, und es zeigt uns, wie wir dabei praktisch zu verfahren haben. Wenn p_u und p_i bestimmt sind, haben wir zunächst die Reihe $d, \frac{d}{2}, \frac{d}{4}, \frac{d}{8}, \frac{d}{16}, \ldots$ zu berechnen. Ich stelle zu dem Zwecke eine Tabelle her, die fünf Kolonnen mit den Ueberschriften

$$n, \; p_u, \; p_i, \; 2d, \; d$$

enthält und trage in diese zunächst die eben gebildete Differenzenreihe ein. Dann ergeben sich mit Leichtigkeit die beiden Perimeterreihen nach 14).

Entnehmen wir z. B. der Tabelle im Kambly-Röder S. 156 für das regelmässige 24-Eck die Werte

$$p_u = 3{,}159\,659 \qquad p_i = 3{,}132\,628,$$

so finden wir

$$d = 0{,}027\,031,$$

also

$$\pi = 3{,}132\,628 + \frac{1}{3} \cdot 0{,}027\,031 = 3{,}141\,629,$$

welcher Wert auf vier Dezimalen stimmt. Wir erkennen daraus, dass mit vier Dezimalen zu rechnen ist. Wir bestimmen zunächst die Differenzenreihe (ausgedrückt in Einheiten der vierten Dezimalstelle)

$$270 \quad 135 \quad 6\bar{8} \quad 34 \quad 17 \quad \underline{8} \quad 4 \quad 2 \quad 1,$$

worin ein Strich oben eine zu grosse, ein Strich unten eine zu kleine Ziffer bedeutet. Durch Eintragung dieser Werte und Benutzung des Systems 14) ergibt sich nachstehende Tabelle:

n	p_u	p_i	$2d \cdot 10^4$	$d \cdot 10^4$
24	3,1597	3,1316		270
48	3,1461	3,1394	135	$6\bar{8}$
96	3,1427	3,1411	34	17
192	3,1419	3,1415	$\underline{8}$	4
384	3,1417	3,1416	2	1
(768)	(3,1416 5)	(3,1416 25)		

Wir ersehen die vollkommen genaue Uebereinstimmung mit der Kamblyschen Tabelle. Der so gewonnene, für die Schule völlig ausreichende Wert

$$\pi = 3{,}1416$$

würde sich ohne Benutzung unserer Formel also erst beim 768-Eck ergeben, während wir nur die Berechnung bis zum 24-Eck nötig haben!

Wir entnehmen ferner der Kamblyschen Tabelle die Werte für das 96-Eck

$$p_u = 3{,}142\,714 \qquad p_i = 3{,}141\,032,$$

so liefert uns unsere Formel

$$\pi = 3{,}141\,592.$$

Diesen Wert, der für sämtliche Stellen stimmt, würden sonst erst die beiden 3072-Ecke ergeben!

Wir stellen nunmehr von diesen Werten für das 96-Eck ausgehend die folgende Tabelle der Perimeter auf.

n	p_u	p_i	$2d \cdot 10^6$	$d \cdot 10^6$
96	3,142 714	3,141 032		1682
192	3,141 873	3,141 452	841	$42\underline{0}$
384	3,141 662	3,141 557	210	$10\bar{5}$
768	3,141 609	3,141 583	$5\bar{3}$	$2\underline{\underline{6}}$
1536	3,141 596	3,141 590	13	$\bar{\bar{7}}$
3072	3,141 593	3,141 592	$\underline{3}$	$\bar{2}$
(7144)	(3,141 592)	(3,141 592)		

Die Kamblysche Tabelle enthält die Angaben bis zum 1536-Eck. Wir erkennen wiederum die vorzügliche Uebereinstimmung mit den wirklichen Werten. Damit ist die ausgezeichnete Brauchbarkeit unserer Formeln auch durch die Probe bestätigt.

Nachdem die Näherungsformeln für p_u' und p_i' abgeleitet sind, kann die Frage gestellt werden, welches denn die allgemeinen Formeln für beide Perimeter seien, aus denen sich dann die Näherungsformeln müssten ableiten lassen. Darüber gibt uns nun unsere Fig. 1 sogleich Aufschluss. Da $\sphericalangle\, O A P_u' = R$ und $\sphericalangle\, P_i A P_u' = P_u' A P_u$ ist, so wird die Strecke $O P_u'$ durch die Punkte P_i und P_u harmonisch geteilt, es ist also $O P_u'$ das harmonische Mittel zwischen $O P_u$ und $O P_i$. Desgleichen ist $O P_i'$ das geometrische Mittel zwischen $O P_u'$ und $O P_i$. Wir haben demnach sofort die Formeln:

$$15) \quad p_u' = \frac{2\, p_u\, p_i}{p_u + p_i}$$

und

$$16) \quad p_i' = \sqrt{p_u' \cdot p_i},$$

die zur Berechnung von π vorzüglich geeignet sind, besonders wenn man sie in der Form schreibt:

$$\frac{1}{p_u'} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{p_u} + \frac{1}{p_i}\right)$$

$$\frac{1}{p_i'} = \sqrt{\frac{1}{p_u'} \cdot \frac{1}{p_i}}.$$

Wegen der einfachen Herleitung dieser Formeln musste ich annehmen, dass sie längst bekannt seien. Ich habe deswegen in den mir zur Hand befindlichen Geometriebüchern nachgeschlagen und sie, wie auch die entsprechenden Flächenformeln (weiter unten 17) und 18)) aufgefunden in „Junghans, Lehrbuch der ebenen Geometrie," § 236. Ihre Ableitung ist dort, da die Perimeter- bezw. Flächendifferenzen nicht zur Darstellung gelangen, etwas weniger einfach.

Die Spezialisierung dieser Formeln für den Fall eines sehr grossen n kann nun sowohl geometrisch wie arithmetisch sehr einfach geschehen. Das geometrische Mittel $\sqrt{ab}$ geht für den Fall, dass a und b nur sehr wenig von einander verschieden sind, bekanntlich nahezu in das arithmetische über. Um dieses zu veranschaulichen, zieht man über $a + b$ den Halbkreis, errichtet in dem Teilpunkt C′ das Lot und zieht nach dessen Endpunkt C den Radius O C (Fig. 5). Dann erhält man ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse $\frac{a+b}{2}$ und den Katheten $\sqrt{ab}$ und $\frac{a-b}{2}$. Durchläuft nun C den Halbkreis, so fällt C C′ mit C O zusammen, sobald C O auf dem Durchmesser senkrecht steht, d. h. sobald $a = b$ wird. Da $OC'^2 = OC^2 - CC'^2$, so gibt O C′ eine Vorstellung von dem Fehler, der gemacht wird, wenn man $\sqrt{ab}$ durch $\frac{a+b}{2}$ ersetzt. Das harmonische Mittel geht unter der nämlichen Voraussetzung gleichfalls nahezu in das arithmetische über wegen der bekannten Eigenschaft der harmonischen

Punktreihe $(O, P_i, P_u', P_u$ in Fig. 1), dass, wenn der Abstand des einen Paares $(O P_u')$ sehr gross ist im Verhältnis zum Abstand des andern $(P_i P_u)$, dieser letztere durch den einen Punkt (P_u') des ersteren Paares halbiert wird. Demnach gehen die Formeln 15) und 16) über in 9) und 10).

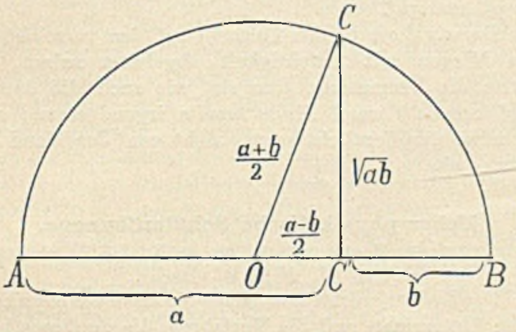


Fig. 5.

Was die Spezialisierung auf arithmetischem Wege betrifft, so liefert die Formel

$$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

für einen sehr kleinen Wert von $a - b$ die Annäherung

$$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2,$$

welche Formel auf die Produkte der rechten Seite von 15) und 16) angewandt sogleich die Ueberführung in 9) und 10) bewirkt.

Oder man setzt etwa

$$p_u + p_i = 2q$$
$$p_u - p_i = 2qx,$$

also $\quad p_u = q(1 + x)$

und $\quad p_i = q(1 - x)$,

wo x eine sehr kleine Grösse ist, in 15) ein und erhält

$$p_u' = q(1 - x^2),$$

demnach, da x^2 zu vernachlässigen, annähernd

$$p_u' = q',$$

d. i. wieder die Formel 9).

Führt man entsprechend in 16)

$$p_u' = q'(1 + x')$$
$$p_i = q'(1 - x')$$

ein, so ergibt sich

$$p_i = q'\sqrt{1 - x'^2}$$

und demnach annähernd

$$p_i' = q,$$

d. i. die Formel 10).

Der Näherungswert 9) ist um

$$q\,x^2 = \frac{(p_u - p_i)^2}{2(p_u + p_i)}$$

zu gross, der Näherungswert 10) ist um ein Geringes mehr als

$$q' \cdot \frac{1}{8} x'^2 = \frac{(p_u' - p_i)^2}{16(p_u' + p_i)}$$

zu gross.

Wegen der nahen Beziehungen der Vielecksflächen zu den zugehörigen Umfängen lassen sich auch für jene entsprechende Formeln leicht aufstellen. Da

$$f_i' = \frac{1}{2} r \cdot p_i \text{ und } f_u = \frac{1}{2} r \cdot p_u$$

ist, erhalten wir durch Multiplikation mit $\frac{1}{2}r$ aus 16) sofort

$$f_i'' = \sqrt{f_u' \cdot f_i'}$$

oder auch $\quad$ 17) $f_i' = \sqrt{f_u \cdot f_i}$,

desgleichen aus 15)

$$18)\quad f_u' = \frac{2 f_u \cdot f_i'}{f_u + f_i'}$$

oder $\quad \frac{1}{f_u'} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{f_u} + \frac{1}{f_i'}\right)$,

Formeln, die ebenfalls zur Berechnung von π gut geeignet sind. Beide Formeln lassen sich auch selbständig aus unserer Fig. 1 geometrisch ableiten, indem man lediglich den Satz anwendet, dass Dreiecke von gleicher Höhe sich wie ihre Grundseiten verhalten.*)

Behandelt man nun diese Gleichungen hinsichtlich ihrer Spezialisierung für ein sehr grosses n nach den oben angegebenen Grundsätzen, so erhält man

$$19)\quad f_i' = \frac{f_u + f_i}{2}$$

und $\quad$ 20) $f_u' = \frac{f_u + f_i'}{2}$,

Formeln, die sich nunmehr in ähnlicher Weise verwenden lassen wie die entsprechenden für p_u' und p_i'.

Setzen wir wieder $f_u - f_i = d$, so können wir schreiben

$$f_i' = f_i + \frac{d}{2} = f_u - \frac{d}{2}$$
$$f_u' = f_i + \frac{3}{4} d = f_u - \frac{1}{4} d.$$

Daraus folgt durch Subtraktion

$$f_u' - f_i' = \frac{d}{4}.$$

Also erhalten wir das System

$$f_i' = f_i + \frac{d}{2} \qquad f_u' = f_u - \frac{d}{4}$$
$$f_i'' = f_i' + \frac{d}{8} \qquad f_u'' = f_u' - \frac{d}{16}$$
$$f_i''' = f_i'' + \frac{d}{32} \qquad f_u''' = f_u'' - \frac{d}{64}$$
$$\cdots\cdots\cdots \qquad \cdots\cdots\cdots,$$

demnach durch Addition für die Kreisfläche

$$21)\quad f = f_i + \frac{2}{3}(f_u - f_i) = f_u - \frac{1}{3}(f_u - f_i) = \frac{f_i + 2 f_u}{3},$$

eine Formel, die sich natürlich auch wie diejenige für p durch eine entsprechende geometrische Darstellung oder auch unmittelbar aus derjenigen für p durch Multiplikation mit $\frac{1}{2}r$ und Verwendung von 19) herleiten lässt.

Auf einige geometrische Beziehungen, die sich aus der letzten Formel ergeben, werde ich vielleicht in einem späteren Aufsatze zurückkommen.

Ich will nun zum Schluss noch zeigen, wie sich auch durch Umformung der Gleichungen 4) und 5) unsere Näherungsformeln ergeben. Man schreibe zunächst die beiden Gleichungen in der Form:

$$22)\quad s_i' = \sqrt{2 - 2\sqrt{1 - \left(\frac{1}{2} s_i\right)^2}}$$

und $\quad$ 23) $\frac{1}{2} s_u = \dfrac{\frac{1}{2} s_i}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{2} s_i\right)^2}}$.

Durch Auflösung der Gleichung 22) nach s_i erhält man

$$24)\quad s_i = 2 s_i' \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2} s_i'\right)^2}.$$

*) Die Formeln 17) und 18) finden sich samt der oben angedeuteten Ableitung in vereinzelten älteren Leitfäden der Planimetrie, z. B. in dem Wiegandschen. Anm. d. Red.

Setzt man nun

$$25)\quad \sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\,s_i\right)^2}=\varrho, \qquad \sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\,s_i'\right)^2}=\varrho',$$

so gehen die drei Gleichungen über in

$$26)\quad s_i'=\sqrt{2\,(1-\varrho)}$$

$$27)\quad \frac{1}{2}\,s_u=\frac{\frac{1}{2}\,s_i'}{\varrho}$$

$$28)\quad s_i\;=2\,s_i'\,\varrho'.$$

Um die Beziehung zwischen ϱ' und ϱ zu finden, haben wir

aus 25) $$\varrho'^2=1-\left(\frac{1}{2}\,s_i'\right)^2$$

und aus 26) $$\varrho\;=1-\frac{1}{2}\,s_i'^2,$$

woraus durch Elimination von $s_i'^2$ folgt:

$$29)\quad \varrho'^2=\frac{1+\varrho}{2}.$$

Durch Multiplikation mit n bezw. 2 n gehen die Gleichungen 28) und 27) über in

$$30)\quad p_i'=\frac{p_i}{\varrho'}$$

und $$31)\quad p_u\;=\frac{p_i}{\varrho}.$$

Die letzten drei Gleichungen sind wiederum zur Berechnung von π vorzüglich geeignet und werden auch in manchen Schulbüchern, z. B. in „Mehlers Elementarmathematik", für diesen Zweck benutzt. Nehmen wir zu ihnen als vierte Gleichung noch hinzu

$$32)\quad p_u'=\frac{p_i'}{\varrho'},$$

welche aus 31) unmittelbar hervorgeht, so müssen aus ihnen die Gleichungen 15) und 16) sofort sich ergeben. In der Tat erhält man durch Elimination von p_i', ϱ' und ϱ mit Leichtigkeit die Formel 15) und noch unmittelbarer durch Elimination von ϱ' aus 30) und 32) die Formel 16).

Wir wollen jedoch die Gleichungen 29) bis 32), durch welche die Gleichungen 4) und 5) direkt ersetzt werden, spezialisieren für den Fall, dass ϱ nur um eine sehr kleine Grösse $2\,\varepsilon$ kleiner als die Einheit ist.

Zu diesem Zweck eliminieren wir aus 30), 31) und 32) p_i' und p_i und erhalten

$$33)\quad \frac{p_u'}{p_u}=\frac{\varrho}{\varrho'^2};$$

desgleichen erhalten wir aus 30) und 31) durch Elimination von p_i

$$34)\quad \frac{p_i'}{p_u}=\frac{\varrho}{\varrho'}.$$

Setzen wir nun

$$\varrho\;=1-2\,\varepsilon,$$

so ist $$\varrho'^2=1-\varepsilon$$

und $$\varrho'\;=\sqrt{1-\varepsilon}.$$

Also: $$\frac{p_u'}{p_u}=\frac{1-2\,\varepsilon}{1-\varepsilon}=1-\varepsilon-\frac{\varepsilon^2}{1-\varepsilon}$$

und

$$\frac{p_i'}{p_u}=\frac{1-2\varepsilon}{\sqrt{1-\varepsilon}}=\sqrt{\frac{1-4\varepsilon+4\varepsilon^2}{1-\varepsilon}}=\sqrt{1-3\,\varepsilon+\frac{\varepsilon^2}{1-\varepsilon}}=$$

$$\sqrt{\left(1-\frac{3}{2}\,\varepsilon\right)^2-\frac{\varepsilon^2(5-9\,\varepsilon)}{4\,(1-\varepsilon)}}.$$

Da nun ε^2 sehr klein ist, können wir schreiben

$$\frac{p_u'}{p_u}=1-\varepsilon \text{ und } \frac{p_i'}{p_u}=1-\frac{3}{2}\,\varepsilon,$$

wobei der erste Wert nur etwa um ε^2, der zweite etwa um $\frac{5}{8}\,\varepsilon^2$ zu gross ist. Substituieren wir nun mit Hilfe von 31)

$$\varepsilon=\frac{1-\varrho}{2}=\frac{p_u-p_i}{2\,p_u},$$

so gelangen wir wiederum zu unseren Näherungsformeln für p_u' und p_i'.

Da wir diese beiden Formeln auf den verschiedensten Wegen mit Leichtigkeit abgeleitet haben, so dürfte die Vermutung, dass sie, wie auch die daraus resultierende Formel für π bereits irgend einmal und irgendwo veröffentlicht seien, nicht von der Hand zu weisen sein.*)

Ueber physikalische Schülerübungen.

Vortrag auf der Hauptversammlung zu Breslau**). (Auszug.)

Von H. Hahn (Berlin.)

Der Redner erörterte zunächst die Ziele des physikalischen Unterrichts und die Verfahren, die zu diesen hinführen, und entwickelte daraus die Notwendigkeit der Schülerübungen, deren Wert er eingehend begründete. Die Annahme, dass diese Uebungen zu hohe Kosten erfordern, sei eine eingebildete Schwierigkeit, die man durch das Ersinnen billiger und doch leistungsfähiger Apparate und Verfahren glänzend überwunden habe. Er setzte die Mängel des Bestätigungs- und die Vorzüge des Forschungsverfahrens auseinander und stellte die Forderung auf: Es sind einfache und lehrreiche Forschungsaufgaben unter Anwendung ganz einfacher, jedoch zulänglicher Apparate auf möglichst sicheren Wegen, die an die Ausdauer, die geistigen Kräfte und die Geschicklichkeit der Schüler nicht zu grosse, jedoch stets wachsende Anforderungen stellen, mit ausreichender Genauigkeit zu lösen. Bei der Auswahl der Aufgaben ist, soweit dies durchführbar ist, auf die Arbeiten der Entdecker der Gesetze zurückzugehen, und es ist an deren oft genialen und dabei oft so einfachen Forschungsverfahren Kopf und Hand der Schüler auszubilden. Der Vortragende behandelte dann einige Einzelheiten der Einrichtung und Leitung von Schülerübungen auf Grund der Erfahrungen an dem Dorotheenstädtischen Realgymnasium zu Berlin. Die Schülerübungen sind zu einem verbindlichen Bestandteil des physikalischen Unterrichts zu machen. Da in Preussen eine Vermehrung der Stundenzahl, die dem Physikunterricht zugestanden werden konnte, vorläufig unbedingt nicht zu erreichen ist, so wären bei der Einführung verbindlicher physikalischer Uebungen an Gymnasien und Realgymnasien von Obertertia bis Oberprima je eine Stunde in der Woche, an Oberrealschulen und Realschulen aber zwei aufeinanderfolgende Stunden in der Woche dafür anzusetzen. Man sollte an keiner Anstalt den Versuch machen, physikalische Schülerübungen einzurichten, falls nicht ein gut ausgestattetes Laboratorium vorhanden ist. Die Apparate sollen möglichst einfach, bequem und billig sein. Es sollen nicht mehr als 15 Schüler gleichzeitig im Laboratorium arbeiten. Ist die Schülerzahl grösser, so ist die Klasse bei den Uebungen in Abteilungen zu zerlegen, die derselbe Lehrer zu verschiedenen Zeiten unterrichtet. Die Schüler derselben Abteilung arbeiten für gewöhnlich einzeln. Gruppenarbeit ist für den Lehrer lästig und für die Schüler unbefriedigend.

---

*) Vergl. hierzu S. 109, Kleinere Mitteilungen I, Annähernde Berechnung der Zahl π.

**) S. Unt.-Bl. IX, 3, S. 60. Eine ausführliche Wiedergabe des Vortrags bringt die Ztschr. f. phys. u. chem. Unterricht.

Der Vortragende hat dieselben Versuche, die amerikanische und englische Schüler ausgeführt hatten, am Dorotheenstädtischen Realgymnasium von deutschen Schülern und in praktischen naturwissenschaftlichen Kursen in der alten Urania zu Berlin von Kandidaten und Oberlehrern anstellen lassen; es ergab sich in allen Fällen die gleiche Arbeitsgeschwindigkeit. Es ist daher möglich, dass alle Schüler derselben Abteilung gleichzeitig denselben Versuch ausführen. Diese Arbeitsweise mit gleicher Front erfordere weniger Lehrarbeit als die ungeordnete Arbeitsweise und habe auch sonst ausschlaggebende Vorzüge. Der Vortragende setzte dann die Einrichtung des Arbeitsplans, der Vorbereitungszettel und der Schülerhefte, welch letztere den Physikunterricht in eine hochwichtige Verbindung mit dem Unterricht in der Muttersprache setzen, auseinander. Der Lehrer muss die Ausführung der Uebungen andauernd und sorgfältig überwachen. Das Laboratoriumsverfahren hat seine Grenzen. Es liefert zwar eine ausgezeichnete Grundlage, aber keinen Oberbau. Man muss den Laboratoriumsunterricht und den Klassenunterricht mit einander verbinden. Letzterer hat den ersteren vorzubereiten, zu erläutern, vertiefen und ergänzen. Die Versuche der Schüler im Laboratorium sind im wesentlichen quantitativ, die des Lehrers in der Klasse hingegen qualitativ. Die Versuche in der Klasse sollen den Versuchen im Laboratorium über denselben Lehrstoff nachfolgen. Der Unterricht ist in seinem Fortschreiten in immer weiterem Umfange deduktiv zu gestalten. Nicht von der Kostbarkeit der Apparate und der sonstigen Einrichtungen hängt der Erfolg der Schülerübungen ab, sondern von der Güte des Lehrers. Der Vortragende behandelt das Universitätsstudium, die Fachausbildung und die Fortbildung der Lehrer der Physik. Er betont die Notwendigkeit, dass diese fortwährend eigene Forschungen ausführen, und hebt als leuchtendes Vorbild die Schulbehörde von Chicago hervor, die die Kosten solcher Forschungen ihrer Lehrer übernehme. Er geht nun näher auf den amerikanischen Betrieb des physikalischen Unterrichts ein, dessen Fortschritte hier als Wettbewerber nahezu niederschmetternd seien. Wegen des physikalischen Unterrichts in England verweist er auf das treffliche Buch von Karl T. Fischer über den naturwissenschaftlichen Unterricht in England. Allgemeine Beachtung verdienen folgende Ausführungen des Redners. Man hat im vergangenen Jahrhundert den physikalischen Unterricht in Deutschland kräftig gefördert. Gleichzeitig damit ist ein mächtiger Aufschwung unseres Handels und unserer Industrie eingetreten. In England nimmt man an, dass die Pflege des physikalischen Unterrichts diesen Aufschwung und den dadurch entstandenen Wettbewerb Deutschlands auf dem Weltmarkt zumteil verursacht habe. Man hat daher dort in den letzten Jahren zuerst den physikalischen und vor kurzem auch den mathematischen Unterricht gründlich umgestaltet und gewaltig gefördert. Man ist dort fest überzeugt, dass man uns durch die allgemeine Einführung des Laboratoriumsunterrichts überholt habe, und man hofft zuversichtlich, dass man uns auch bald auf den Gebieten des Handels und der Industrie soweit überflügeln werde, dass man unseren Wettbewerb in Zukunft nicht mehr zu fürchten habe. Unbestreitbar sind die Engländer nüchterne und tüchtige Geschäftsleute, die sicher nicht Millionen wegen pädagogischer Hirngespinste in physikalischen Laboratorien und Apparaten anlegen. Die weit- und tiefblickenden patriotischen Engländer, die ihre Landsleute zu diesen grossen Opfern anspornen, stellen natürlich unser Unterrichtswesen als ein noch unerreichtes Vorbild hin. Man ist leider in Deutschland vielfach unwissend genug, diesen taktischen Kunstgriff nicht zu durchschauen, und in dummem Stolze sonnt sich der deutsche Michel behaglich und träge in diesem unverdienten und verderblichen Lobe.

Man beginnt jetzt diese bedenklichen Fortschritte des physikalischen Unterrichts in Amerika und England ernsthafter zu beachten. Um dieser wissenschaftlichen und wirtschaftlichen Gefahr zu begegnen, hat der rührige Verein zur Förderung des physikalischen Unterrichts zu Berlin im vergangenen Sommer eine Eingabe an Se. Exc. den Kultusminister gerichtet, worin er bat, für die Einrichtung praktischer physikalischer Schülerübungen an einer Reihe höherer Lehranstalten Anordnungen zu treffen. Geh. Rat Dr. Vogel hat seit vergangenem Herbste in den praktischen naturwissenschaftlichen Kursen in der alten Urania zu Berlin auch Kurse zur Ausbildung von Lehrern in der Leitung von Schülerübungen eingerichtet, ferner hat Herr Prof. Heyne im vergangenen Winter einen anderen derartigen Kursus, als eine der Veranstaltungen der Stadt Berlin, zur Förderung des naturwissenschaftlichen Unterrichts in den höheren Lehranstalten abgehalten. Das sind bedeutungsvolle Anfänge in der amtlichen Förderung der physikalischen Schülerübungen in Deutschland. Der Redner bittet dringend, die Frage der Schülerübungen auf das gründlichste zu studieren und fordert die Herren, die im Dienste leistungsfähiger und weise geleiteter Gemeinden stehen, auf, bei ihren Schulverwaltungen den Antrag zu stellen, Uebungsräume einzurichten, diese mit Apparaten auszustatten und die erforderlichen Stundenzahlen in den Etat einzustellen. Städtische Schulbehörden haben hier eine glänzende Gelegenheit, ihre Befähigung und ihren Eifer durch vorbildliche Taten zu beweisen. Der Vortragende schloss mit den Worten:

Mit dem Warnruf zur rechten Stunde ist unsere Treupflicht erfüllt. Verhallt er ungehört, so trifft uns keine Schuld, wenn wir Deutsche erst im Unterricht, dann in der Wissenschaft und schliesslich in Handel und Industrie dem scharfen Wettbewerb der Amerikaner und Engländer unterliegen, wenn wir aus der Reihe der germanischen Völker, die den Kampf um die Welt führen, als minderwertig ausscheiden und uns mit der bescheidenen Rolle romanischer Völker begnügen, die keine Schülerübungen kennen.

Kleinere Mitteilungen.

I. Annähernde Berechnung der Zahl π. Die von Herrn Koch am Ende seines Artikels (s. diese Nummer, S. 108) ausgesprochene Vermutung, dass die den Gegenstand seiner eigenen sowie der Adrianschen und Langhansschen Ausführungen bildenden Näherungsformeln nicht neu seien, findet eine teilweise Bestätigung durch eine der Redaktion zugegangene Zuschrift des Herrn Kostka in Insterburg, nach der die sämtlichen von Adrian und Langhans angegebenen Formeln nebst ähnlichen sich bereits in Baltzers Elementen der Mathematik (1874, S. 95) finden, sie werden dort auf Archimedes, Huyghens, Snellius u. a. zurückgeführt. Seines Wissens finden insbesondere auch die Näherungsausdrücke $\frac{2p_n + P_n}{3}$

und $\frac{2 F_n + f_n}{3}$ (unter F und P die Fläche und Umfang des dem Kreise vom Radius Eins umbeschriebenen, unter f und p Fläche und Umfang des diesem Kreise einbeschriebenen Polygons verstanden) seit 40 bis 50 Jahren im Unterricht der ostpreussischen höheren Schulen Verwendung. Eine Reihe weiterer Bemerkungen seines Schreibens, insbesondere der Hinweis darauf, dass die Benutzung dieser Näherungsausdrücke an die Zulässigkeit der Vernachlässigung von $(P-p)^2$ bezw. $(F-f)^2$ gebunden ist, berühren sich inhaltlich mit den in der vorliegenden Nummer zum Abdruck kommenden Ausführungen des Kochschen Artikels.

Das Interesse, welches die in den genannten Artikeln dargelegten Näherungsmethoden mehrfach erweckt haben, scheint dafür zu sprechen, dass sie immerhin wenigstens nicht allgemein bekannt sind.

II. Erkennung der Faktoren 7, 11, 13, 27, 37. Die in der vorigen Nummer (S. 85/86) enthaltene Notiz über dieses Thema hat Herrn Dr. Bochow in Magdeburg Anlass zu einem Schreiben an die Redaktion gegeben. Er weist darin zunächst auf eine sich schon in dem Spiekerschen Lehrbuch der Arithmetik findende Regel hin, nach der man zur Beurteilung der Teilbarkeit einer Zahl durch 7, 11, 13 die mit den letzten drei Ziffern geschriebene Zahl von der nach Abstrich dieser drei Ziffern verbleibenden Zahl abzuziehen habe — wenn der Rest durch 7, 11, 13 teilbar sei, treffe dies auf die ganze zu untersuchende Zahl zu; bei mehr als sechsstelligen Zahlen müsse man diese Regel mehrmals hintereinander anwenden.

Diese Regel (die übrigens mit der von Herrn W. R. Köhler in Leipzig der Redaktion mitgeteilten Idee zusammenfällt), ist dann von Herrn Bochow selbst in seinem, seinerzeit auch in den Unt.-Bl. (Jahrg. V, 1899, S. 18) besprochenen Buche — „Grundsätze und Schemata für den Rechenunterricht an höheren Schulen", Berlin 1898; Anhang: Ueber die periodischen Dezimalbrüche — verwertet und durch eine Regel über die Erkennung der Teilbarkeit dekadischer Zahlen durch 27 und 37 erweitert worden. Zur Beurteilung dieser Teilbarkeit hat man nach ihm die mit den drei letzten Ziffern der zu untersuchenden Zahl geschriebene Ziffer zu der nach Abstrich dieser drei Ziffern verbleibenden Zahl zu addieren und bei mehr als sechsstelligen Zahlen dieses Verfahren wiederholt anzuwenden.

Die in der vorigen Nummer angegebene, an die Elfer- und Neuner-Probe erinnernde Regel, welche die fraglichen Teilbarkeiten durch ein, auf Zahlen von beliebiger Stellenzahl anwendbares, einheitliches Verfahren zu beurteilen lehrt, scheint in dieser Gestalt neu zu sein.

Vereine und Versammlungen.

III. Internationaler Mathematiker-Kongress zu Heidelberg 1904. Zu diesem Kongress, der auf dem II. Kongress zu Paris 1900 beschlossen wurde, liegen jetzt die ersten Einladungen vor. Zuschriften in Bezug auf ihn sind an Prof. Dr. Krazer in Heidelberg, Westendstrasse 51, zu richten. Die Dauer des Kongresses ist auf die Zeit vom 8. bis 13. August 1904 festgesetzt, es sind drei allgemeine Sitzungen in Aussicht genommen, in deren erster eine Gedächtnisrede auf C. G. J. Jacobi (geb. 1804) gehalten werden soll. ausserdem eine Reihe von Sektionssitzungen und eine Geschäftssitzung. Die Zahl der zu bildenden Sektionen wird sechs betragen (1. für Arithmetik und Algebra, 2. für Analysis, 3. für Geometrie, 4. für angewandte Mathematik, 5. für Geschichte der Mathematik, 6. für Pädagogik). An geselligen Veranstaltungen und Vergnügungen verheisst das Programm einen Empfangsabend am ersten Kongresstage, mehrere gesellige Vereinigungen, ein Bankett sowie eine Neckarfahrt und Schlossbeleuchtung.

Mit dem Kongress wird eine Ausstellung mathematischer Modelle (einschliesslich älterer historisch wichtiger Modelle) und eine der mathematischen Literatur unter Beschränkung auf die letzten 10 Jahre verbunden sein.

Eine für 20 Mark zu erwerbende Hauptkarte, deren Erlangung an keine besonderen Bedingungen geknüpft ist, wird — ohne weitere Zahlung — das Recht zur Teilnahme an allen Sitzungen und Festlichkeiten (einschliesslich des Banketts), zu allen Besichtigungen und zum Bezuge der Festschrift und der Kongressverhandlungen gewähren, für seine Angehörigen kann jeder Teilnehmer Nebenkarten zu 10 Mark erhalten, die zur Teilnahme an den allgemeinen Sitzungen und — in derselben Weise wie die Hauptkarten — an allen Festlichkeiten berechtigen.

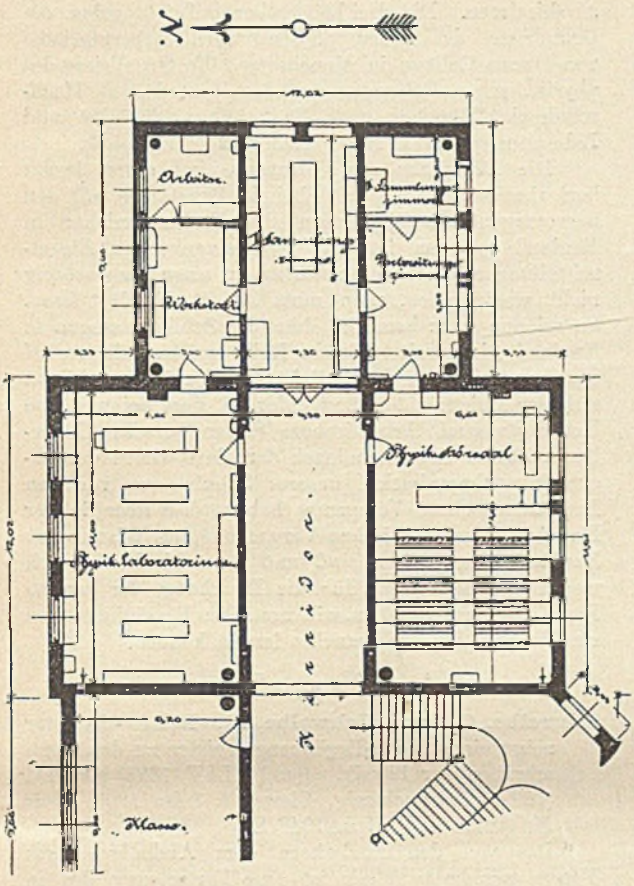
Für den Empfang und die Unterhaltung der Damen wird ein Damen-Ausschuss, für die Unterbringung der Teilnehmer ein Wohnungs-Ausschuss Sorge tragen.

Lehrmittel-Besprechungen.

Die Unterrichtsräume der Physik an der Oberrealschule auf der Uhlenhorst zu Hamburg. Dem diesjährigen Programm der vorgenannten Anstalt ist eine Beschreibung der in ihr vorhandenen physikalischen Unterrichtsräume angefügt, die aus manchen Gründen für weitere Kreise von Interesse ist. Bei der Einrichtung war der Fachlehrer Prof. Grimsehl in der glücklichen Lage, seine Wünsche in weitgehendem Umfange zur Geltung bringen zu können. Dabei betonte er die Notwendigkeit, die Unterrichtsräume für Chemie von denen für Physik zu trennen, bei den letzteren legte er Wert darauf, dass der Hörsaal von Süden her beleuchtet werde, während für die Sammlungs- und Arbeits-Räume eine dem Sonnenlicht weniger ausgesetzte Lage angezeigt erschien. Diese Wünsche liessen sich sämtlich durch Unterbringung der physikalischen Räume in einem nach Osten gerichteten Flügel des Gebäudes verwirklichen, die nähere Disposition zeigt die nachstehende Zeichnung, in der die Nordrichtung nach links, die Südrichtung nach rechts weist.

Das physikalische Laboratorium dient den Schülerübungen, es hat dieselbe Grösse wie der Hörsaal (10 m $\times$ 6,66 m), die für die Schülerübungen erforderlichen Apparate sind in ihm selbst in einem besonderen viertürigen grossen Schrank untergebracht. Der Raum gewährt 12 Arbeitsplätze (drei an einem älteren dort zur Verwendung kommenden Experimentiertisch, je zwei an drei nach Bedürfnis verschiebbaren Arbeitstischen und drei an den drei Fenstern an einem vor der Fensterwand sich hinziehenden langen Tisch.)

An das Laboratorium schliessen sich die viel benutzte Werkstatt, für die die Anschaffung einer Metalldrehbank in Aussicht genommen ist, und das Arbeitszimmer des Verwalters der Sammlung, das verdunkelbar ist und unter besonderem Verschluss steht.



Die Physikräume
der Oberrealschule a. d. Uhlenhorst in Hamburg.

Neben dem grossen, nach Osten gelegenen Sammlungszimmer von $9 \times 4{,}38$ m findet sich ein kleineres, das besonders die mathematisch-geodätischen und die optischen Apparate enthält. Sein nach Süden zu gelegenes Fenster ist verdunkelbar, daneben ist eine Heliostatenöffnung. Vom Hörsaal ist es durch das ebenfalls verdunkelbare Vorbereitungszimmer getrennt. Durch Oeffnen der Verbindungstüren der drei Räume gewinnt man einen völlig verdunkelbaren Raum von 20 m Länge, der besonders für Interferenzversuche sehr wertvoll ist. Dabei ist zu bemerken, dass die Verbindungen sämtlicher Räume schwellenlos sind.

Die Verdunkelung der drei nach Süden gelegenen Räume erfolgt durch Rouleaux aus doppeltdickem Ledertuch, die für jedes Fenster einzeln in Bewegung zu setzen sind. Die Bänke im Hörsaal sind auf sechs Reihen verteilt, die durchschnittlich um 20 cm ansteigen, der Anstieg ist bei den hinteren Bankreihen etwas stärker. Mit Benutzung der Gänge neben und zwischen und des Platzes hinter den Bankreihen lassen sich 70 bis 80 Hörer unterbringen.

Besonderen Wert legte Prof. Grimsehl auf die Erhaltung eines breiten Abstandes des Experimentiertisches von der Wand, teils für die Aufstellung von Tischen für die Beiseitestellung der überflüssig werdenden Apparate, teils auch für Anstellung von Versuchen, die nicht in der Axe des Experimentiertisches verlaufen, im vorliegenden Falle beträgt dieser Abstand 3 m.

Der Experimentiertisch selbst weist im Gegensatze zu der Weinholdschen Einrichtung eine völlig ebene, 4 cm dicke Eichenholzplatte von $4 \times 0{,}8$ m Fläche auf. Die sonst üblichen Vertiefungen, Klappen und Schienen, die z. T. für den chemischen Unterrichtsstoff sehr nützlich sind, stellen für das physikalische Experiment meist nur Hindernisse vor, die elektrischen Leitungsschienen sind sogar für manche Versuche, z. B. die mit der Tangentenbussole störend. Prof. G. hat sie darum durch am Tisch befindliche Stöpseldosen ersetzt, denen der elektrische Starkstrom zugeführt wird, die Zuleitung zu dem benutzten Apparat erfolgt durch Ansteckdose und Doppelschnur. Die Zuleitungen liegen in dem oberen 13 cm hohen, von allen Schubfächern und Schränken freien Teile des Tischuntersatzes, durch Abheben der Platte, was durch zwei starke Männer geschehen kann, werden sie zugänglich.

Die elektrische Anlage zerfällt in zwei völlig von einander getrennte Teile für Beleuchtung und Arbeitsleitung. Die Beleuchtungsanlage versorgt acht im physikalischen Hörsaal befindliche Nernstlampen, von denen sechs zu je $1/2$ Amp. den Hörerraum, zwei zu je 1 Amp. den Raum hinter dem Experimentiertisch erleuchten, beide Gruppen von einander getrennt. Ein Seitenzweig der Beleuchtungsleitung speist drei zur Herstellung einer Normalbeleuchtung dienende Vacuumglühlampen über dem Experimentiertisch und vier ebensolche zur Beleuchtung der Wandtafel dienende Lampen, jede dieser Gruppen für sich mit passend gelegenem Ausschalter.

Die Arbeitsleitung, die — wie die Beleuchtungsleitung — mittels eines die einseitige Stromentnahme bis zu 15 Amp. gestattenden Dreileitersystems erfolgt, wird in einem Ausschalterkasten in zwei Teile zerlegt, von denen der eine das physikalische Schülerlaboratorium, der andere den Hörsaal und das Vorbereitungszimmer mit Strom versorgt. Dieser mit Glastür versehene Ausschalterkasten befindet sich auf dem Korridor, um eine jederzeitige Kontrolle der Ausschaltung zu ermöglichen, das Schaltbrett für den Experimentierstrom ist in das Vorbereitungszimmer gelegt worden, teils um den Hörsaal nicht unnötig mit Einrichtungen zu überladen, die die Aufmerksamkeit der Schüler unnötig abziehen, teils um die Benutzung des Stroms aus dem nicht für den Unterricht benutzten Zweige auch den nicht gerade unterrichtenden Fachlehrern zu ermöglichen. (Für gewöhnlich wird eine Stromstärke von mehr als 15 Amp. nicht benutzt, sodass dann ein Zweig der Stromleitung frei bleibt.) —

Für alle weiteren Einzelheiten muss auf das Programm selbst verwiesen werden.

Bücher-Besprechungen.

Kundt, August, Vorlesungen über Experimental-Physik, herausgegeben von Karl Scheel. Mit dem Bildnis Kundts, 534 Abbildungen und einer farbigen Spektraltafel. Braunschweig, Vieweg & Sohn 1903. Preis geh. Mk. 15,00. XXIV u. 852 S.

Das Buch enthält die von Kundt im Sommer 1888/89 und Winter 1889 gehaltenen Vorlesungen; der Stoff hat durch den Herausgeber keine Vermehrung, sondern nur eine teilweise Umstellung erfahren, ausserdem sind die Figuren, soweit erforderlich, ergänzt worden; hierbei scheint — nach dem Urteile früherer Schüler Kundts — der Eigenart seines Demonstrationsunterrichts nicht genügend Rechnung getragen zu sein. Ein den gegenwärtigen Stand unseres physikalischen Wissens in möglichster Vollständigkeit zum Ausdruck bringendes Lehrbuch wird man hier zu finden nicht erwarten dürfen. Dessen ungeachtet hat es für den Unterricht einen sehr erheblichen Wert, so dass man dem Herausgeber für die Veröffentlichung dankbar sein muss. Abgesehen davon, dass der grösste Teil des in dem Buche verarbeiteten Lehrstoffs von dauernder Bedeutung ist, liegt sein Wert in der durch ihre Klarheit und Kürze mustergiltigen Darstellung. Dem Umfange und der Behandlung nach geht das Buch vielfach nicht über den Stand hinaus, der auch im physikalischen Unterricht der höheren Mittelschulen festgehalten werden kann, das gilt z. B. von dem den Schlusss des Buches bildenden Abschnitt „Optik", in dem ich übrigens die Theorie des Regenbogens vermisse. An anderen Stellen allerdings zieht sich der Verfasser eine viel weitere Grenze, z. B. durch die eingehende Darlegung der kinetischen Gastheorie. In der Mechanik bleibt er z. T. hinter dem zurück, was auf Schulen eingehend erörtert wird, so z. B. fehlt hier jede Begründung der einfach tatsächlich angegebenen Eigenschaften des Reversionspendels. Man sieht hieran, wie schwer es ist, den Stoff eines Lehrbuches der Experimentalphysik scharf abzugrenzen. Ohne eine gewisse Heranziehung der Theorie geht es natürlich ja doch nicht ab, wie weit man darin gehen will, ist z. T. Sache des subjektiven Ermessens. So sei denn nur noch kurz darauf hingewiesen, dass der Verfasser sich auf begriffliche Definitionen, wie z. B. die der Masse, nicht einlässt, dass er von einer Unterscheidung der Mechanik des materiellen Punktes und der Mechanik der Systeme absieht, die molekulare Struktur der Körper als eine zweifellose Tatsache hinstellt, den Satz vom Kräfteparallelogramm als ein Dogma und das Energieprinzip als einen selbstverständlichen Satz einführt, lauter Einzelheiten, die manchem Leser nicht gefallen werden. Aber auch der, der die Art der Stoffabgrenzung und der Stoffgruppierung, wie die Wahl der Ausgangspunkte anders getroffen wissen möchte, muss die innere Geschlossenheit und durchsichtige Klarheit des hier vorgeführten Lehrganges voll anerkennen. Das Buch ist kein Lehrbuch, aber ein Musterkursus und als solcher der Kenntnisnahme der Fachgenossen sehr zu empfehlen. P.

* * *

Fischer, Karl T., Der naturwissenschaftliche Unterricht in England, insbesondere in Physik und Chemie. Mit einer Uebersicht der englischen Unterrichtsliteratur zur Physik und Chemie und 18 Abbildungen im Text und auf 3 Tafeln. VIII u. 94 S. Leipzig, Teubner 1901.

Der Verfasser, Privatdozent an der Technischen Hochschule München, ist zweimal, 1897 und 1898/99, das zweite Mal im Auftrage der bayerischen Staatsregierung in England gewesen und bringt nun in diesem, dem Prof. W. v. Dyck an der Technischen Hochschule München gewidmeten Buche die Eindrücke, die er von dem exaktwissenschaftlichen Unterricht in England gewonnen hat, zu allgemeiner Kenntnis. Das Buch behandelt in zwei Hauptabschnitten den Umfang und die Methoden des naturwissenschaftlichen Unterrichts, führt ferner die Erfahrungen an, die man in England mit diesen Methoden gemacht hat, um dann die englischen Ansichten über den naturwissenschaftlichen Unterricht in Deutschland und die deutschen Anschauungen über die in England üblichen Methoden kurz zu skizzieren. Die drei beigegebenen Tafeln geben die Grundrisse des neuen physikalischen Laboratoriums von Owens College in Manchester, die Grundrisse des physikalischen Laboratoriums der Technischen Hochschule in München und die Schülerwerkstätten und Laboratorien der Higher Grade School in Leads.

Die Eindrücke des Verfassers sind schon darum bemerkenswert, weil er dabei in Berührung mit den hervorragendsten Vertretern des Fachunterrichts in England getreten ist; die sehr eingehenden Einzelmitteilungen lassen sich natürlich in einer Besprechung nicht wiedergeben, man muss das Buch selbst lesen. So sei nur kurz bemerkt, dass die Schülerübungen in England eine weit grössere Rolle spielen, als es bei uns zum Teil noch der Fall ist; der Verfasser schliesst sich der Meinung der Engländer an, dass bei uns eine Ueberladung mit theoretischem Wissen herrscht. Ueberhaupt ist der Gesamteindruck der, dass wir in der allgemeinen Organisation unseres Schulwesens vor den Engländern einen Vorsprung haben, dass aber in der Erziehung zur praktischen Verwertung des Wissens die Engländer uns voraus sind und dass wir hierin auch wegen der Bedeutung für die Erziehung der jungen Leute zu charaktervollen, willensstarken Persönlichkeiten von den Engländern manches lernen können. P.

* * *

Schwalbe, G., und **Schwalbe, E.**, Namen-Register nebst einem Sach-Ergänzungsregister zu den Fortschritten der Physik. Band XLIV (1888) bis LIII (1897), Braunschweig, Vieweg & Sohn 1903, Preis M. 60.00. XVIII u. 1043 S.

Das von den Bearbeitern dem Andenken ihres Vaters gewidmete Werk ist eine Fortsetzung des in diesen Blättern bereits (Jahrg. III, S. 91) besprochenen, unter ihrer Mitwirkung entstandenen Registers für die Bände 25—43; über die Verdienstlichkeit und Nützlichkeit eines solchen Registers ist es kaum nötig, ein Wort zu verlieren, wohl aber ist ein warmes Wort des Dankes gegenüber den Männern am Platze, die sich dieser Riesenarbeit unterzogen haben. Im einzelnen sei nur das eine bemerkt, dass die Namen der Autoren so, wie sie bei den einzelnen Artikeln auftreten, in dem Verzeichnis Aufnahme gefunden haben; dass hierbei die Arbeiten mancher Fachmänner unter verschiedenen Rubriken auftreten, je nach der Art, wie sie sich jedesmal selbst bezeichnet haben, war unvermeidlich; soweit es anging, wurde auf die Identität hingewiesen. P.

Zur Besprechung eingetroffene Bücher.

(Besprechung geeigneter Bücher vorbehalten.)

Bauer, G., Vorlesungen über Algebra. Herausgegeb. vom Mathemat. Verein in München. Mit 11 Fig. u. Bildnis des Verfassers. Leipzig 1903, Teubner. Mk. 13.— geb.

Blätter, Period., f. Realienunterricht und Lehrmittelwesen, herausgeg. von Rob. Neumann u. Julius Fischer. VIII. Jahrgang 1902/03, Heft 6. Tetschen, Henckel.

Dannemann, F., Grundriss einer Geschichte der Naturwissenschaften. II. Band: Die Entwickelung der Naturwissenschaften. Zweite, neubearbeitete Aufl. Mit 87 Abbildungen, zum grössten Teil in Wiedergabe nach den Originalwerken, einem Bildnis v. Galilei u. einer Spektraltafel. Leipzig 1903, Engelmann. Mk. 10.—.

Duport, J. B., Lehrbuch der Arithmetik für die 6. Klasse der Mädchen-Lyzeen. Dasselbe für die 2. u. 3. Klasse der Mädchen-Lyzeen. Wien 1903, Deuticke.

Ferchland, P., Grundriss der reinen und angewandten Elektrochemie. Mit 59 Fig. Halle 1903, Knapp. Mk. 5.—.

Fortschritte der Physik im Jahre 1902, dargestellt v. d. deutschen physikal. Gesellsch. 58. Jahrg., zweite Abt. (Physik des Aethers) redigiert von Karl Scheel; dritte Abt. (Kosmische Physik) redigiert von R. Assmann. Braunschweig 1903, Vieweg & Sohn. Mk. 34.— u. 26.—.

Fortschrittte der Physik, Halbmonatl. Literaturverzeichnis, dargestellt von Scheel u. Assmann. Jahrg. 2, No. 3—10. Braunschweig 1903. Vieweg & Sohn.

Frick, E., Zur Geschichte der Zahl π. (Reprinted from the Jewisch Quarterly Review, April 1903).

Fuhrmann, A., Bauwissenschaftl. Anwendungen der Integralrechnung. Mit 83 Holzschn. Teil IV. Berlin 1903, Ernst & Sohn. Mk. 9.—.

Geissler, K., Die geometrischen Grundvorstellungen und Grundsätze und ihr Zusammenhang. Sonderabdruck aus den Jahresberichten der deutschen Mathematiker-Vereinigung. Jahrg. 12, Heft 5. 1903.

Gercken, Wilh., Grundzüge der darstellenden Geometrie für die oberen Klassen höherer Lehranstalten. (Borks Mathematische Hauptsätze, Ausgabe f. Realgymnasien und Oberrealschulen, herausg. von M. Nath. Zweiter Teil, zweite Abteilung). Leipzig 1903, Dürr. Preis geb. Mk. 2.—.

Günther, H., Botanik. Teil I. 6. Aufl. Mit 147 Holzschn. Hannover 1903, Helwing. Mk. 2.— geb.

Habenicht, Bodo, Der Schlüssel zur Gleichungslehre. Selbstverlag. Linden-Hannover, 1903, Druck v. Busch & Zimmer. Mk. —.40.

Helfenstein, A., Die Energie und ihre Formen. Wien 1903, Deuticke. Mk. 4.20.

Herz, W., Ueber die Lösungen, Einführung in die Theorie der Lösungen, die Dissoziationstheorie und das Massenwirkungsgesetz. Leipzig 1903, Veit & Co. Preis Mk. 1.40.

Hoffmann, A., Mathemat. Geographie. 5. Aufl., bearb. v. J. Plassmann. Mit 50 Fig. u. 1 Sternkarte. Paderborn 1903, Schöningh. Mk. 2.—.

Holzmüller, G., Methodisches Lehrbuch der Elementar-Mathematik. 3. Teil. 2. Aufl. Mit 223 Fig. Leipzig 1903, Teubner. Mk. 4.40 geb.

Korntler, Franz, Das Ampère'sche elektrodynamische Elementarpotential. Budapest 1903, Buchdruckerei der Pester Lloydgesellschaft.

Kiebel, A., Der leere Raum. Beilage zum Jahresbericht des Gymnasiums Mies 1903. Selbstverlag, Druck v. Hassold in Mies.

Kiessling, J. u. Walter, B., Ueber die elektrische Durchbohrung eines festen Dielektrikums. Separatabdruck aus den Annalen der Physik. Vierte Folge. Band II. Leipzig 1903, Barth.

Kneller, R. A., Das Christentum u. die Vertreter der neueren Naturwissenschaft. Ein Beitrag zur Kulturgeschichte des 19. Jahrhunderts. Freiburg 1903, Herder. Mk. 3.40.

König, J., Einleitung in die allgemeine Theorie der algebraischen Grössen. Aus dem Ungar. übertragen vom Verfasser. Leipzig 1903, Teubner. Mk. 18.—.

Köhler, A., Aufgaben über die arithmetische und geometrische Reihe und Zinseszinsrechnung. Sonderabdruck aus der 3. Auflage der Arithmetischen Aufgaben von Lieber u. A. Köhler. Berlin, Simion Nf. Mk. —.50.

Krass, M. u. Landois, H., Das Mineralreich in Wort und Bild. Mit 93 Abb. 7. Aufl. Freiburg 1903, Herder. Mk. 1.50.

—„— Der Mensch und das Tierreich in Wort und Bild. Mit 207 Abb. 13. Aufl. Ebenda. Mk. 2.20.

—„— Lehrbuch für den Unterricht in der Botanik. Mit 340 Abb. 6. Aufl. Ebenda. Mk. 3.20.

Leppin u. Masche, Berichte über Apparate und Anlagen. II, 2. 1903.

Mathem.-naturwiss. Mitteil. aus Württemberg, herausgeg. v. Schmidt, Haas, Wölffing, 2. Serie, 5. Band, 2. Heft (April 1903). Stuttgart 1903, Metzler.

Meyer, A., Praktikum der botan. Bakterienkunde. Mit 1 farb. Tafel und 31 Abb. Jena 1903, Fischer. Mk. 4.50.

Mücks kolorierter Pflanzen-Atlas in Taschenformat. 124 Abb. der bemerkenswertesten Gewächse mit Angabe der botanischen Namen. Wien, Szelinski & Co. Mk. —.50.

Müller, H., u. Pietzker, F., Rechenbuch f. d. unteren Klassen der höh. Lehranstalten. Ausg. A.: Für Gymnasien. Leipzig 1903, Teubner. Mk. 2.40 geb.

Müller, C. H. u. Presler, O., Leitfaden der Projektionslehre. Ein Uebungsbuch der konstruierenden Geometrie. Ausgabe A. Mit 233 Fig. Mk. 4.— geb. Ausgabe B. Mit 122 Fig. Mk. 2.— geb. Ebenda.

Nees, J. A., Kosmische und Molekular-Bewegung nach dem Wahrscheinlichkeits-Calcül. — Neue Theorie und Ergebnisse. Hamburg 1903.

ANZEIGEN.

Verlag
von Otto Salle in Berlin W. 30.

Der Unterricht
in der
analytischen Geometrie

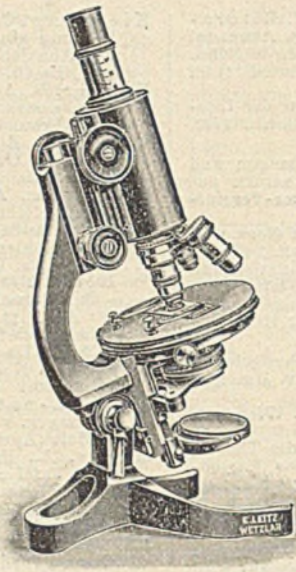
Für Lehrer und zum Selbstunterricht.

Von
Dr. Wilh. Krumme,
weil. Direktor der Ober-Realschule in Braunschweig.

Mit 53 Figuren im Text.

Preis 6 Mk. 50 Pf.

Darlehn zu 5%
erhalt. definit. Angest. unt. koul. Bed. nach Leb.-Vers.-Abschluss (Rückporto)
Ferd. Reitz, General-Agent,
Neu-Isenburg bei Frankfurt a. M.



Neuestes Modell 1902.

E. Leitz,
Optische Werkstätte
Wetzlar
Filialen: Berlin NW., Luisenstr. 45
New-York 411W. 59 Str.
Chicago 32—38 Clarke-Str.

Mikroskope
Mikrotome
Lupen-Mikroskope
Mikrophotographische Apparate.
Photographische Objektive. Projektions-Apparate.

Deutsche, englische und französische Kataloge kostenfrei.

Vertreter für München:
Dr. A. Schwalm, München, Sonnenstr. 10.

Nur Jahresaufträge. **Bezugsquellen für Lehrmittel, Apparate usw.** Beginn jederzeit.

Max Kaehler & Martini
Berlin W. Wilhelmstr. 50
empfehlen **Materialien** zu den
Goldschmidt'schen Versuchen
Einrichtung von chemischen Laboratorien. Preislisten 1903 frei.

M. Bornhäuser, Ilmenau
Hochspannungsbatterien
kleiner Akkumulatoren
für Unterrichtszwecke,
Kapazität 1 Amp.-Std. bei 10stündiger Entladung. D.-R.-G.-M.
Modell der physikalisch-technischen Reichsanstalt.

Präzisions-Reisszeuge
(Rundsystem)
für Schulen und Techniker.
Clem. Riefler, Nesselwang und München
(Nur die mit dem Namen Riefler gestempelten Zirkel sind echtes Riefler-Fabrikat.)

P. & M. Herre
Berlin S. 14
Neue Jakobstrasse 6.
Alle Sorten elektr. Röhren:
Geissler-, Tesla-, Röntgenröhren.

R. Brendel
Fabrikant botanischer Modelle
Grunewald b. Berlin
Bismarckallee 37.
Preisverzeichnisse werden kostenlos zugesandt.

Spezialität:
Polarisations-Apparate, sämtliche Prismen, Linsen und Platten aus Doppelspath und Bergkrystall. Turmalinzangen und Präparate.
C. A. Niendorf
Bernau i. M.

Klapptafel n. Rühlmann auf Wunsch mit Zubehör z. Darstellung aller Lagen von Punkten, Geraden u. Ebenen, sowie d. i. Aufgab. vorkommenden Bewegungen. Kompl. Mk. 100 (S. U.-Bl. VIII 2. S. 44.). Dynamos m. Handbetrieb, Dampfmaschinen, Turbinen, Benzin- u. Wassermotoren.
Rob. Schulze, Halle a. S.
Moritzzwinger 6.

E. Leybold's Nachf., Köln
Mechanische und **optische Werkstätten.**
Physikalische Apparate
in erstklassiger Ausführung.
Komplette Einrichtung physikalischer Kabinette.

Elektrische Apparate
für den Physikunterricht.
Friedrich Bussenius
Berlin S. 42.

Projektions-Apparate
Funkeninduktoren
Spezial-Fabrik:
Ed. Liesegang
Düsseldorf.

A. Krüss, Hamburg
Inhaber Dr. Hugo Krüss
Optisches Institut
Schul-Apparate nach Grimsehl
Spektral- u. Projektions-Apparate
Glasphotogramme.

Bestes galv. Element
für den physik. und chem. Unterricht.
Ausführl. Broschüre gratis.
Dynamomaschinen für Lehrzwecke.
Umbreit & Matthes
Leipzig-Pl. 1b.

Projektions-Apparate
für Schulen
nebst allem Zubehör; Lichtquellen, Laternbilder in reichster Auswahl.
Kataloge und fachm. Auskunft steht zu Diensten.
Unger & Hoffmann, Dresden-A. 16.

Physikal. Apparate
Ferdinand Ernecke
Hoflieferant Sr. Maj. des deutschen Kaisers
Berlin SW. 46.

Druck von H. Sievers & Co. Nachf., Braunschweig.