Jahrgang XI. 1905. No. 3.

Unterrichtsblätter

für

Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung
des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften.

Begründet unter Mitwirkung von **Bernhard Schwalbe**,
herausgegeben von
F. Pietzker,
Professor am Gymnasium zu Nordhausen.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 30.

Redaktion: Alle für die Redaktion bestimmten Mitteilungen und Sendungen werden nur an die Adresse des Prof. Pietzker in Nordhausen erbeten.

Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (3 Mk. Jahresbeitrag oder einmaliger Beitrag von 45 Mk.) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Lindenerstrasse 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 6 Nummern ist 3 Mark, für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift unentgeltlich; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhdlg. zu beziehen.
Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermässigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Inhalt: Vereins-Angelegenheiten (S. 45). — Die Person des Lehrers im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht. Von F. Pietzker (S. 45). — Forderungen für den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht und seine Vertreter. Von K. Dunker (S. 52). — Rationale Zahlen in der Ebene und im Raum. Von Oskar Lesser (S. 54). — Kleinere Mitteilungen (S. 60). — Schul- und Universitäts-Nachrichten [Exaktwissenschaftlicher Unterricht in Bayern] (S. 60). — Vereine und Versammlungen [77. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte in Meran; Schulkommission der Naturforscherversammlung] (S. 61). — Lehrmittel-Besprechungen (S. 61). — Bücher-Besprechungen (S. 62). — Zur Besprechung eingetr. Bücher (S. 64). — Anzeigen.

Vereins-Angelegenheiten.

Hauptversammlung zu Jena.

Wie in früheren Jahren, hat der Vereinsvorstand auch diesmal an eine Reihe von Unterrichtsbehörden, im vorliegenden Falle namentlich auch an die der Thüringischen Staaten das Gesuch gerichtet, die Leitungen der ihnen unterstellten Schulen zu wohlwollender Berücksichtigung der behufs Teilnahme an unserer Versammlung bei ihnen etwa eingehenden Urlaubsgesuche anzuweisen. Dieses Gesuch hat seitens der hohen Behörden, an die wir uns gewendet hatten, auch jetzt wieder durchweg, soweit uns ein Bescheid schon zugegangen ist, die freundlichste Gewährung gefunden, insbesondere hat das Königl. Preussische Kultusministerium unter dem 4. Mai eine dementsprechende Verfügung an die Provinzial-Schulkollegien erlassen.

Wie in der in Nr. 2 des Vereinsorgans seinerzeit veröffentlichten Tagesordnung schon bemerkt worden war, wird die Wohnungsbeschaffung in Jena durch den zu Pfingsten zu erwartenden grossen Fremdenandrang sehr erschwert sein, so dass nur durch die Vermittelung des Ortsausschusses überhaupt mit einiger Sicherheit auf Quartier gerechnet werden kann. Wir müssen den Herren, die an der Versammlung teilnehmen wollen, wiederholt dringlichst empfehlen, ihre Wohnungswünsche, soweit es noch nicht geschehen ist, schleunigst bei dem Vorsitzenden des Ortsausschusses, Herrn Prof. Dr. Pfeiffer in Jena, Löbdergraben 8, anzumelden.

Der Vereins-Vorstand.

Die Person des Lehrers im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht.

Von F. Pietzker.

Die Frage der Verstärkung der Stellung, die der mathematisch-naturwissenschaftliche Unterricht im Gesamtlehrplan unserer höheren Schulen einnimmt, ist neuerdings wieder in den Vordergrund des Interesses gerückt worden, ganz besonders auch durch die Verhandlungen der vorjährigen Naturforscherversammlung und die dort erfolgte Einsetzung einer besonderen Kommission, die für die zweckmässige Lösung dieser Frage geeignete Vorschläge machen soll.

Dabei erhebt sich naturgemäss in erster Linie die Forderung, dem mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht ein grösseres Mass von Zeit zu gewähren, als bisher für ihn verfügbar war und diese Forderung wird namentlich durch die Bedeutung und den Umfang des Stoffes motiviert, der in dem genannten Unterricht zu verarbeiten ist. Zum Teil handelt es sich dabei darum, für gewisse Zweige des Unterrichts die oberen Klassen unserer höheren Schulen überhaupt erst wieder zu erschliessen — hierfür kommen, wie bekannt, besonders die biologischen Fächer und die Geographie in Frage — zum Teil auch dreht es sich um die Vermehrung der Stundenzahl für einzelne Fächer auf einzelnen Stufen, wie z. B. für die Mathematik in den mittleren Klassen der humanistischen Gymnasien — mag es sich nun aber um diese oder um jene Verstärkungsforderung handeln, überall wird der zwingende Grund in der Art des zu bewältigenden Stoffes gesucht, der als ein unentbehrliches Element in der Allgemeinbildung anerkannt und seiner Bedeutung gemäss bei der Zeitbemessung in stärkerem Grade als bisher berücksichtigt werden müsse.

Selbstverständlich liegt es nicht in meiner Absicht, diesen Bestrebungen entgegenzutreten, deren Berechtigung ich in vollem Umfange anerkenne, ich möchte nur die für eine Verbesserung des bisherigen Zustandes ins Feld geführten Gründe durch ein weiteres, in der gegenwärtigen Bewegung, wie mir scheint, nicht genügend zur Geltung gekommenes Argument ergänzen, indem ich auf die besondere Bedeutung hinweise, die auch hier der Lehrerpersönlichkeit zukommt.

Wenn man die Gründe näher untersucht, aus denen sich die überwiegende Stellung des Sprachunterrichts im Schulorganismus erklärt, so muss man scharf zwischen den Momenten scheiden, die diesem Unterricht im Laufe der geschichtlichen Entwickelung zu seiner Stellung verholfen haben und denen, die für die Aufrechterhaltung dieser Stellung in der Gegenwart angeführt werden. Es kann gar keinem Zweifel unterliegen, wie der geschichtliche Grund für die dominierende Rolle des Lateinunterrichts, die nachher auf die anderen Fremdsprachen übertragen wurde, in dem Umstande wurzelt, dass unsere Nation, als sie in die Reihe der Kulturnationen eintrat, den wesentlichsten Teil ihrer Geistesbildung von den Römern erhielt, dadurch wurde das Studium des Lateins für alle höhere Geistesbildung zur Notwendigkeit, die Kenntnis des Lateins war das greifbarste Zeichen des Vorhandenseins solcher Bildung, und diese, vielleicht durch eine gewisse Veranlagung unseres Nationalcharakters überhaupt begünstigte Wertschätzung der Kenntnis fremder Sprachen, der Fähigkeit dem Ausdruck des eigenen Denkens und Empfindens einen gewissen exotischen Anstrich zu geben, diese Wertschätzung besteht noch heute, zweifellos nicht mehr in dem Grade, wie im 16. und 17. Jahrhundert, wo der Gebildete sogar seinen ehrlichen deutschen Namen in fremde Sprachen zu übertragen oder wenigstens durch eine lateinische Endung zu verschönern suchte, aber doch in einem nicht völlig zu verkennenden Grade. Die Bestrebungen des allgemeinen deutschen Sprachvereins mit ihrer m. E. zum Teil über das berechtigte Mass hinausgehenden Bekämpfung jeder Bereicherung unserer eigenen Sprache von aussen her zeigen durch ihr blosses Vorhandensein am deutlichsten die Macht, die die Wertschätzung des fremden Idioms als solchen bei uns noch besitzt.

Trotzdem lässt sich nicht leugnen, dass diese für das geschichtliche Aufkommen des Sprachübergewichts in unseren Schulen massgebend gewesenen Momente nicht diejenigen sind, denen der Sprachunterricht seine dominierende Stellung auch noch heute wenigstens in erster Linie verdankt. Zweifellos hat einen gewissen, sogar sehr bedeutenden Anteil daran das auch auf dem Gebiete der Geistesentwickelung so machtvolle Gesetz der Trägheit, das Beharrungsvermögen. Wer einmal zur Herrschaft gelangt ist und seine Herrschaft durch eine jahrhundertlange Tradition bekräftigt sieht, wird seinen Platz niemals leichten Kampfes aufgeben wollen, noch dazu, wenn er eben vermöge dieser Herrschaftsstellung in so hohem Grade in der Lage ist, die ganze Auffassung der neu emporstrebenden Generation zu beeinflussen. Auf unseren Sprachschulen werden die Männer gebildet, die nachher wieder in leitender Stellung über die etwaigen Aenderungen unseres Schulsystems zu beschliessen haben, es wäre geradezu verwunderlich, wenn nicht die ganze Anschauung, von der der Jugendunterricht dieser Männer getragen war, auf ihre spätere Stellungnahme in bestimmender Weise einwirkte. Jedenfalls wird dadurch der Einfluss, den die allmähliche Umgestaltung unserer gesamten Kulturverhältnisse an und für sich ganz unvermeidlicherweise ausübt, in merklichem Grade verlangsamt.

Aber natürlich ist dieser Einfluss auf die Dauer nicht zurückzuhalten, und auch in der Gegenwart ist er seit langer Zeit schon deutlich spürbar, unter anderem in der Veränderung der Motivierung, die für die Behauptung des Sprachübergewichts im Unterricht in den letzten Jahrzehnten immer mehr in Aufnahme gekommen ist. Diese Motivierung ist die, dass die Sprachen für die wirkliche innere Menschenbildung weit wichtiger seien, als die mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer, eine Auffassung, die ganz besonders auch in der üblichen Unterscheidung von Natur- und Geistes-Wissenschaften zum Ausdruck kommt. Das wichtigste für den Menschen ist der Mensch selbst, dieser Satz enthält den Hauptgesichtspunkt, der für die Einrichtung des Unterrichts massgebend sein müsse, das ist die Hauptwaffe, mit der das Uebergewicht des Sprachunterrichts noch heute verteidigt wird.

Mit dieser Anführung bezwecke ich nun keinen Kampf gegen den Sprachunterricht, dessen hohe Bedeutung für die Gesamtheit des Unterrichts ich keineswegs verkenne. Es liegt mir nur daran, die Momente scharf hervorzuheben, die für die gegenwärtige Stellung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts von besonderer Wichtigkeit sind, und da darf ich es eben als zweifellos ansehen, dass man vielfach und namentlich gerade in den massgebendsten Kreisen die Möglichkeit einer Einwirkung auf die ganze Persönlichkeit des Schülers und damit den Hauptanteil an der der Schule obliegenden Bildungsaufgabe dem Sprachunterricht zuweist.

Hier besteht nun, wie ich glaube, eine gewisse Verwechselung des sachlichen und des persönlichen Moments im Unterricht. Wenn man die spezielle Gestalt, die der Sprachunterricht in der Praxis annimmt, näher prüft, so ist es klar, dass der ganze formelle grammatische Unterricht mit der Bildung der menschlichen Persönlichkeit nicht mehr zu tun hat, als eine ganze Reihe anderer Unterrichtszweige, die ebenfalls darauf hinauslaufen, die Schüler zu klarer, scharfer und sauberer Anwendung gewisser feststehender Normen zu zwingen. Die grammatische Analyse eines verwickelten Satzes bietet fraglos eine geistige Schulung, aber diese Schulung erhebt sich, wie mir gewiss viele Leser dieser Ausführungen zugeben werden, in keiner Weise über die Schulung, die die Analyse irgend eines anderen verwickelten Sachverhalts, wie z. B. eines mathematischen Beweises, oder der Schlussfolgerung aus einem physikalischen Vorgang, oder einer schwierigeren Bestimmung auf dem Gebiete der Botanik mit sich bringt. So bleibt als das Gebiet, auf dem der Sprachunterricht zur inneren Geistesbildung ganz besonders befähigt erscheint, die Einführung in die Literatur übrig.

Aber da möchte ich meinerseits betonen, dass hier die von dem Stoff selbst ausgehende Wirkung auch nur sehr gering sein kann, schon wegen der fragmentarischen Art, in der der Stoff zur Verwertung kommt, z. T. auch wegen des geringen Interesses, das dieser Stoff bei einem nicht geringen Teile der auf der Schule gelesenen Schriftsteller tatsächlich bietet, endlich wegen der das Eindringen in den Inhalt selbst hindernden überwiegenden Schwierigkeiten, die die grammatische Analyse des sprachlichen Ausdrucks verursacht. Und auch abgesehen von diesen Umständen lässt sich bei Prüfung der dem Literaturstoff an sich anhaftenden Bildungsfähigkeit nicht verkennen, dass die Verwertung der in den einzelnen Schriftstellern dargestellten Lebensverhältnisse, die Aufnahme der von ihnen vertretenen Anschauungen für den modernen Menschen gar nichts so einfaches ist, die Dinge liegen da gegen die von soviel anderen Faktoren abhängende Jetztzeit so verschieden, dass die Herausfindung der allgemeinen, ewig gültigen Züge, die kritische Prüfung und Zurückweisung dessen, was in dem Stoff der gelesenen Schriftsteller unwesentlicher, zufälliger und vergänglicher Art ist, sich durchaus nicht von selbst ergibt. Vielmehr begegnet man im Leben einer nicht geringen Zahl von Männern, die bei der Lösung der ihnen obliegenden Aufgaben ihre ganze höhere Jugendbildung einfach auf sich beruhen lassen, um sich tatsächlich von einem rohen Empirismus leiten zu lassen, der teils aus den eigenen zufälligen Erlebnissen schöpft, teils sich kritiklos an die in der Umgebung herrschenden Anschauungen und Strömungen anlehnt.

Daraus ziehe ich auch nur den einen Schluss, dass es nicht der Stoff des Unterrichts an sich ist, auf den es ankommt. Wenn, wie es ja gar nicht zu leugnen ist, der eben geschilderten Kategorie von ehemaligen Schülern höherer Lehranstalten eine grosse Zahl von Männern gegenübergestellt werden kann, die den Stempel einer tieferen, ersichtlich aus ihrem Jugendunterricht stammenden Geistesbildung an sich tragen, so wird man — abgesehen von den ganz hervorragenden, schon als Knaben und Jünglinge ihre eigenen Wege gehenden Persönlichkeiten — immer finden, dass die an ihnen offenbar werdende Wirkung des ihnen seinerzeit zuteil gewordenen Sprachunterrichts das Werk einzelner hervorragender Lehrerpersönlichkeiten ist, an die sie auch in den spätesten Jahren noch mit Dank und Verehrung zurückdenken.

Und dass der Sprachunterricht einer höchst fruchtbaren Verwertung als Mittel der Geistesbildung fähig ist, das möchte ich für meine Person umsoweniger verkennen, als ich selbst die bei weitem bedeutsamste Einwirkung, die ich in meinem Jugendunterricht erfuhr, einem philologischen Lehrer verdanke, der in den mittleren Klassen in den alten Sprachen, auf der obersten Stufe in Deutsch und Geschichte unterrichtete. Ich erinnere mich noch jetzt sehr lebendig der Anregung, die ich von dieser Stelle aus empfangen habe, wie oft es vorkam, dass eine gelegentliche Bemerkung in dem Unterricht dieses Lehrers über ein ganzes Gebiet des geistigen Interesses mehr Licht verbreitete, als wir an anderer Stelle in vielen Stunden empfingen.

Ein solcher Lehrer wird natürlich auch im grammatischen Unterricht eine Fülle von allgemeinen Gesichtspunkten zur Geltung zu bringen wissen, vor allem aber bei der Einführung in die Literatur auf den Geist seiner Schüler zu wirken verstehen, indem er die für alle Zeiten gültigen Ideen aus der besonderen durch die wechselnden Zeitverhältnisse und die subjektive Auffassung des einzelnen Schriftstellers bedingten Umhüllung, in der sie in den verschiedenen Literaturwerken auftreten, herausschält und sie dadurch erst der Verwertung in der lebendigen Gegenwart fähig macht. Dem ewig gültigen Inhalt der die Handlungen des Menschengeschlechts bedingenden Ideen wird er die wechselnde Art gegenüberhalten, in der die einzelnen Generationen ihre Stellungnahme zu diesen Ideen genommen haben. So wird er aus dem unablässigen Wechsel das Dauernde herausheben, aber auch in diesem Wechsel selbst das ewige Gesetz steter Erneuerung aufzeigen, und auf diese Weise den Gesichtskreis seiner Schüler erweitern, ihren Standpunkt erhöhen und ihr Interesse vertiefen, er wird ihren Geist mit Anregungen und Ideen erfüllen, die ihrem Lebenswege Richtung und Halt gewähren, so wird er durch seinen Unterricht an den erziehenden Aufgaben der Schule auch zu seinem Teile mitwirken.

Natürlich trägt eine solche Unterrichtsweise einen merklich subjektiven Charakter, aber das ist nicht nur unvermeidlich, es liegt darin gerade der beste und wertvollste Kern eines jeden Unterrichts, dessen Würdigung durch die Erwägung nicht beeinträchtigt werden darf, dass ein solcher Unterrichtsbetrieb ja natürlich auch in sehr missbräuchlicher Weise erfolgen kann. Ich möchte da an ein schönes Wort erinnern, das vor einigen Jahren aus dem Munde eines praktischen Gymnasiallehrers *) gefallen ist; der ganze Unterricht sei Selbstmitteilung von Seiten des Lehrers. Ich finde diese Charakterisierung ganz vorzüglich, sie hebt gerade das Moment hervor, durch welches der Lehrer auf die Schüler wirken kann und wirken soll, an seinem Beispiel sollen sie lernen, wie ein geistig interessierter Mensch den Gegenständen seines Interessenkreises gegenübertritt, und es ist sehr wohl möglich, dass von dem Lehrer diese persönliche Wirkung ausgeht, ohne dass dabei auf die Freiheit des Denkens bei den Schülern auch nur der leiseste Zwang ausgeübt wird.

Dieser Möglichkeit sich persönlich zu geben, erfreut sich der Lehrer der sprachlichen Fächer in ziemlich hohem Grade, er erfreut sich ihrer vermöge des reichen Masses an Zeit, mit dem der sprachliche Unterricht bedacht ist. Dieses Mass an Zeit ist das Erbe, das der Sprachunterricht aus jenen Tagen überkommen hat, wo er noch ganz bestimmte direkte Aufgaben zu lösen hatte, wo es galt, die Schüler in den praktischen Gebrauch der alten Sprachen einzuführen, jetzt ist es verwendbar geworden für die indirekte Art, in der die alten Sprachen an der Bildungsaufgabe der Schule ihrerseits mitwirken sollen. Wie gross dieses Mass gegenüber der für die mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer ausgeworfenen Zeit ist, lehrt ein Blick auf die amtlichen Lehrpläne. (Auf den Gymnasien stehen für Latein und Griechisch zusammen 104, mit Einschluss des Französischen 124 Stunden gegen 52 Stunden zusammen für Mathematik, Rechnen und Naturwissenschaft zur Verfügung, nimmt man den fast ausschliesslich in der Hand der Philologen liegenden Deutschunterricht dazu, so hat man 150 Stunden philologische gegen 52 exaktwissenschaftliche Stunden; auf dem Realgymnasium stehen 70 mathematisch-naturwissenschaftliche Stunden 96 fremdsprachlichen und mit Hinzurechnung des Deutschen 124 Sprachstunden überhaupt gegenüber; auch auf der Oberrealschule ist noch ein Ueberwiegen des Sprachunterrichts zu konstatieren, selbst wenn man dort die Erdkunde zu den naturwissenschaftlichen Fächern hinzurechnet, es stehen dann 97 Stunden für die exakten Disziplinen 106 Sprachstunden gegenüber, von denen 72 auf die Fremdsprachen entfallen).

Wenn gegenwärtig eine starke Strömung dahin geht, wenigstens auf den Realanstalten die mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer mit etwas reichlicherer Stundenzahl auszustatten (es handelt sich übrigens dabei um quantitativ recht mässige Forderungen, die nirgends über das Mass von zwei Wochenstunden hinausgehen), so liegt die Bedeutung dieser Forderung für mich weniger auf der sachlichen, als der persönlichen Seite. Ich würde wünschen, dass auf diese Weise für den Lehrer der exakten Fächer die Möglichkeit geschaffen würde, etwas mehr von seiner Persönlichkeit in den Unterricht hineinzulegen, als es unter den bisherigen Verhältnissen überhaupt denkbar war.

Nun wird gegen diese Forderung vielleicht eingewendet werden, dass es auf die Person des Lehrers im Unterricht unter allen Umständen ankomme, möge die Zeitbemessung knapp oder reichlich sein. Die gehörige Beherrschung des Stoffes, ein gewisses Mass von Lehrgeschick und die Fähigkeit, den Schülern gegenüber Autorität auszuüben, sei natürlich erforderlich, der Lehrer, der diese Forderungen nicht erfülle, werde auch bei der reichlichsten Zeitbemessung nichts leisten, während ein mit diesen Eigenschaften ausgerüsteter Lehrer auch

*) Prof. Metz in Hamburg, s. Hamburger Nachrichten vom 25. November 1904.

in wenigen Stunden doch einen gewissen Erfolg erzielen könne, wie er sich doch auch im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht vielfach feststellen lasse, sei es durch die Ergebnisse der Reifeprüfungen, sei es durch die auf die vorangegangene Schulbildung sich gründende Fähigkeit, dem Hochschulunterricht zu folgen, von anderen Proben zu geschweigen.

Das ist ja gewiss richtig und es trifft doch den Kern der Sache nicht, es zeigt vielmehr, wie sehr man in den gebildeten Kreisen unseres Volkes geneigt ist, als das Ziel des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts den Erwerb eines gewissen Masses von Wissen und technischem Können anzusehen, den Stoff dieses Unterrichts lediglich als ein Objekt der verstandesmässigen Betrachtung zu erachten, dessen Aneignung denn auch gerade für die Bildung der ganzen Persönlichkeit geringen oder gar keinen Wert besitze.

Den prägnantesten Ausdruck findet diese Auffassung in der bereits erwähnten Unterscheidung von Natur- und Geistes-Wissenschaften, einer Unterscheidung, die doch — wenn sie überhaupt einen Sinn hat — nur den haben kann, dass der Stoff der Geisteswissenschaften eine gewisse subjektive Stellungnahme des Einzelnen nicht nur erlaubt, sondern geradezu fordert, während der Stoff der mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer als etwas Festes, Gegebenes solche subjektive Stellungnahme des Einzelnen überhaupt ausschliesst.

Und gerade dieser Punkt ist es, auf den es ankommt. Nicht die festen, rein verstandesmässig eingeprägten Sätze sind es, die den Menschen in seinem Innersten erfassen, solche Wirkung geht immer wesentlich von den Ideen aus, die der persönlichen Stellung Raum geben, denen man zustimmend oder ablehnend gegenüberstehen kann je nach der ganzen eigenen Geistesanlage oder auch nach der jeweiligen Stimmung, in der man sich befindet, von den Ideen, die eben durch die naturgemäss sich aufdrängenden Zweifel an ihrer Richtigkeit den denkenden Geist immer wieder von neuem anregen, sich mit ihnen zu beschäftigen.

Es sind die Zusammenhänge des speziellen Wissensgebietes mit der allgemeinen Welt- und Lebens-Anschauung, die es gilt auch im exaktwissenschaftlichen Unterricht zur Geltung kommen zu lassen und zwar eben in der Form, die dem Unterricht der höheren Schulen insbesondere auf den obersten Klassenstufen das Gepräge verleiht, nämlich durch die Vermittelung der durch ihr Beispiel und Vorbild der Persönlichkeit des Schülers zur Gestaltung verhelfenden Lehrerpersönlichkeit.

Warum beschränkt man sich im Geschichtsunterricht nicht darauf, den Schülern von Stunde zu Stunde einen Abschnitt aus dem Geschichtslehrbuch zum Durchlesen aufzugeben, und sich durch Fragen von der gedächtnismässigen Aufnahme des Tatsachenmaterials zu überzeugen? Warum überlässt man es den Schülern nicht, die Klassiker unserer Literatur in passend eingeteilten Abschnitten durchzulesen und diese Lektüre ebenfalls gehörig zu kontrollieren? An und für sich ginge das doch ganz gut, wie die neben der Klassenlektüre hergehende Einrichtung der fremdsprachlichen Privatlektüre zeigt, während das private Studium von Geschichtswerken aus Liebe zur Sache bei Schülern öfters beobachtet wird. Dem Verständnis stehen hier bei weitem nicht so hohe Schwierigkeiten entgegen, wie in den spezifisch sogenannten exakten Lehrfächern, wo die Fähigkeit zur eigenen Weiterbildung ohne die führende Hand des Lehrers eine seltene Ausnahme bildet, wo selbst auf dem Gebiete, das der eigenen nicht geleiteten Tätigkeit des Schülers am meisten Raum gibt, nämlich dem des Experimentierens, die Gefahr der Ausartung in inhaltlose Spielerei ziemlich gross ist.

Die Antwort auf die Frage, warum man Geschichte und deutsche Literatur zum Stoff eines intensiv betriebenen Klassenunterrichts macht, statt beides dem privaten, nur von der Schule tatsächlich kontrollierten Studium des Schülers zu überlassen, die Antwort hierauf liegt in der besonderen Absicht, die Kenntnisnahme von den geschichtlichen Tatsachen und den Inhalt der Literaturwerke durch die führende Mitwirkung des Lehrers zu vertiefen, sie aus der Sphäre des äusserlich aufgenommenen Wissens zu einem Bestandteil der innerlichen Geistesbildung, einem Element der ganzen Denk- und Anschauungsweise zu erheben. Die grossen Persönlichkeiten der Geschichte, die Kräfte, durch die Staaten gegründet und Staaten vernichtet wurden, die Momente, auf denen die Grösse und die, auf denen der Verfall der einzelnen Nationen beruht, die wirkenden Faktoren, die ganzen Perioden der Geschichte ihr Gepräge verleihen, das alles soll der Geschichtslehrer den Schülern lebendig vor Augen führen und dieser Aufgabe kann er nur gerecht werden, wenn er bis zu einem gewissen Grade seinem Unterricht eine subjektive Färbung gibt, denn eine absolute, jedem Einwand unzugängliche Wahrheit gibt es eben nicht für eine solche, aus der Fülle der Einzeltatsachen die grossen Gesichtspunkte herausarbeitende Behandlung, nach der aber doch gerade der nicht an der Oberfläche haftende Geist geradezu drängt.

Und ähnlich steht es mit dem Literaturunterricht, dem deutschen wie dem fremdsprachlichen. Auch hier tritt an den Lehrer die Forderung heran, die von dem Schriftsteller direkt ausgesprochenen oder auch nur angedeuteten Ideen herauszuschälen, viele Einzelheiten unter allgemeinen Gesichtspunkten zusammenzufassen und zu den so oft für das ganze Geistesleben des Menschen bedeutsamen Anschauungen, die der Denker, der Historiker, der Dichter in seinem Werke zum Ausdruck bringt, Stellung zu nehmen. Die Lehrer, die dieser Aufgabe einigermassen gerecht werden, sie sind es eben, von denen eine nachhaltige Wirkung auf die Schüler ausgeht, deren sich der Einzelne noch nach langen Jahren dankbar erinnert.

Die Möglichkeit zu solcher Einwirkung auf das Innere des Schülers möchte ich auch dem Lehrer der mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer sichern, dem sie offenbar gerade an den massgebenden Stellen nicht in demselben Grade zugesprochen wird, wie dem Lehrer der sprachlich-geschichtlichen Fächer. Wenn auch nicht ganz in der früheren Schärfe, so besteht doch noch recht deutlich vielfach die Meinung, dass die Beschäftigung mit den mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächern der Entfaltung der freien Menschenpersönlichkeit nicht eben günstig sei. Diese Meinung, die einst Schrader die Forderung aufstellen liess, die Direktorate und selbst die Klassen-Ordinariate in der Regel den Vertretern der sprachlichen Fächer zu übertragen (an Gymnasien denen der alten, an Realanstalten denen der neueren Sprachen), diese Meinung, der vor fünfzehn Jahren Paulsen in seiner Schrift „Das Realgymnasium und die humanistische Bildung“ einen so lebhaften Ausdruck gab, sie schimmert auch noch jetzt z. B. in den Ausführungen durch, mit denen ein so hochstehender und zur gerechten Würdigung gegenteiliger Anschauungen so bereiter Mann wie Harnack die Existenzberechtigung des humanistischen Gymnasiums verficht. Offiziell kommt sie durch den unverhältnismässig geringen Anteil zum Ausdruck, in dem die Vertreter der mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer zu leitenden Stellungen im Schuldienst berufen sind.

Dass aber unter den Vertretern dieser Fächer eine grosse Anzahl von Männern zu finden ist, deren Gesichtskreis weit über die Grenzen ihrer Spezialwissenschaft hinausgeht, Männer von reicher und vielseitiger Bildung, von freiem und weitem Blick, Männer, denen es ein Bedürfnis ist, die ihnen entgegentretenden Einzelheiten unter grossen Gesichtspunkten zusammenzufassen, die Berührungspunkte zwischen den verschiedenen Gebieten des geistigen Interessenkreises herauszufinden und alles, was sie in sich aufnehmen, zu einer harmonischen Gesamtbildung zu verschmelzen — dass es solcher Männer auch in der Sphäre der exakten Fächer nicht wenige gibt, das bedarf, wie ich hoffen möchte, keines besonderen Nachweises.

Ebensowenig, wie es eines Nachweises bedarf, dass die mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer an Anknüpfungspunkten für einen solchen auf tiefere Geistesbildung gerichteten Unterricht keinen Mangel leiden. Steht doch das Gebiet, das durch sie dem jugendlichen Geiste erschlossen werden soll, mit den bedeutsamsten Problemen, die den menschlichen Geist von jeher beschäftigt haben, in unmittelbarem Zusammenhange, dergestalt, dass der Lehrer, auch wenn er selbst über diese Fragen hinweggehen wollte, unter Umständen durch seine Schüler gedrängt wird, sie zu streifen, lässt es sich doch nicht verkennen, wie die gesamte Kultur, die innerliche Auffassung der Welt, ebenso wie die äussere Gestaltung, die das menschliche Geschlecht seinen Lebensverhältnissen gegeben hat, fortwährend durch den Wandel unserer Stellung zu den Naturvorgängen beeinflusst worden ist, findet dieser Zusammenhang ja auch noch ganz besonders seinen Ausdruck darin, dass die neueren Versuche, dem Schulunterricht wieder mehr ein philosophisches Gepräge zu geben, für diesen Zweck so vielfach den Stoff der exakten Fächer heranziehen.

Auf einen Einzelnachweis kann ich um so mehr verzichten, als ich selbst dieses Thema wiederholt anderweit behandelt habe (u. a. in meinem auf der Aachener Naturforscherversammlung gehaltenen Vortrag „Sprachunterricht und Sachunterricht“), hier möchte ich nur noch einigen möglicherweise hie und da etwa aufsteigenden „Bedenken“ entgegentreten.

Das eine ist die Besorgnis vor einem Ueberwiegen des subjektiven Moments. Dass hier ein Missbrauch möglich ist, lässt sich ja nicht bestreiten, aber es gibt eben keine Freiheit, der nicht solche Bedenken entgegengehalten werden könnten. Und jedenfalls ist die Gefahr des Missbrauchs hier nicht grösser, als auf dem oben von mir zum Vergleich herangezogenen literarisch-geschichtlichen Gebiet, über das ich auch mit einer gewissen persönlichen Kompetenz reden kann, da ich darin einige praktische Erfahrungen habe. Es ist sehr wohl möglich und liegt, wie ich hoffen möchte, auch in der Regel praktisch so, dass der Lehrer durch das verständig abgewogene Mass, in dem er seine persönliche Auffassung zum Ausdruck bringt, den Geist des Schülers in keiner Weise vergewaltigt, ihn vielmehr anregt, frei und offen nun auch seine etwaigen Gedanken zu äussern, die dann freilich auch einer angemessenen, von wohlwollendem Verständnis für die jugendliche Unreife getragenen Aufnahme sicher sein müssen.

Warum soll, was dort durch die Praxis als durchaus zulässig erprobt worden ist und fortwährend erprobt wird, im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht nicht ebenso gut möglich sein? Ich glaube, dass die modernen biologischen Lehren, insbesondere die Deszendenzlehre, vor den Schülern ohne jedes Bedenken erörtert werden können, dass sie unter Hervorhebung der Gründe und Gegengründe, unter Betonung ihres Zusammenhanges mit der ganzen Welt- und Lebens-Anschauung sogar erörtert werden müssen, wenn man die Schüler fähig machen will, in diesen und ähnlichen, die Gegenwart erfüllenden Fragen eine selbständige Stellung zu nehmen; von weiteren anderen Gebieten des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts angehörenden Beispielen darf ich absehen.

Wenn ferner eingewendet werden sollte, dass bei einem Lehrbetrieb, wie er hier empfohlen wird, Anforderungen an die Lehrer gestellt würden, denen doch nur ein Teil annähernd, voll vielleicht keiner gerecht zu werden vermöchte, so würde ich auch diesen Einwand nicht gelten lassen, der mit dem gleichen Rechte auch gegen den oben von mir skizzierten idealen Betrieb des literarischen und geschichtlichen Unterricht erhoben werden kann. Dass die Praxis des Unterrichts auf diesen Gebieten dem oben gezeichneten Ideal mannigfach nicht entspricht, ist nicht zu bestreiten; darum hat doch noch niemand daran gedacht, diesen Fächern die Möglichkeit abzuschneiden, dass ein solcher Unterricht von dem dazu innerlich berufenen Lehrer gegeben werden kann. Ich möchte auch glauben, dass der Reiz, einen Unterricht in solchem Sinne zu erteilen, gross genug ist, um aus einer Erweiterung des Feldes für ihn die Hoffnung schöpfen zu können, dass die Zahl der geistig lebendigen Elemente, die sich dem Lehrerberuf widmen möchten, dadurch einen Zuwachs erfährt.

Ein dritter Einwand möchte in der Befürchtung bestehen, dass bei einem Lehrbetrieb der von mir empfohlenen Art die Spezialaufgaben des exaktwissenschaftlichen Unterrichts leiden, dass die Sicherheit der positiven Kenntnisse dabei zu kurz kommen könnte. Auch diesem Einwand spreche ich die Beweiskraft ab, im Gegenteil glaube ich, dass eine regelmässige Unterbrechung der rein technischen Lehrarbeit durch Heranziehung allgemeiner Betrachtungen der sicheren Einprägung der technischen Einzelkenntnisse nur förderlich sein kann. Wir leiden unter einer wahrhaft furchtbaren Hast, mit der der mathematisch-naturwissenschaftliche Unterricht seine Aufgabe zu lösen sucht, von einem mathematischen Satz zum anderen, einem physikalischen Vorgang zum nächsten, einer Einzelheit der biologischen Fächer zur folgenden geht es mit Dampfgeschwindigkeit, es fehlen dem Unterricht die Ruhepunkte fast ganz.

Diese Ruhepunkte des technischen Unterrichts wird eine Behandlung gewähren, die die technische Weiterführung durch Erörterungen allgemeiner Art unterbricht, da wird Zeit gewonnen, die empfangenen Einzeleindrücke etwas zu verarbeiten und sie gerade so zu verarbeiten, wie es für das dauernde Festhalten wünschenswert ist, nämlich durch Verknüpfung mit dem gesamten Geistesleben, sie von der Oberfläche in eine grössere Tiefe zu versetzen.

Es schadet gar nichts, wenn einmal eine ganze Stunde nur darauf verwandt wird, aus einer Fülle von Einzelheiten einige allgemeine Folgerungen zu ziehen, ohne dass fachlich an sich irgend etwas neues der Erkenntnis zuwächst. Dafür wird ein höherer Gewinn eingetauscht, das Gefühl wird gestärkt, dass alle die fachlichen Einzelheiten, die der Unterricht bietet, mehr sind, als die Elemente einer einseitigen Berufsbildung, die im Grunde ausser den Angehörigen des jeweils in Betracht kommenden Berufes niemanden angehe, und auf der Schule eigentlich nur deshalb betrieben werde, weil es nun einmal Vorschrift ist, dass alle diese Dinge Elemente der allgemeinen Kultur sind, die mehr oder weniger jeden Menschen angehen.

Der Lehrer der exakten Fächer, der seine Aufgabe in diesem Sinne auffasst, wird eine lohnende, eine schöne Aufgabe darin sehen, über die technische Fachaufgabe hinaus, die ihm bisher allein gestellt war, insbesondere auch die Schüler innerlich zu beeinflussen, die in ihrem künftigen Beruf von den durch ihn vermittelten Einzelkenntnissen keinen Gebrauch machen konnten, denen darum doch in der empfänglichsten Periode ihres Lebens eine Einwirkung von Seiten der Vertreter des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts so nötig ist. Die ganze geschichtliche Entwickelung unseres öffentlichen Lebens hat es mit sich gebracht, dass bei uns das gesprochene und namentlich das geschriebene Wort in seiner Bedeutung ganz erheblich überschätzt wird, wir kranken an einem unverkennbaren Hange zum Verbalismus. Hier bessernd zu wirken, das richtige Gleichgewicht zwischen der Sache und dem Wort wiederzugewinnen, das ist eine der bedeutsamsten Aufgaben, deren Lösung die Nation zum guten Teile von der Gestaltung ihres Schulwesens erwarten muss. Und die berufenen Träger dieser Aufgabe sind die Lehrer der mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer, die in ihrer Persönlichkeit diese harmonische Ausgleichung der beiden für unser ganzes Leben gleich unentbehrlichen Seiten der geistigen Tätigkeit für die Schüler anschaulich und eindrucksvoll verkörpern sollen. Und darum möchte ich hoffen, in den Fachkreisen und darüber hinaus vielfach Zustimmung zu finden, wenn ich die Forderung erhebe: Auch auf dem Gebiete der mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer gilt es Platz zu schaffen für die Auswirkung der Lehrerpersönlichkeit.

Forderungen für den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht und seine Vertreter.

Von K. Dunker (Rendsburg).

In der vorhergehenden Nummer der Unterrichtsblätter*) habe ich einige „Thesen betreffend die Stellung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts und seiner Vertreter im Organismus des höheren Schulwesens" veröffentlicht, die ich zunächst noch einmal im Wortlaut anführen möchte:

1. Die Oberlehrer der Mathematik und der Naturwissenschaften haben in gleichem Verhältnis mit den Vertretern der übrigen Fächer Anspruch auf Berücksichtigung bei der Besetzung der höheren Stellen im Schuldienst.
2. a) Es muss eine Pauschalsumme für eine arbeitstechnische Kraft zur Erhaltung der naturwissenschaftlichen Sammlungen in dem Etat jeder Anstalt vorgesehen sein.
   b) Für Neuanschaffungen, Reparaturen usw. muss dem naturwissenschaftlichen Unterricht jeder Anstalt eine bestimmte Summe gesichert sein.
3. Sollte in Zukunft den Schülern eine Wahlfreiheit bezüglich der Hauptfächer zugebilligt werden, so würde auch dann am Gymnasium die Mathematik den übrigen Hauptfächern gleichgeachtet und es würden am Realgymnasium auch die Naturwissenschaften als Hauptfach zugelassen werden müssen.

Diese Thesen werden meinem an den Vereinsvorstand gerichteten Antrage gemäss Gegenstand der Beschlussfassung auf der bevorstehenden Hauptversammlung in Jena sein.

Zu ihrer näheren Erläuterung und Begründung sollen die nachfolgenden Ausführungen dienen.

Das Kollegium, dem ich bis zum 1. April d. J. angehörte, hat besonders in den letzten Jahren für Standesfragen ein hohes Verständnis bewiesen und zugleich das Bestreben, bei auseinandergehenden Interessen doch immer die Einmütigkeit nach Kräften im Auge zu behalten.

Es legte vor einem Jahre etwa dem Provinzial-Oberlehrertage Thesen zur Begutachtung vor, darunter die folgenden:

1. der Notwendigkeit, durch die Einstellung von Vertretern der einzelnen Lehrfächer in die Provinzial-Schulkollegien und von Prorektoren an den einzelnen Anstalten (neben den Direktoren) das Verhältnis der Anzahl der höheren Stellen im Schuldienst im Vergleich zu der der Oberlehrerstellen günstiger zu gestalten und
2. der Notwendigkeit, eine besondere Arbeitskraft zur Erhaltung der naturwissenschaftlichen, geographischen und anderen Sammlungen, zur Bedienung der Bibliotheken und des Turnsaales anzustellen.

War ich so in dankenswerter Weise angeregt, auch über die Stellung unserer Spezialfächer (der Mathematik und der Naturwissenschaften) Betrachtungen anzustellen, so wurde ich dazu andererseits geradezu aufgefordert durch gewisse Erscheinungen, die die Stellung der von uns vertretenen Lehrfächer nach meiner Ansicht stark in Frage stellten.

Z. B. wurde in einem Beitrag zu einer Direktorenversammlung gefordert und dem fast einstimmig beigestimmt, dass am Gymnasium die alten Sprachen, Deutsch und Geschichte den Mittelpunkt des Unterrichts zu bilden hätten. Auf der Direktorenversammlung selbst allerdings wurde im Sinne meiner Gegenforderung entschieden, dass an dem in den Lehrplänen aufgestellten Unterschiede zwischen Haupt- und Nebenfächern festzuhalten sei. Zum anderen bin ich wiederholt der Anschauung begegnet, dass die Zensur 4 am Gymnasium im Lateinischen, an den Realschulen im Französischen nicht wohl ausgleichbar sei. Ich habe beobachtet, dass diesem die Bedeutung e i n e s Lehrfaches e i n s e i t i g betonenden Anspruche, der keineswegs den Lehrplänen entspricht, seitens der Direktoren nicht immer mit der nötigen Deutlichkeit widersprochen worden ist.

Zu These 1.

Dass unsere Fächer um so mehr zur Geltung kommen, je mehr direkte Vertreter sich in den höheren Stellen des Schuldienstes finden, wird wohl kaum angezweifelt werden.

Es wird zwar gelegentlich ausgesprochen, dass den Oberlehrern seitens der juristischen Vorgesetzten oft angemessener begegnet wird als seitens der vorgesetzten Schulmänner, trotzdem fordern wir wohl ausschliesslich Schulmänner als Vorgesetzte, die Frage offen lassend, wie man sich gegenseitig bezüglich der Verkehrsformen abfinde. In gleichem Sinne könnte man sagen, dass Nichtmathematiker (ich will hier die Vertreter der mathematisch-naturwissenschaftlichen Lehrfächer kurz als Mathematiker bezeichnen) als Vorgesetzte aus naheliegenden Gründen uns weniger unbequem seien als Mathematiker. Diese Bequemlichkeitsfrage kann uns indes nicht abhalten, für die Lebensinteressen unseres Unterrichts entschieden einzutreten und die weitere Frage bezüglich angemessenen Dienstverkehrs zwischen Mathematikern als Vorgesetzten und Untergebenen offen zu lassen.

Dass die Mathematiker nicht in entsprechendem Verhältnis bei der Besetzung höherer Stellen berücksichtigt werden, ist Tatsache; ich erinnere an eine Statistik im Korrespondenzblatt (Jahrg. 1904), die die verhältnismässige Berücksichtigung der einzelnen Lehrfächer bei der Besetzung der höheren Stellen gibt.

Die verschiedenen Bestrebungen, unseren Unterricht technisch zu heben, sind in hohem Masse anzuerkennen und entschieden notwendig; aber wir müssen gleichzeitig betonen, dass die Fähigkeiten für die Schul v e r w a l t u n g dem Mathematiker gleich wichtig erscheinen müssen wie den Vertretern der sonstigen Lehrfächer.

Damit dienen wir nach meinem Urteil am besten dem Zwecke, den unser Verein hat: der Förderung des Unterrichts in der Mathematik und in den Naturwissenschaften. Wir haben tatsächlich zu sehr die Stellung von technischen Kräften. Durch grössere Anerkennung des erziehlichen Wertes des naturwissenschaftlichen Unterrichts könnte vielleicht darin etwas geändert werden.

Es ist noch ein persönlicher Gesichtspunkt hier zu erwähnen: Seitdem die Forderung, wissenschaftlichen Unterricht nur durch wissenschaftliche Lehrer erteilen zu lassen — ob diese Forderung unbedingt im Interesse des Standes der akademischen Lehrer liegt, sei hier dahingestellt —, auch für den Rechenunterricht weitgehend durchgeführt ist, hat sich die Zahl

*) S. Unt.-Bl. XI, 2, S. 34. Der Herr Verfasser wird leider verhindert sein, seine Thesen in Jena persönlich zu vertreten, der obige Artikel enthält den wesentlichen Inhalt der Ausführungen, die er der Vereinsversammlung vorzutragen beabsichtigte. Einige die Diskussion über diese Thesen einleitende Worte werden von anderer Stelle gesprochen werden.
Anm. d. Red.

der Mathematiker an den höheren Lehranstalten auffallend vermehrt (z. T. auch durch die Herabsetzung der Pflichtstundenzahl). Da nun der Abgang von Mathematikern in höhere Stellen sehr gering ist, so sind an vielen Anstalten mehrere Mathematiker in höherem, ziemlich gleichem Alter nebeneinander beschäftigt, wodurch die jetzige Bedeutung des Mathematikers gegenüber früheren Zeiten entschieden herabgemindert erscheint.

Es ist so, dass der Altphilologe die Besetzung des Direktorats eines Gymnasiums fordert, an den Realgymnasien, besonders infolge der vermehrten Reformanstalten, hauptsächlich die modernen Sprachen das Augenmerk auf sich ziehen und an den Realschulen neben den Sprachlehrern und Mathematikern die Deutsch- und Religionslehrer Anspruch auf das Direktorat erheben. Dabei kommen natürlich die Mathematiker bezüglich der Besetzung der höheren Stellen ungünstig davon.

2. These.

Forderungen, wie sie diese These enthält, sind schon vor einigen Jahren in Giessen in der Hauptversammlung dieses Vereins ausgesprochen. Damals hat Hupe-Charlottenburg in der Debatte zum Vortrage über „Grundfragen des physikalischen Unterrichts“ die Beschaffung einer Hilfe für die äusseren Dienstleistungen gefordert. Damals ist von Pietzker mitgeteilt worden, dass schon 1897 die Redaktion des Vereinsorgans eine Aufforderung an alle Fachlehrer gerichtet habe anzugeben, in welchem Umfange über Mittel für den physikalischen Unterricht verfügt würden. Bedauerlicherweise sei der Aufforderung in so geringem Masse entsprochen worden, dass von einer Verwertung der eingegangenen Mitteilungen hätte abgesehen werden müssen; das sei auch deswegen bedauerlich, weil die Nichtbeachtung dieser Aufforderung mannigfach als Zeichen einer gewissen Indolenz aufgefasst werden müsse.

Hoffentlich würde es sich bei der Wiederholung der Aufforderung seitens unserer Vereinsleitung zeigen, dass das Verständnis für solche Fragen im Kreise unserer Fachkollegen mittlerweise schon gereift ist. Bevor nicht das Verständnis dafür allgemein ist, lässt sich wenig erreichen. Schotten-Halle hat damals die Befürchtung ausgesprochen, die Behörden könnten sich bei der Bemessung der Dotation für die von ihnen zu unterhaltenden Schulen bei vorliegender Statistik nach den schlecht dotierten Anstalten richten. Hiergegen sei betont, dass solche Statistik den städtischen Behörden gar nicht ohne weiteres zur Verfügung stehen würde, dass die staatlichen Behörden aus den Berichten genau unterrichtet sind, und dass wir uns schliesslich doch nicht scheuen dürfen, Tatsachen an das Licht zu führen.

Was die von mir geforderte Pauschalsumme für eine arbeitstechnische Kraft betrifft, so ist es wohl klar, dass wir für unsere Zwecke allein keine volle Kraft fordern dürfen. Ein zweiter Schuldiener könnte sehr wohl vollauf beschäftigt werden, wenn ihm der Hülfsdienst in den verschiedensten Sammlungen, den Bibliotheken, dem Turnsaal, die Anfertigung von schriftlichen Arbeiten und vielleicht noch anderes überwiesen würde. Man denke an die Sekretäre und sonstigen Kräfte, die den höheren Beamten anderer Berufszweige, z. B. den Juristen, zugewiesen sind.

Die Sache liegt doch tatsächlich so, dass wir ein Verfügungsrecht über den Schuldiener nicht haben; höchstens in wenigen Fällen wird ein Schuldiener so angestellt sein, dass er für die naturwissenschaftlichen Zwecke zu Dienstleistungen verpflichtet ist. Es bleibt also die Alternative: entweder selbst zu putzen und zu wischen oder es Schülern zu überlassen.

Ich bin bei Erörterungen dieser Art letzter Zeit meist auf die Schüler verwiesen. Jedenfalls müssen wir ganz entschieden den Standpunkt vertreten, dass wir nicht Träger, Putzer und Wischer sein wollen. Ich will gern zugeben, dass ich nach solcher Richtung mit Schülern im allgemeinen nicht üble Erfahrungen gemacht habe. Selbstverständlich würde aber eine eingearbeitete erwachsene arbeitstechnische Kraft ganz etwas anderes bedeuten, und meist ist der die physikalische Sammlung verwaltende Kollege im Interesse der Apparate von solcher Betätigung der Schüler nicht sehr erbaut.

Auch darüber wollen wir uns klar sein, dass wir ein Verfügungsrecht über die Schüler ebensowenig haben wie über den Schuldiener und wir daher möglicherweise für einen Apparat, den ein Schüler bei seiner Hilfeleistung zerbricht, ersatzpflichtig gemacht werden könnten.

Es liegt hier eine bedenkliche Lücke vor, die nicht geeignet ist, das Ansehen unseres Standes zu heben.

Es liegt aber sehr viel bei uns selbst, und vielleicht liesse sich mehr erreichen, als wir zu hoffen wagen. Mir persönlich hat ein Vertreter der Provinzialschulbehörde gesagt, dass sich über eine Pauschalsumme für Instandhaltung der physikalischen Apparate vielleicht reden liesse.

Grimsehl-Hamburg berichtet (vergl. Zeitschr. für den physikalischen und chemischen Unterricht, 1904 S. 113), dass sein Arbeitszimmer in erster Linie zur Prüfung und Justierung neu angeschaffter oder reparierter Apparate sowie zur Untersuchung kranker oder krankheitsverdächtiger Instrumente diene. Man gehe in 100 physikalische Sammlungen, greife einen beliebigen besseren Apparat heraus, man wird in 90 Fällen finden, dass die Instrumente leider nicht durch ein solches Prüf-, Justier- und Krankenzimmer hindurchgegangen sind.

Wäre es nicht zweckmässig, neue Apparate, soweit es möglich ist, durch einen tüchtigen Mechaniker am Ort zu beziehen, der die Verantwortung und Reparaturen übernehmen würde, und im übrigen einen solchen periodisch in der Provinz an die Anstalten der kleineren Städte zu schicken? Uebrigens findet man jetzt, seitdem die elektrischen Anlagen überall zu finden sind, auch schon in kleineren Städten tüchtige Mechaniker.

3. These.

Der Gedanke der von den Primanern selbst zu treffenden Wahl gewisser Fächer zwecks grösserer Freiheit in ihrem Studium ist in letzter Zeit häufiger zum Ausdruck gebracht worden, unter anderem seitens des Geh. Oberregierungsrats Dr. Matthias-Berlin in der Monatsschrift für höhere Schulen.

Es wird ein dahin lautendes Thema auch in der nächsten Direktorenversammlung unserer Provinz zur Verhandlung kommen; ich fürchte, dass dabei, sowohl am Gymnasium wie auch am Realgymnasium, Versuche nicht ausbleiben werden, die Sprachen gegenüber den von uns vertretenen Fächern stärker zu betonen. Da die Vorstellungen über diesen Gegenstand noch wenig geklärt sind, so will ich meinerseits auch nicht weiter vorgreifen. Jedenfalls glaube ich, dass die These 3 die denkbar bescheidenste Form hat. Würde in dieser These gefordert, die verschiedenerseits angeregte Wahlfreiheit auch am Gymnasium auf die Naturwissenschaften zu erstrecken, so würde das einen Versuch bedeuten, die Annäherung der drei verschiedenen Arten von höheren Lehranstalten anzustreben und zwar auf Kosten des Gymnasiums. Ein solcher Versuch würde wohl wenig Aussicht auf freundliche Aufnahme haben.

Anträge: Der Vorstand des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts wolle

1. Sorge tragen, dass im Sinne der These 1 statistische Aufstellungen regelmässig gemacht werden (voraussichtlich im Korrespondenzblatt);
2. auch im Sinne der These 2a und b weitere Schritte veranlassen.

Der Vorstand des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts wolle Beschlüsse zu diesen Thesen der höchsten Schulbehörde zur Kenntnisnahme unterbreiten.

Rationale Zahlen in der Ebene und im Raum.

Von Oskar Lesser in Frankfurt a. M.

Ein in der ersten Nummer dieses Jahrganges der Unterrichtsblätter zum Abdruck gebrachter Artikel behandelte die Frage, wie sich die freien Eckpunkte aller pythagoreischer Dreiecke über die Ebene verteilen, wenn man die Dreiecke so mit einer Kathete auf die x-Achse eines Koordinatensystems stellt, dass allen ein Endpunkt der Hypotenuse gemeinsam ist. Meine Annahme, das Thema würde gewiss manchen interessieren, hat sich als berechtigt erwiesen: es ist mir eine ganze Reihe von Zuschriften zugegangen, die teils Anfragen, teils Vorschläge zur Abänderung in der Darstellung, teils endlich wesentlich neue Anregungen enthalten. Einiges daraus möchte auch dem Leser jenes ersten Aufsatzes willkommen sein; da ich ferner dem ausgesprochenen Wunsche der Behandlung der Gleichung $\sqrt{x^2+y^2+z^2}=u$ gern nachgekommen wäre, so will ich — obgleich ich nicht allzuviel Positives nach der neuen Richtung hin zu sagen habe — doch den alten Faden noch einmal aufnehmen, um das bereits Gesagte zu ergänzen bezw. in einigem zu erweitern, und um das Wenige und Unvollständige, das ich über die räumlichen Verhältnisse besitze, mitzuteilen.

Etwas muss ich nachtragen, was ich als bekannt voraussetzen zu dürfen geglaubt hatte: die Gewinnung des Formelsystems 1) auf Seite 7:

$$x = 2mn;\ y = m^2 - n^2;\ z = m^2 + n^2 \quad \ldots\ldots \quad 1).$$

Die Gleichungen können leicht durch folgende Ueberlegung gefunden werden: Ist $x^2+y^2=z^2$ durch rationale Zahlen x, y, z erfüllt, so folgt aus $x^2=z^2-y^2=(z+y)(z-y)$, dass x^2 nur dann eine Quadratzahl sein kann, wenn entweder $(z+y)$ und $(z-y)$ zugleich Quadratzahlen sind, oder, falls $(z+y)$ aus einem quadratischen **und** einem linearen Faktor besteht, wenn dieser lineare Faktor zugleich auch in $(z+y)$ enthalten ist. Zerlegt man also $(z+y)$ in das Produkt m^2 und den darüber hinausgehenden linearen Faktor p, so muss auch $(z-y)$ in einen quadratischen Faktor n^2 und den linearen Faktor p sich zerspalten lassen. Aus den sich so ergebenden Gleichungen $z+y=m^2 f$ und $z-y=n^2 f$ folgt dann

$$z = \frac{1}{2} f(m^2+n^2);\ y = \frac{1}{2} f(m^2-n^2) \text{ und}$$

$$x = \sqrt{m^2 f \cdot n^2 f} = m n f;$$

hebt man das ganze System durch den gemeinsamen Faktor $\frac{f}{2}$, so sind damit die Gleichungen 1) gewonnen.

Eine andere, ebenso einfache, wie elegante Herleitung des Systems 1) teilte mir Herr Prof. Dr. Eichler-Altona-Bahrenfeld mit:

Multipliziert man die Identität

$$(m+ni)^2 = m^2 - n^2 + 2mn\cdot i$$

mit der anderen

$$(m-ni)^2 = m^2 - n^2 - 2mn\cdot i,$$

so folgt

$$[(m+ni)(m-ni)]^2 = (m^2-n^2)^2 + (2mn)^2 + (m^2-n^2)(2mn\cdot i - 2mn\cdot i)$$

oder $\qquad (m^2+n^2)^2 = (m^2-n^2)^2 + (2mn)^2.$

Setzt man $m^2+n^2=z$, $m^2-n^2=y$, $2mn=x$, so ist damit ebenfalls das System 1) gefunden.

Da wir nun einmal mit komplexen Zahlen zu operieren angefangen haben, will ich nachtragend auf unsere Untersuchungen die Methode der konformen Abbildung anwenden, die sofort auf die Orthogonalität der Parabelscharen 2 und 3, sowie der Scharen 4 und 5 führt, während ich erst noch den Nachweis erbringen musste, dass sich die Parabeln unter Rechten schneiden. Das erforderte eine unwesentliche Mehrarbeit, die vielleicht deswegen um so lieber mit in den Kauf genommen wurde, als sich die Darstellung der einfachsten Hilfsmittel zur Gewinnung der Resultate bediente. Ich gehe aber gern auch auf die Anwendung jener Methode ein, deren Wesen aus dem folgenden erhellen mag:

Sind in

$$z = x + iy \text{ und } w = f(z) = u + iv$$

x und y die kartesischen Koordinaten eines Punktes in der z-Ebene und u, v diejenigen eines Punktes in der w-Ebene, so entspricht infolge der Relation $w=f(z)$ jedem Punkte der z-Ebene im allgemeinen ein bestimmter Punkt der w-Ebene. Mit Hilfe der Funktion $w=f(z)$ wird also die z-Ebene auf die w-Ebene abgebildet. Sind nun z_1, z_2 zwei dem Punkte z unendlich benachbarte Punkte der z-Ebene, und entsprechen diesen Punkten in der w-Ebene w_1, w_2, w, (von denen die Punkte w_1 und w_2 ebenfalls dem Punkt w unendlich benachbart sind), so ist

$$\frac{dw}{dz} = \frac{w_1-w}{z_1-z} = \frac{w_2-w}{z_2-z}$$

und infolgedessen, wenn $\frac{dw}{dz}$ als von o und ∞ verschieden angesehen wird,

$$\frac{w_1-w}{w_2-w} = \frac{z_1-z}{z_2-z}.$$

Bezeichnen wir mit ϱ_1, ϱ_2; r_1, r_2 die Strecken $w\,w_1$, $w\,w_2$; $z\,z_1$, $z\,z_2$ und mit φ_1, φ_2; ψ_1, ψ_2 die Winkel, die diese Strecken mit der positiven u- resp. x-Achse bilden, so können wir für die Differenzen der letzten Gleichung

$$w_1 - w = \varrho_1 \cdot e^{i\varphi_1};\ w_2 - w = \varrho_2 \cdot e^{i\varphi_2};$$

$$z_1 - z = r_1 \cdot e^{i\psi_1};\ z_2 - z = r_2 \cdot e^{i\psi_2}$$

setzen, wodurch die Gleichung selbst übergeht in

$$\frac{\varrho_1}{\varrho_2} e^{i(\varphi_1-\varphi_2)} = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\psi_1-\psi_2)}.$$

Die Trennung des Reellen vom Imaginären ergibt dann die Gleichungen

$$\varrho_1 : \varrho_2 = r_1 : r_2 \text{ und } \varphi_1 - \varphi_2 = \psi_1 - \psi_2,$$

die besagen, dass die beiden unendlichkleinen Dreiecke $w_1\,w\,w_2$ und $z_1\,z\,z_2$ ähnlich sind. Aus dieser Aehnlichkeit folgt, dass die Abbildung der z-Ebene in die w-Ebene in ihren kleinsten Teilen konform ist, und dass sich demgemäss zwei Kurven der Bildebene w unter demselben Winkel schneiden müssen, den die entsprechen-den Kurven der Originalebene z miteinander bilden. Schreiben wir also, um die soeben benutzten Bezeichnungen hier beizubehalten, die beiden ersten Gleichungen des Systems 1) in der Form

$$v = 2\,x\,y \qquad u = x^2 - y^2 \;\ldots\ldots\; 1),$$

so wird

$$f(z) = u + i\,v = x^2 - y^2 + 2\,x\,y \cdot i = (x + i\,y)^2.$$

Damit ist die abbildende Funktion $w = f(z)$ gefunden. — Eliminieren wir aus den Gleichungen 1) einmal x und einmal y, so erhalten wir die Parabelscharen (2 und 3)

$$v^2 = 4\,y^2\,u + 4\,y^4 \text{ und } v^2 = -4\,x^2\,u + 4\,x^4$$

der w-Ebene, deren Einzelkurven durch die Gleichungen $y = c$ und $x = k$ bestimmt sind. Diese letzteren Gleichungen aber stellen zwei Scharen von Geraden in der z-Ebene dar, von denen die eine der x-Achse, die andere der y-Achse parallel ist. Beide Scharen — die Originalkurven — schneiden sich unter rechten Winkeln, also müssen sich auch die Bildkurven, d. s. die Parabeln der w-Ebene, orthogonal schneiden.

Ich will nicht verfehlen, hier auf die ausserordentlich interessante Arbeit des Herrn Direktors Prof. Dr. Baer-Kiel: „Parabolische Koordinaten in der Ebene und im Raum" (wissensch. Beilage zu dem Programm des Realgymnasiums zu Frankfurt a. O.; 1888) hinzuweisen (vergl. insbesondere S. 9). Dort (vergl. S. 13) findet man auch eine zweite Herleitung der Parabelscharen 4 und 5:

Ist (I) $\qquad u = x^2 - y^2$ und $v = 2\,x\,y$,

so kann man dafür schreiben

$$u = (x + y)\,(x - y) = m\,n \text{ und also}$$

$$v = 2 \cdot \frac{m+n}{2} \cdot \frac{m-n}{2} = \frac{m^2 - n^2}{2}.$$

Nach Erweiterung mit 2 folgen die Gleichungen

$$u = 2\,m\,n \text{ und } v = m^2 - n^2,$$

die durch Elimination einmal von m und einmal von n auf die Scharen 4 und 5 führen. Ich habe die Gleichungen dieser Scharen auf anderem Wege gefunden und sogleich die nicht verwendbaren ausgeschieden.

Herr Prof. Heideprim-Frankfurt a. M. hatte die Liebenswürdigkeit, mich darauf aufmerksam zu machen, dass jedem Werte der gewöhnlichen Zahlenreihe als Masszahl für den Inkreisradius ϱ mindestens ein rationales Dreieck zugehört, sodass man die Dreiecke sehr gut nach dem steigenden Wert von ϱ ordnen könne. Schon im allgemeinen rechtwinkligen Dreieck ist jedes s (halbe Seitensumme, bezw. $s - a$, $s - b$, $s - c$, für die wir kürzer s_a, s_b, s_c setzen) gleich einem ϱ (Inkreisradius und Ankreisradien ϱ_a, ϱ_b, ϱ_c); ist c die Hypotenuse, so ist stets $\varrho = s_c$, $\varrho_c = s$, $\varrho_a = s_b$, $\varrho_b = s_a$. Da nun im rationalen Dreieck alle s rationale Zahlen sind, müssen auch alle ϱ rational sein. Wir wollen diese Beziehungen für unseren speziellen Fall herleiten. Bildet man aus dem System 1) die vier s, so folgt

$$s = m\,(m + n);\; s_x = m\,(m - n);\; s_y = n\,(m + n);$$
$$s_z = n\,(m - n);$$

leiten wir daraus unter Benutzung der Formeln

$$\varrho = \sqrt{\frac{s_a \cdot s_b \cdot s_c}{s}},\; \varrho_a = \sqrt{\frac{s \cdot s_b \cdot s_c}{s_a}}, \text{ usw.},$$

die ϱ ab, so folgt

$$\varrho = \pm\, n\,(m - n);\;\; \varrho_x = n\,(m + n);\;\; \varrho_y = \pm\, m\,(m - n);$$
$$\varrho_z = m\,(m + n),$$

wobei das doppelte Vorzeichen weggelassen ist, wo es ohne Bedeutung ist.

Betrachten wir die erste Formel, $\varrho = \pm\, n\,(m - n)$, also $\varrho = n\,(m - n)$ für $m > n$ und $\varrho = -\,n\,(m - n)$ für $m < n$! m und n müssen teilerfremd, und eine der beiden Zahlen muss gerad, die andere ungerad sein. Nun lässt sich jede Zahl ϱ so zerlegen, dass $n = \varrho$, $m - n = 1$, also $m = \varrho + 1$ ist. Die Zahlen n und m genügen den an sie gestellten Bedingungen und führen daher stets auf ein Grunddreieck. Ebenso kann auch $n = 1$ und $m - n = \varrho$, also $m = \varrho + 1$ gesetzt werden. Ist dabei ϱ eine gerade Zahl, so sind sowohl n wie m ungerade, und wir erhalten kein neues Dreieck; ist aber ϱ ungerade, so ist n ungerade und m gerade, und es gehört dann also zu ϱ — selbst als Primzahl — ein zweites rationales Dreieck. Für ϱ als nichtprime Zahl gibt es entsprechend viel weitere Dreiecke, wenn durch die weiteren Zerlegungen m und n sich als teilerfremd ergeben und eine dieser Zahlen gerade, die andere ungerade ist.

Da wir diese ϱ-Beziehungen etwas eingehender behandeln wollen, sei zunächst der Anfang einer Tabelle gegeben, die die rationalen Dreiecke nach ϱ ordnet.

ϱ	n =	m =	x	y	z	ϱ_x	ϱ_y	ϱ_z	r
1	*) 1	2	4	3	5	3	2	6	2,5
2	*) 2	3	12	5	13	10	3	15	6,5
	1	3	liefert das abgeleitete System (6, 8, 10)						
3	*) 3	4	24	7	24	21	4	28	12,5
	1	4	8	15	17	5	12	20	8,5
4	*) 4	5	40	9	41	36	5	45	20,5
	1	5	liefert das abgeleitete System (10, 24, 26)						
5	*) 5	6	60	11	61	55	6	66	30,5
	1	6	12	35	37	7	30	42	18,5
6	*) 6	7	84	13	85	78	7	91	42,5
	3	5	liefert das abgeleitete System (30, 16, 34)						
	2	5	20	21	29	14	15	35	14,5
	1	7	liefert das abgeleitete System (14, 48, 50)						

. . . .

Die mit *) bezeichneten Dreiecke sind diejenigen, die aus der stets verwendbaren Zerlegung von ϱ in $(n = \varrho) \cdot (m - n = 1)$ resultieren. Für sie gelten die allgemeinen Relationen

$$\varrho = p;\; n = p,\;\; m = p + 1;\;\; x = 2\,p\,(p + 1);\; y = 2\,p + 1;\; z = 2\,p\,(p + 1) + 1 \;\ldots\ldots\; 2)$$
$$\left[\varrho_x = p\,(2\,p + 1);\;\; \varrho_y = p + 1;\;\; \varrho_z = (p + 1)\,(2\,p + 1);\right.$$
$$\left. r = p\,(p + 1) + \frac{1}{2}\right].$$

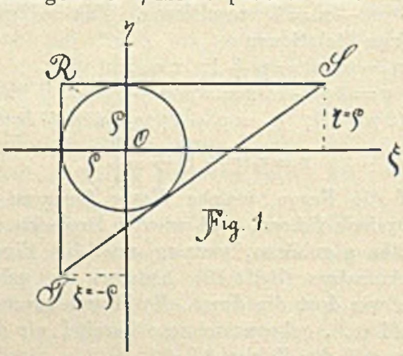
Auf die Frage, welche Werte für ϱ zu mehr als einem Dreieck führen, und wieviel Dreiecke zu einem bestimmten ϱ gehören, vermag uns die Figur 2 des ersten Aufsatzes (Seite 10) Antwort zu geben. Bezeichnen wir dort die durch die Hypotenusenzahlen 5, 13, 25, 41 . . . gekennzeichnete Parabel als die erste; diejenige mit den Zahlen 17, 29, 45 . . . als die zweite u. s. f., so überzeugen wir uns zunächst, dass auf der ersten Parabel alle mit *) bezeichneten Lösungen der Tabelle liegen. Im ersten Dreiecke dieser Kurve ist $\varrho = 1$, im zweiten $\varrho = 2$, im dritten $\varrho = 3$ usw.: Das ϱ dieser Parabel beginnt mit 1 und durchläuft sämtliche Werte der Zahlenreihe. ($\varrho_1 = 1 = 1 \cdot 2 - 1$; $d = 1 \cdot 2 - 1 = 1$). In der zweiten Kurve beginnt ϱ mit 3 und steigt von Eckpunkt zu Eckpunkt um 3. ($\varrho_1 = 2 \cdot 2 - 1$; $d = 2 \cdot 2 - 1 = 3$); bei der dritten Kurve ist $\varrho_1 = 3 \cdot 2 - 1$ und $d = 5$, bei der vierten $\varrho_1 = 4 \cdot 2 - 1$ und auch $d = 4 \cdot 2 - 1 = 7$ usw. Demnach beginnt die n^te Parabel mit $\varrho_1 = 2\,n - 1$, und es ist auch $d = 2\,n - 1$.

Ueber die Anzahl der möglichen Dreiecke gibt also folgende Aufstellung Aufklärung.

Es liegen auf der Parabel	je ein Dreieck mit $\varrho =$																				
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
2	—	—	3	—	—	6	—	—	9	—	—	12	—	—	15	—	—	18	—	—	21	—
3	—	—	—	—	5	—	—	—	—	10	—	—	—	—	15	—	—	—	—	20	—	—
4	—	—	—	—	—	—	7	—	—	—	—	—	—	14	—	—	—	—	—	—	21	—
5	—	—	—	—	—	—	—	—	9	—	—	—	—	—	—	—	—	18	—	—	—	—
6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	11	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	22
7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	13	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	15	—	—	—	—	—	—	—
9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	17	—	—	—	—	—
10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	19	—	—	—
11	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	21	—
. . .	also in Summa Dreiecke																					
	1	1	2	1	2	2	2	1	3 (2)	2	2	1	2	2	4	1	2	3	2	2	3	2

als überhaupt mögliche Dreiecke. Doch auch davon fallen einige noch als abgeleitet weg (vergl. $\varrho = 9$, wo es nicht 3, sondern nur 2 Dreiecke gibt).

Denken wir uns nun um den Koordinatenursprung alle Kreise mit den Radien $\varrho = 1, 2, 3, 4$ . . gezogen und um dieselben die zu jedem Kreis gehörenden Dreiecke so gelegt, dass die Scheitel der Rechten auf die Halbierungslinie des von der positiven η-Achse und der negativen ξ-Achse eingeschlossenen rechten Winkels fallen. Indem wir die Scheitel so anordnen, lassen wir die Seiten der Dreiecke den Koordinatenachsen parallel verlaufen; die freien Eckpunkte (Hypotenusenendpunkte) verteilen sich dann lediglich über den ersten und den dritten Quadranten. — Wir kommen ferner dahin überein, dass die geradzahligen Katheten der ξ-Achse, die ungeradzahligen der η-Achse parallel sind.



Sei in Fig. 1) RST eines dieser Dreiecke; es sei also RS die geradzahlige, RT die ungeradzahlige Kathete. Dann sind die Koordinaten des Punktes S

$$\xi_s = RS - \varrho \text{ und } \eta_s = \varrho$$

und diejenigen von T

$$\xi_t = -\varrho \text{ und } \eta_t = -(RT - \varrho),$$

wobei RS und RT Funktionen von ϱ sind, so dass wir setzen können $RS = f_1(\varrho)$ und $RT = f_2(\varrho)$. Die Elimination von ϱ zwischen den Gleichungen

$$\xi_s = f_1(\varrho) - \varrho \text{ und } \eta_s = \varrho \; . \; . \; . \; . \; 3')$$

und zwischen

$$\xi_t = -\varrho \text{ und } \eta_t = \varrho - f_2(\varrho) \; . \; . \; . \; . \; 4')$$

ergibt dann die Oerter für die Hypotenusenendpunkte.

Nach dem Vorausgegangenen sind wir nicht imstande, die Oerter der Punkte R und S für alle Dreiecke zugleich herzuleiten, da uns eine Formel, die aus jedem ϱ ohne weiteres alle zugehörigen Dreiecke, bezw. deren Seitenmasszahlen berechnen liesse, fehlt. Dagegen können wir die Oerter der Hypotenusenendpunkte jedesmal der Dreiecke finden, die den einzelnen Punkten der Parabeln in Fig. 2 auf Seite 10 entsprechen, und aus den Gleichungen der Einzelkurven die Gleichung der ganzen Kurvenscharen bestimmen.

Für die Dreiecke der ersten Parabel in Fig. 2 auf Seite 10 gilt nach 2)

$$\varrho = p; \; x = f_1(\varrho) = 2p(p+1); \; y = f_2(\varrho) = 2p + 1;$$

daher geht 3 über in

$$\xi_s = 2p(p+1) - p; \; \eta_s = p \; . \; . \; . \; 3'')$$

und 3' in

$$\xi_t = -p; \; \eta_t = -(p+1) \; . \; . \; . \; 4'').$$

Die Elimination von γ zwischen den Gleichungen 3'') führt auf

$$\left(\eta_s + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\xi_s + \frac{1}{8}\right), \; . \; . \; . \; 3)$$

also auf die Gleichung einer Parabel (d. i. die Parabel p_1 der untenstehenden Figur 2'); die Elimination von p zwischen den Gleichungen 4'') aber ergibt

$$\eta = \xi - 1, \; . \; . \; . \; . \; 4)$$

das ist die Gleichung der Geraden g_1.

Beachtet man das gesetzmässige Anwachsen der Koordinaten der freien Dreieckseckpunkte auf der zweiten Parabel der Figur 2 auf Seite 10 — die Masszahlen der ungeraden Katheten bilden eine arithmetische Reihe I O mit dem Anfangsglied 15 und der Differenz 6, die der geraden eine solche zweiter Ordnung:

8		20		36		56
	12		16		20	
		8		8		—,

berücksichtigt man ferner, dass die ϱ der Parabel mit 3 beginnen und eine arithmetische Reihe mit der Differenz 3 bilden, so wird man für diese Gruppe von Dreiecken leicht die Oerter finden: für die Endpunkte der geradzahligen Katheten

$$p_2 \equiv \left(\eta + \frac{9}{4}\right)^2 = \frac{9}{2}\left(\xi + \frac{9}{8}\right) \; . \; . \; . \; . \; 3a)$$

und für diejenigen der ungeradzahligen Katheten

$$g_2 \equiv \eta = \xi - 9 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; 4\,\mathrm{a}).$$

Ebenso ergeben sich weiter für die Dreiecke der dritten Parabel der Figur 2 Seite 10 die Oerter

$$p_3 \equiv \left(\eta + \frac{25}{4}\right)^2 = \frac{25}{2}\left(\xi - \frac{25}{8}\right) \;.\;.\;.\;.\; 3\,\mathrm{b})$$

$$g_3 \equiv \eta = \xi - 25 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; 4\,\mathrm{b}),$$

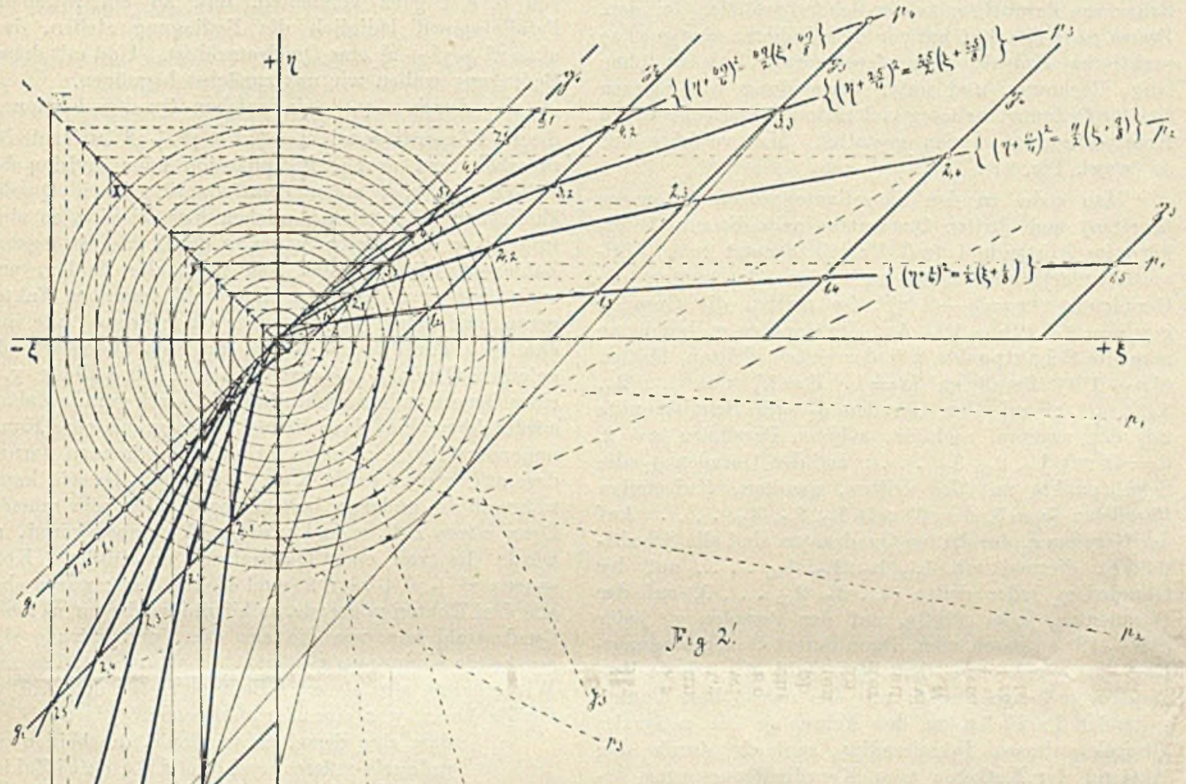
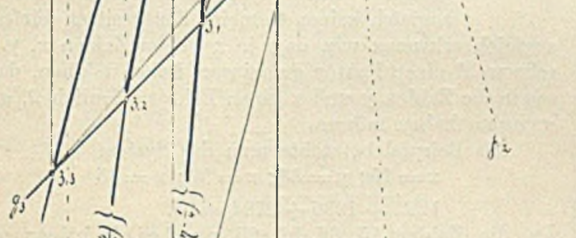


Fig 2'



für die Dreiecke der vierten Parabel

$$p_4 = \left(\eta + \frac{49}{4}\right)^2 = \frac{49}{2}\left(\xi - \frac{49}{8}\right) \;.\;.\;.\;.\; 3\,\mathrm{c})$$

$$g_3 = \eta = \xi - 49 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; 4\,\mathrm{c})$$

u. s. f. Mithin sind die Oerter der freien Eckpunkte für die Dreiecke der n^{ten} Parabel

$$p_n \equiv \left(\eta + \frac{(2n-1)^2}{4}\right) = \frac{(2n-1)^2}{2}\left(\xi - \frac{(2n-1)^2}{8}\right) \;\mathrm{III})$$

und

$$g_n \equiv \eta = \xi - (2n - 1) \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; \mathrm{IV}).$$

Betrachten wir nunmehr die Figur 2 dieses Aufsatzes! Wir bezeichnen die Endpunkte der Katheten auf der Parabel p_1 (indem wir vom Inneren des Feldes nach aussen fortschreiten) der Reihe nach mit $1_{,1}$, $1_{,2}$, $1_{,3}$, ... und in ganz gleicher Weise auch die Endpunkte der anderen Katheten auf der Geraden g_1; ebenso bezeichnen wir die Eckpunkte auf p_2 mit $2_{,1}$, $2_{,2}$, $2_{,3}$, ... und in gleicher Weise auch die Eckpunkte auf g_2; ebenso seien die Eckpunkte auf p_3 und g_3 $3_{,1}$, $3_{,2}$, $3_{,3}$, ... u. s. f. Dann lässt sich ganz leicht nachweisen, dass alle Parabelpunkte (des ersten Quadranten), die denselben Index besitzen, jedesmal auf einer Geraden liegen, und zwar diejenigen mit dem Index 1 auf der Geraden

$$g_1 \equiv \eta = \xi - 2,$$

diejenigen mit dem Index 2 auf

$$g_2 \equiv \eta = \xi - 8,$$

diejenigen mit dem Index 3 auf

$$g_3 = \eta = \xi - 18,$$

oder im allgemeinen, diejenigen mit dem Index n auf

$$g_n \equiv \eta = \xi - 2\,(n)^2 \;.\;.\;.\;.\; \mathrm{V}).$$

Im dritten Quadranten aber liegen alle Eckpunkte mit dem Index 1 auf der Parabel p_1, deren Gleichung ist

$$p_1 \equiv \left(\xi - \frac{1}{2}\right)^2 = -1\left(\eta - \frac{1}{4}\right),$$

diejenigen mit dem Index 2 auf

$$p_2 \equiv \left(\xi - \frac{4}{2}\right)^2 = -4\left(\eta - \frac{4}{4}\right),$$

diejenigen mit dem Index 3 auf

$$p_3 \equiv \left(\xi - \frac{9}{2}\right)^2 = -9\left(\eta - \frac{9}{4}\right);$$

also allgemein, diejenigen mit dem Index n auf

$$p_n \equiv \left(\xi - \frac{n^2}{2}\right)^2 = - n^2\left(\eta - \frac{n^2}{4}\right) \quad . \; . \; . \; . \; \text{VI}).$$

Damit haben wir ein Resultat gefunden, das dem in Nummer 1 der U.-Bl. über die Verteilung der freien Eckpunkte gewonnenen ganz analog ist: Die freien Eckpunkte stellen auch hier die Schnittpunkte zweier Kurvenscharen dar und zwar jedesmal einer Schar von Parabeln mit einer Schar paralleler Geraden. Dieses neue Resultat hat vor dem früheren eine gewisse praktische Bedeutung insofern voraus, als es ohne lange Rechnung, und unter Vermeidung von Kurven zweiter Ordnung, beliebig viel rationale Dreiecke durch Konstruktion zu finden gestattet. Man verfahre nur so (vergl. Fig. 2!):

Man ziehe zu den Koordinatenachsen im ersten (zweiten) und dritten Quadranten aequidistante Parallelen im Abstande 1 (mit Vorteil benutzt man Millimeterpapier) und ziehe im ersten Quadranten die Geraden $g \equiv \eta = \xi - 2\,(n)^2$, im dritten die Geraden $g \equiv \eta = \xi - (2n - 1)^2$. Auf der Geraden g_1 bezeichne man die Schnittpunkte mit der ersten, dritten, fünften $(2n - 1)^{\text{ten}}$ Parallelen $[a = 1, \; d = 2]$ mit $1_{,1}$, $2_{,1}$, $3_{,1}$, ... ; auf der Geraden g_2 die Schnittpunkte mit der zweiten, sechsten, zehnten Parallelen $[a = 2, d = 4]$ mit $1_{,2}$, $2_{,2}$, $3_{,2}$, ... ; auf der Geraden g_3 die Schnittpunkte mit der dritten, neunten, fünfzehnten Parallelen $[a = 3, d = 6]$ mit $1_{,3}$, $2_{,3}$, $3_{,3}$, ... Auf der Geraden g_1 des dritten Quadranten sind alle Schnittpunkte, diesmal mit $1_{,1}$, $1_{,2}$, $1_{,3}$, $1_{,4}$, ..., auf der Geraden g_2 jeder dritte ($2_{,1}$, $2_{,2}$, $2_{,3}$, ...), auf der Geraden g_3 jeder fünfte, auf der Geraden g_n jeder $(2n - 1)^{\text{te}}$ zu bezeichnen. Dann liefert die Verbindungslinie je zweier mit derselben Zahl und demselben Index versehenen Punkte mit den durch diese Punkte gehenden Parallelen zu den Achsen je ein rationales Dreieck, dessen Inkreisradius zugleich durch den Abstand der Katheten vom Koordinatenursprung bestimmt ist.

Rationalzahlen im Raum.

Wenn wir uns in der Ebene mit rationalen Dreiecken beschäftigt haben, so müssen wir uns im Raume den rationalen Pyramiden zuwenden, die durch die Koordinaten x, y, z eines Punktes bestimmt sind. Während aber die ebenen Koordinaten x, y ein rechtwinkliges Dreieck e i n d e u t i g definierten, liefern die räumlichen x, y, z d r e i zwar i n h a l t s g l e i c h e, aber doch im allgemeinen i n k o n g r u e n t e Pyramiden, so dass hier von vornherein eine gewisse Schwierigkeit sich einstellt. Nun gelten ja unsere, für die Ebene angestellten Betrachtungen, ebenso wie für die rationalen Dreiecke selbst, auch für die rationalen Rechtecke, d. h. für solche Rechtecke, deren Diagonale sich als rationale Zahl aus den Seiten x, y ergibt. Wir könnten daher analog hier von rationalen Parallelopipeden sprechen, als von solchen, deren Flächendiagonalen

$$d = \sqrt{x^2 + y^2}; \;\; e = \sqrt{x^2 + y^2}; \;\; f = \sqrt{y^2 + z^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; 7')$$

wie die Raumdiagonale

$$u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; 7)$$

Bemerkung: Es scheint, dass auch die in den IV. Quadranten fallenden Parabelteile eine gewisse Rolle spielen (Berührungspunkte der Hypotenusen mit dem Inkreis?); doch würde eine Untersuchung dieser Frage hier zu weit führen.

zugleich durch rationale Zahlen dargestellt werden können. Diese Gleichungen scheinen jedoch nicht gleichzeitig bestehen zu können, ja es scheint, dass, wenn u rational ist, nur höchstens e i n e der Flächendiagonalen zugleich rational sein kann. Wenn dem so ist, können wir von rationalen Parallelopipeden und demnach auch von rationalen Pyramiden überhaupt nicht reden; es sei denn, dass wir auf die Rationalität von d, e, f ganz verzichten, und an ein rationales Parallelopiped lediglich die Bedingung stellen, dass $u^2 = x^2 + y^2 + z^2$ eine Quadratzahl ist. Und mit dieser Bedingung wollen wir uns zunächst begnügen.

Ist durch x, y, z ein solcher Quader bestimmt, dessen Körperdiagonale $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ rational ist, so erhält man durch Multiplikation oder Division der Zahlen x, y, z, u einen dem ursprünglichen Quader ähnlichen; unter allen ähnlichen Parallelopipeden aber muss einer sein, dessen Seiten so durch (kleinste) ganze Zahlen ausdrückbar sind, dass nicht alle Zahlen, und auch nicht drei derselben einen und denselben Faktor gemeinsam haben (Grundquader einer Form); alle ihm ähnlichen Parallelopipeda sind aus ihm abgeleitet (abgeleitete Quader). Daraus folgt auch, dass die x, y, z eines Grundquaders nicht sämtlich durch gerade Zahlen ausdrückbar sind, dass vielmehr wenigstens eine Kante ungeradzahlig sein muss. Und wir erkennen ferner, dass s t e t s n u r e i n e K a n t e u n g e r a d e sein kann, während die anderen beiden geradzahlig sein müssen. Denn wären z. B. x und y ungerad, z aber gerad, so würde die von einer Quadratzahl unerfüllbare Kongruenz $x^2 + y^2 + z^2 \equiv 2 \pmod 4$ entstehen; wären aber alle drei Kanten ungerade, so könnte wiederum u^2 keine Quadratzahl sein, wie die aus der Voraussetzung sich ergebende Kongruenz $x^2 + y^2 + z^2 \equiv 3 \pmod 4$ beweist. Wir erhalten also als erste Bedingung für den Aufbau der Zahlen x, y, z eines Grundquaders,

dass eine derselben ungerade, die beiden gerade sein müssen, und dass a l l e d r e i Zahlen zugleich keinen Gemeinteiler besitzen dürfen;

zugleich erkennen wir, dass je zwei der Zahlen x, y, z sehr wohl einen Faktor gemeinsam haben können, dass sogar die Zahlen y und z einen Faktor, nämlich 2, gemeinsam haben müssen.

Als Beispiel betrachte man das System

$$x = 15; \; y = 36; \; z = 52; \; u = 65$$

$$\sqrt{225 + 1296 + 2704} = 65.$$

Da die Zahlen 15, 36, 52, 65 z u g l e i c h keinen gemeinsamen Faktor enthalten, liefert das System einen Grundquader. Trotzdem haben gemeinsam x, y den Faktor 3; x, u den Faktor 5; y, z den Faktor 4; z, u den Faktor 13. Dagegen sind x, z und y, u teilerfremd.

Aus der Gleichung 7) können wir stets ein rationales u gewinnen, indem wir den Radikanden auf eine quadratische Form bringen. Das kann auf zweierlei Weise geschehen.

1) Wir setzen

$$x = m^2, \; y = 2\,n^2$$

und machen z^2 zum doppelten Produkt von x und y, setzen also $z^2 = 2\,x\,y = 4\,m^2 n^2$. Dann wird

$$n = \sqrt{m^4 + 4\,n^4 + 4\,m^2 n^2} = (m^2 + 2\,n^2),$$

sodass unser System lautet

$$x = m^2, \; y = 2\,n^2, \; z = 2\,m\,n; \; u = m^2 + 2\,n^2 \; . \; . \; . \; 8).$$

2) Da y und z gerade sein müssen, setzen wir $y = 2\,r$ und $z = 2\,s$. Dann wird

$$u = \sqrt{x^2 + (2\,r)^2 + (2\,s)^2} = \sqrt{x^2 + 4\,(r^2 + s^2)},$$

oder, indem wir m n für $r^2 + s^2$ einführen

$$u = \sqrt{x^2 + 4mn}.$$

Bringen wir nun den Radikanden auf die quadratische Form $m^2 + 2mn + n^2$, so ergibt sich aus

$$x^2 + 4mn = m^2 + 2mn + n^2$$
$$x^2 = m^2 - 2mn + n^2 = (m - n)^2$$

und $u = \sqrt{(m - n)^2 + 4mn} = m + n$.

Demnach lautet jetzt unser System

$$x = m - n,\ y = 2r,\ z = 2s,\ u = m + n \ \ldots \ 9)$$

mit der Bedingungsgleichung

$$mn = r^2 + s^2 \ \ldots\ldots \ 9').$$

Während das System 8) nur spezielle Quader liefert, ist das System 9 ein allgemeines, da es zu zwei ganz beliebig gewählten geraden Zahlen y und z die zugehörigen Zahlen x und u zu bestimmen gestattet. Ist z. B. $y = 6$, $z = 10$, so ist $mn = r^2 + s^2 = 34 = 34 \cdot 1 = 17 \cdot 2$, also ergeben sich die Systeme

$$x = m - n = 33,\ y = 6,\ z = 10,\ u = 35,$$
$$(\sqrt{1089 + 36 + 100} = 35)$$
$$x = 15,\ y = 6,\ z = 10,\ u = 19,$$
$$(\sqrt{225 + 36 + 100} = 19).$$

Um die Anordnung der freien Eckpunkte der durch das System 9 bestimmten Quader zu finden, schreiben wir (mit Rücksicht auf 9')

$$x = m - n;\ y = 2r;\ z = 2\sqrt{mn - r^2};$$

eliminieren wir r zwischen y und z, so folgt

$$y^2 + z^2 = 4mn, \text{ oder } mn = p \text{ gesetzt},$$
$$y^2 + z^2 = 4p,$$

d. i. die Gleichung einer Kreiszylinderschar, mit der x-Achse als gemeinsamer Achse. Eliminieren wir zwischen $y^2 + z^2 = mn$ und $x = m - n$ noch m, so folgt als Gleichung des Ortes der freien Quadereckpunkte

$$y^2 + z^2 = 4n(x + n),$$

oder, wenn wir x' für $x + n$ setzen,

$$y^2 + z^2 = 4nx.$$

Demnach liegen die Punkte x, y, z zugleich auf einer Schar von Rotationsparaboloiden mit der x-Achse als Achse.

Die Benutzung des Systems 9) wird dadurch erschwert, dass für jede y, z erst die Bedingungsgleichung 9') aufgelöst werden muss. Kommt es nicht darauf an, alle den beiden Zahlen y und z zugehörigen Quader zu finden, so gestaltet sich die Rechnung schon einfacher. Nehmen wir an, y und z haben ausser dem Faktor 2 noch einen anderen a gemeinsam, so dass ist

$$y = 2ap \qquad z = 2aq,$$

so wird

$$mn = \frac{y^2 + z^2}{4} = a^2(p^2 + q^2),$$

worin wir setzen können

$$p^2 + q^2 = m,\ a^2 = n \qquad (p^2 + q^2 > a^2).$$

Dann erhalten wir

$$x = p^2 + q^2 - a^2;\ y = 2ap;\ z = 2aq;\ u = p^2 + q^2 + a^2.$$

Auf ein hierhin gehöriges System sei besonders hingewiesen, da es sich dem Gedächtnis leicht einprägt. Setzt man

$$y = 2a \text{ und } z = 2a(2a + 1),$$

so folgt aus

$$mn = \frac{y^2 + z^2}{4} = a^2 + a^2(4a^2 + 4a + 1)$$
$$= 2a^2 \cdot (2a^2 - 2a + 1),$$

mit $m = 2a^2$ und $n = 2a^2 - 2a + 1$,

das System

$$x = m - n = 2a - 1,\ y = 2a,\ z = 2a(2a + 1);$$
$$u = 4a^2 - 2a + 1 = 2a(2a - 1) + 1.$$

Nimmt man also als x und y zwei aufeinander folgende Zahlen, so bilden diese mit ihrem Produkt die Kanten eines rationalen (!) Quaders, dessen Körperdiagonale um die Einheit grösser ist, als die grösste Kante.

Beispiele

$x = 1$, $y = 2$, $z = 1 \cdot 2 = 2$; $u = 2 + 1 = 3$

$x = 5$, $y = 6$, $z = 5 \cdot 6 = 30$; $u = 30 + 1 = 31$ u. s. f.

Nachdem wir zuvor die Rationalzahlen der Ebene behandelt hatten, müssen diejenigen Parallelopipeda unser besonderes Interesse erwecken, die ausser der rationalen Körperdiagonale, eine rationale Flächendiagonale besitzen, für die also etwa $e = \sqrt{x^2 + y^2}$ eine Quadratzahl ist. Wir verfahren hier ebenso, wie bei der Auffindung des Rationalsystems in der Ebene.

Ist $e = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{u^2 - z^2}$ rational, so verlangt die Gleichung $e = (u + y)(u - z)$, dass $(u + y)$ und $(u - z)$ entweder nur quadratische Faktoren enthalten, oder, wenn über den quadratischen Faktor hinaus noch ein linearer Faktor in $u + z$ vorhanden ist, dass dieser auch in $u - z$ linear vertreten sein muss. Setzen wir daher

$$u + z = pm^2 \text{ und } u - y = pn^2,$$

so folgt $u = p\dfrac{m^2 + n^2}{2}$; $z = p\dfrac{m^2 - n^2}{2}$

und $e = pmn$. $\qquad$ 10)

Darin müssen p, m, n sämtlich ungerade sein, da $e = \sqrt{x^2 + y^2}$ ungerade ist ($x \equiv 1$; $y \equiv 0$ (mod 2)). Ferner muss, da

$$e^2 = x^2 + y^2 = p^2m^2n^2$$

also $y^2 = p^2m^2n^2 - x^2 = (pmn + x)(pmn - x)$

in gleicher Weise gesetzt werden können

$$pmn + x = \pi\mu^2,$$
$$pmn - x = \pi\nu^2,$$

woraus sich

$$pmn = \frac{\pi}{2}(\mu^2 + \nu^2);\ x = \frac{\pi}{2}(\mu^2 - \nu^2);\ y = \pi\mu\nu \ \ldots \ 11)$$

ergibt. Das System (vergl. 10)

$$x = \frac{\pi}{2}(\mu^2 - \nu^2);\ y = \pi\mu\nu;\ z = p\frac{m^2 - n^2}{2},\ u = p\frac{m^2 + n^2}{2}$$

geht dann infolge der ersten Gleichung aus 11) über in

$$x = \frac{\pi}{2}(\mu^2 - \nu^2);\ y = z\frac{\pi}{2} \cdot \mu\nu;\ z = \frac{\pi}{2}\frac{\mu^2 + \nu^2}{mn} \cdot \frac{m^2 - n^2}{2};$$
$$u = \frac{\pi}{2}\frac{\mu^2 + \nu^2}{mn} \cdot \frac{m^2 + n^2}{2}$$

oder

$$x = \mu^2 - \nu^2;\ y = 2\mu\nu;\ z = \frac{\mu^2 + \nu^2}{mn} \cdot \frac{m^2 - n^2}{2};$$
$$u = \frac{\mu^2 + \nu^2}{mn} \cdot \frac{m^2 + n^2}{2} \ \ldots \ 12)$$

Da nun $e^2 = x^2 + y^2$ nach der letzten Gleichung 10) den Wert $p^2m^2n^2$, in Rücksicht auf die beiden ersten Gleichungen 12) aber den Wert $(\mu^2 - \nu^2)^2 + (2\mu\nu)^2 = (\mu^2 + \nu^2)$ besitzt, wird

$$pmn = \mu^2 + \nu^2, \ \ldots\ldots \ 13)$$

woraus folgt, dass für π sofort der Faktor 2 hätte gesetzt werden können.

Mit Hilfe der Gleichung 13) formen wir 12) um und erhalten

$$x = \mu^2 - \nu^2;\ y = 2\mu\nu;\ z = p\frac{(\mu^2 + \nu^2)^2 - p^2n^4}{2p^2n^2};$$
$$u = p\frac{(\mu^2 + \nu^2)^2 + p^2n^4}{2p^2n^2},$$

oder, wenn wir die letzten Gleichungen durch p heben, sodann $pn^2 = \lambda$ setzen und das ganze System mit λ erweitern,

$$x = \lambda(\mu^2 - \nu^2);\ y = 2\lambda\mu\nu;\ z = \frac{(\mu^2 + \nu^2)^2 - \lambda^2}{2};$$
$$u = \frac{(\mu^2 + \nu^2)^2 + \lambda^2}{2} \ \ldots\ldots \ 14)$$

Die Nenner 2 in den beiden letzten Gleichungen stören in keiner Weise. Denn, da x ungerad sein muss, ist λ ungerad und ebenso $(\mu^2 + \nu^2)$; daher ist eine der Zahlen μ, ν gerad, die andere ungerad und es ist $(\mu^2 + \nu^2)^2 - \lambda^2 \equiv 0 \pmod 4$ und $(\mu^2 + \nu^2)^2 + \lambda^2 \equiv 0 \pmod 2$. Es sind daher z und u ganze Zahlen und eine Erweiterung des ganzen Systems mit 2 würde daher zu einem abgeleiteten Quader führen.

Die hier gefundenen Quader sind natürlich unter den durch die Gleichungen 9) erhaltenen bereits vertreten; ihre freien Eckpunkte liegen jedoch auf besonderen Flächen. Eliminieren wir nämlich aus

$$x = \lambda (\mu^2 - \nu^2) \text{ und } y = 2 \lambda \mu \nu$$

die Grösse μ, so ergibt sich

$$y^2 = 4 \lambda \nu^2 x + 4 \lambda^2 \nu^4,$$

oder, $2 \lambda \nu^2 = p$ gesetzt,

$$y^2 = 2 p x + p^2,$$

also eine Schar parabolischer Zylinder, während sich für das allgemeine System 9) Kreiszylinder ergaben. Die Brennlinie dieser parabolischen Zylinder fällt in die z-Achse. Eliminieren wir ferner aus

$$x^2 + y^2 = \lambda^2 ((\mu^2 - \nu^2) + (2 \mu \nu)^2) = \lambda^2 (\mu^2 + \nu^2)^2$$

und $$z = \frac{(\mu^2 + \nu^2) - \lambda^2}{2}$$

$\mu^2 + \nu^2$, so folgt

$$z = \frac{x^2 + y^2 - \lambda^4}{2 \lambda^2},$$

oder $\lambda^2 = \tau$ gesetzt

$$\left(z + \frac{\tau}{2}\right) = \frac{x^2 + y^2}{2 \tau}.$$

Das ist aber wiederum eine Schar von Rotationsparaboloiden, wie wir solche auch für das allgemeine System 9) gefunden haben.

Kleinere Mitteilungen.

Elementare Winkelteilung. Das Problem der beliebigen Winkelteilung durch elementar-geometrische Konstruktionen beschäftigt noch immer viele Köpfe, selbst Männer von mathematischer Bildung, die dem Nachweis der Unmöglichkeit solcher Konstruktionen zum Trotz mit immer neuen Versuchen ans Licht treten. Ein von diesen aussichtslosen Versuchen abweichender Vorschlag, der wenigstens den Vorzug hat, theoretisch unanfechtbar zu sein, wenn auch der Urheber sich über die praktische Brauchbarkeit seiner Idee Illusionen macht, findet sich in dem Beiblatt der Magdeburgischen Zeitung „Blätter für Handel, Gewerbe und soziales Leben" 1905, Nr. 18 unter der Ueberschrift: „Winkelteilung durch stereometrische Konstruktion". Der Verfasser (Prof. Bertling in Badersleben bei Halberstadt) schlägt vor, den zu teilenden Winkel als Zentriwinkel auf der Stirnseite eines geraden Zylinders aufzuzeichnen, den Zylindermantel längs des Bogens dieses Winkels (durch Rollen des ganzen Zylinders) abzuwickeln, die so rektifizierte Bogenlänge nach bekanntem Verfahren in n Teile zu teilen und den Zylinder dann wieder so weit rückwärts zu rollen, wie es dem n^ten Teil der gedachten Strecke entspricht. Der dadurch auf dem Rande der Stirnseite abgegrenzte Bogen würde der sein, zu dem der gesuchte Teilwinkel als Zentriwinkel gehört. P.

Schul- und Universitäts-Nachrichten.

Exaktwissenschaftlicher Unterricht in Bayern. Die sehr rührige „Sektion Bayern" des Vereins zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften (Vors. Prof. Dr. Hess in Ansbach) hatte im Januar d. J. eine Umfrage veranstaltet, betreffend den Rechenunterricht, den fakultativen Unterricht und das Absolutorium am humanistischen Gymnasium, sowie den Rechenunterricht, die darstellende Geometrie und das Absolutorium an den Realschulen und zu diesem Zweck 179 Fragebogen an alle Fachlehrer der Gymnasien sowie an die Vertreter der Mathematik und Physik an den Hochschulen und Lyceen, sowie 152 Fragebogen an alle Fachlehrer der Realschulen und der Industrieschulen versendet. Etwas über die Hälfte der versendeten Bogen (90, resp. 79) kamen ausgefüllt zurück.

Für das Gymnasium stellte sich das Ergebnis wie folgt:

Was den Rechenunterricht anlangt, so wurde die Vermehrung des Unterrichtsstoffes in der untersten Gymnasialklasse sowie die Behandlung der Proportionen in der III. Klasse (von unten, Quarta nach norddeutscher Bezeichnung) mit Mehrheit abgelehnt, für eine Konzentration des Rechenunterrichts derart, dass in der IV. Klasse die Anfänge der Algebra, insbesondere einfache Gleichungen behandelt werden könnten, sprach sich eine geringe Mehrheit aus. Die zu diesem Behufe gemachten Einzelvorschläge gehen sehr auseinander, bemerkenswert ist dabei u. a. der Vorschlag der Zulassung guter nichtbayerischer Lehrbücher.

Die Frage der Einführung eines fakultativen mathematischen und physikalischen Unterrichts wurde von einer Mehrheit bejaht, indem sich die überwiegende Majorität der bejahenden Stimmen zugleich dafür aussprach, den einzelnen Anstalten die Auswahl des fakultativen Unterrichts je nach den besonderen persönlichen oder lokalen Verhältnissen zu überlassen. Als Klassenstufen, die hierfür in Betracht kommen, wurden die vier obersten (VI bis IX) genannt, von denen jedoch nur die beiden höchsten von einer grösseren Zahl der Votanten in Vorschlag gebracht wurden, die meisten Stimmen erhielt die Klasse VIII (Unterprima). Als geeigneter Stoff wurden von den meisten Stimmen die physikalischen Schülerübungen bezeichnet, demnächst die darstellende Geometrie, ferner besondere Kapitel der Physik und von einer Minderheit auch eine Einführung in die Infinitesimalrechnung.

Hinsichtlich des Absolutoriums sprach sich eine Mehrheit dahin aus, dass dieses zur Beurteilung der Schülerreife nicht nötig sei, dass es für den Unterricht sogar vorteilhaft sein würde, wenn die Abgangsreife durch einen Beschluss des Lehrerkollegiums ebenso zugesprochen würde, wie Versetzungsreife für eine höhere Klasse. Die Ersetzung der gegenwärtigen Einrichtung, bei der die in der Reifeprüfung zu lösenden Aufgaben für den ganzen Staat durch das Ministerium gestellt werden, durch die (preussische) Einrichtung, bei der jede Anstalt der Behörde einige Aufgaben zur Auswahl vorschlägt, wurde durch eine grosse Mehrheit abgelehnt.

Die den Realschulunterricht betreffenden Fragen fanden die nachstehend skizzierten Antworten.

Die Beibehaltung des Rechenunterrichts auf den beiden obersten Stufen (V und VI), wo er mit einer Stunde bedacht ist, wurde mit grosser Mehrheit für nicht wünschenswert erklärt, für die demgemäss erforderliche Verschiebung des Stoffes werden sehr verschiedene Vorschläge gemacht.

Die Beseitigung der darstellenden Geometrie aus dem Lehrplan der Realschule wird von etwa zwei Dritteln der abgegebenen Stimmen abgelehnt.

Hinsichtlich des Absolutoriums waren dieselben Fragen gestellt, wie bei dem humanistischen Gymnasium, die Beantwortung fiel z. T. anders aus, als dort. Die Notwendigkeit des Absolutoriums für die Beurteilung der Schülerreife wurde nur von einer ganz geringen Mehrheit verneint, während eine wesentlich grössere Zahl die Ersetzung desselben durch einen Beschluss des Lehrerkollegiums als für den Unterricht förderlich erachtete. Die Einführung der Einrichtung, bei der jede Anstalt dem Ministerium einige Aufgaben für das Absolutorium zur Auswahl vorschlägt, wurde mit noch grösserer Mehrheit abgelehnt, als bei dem Gymnasium.

Unter den bei diesem Anlass zutage getretenen Einzelvorschlägen ist besonders der zu erwähnen, der die Einführung der Oberrealschulen auch in Bayern empfiehlt. Für die vielfach höchst bemerkenswerten Einzelargumente, die für und gegen die Abänderung des bestehenden Zustandes geltend gemacht werden, fehlt hier der Platz; wer sich dafür interessiert, wolle sich direkt an die Sektion Bayern wenden, die übrigens auf Grund des Ergebnisses ihrer Umfrage Kommissionen beauftragt hat, brauchbare Vorschläge zu machen, um sie zunächst den Fachlehrern zur Begutachtung vorzulegen und dann der vorgesetzten Behörde einzureichen.

Vereine und Versammlungen.

77. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte in Meran vom 24. bis 30. September 1905.

Die Geschäftsführer der Versammlung (Kurvorsteher Dr. med. Sebald Huber in Meran und Univ.-Professor der Botanik Dr. Emil Heinricher in Innsbruck) laden zur Teilnahme an der Versammlung ein. Allgemeine Sitzungen sind für den 25. und 29. September vorgesehen, am Vormittag des 28. September soll eine Gesamtsitzung der beiden wissenschaftlichen Hauptgruppen stattfinden, am Nachmittag desselben Tages wird jede der beiden Hauptgruppen eine gemeinsame Sitzung veranstalten. In der Vormittagssitzung dieses Tages werden Langley (Cambridge) über die neueren Erfahrungen in der Nervenlehre, Correns (Leipzig) und Heiden (Innsbruck) über Vererbungsgesetze sprechen. Die Themata für die anderen vorstehend genannten Sitzungen sind noch nicht bestimmt.

Zu der Sitzung der (12.) Abteilung für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht laden die Herren Univ.-Dozent Prof. J. Menger in Innsbruck (Bienenstrasse 17) als Einführender und Kand. phil. A. Wagner als Schriftführer ein. Anmeldungen, die nach dem 15. Mai eingehen, können bei dieser, wie bei den anderen Abteilungen nur insoweit Berücksichtigung finden, als es nach Erledigung der früheren Anmeldungen die Zeit gestattet.

Auch bei der Meraner Versammlung sind gemeinsame Sitzungen mehrerer Abteilungen in Aussicht genommen.

Die wissenschaftliche Ausstellung, die auch bei dieser Versammlung veranstaltet werden soll, wird vier Gruppen umfassen [physikalische Apparate, medizinisch-chirurgische Apparate und Instrumente, chemisch-pharmazeutische Apparate und Präparate (einschliesslich Nährmittel), naturwissenschaftliche Lehrmittel].

Schulkommission der Naturforscherversammlung.*) In den Tagen vom 16. bis 19. April fand in Göttingen die zweite allgemeine Sitzung dieser Kommission statt. Auf Grund der von den einzelnen Subkommissionen erstatteten Berichte wurde der Inhalt des Berichts, der der Meraner Versammlung erstattet werden soll, teilweise festgestellt, eine Vervollständigung wurde einer weiteren im Laufe des Sommers anzuberaumenden Sitzung vorbehalten. Für dieses Jahr wurde beschlossen, die Beratungen auf den Unterricht der der allgemeinen Bildung dienenden Schulen (Gymnasien und Realanstalten) zu beschränken, die Erörterung der weiteren Fragen (Fachschul- und Mädchenschul-Unterricht, Lehrervorbildung u. a. m.) erst nach der Meraner Versammlung in Angriff zu nehmen.

Lehrmittel-Besprechungen.

Optischer Demonstrationsapparat von Prof. Dr. Stroman. Die Geldsumme, die an den Schulen zur Beschaffung physikalischer und chemischer Apparate zur Verfügung steht, ist in den meisten Fällen so gering bemessen, dass die Herstellung von Apparaten, mit denen man eine Reihe verwandter Erscheinungen demonstrieren kann, in hohem Masse willkommen ist, ganz von der Bequemlichkeit abgesehen, die die Benutzung derartiger Apparate dem vielfach überlasteten Schulphysiker bietet. Selbstredend darf nicht verloren gehen, dass bei der Mannigfaltigkeit der Erscheinungen trotz Anwendung eines und desselben Apparates der Eindruck des einzelnen Versuches ein dauernder ist. Dies alles in vollkommenster Weise in seinem optischen Demonstrationsapparat vereinigt zu haben, ist das Verdienst Prof. Dr. Stromans.

Ausserordentlich bequeme Handhabung infolge exakter Ausführung machen den Apparat für die Schule besonders geeignet. Ein Bild von seiner vielseitigen Verwendbarkeit wird am besten die Aufzählung der mit ihm auszuführenden Versuche geben.

1. Reflexion an ebenen Flächen. 2. Bestimmung des Brechungsexponenten. 3. Umkehrung. 4. Grenzwinkel und totale Reflexion. 5. Planparallele Platte. 6. Verschiedene Prismen. 7. Plankonvexe Linse und Polarisation. 9. Zickzackband durch totale Reflexion. 10. Reflexion an konvexen Zylinderflächen. 11. Bikonvexe Linse. 12. Windschiefes Lichtband. 13. Reflexion an konkaven Zylinderflächen und reguläre Lichtfiguren. 14. Totale Reflexion im Wasserstrahl. 15. Opalisierender Strahl. 16. Auslöschung des weissen Lichtes. 17. Farbenzerstreuung. 18. Vereinigung der Spektralfarben zu Weiss. 19. Der Regenbogen. 20. Gebogener Strahl.

Ganz besonders wertvoll und instruktiv erscheint mir neben der Möglichkeit, eine Reihe von Versuchen umzukehren, die Tatsache, dass man mittelst des Apparates den Gang der Strahlen, wie er gewöhnlich in unseren Büchern gezeichnet wird, direkt sichtbar machen kann.

Da in Poskes Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht, zweites Heft, März 1905 S. 71 ff. der Apparat mit den dazugehörigen Versuchen ausführlich beschrieben ist, kann wohl an dieser Stelle verzichtet werden hierauf näher einzugehen.

Loos (Friedberg in Hessen.)

*) S. Unt.-Bl. XI, 2, S. 35.

Bücher-Besprechungen.

Dr. Karl Smalian, Oberlehrer an der II. Realschule zu Hannover, Lehrbuch der Pflanzenkunde für höhere Lehranstalten. Mit 570 Abbildungen und 36 Farbendrucktafeln. A. Grosse Ausgabe. Preis gebunden 8 *M.*

—,— Grundzüge der Pflanzenkunde für höhere Lehranstalten. B. Schulausgabe. I. Teil. Die offen blühenden Sprosspflanzen oder Blütenpflanzen. Mit 331 Abbildungen und 33 Farbentafeln. Preis gebunden 4 *M.* II. Teil. Verborgen blühende und blütenlose Pflanzen. Innerer Bau der Pflanzen und daran gebundene Lebensvorgänge. Mit 142 Abbildungen und 3 Farbentafeln. Preis gebunden 1,60 *M.* Leipzig 1903, G. Freytag.

Da die „Grundzüge" nur die gekürzte Schulausgabe des umfassenden, für den Lehrer bestimmten „Lehrbuches" vorstellen, sollen beide Werke zusammen besprochen werden.

Das „Lehrbuch" behandelt 1. in ausführlicher Weise die Blütenpflanzen (S. 1—497), 2. die Kryptogamen (S. 498—550), 3. Abschnitte aus der pflanzlichen Anatomie und Physiologie (S. 551—607); angehängt sind Ausführungen „aus der Geschichte des Pflanzenreichs" (S. 609—611), über die geographische Verbreitung der Pflanzen (S. 611—613) und schliesslich „Anweisungen zur Herstellung einfacher mikroskopischer und pflanzenphysiologischer Anschauungsmittel". Ein Verzeichnis der deutschen und lateinischen Pflanzennamen beschliesst das Ganze.

Der I. Teil der „Grundzüge" ist durch eine acht Seiten umfassende Uebersicht über die Morphologie und Biologie der Phanerogamen ausgezeichnet.

Die Behandlung der Phanerogamen und Kryptogamen ist in der Weise durchgeführt, dass die Ranunculaceen die Reihe eröffnen und daran anschliessend in systematischer Reihenfolge die wichtigsten Vertreter einheimischer und ausländischer Familien vielfach monographisch durchgeführte Besprechungen erfahren. Hierbei tritt überall das Bemühen des Verfassers zutage, Vielseitigkeit der Gesichtspunkte walten zu lassen. Die Pflanzen erscheinen so als lebendige, den Bedingungen ihrer Umgebung angepasste Organismen, denen Feinde und Krankheiten keineswegs fehlen, als Glieder charakteristischer Lebensgemeinschaften. Gehörigen Orts wird hingewiesen auf die Bedeutung bestimmter Pflanzen für die menschliche Kultur z. B. in Industrie, Land- und Forstwirtschaft.

Belege für derartige Behandlung bieten z. B. die Abschnitte über die Zuckerrübe, die Papilionaceen, namentlich aber die in knapper Form gehaltene, sehr gelungene Darstellung der Spaltpilze.

Die Ausführungen über „den inneren Bau der Gewächse und die daran geknüpften Lebenserscheinungen" sind passenderweise so gehalten, „dass das Physiologische Leitmotiv bleibt". Die biologisch-physiologischen Darstellungen, wo es gilt, auf die Zusammenhänge der Erscheinungen hinzuweisen, scheinen überhaupt Verf. am meisten Freude gemacht zu haben und Ref. hat den Eindruck gewonnen, dass gerade diese Ausführungen den besten Teil des Werkes bilden und Lehrer wie Schüler anregen und erfreuen werden.

Dem gegenüber darf anderseits nicht verschwiegen werden, dass namentlich den den Kryptogamen und der Anatomie wie Morphologie gewidmeten Abschnitten hinsichtlich der Darstellungsweise sowohl wie hinsichtlich der tatsächlichen Angaben eine nicht geringe Zahl Mängel anhaften, die im Verein mit einigen Fehlern in verschiedenen Abbildungen das Werk, so wie es ist, nicht als unbedingt empfehlenswert erscheinen lassen. Doch werden hoffentlich diese Mängel in einer baldigen neuen Auflage, die Ref. den gut ausgestatteten Büchern mit ihrem reichen und anregenden Inhalte wünscht, nicht wieder erscheinen.

F. Quelle (Göttingen).

* * *

Dr. Wilhelm Levin, Professor an der Oberrealschule in Braunschweig, Methodisches Lehrbuch der Chemie und Mineralogie für Realgymnasien und Oberrealschulen. Teil II.: Oberstufe (Pensum der Obersekunda und Prima). Berlin 1905, Verlag von Otto Salle. Preis 2,40 *M.*

Von dem Verfasser ist der methodische Leitfaden für den Anfangsunterricht in der Chemie (4. Auflage, Berlin 1902, Verlag von Otto Salle) bekannt, der an einer Reihe höherer Lehranstalten dem Chemie-Unterricht zugrunde gelegt wird. Während der Leitfaden für den Anfangsunterricht zunächst für den propädeutischen Kursus der Realgymnasien und den chemisch-mineralogischen Unterricht der Realschulen bestimmt war, ist das vorliegende Lehrbuch für den gesamten Unterricht in der Chemie berechnet, wie er nach den Lehrplänen von 1901 angeordnet ist. Der in Jahresfrist erscheinende I. Teil des Lehrbuches wird eine gekürzte Umarbeitung des Leitfadens sein. Als Anhang für die Oberrealschulen werden später einige zusammenhängende Abschnitte der organischen Chemie zur Ausgabe gelangen.

Das Lehrbuch ist nach streng methodischen und offenbar in der Praxis erprobten Grundsätzen aufgebaut und ausgearbeitet. Die grosse Gefahr, durch Ueberfülle an Stoff vom Wesentlichen abzulenken, ist vermieden. Es ist nicht der Systematik zuliebe die pädagogische Weiterführung geopfert.

Der Verfasser hat in voller Würdigung der Bedeutung der physikalischen Chemie die Ergebnisse derselben in seinem Lehrgang verwoben. Nur die Theorie der Lösungen ist in einem besonderen Kapitel systematisch behandelt. Zusammenhängende theoretische Abschnitte sind sonst vermieden. Die einzelnen Tatsachen und Gesetze sind in den Gang der Entwickelung methodisch eingeordnet. Der Umfang, in dem die physikalisch-chemischen Gesetze verwertet sind, wird den weitergehenden Forderungen der Anhänger der modernen Richtung nicht genügen. Trotzdem ist die Beschränkung wertvoll für ein Buch, das dem Anfänger in die Hand gegeben werden soll und daher notwendig auf Vollständigkeit verzichten muss. Die gemachten Angaben sind im Unterricht je nach Bedürfnis jeder Erweiterung durch den Lehrer fähig. Die systematische Behandlung der physikalischen Chemie muss der Hochschule vorbehalten bleiben.

In der Anordnung der Elemente folgt der Verfasser der in Ostwalds Grundlinien der anorganischen Chemie gegebenen bis auf das Arsen, welches der Besprechung des Phosphors angeschlossen ist, bei Ostwald aber sich dem Antimon anschliesst. Das Buch beginnt mit einer Uebersicht über die Grundstoffe und deren Vorkommen. Darauf werden die Nichtmetalle behandelt. Es folgt der erwähnte Abschnitt über die Theorie der Lösungen. Ein weiterer Abschnitt enthält eine kurze Besprechung der Eigenschaften der Mineralien und der

Kristallsysteme. Im Anschluss daran werden die Metalle behandelt. Das Buch schliesst mit einem Kapitel über das periodische System der Grundstoffe.

Die analytischen Beziehungen der Metalle und Metalloide sind bei der Besprechung der einzelnen Verbindungen methodisch hervorgehoben, so dass auch für die praktisch-chemischen Uebungen dem Schüler ausreichende Anweisungen gegeben sind.

Ebenso sind in den Gang der Besprechung die wichtigsten technischen Prozesse eingefügt. Die Prinzipien der Prozesse sind klar hervorgehoben. Das Uebermass technischer Einzelheiten ist streng vermieden.

Die Beschreibung der wichtigsten Mineralien ist dem Lehrgang eingefügt. Auch dies ist als besonderer Vorzug zu begrüssen. Die in vielen Lehrbüchern als Anhang angefügte systematische Aufzählung der wichtigsten Mineralien wirkt oft geradezu abschreckend und dürfte den von den Lehrplänen gewünschten Zweck selten erfüllen.

Erwähnt seien noch die jedes Kapitel beschliessenden methodischen Aufgaben, deren Vermehrung an einigen Stellen erwünscht wäre.

Das Buch wird den Freunden des methodischen Leitfadens eine willkommene Gabe sein. Aber auch über diesen Kreis hinaus wird es sich Anerkennung und Freunde erwerben. Als Schulbuch wird es wegen seines methodischen Aufbaues mehr Nutzen stiften als dicke Kompendien.

Trommsdorff (Göttingen).

* * *

Zeitschrift für Lehrmittelwesen und pädagogische Literatur. Diese neue, unter Mitwirkung von Fachmännern von Franz Frisch in Marburg (Steiermark) herausgegebene, in Wien V, Margaretenplatz 2 erscheinende, jährlich 10 Hefte bringende, im Jahrgang 5 K. = 4,20 *M* kostende Zeitschrift enthält in Heft 2 und 3 ihres ersten Jahrgangs u. a. folgende Beiträge:

Welche Anforderungen sind an die für den naturgeschichtlichen Unterricht bestimmten Anschauungstafeln zu stellen? Von Gymnasialoberlehrer Dr. W. Schoenichen in Schöneberg-Berlin. — Keimungsmodell. Vergleichende Darstellung der Keimungen vom Roggen, von der Bohne und der Fichte. Besprochen von Bürgerschuldirektor Ferd. Frank in Wien. — Neue einfache Apparate zu Schulversuchen über drahtlose Telegraphie. Besprochen von Rudolf Mayerhöfer, Bürgerschullehrer und Fachschullehrer in Wien. — Die Einrichtung des physikalischen Lehrzimmers am Kommunal-Gymnasium in Gmunden. Von Dr. Hans Kleinpeter, Gymnasialprofessor in Gmunden. — Bewegliche Lichtbilder für den Unterricht in der astronomischen Geographie. Von Hans Lichtenecker, Professor am k. u. k. Offizierstöchter-Erziehungsinstitut in Wien. — Die verschiedenen Darstellungsarten eines Geländegrundstückes. Von Ludwig Stelz, Professor an der Liebig-Realschule in Frankfurt am Main. — Ueber Zeichenmodelle und ihre Verwendung im Unterrichte. Von Alois Kunzfeld, Professor am k. u. k. Offizierstöchter-Erziehungsinstitut in Wien. — Modell zur Veranschaulichung des Akkommodationsvermögens des menschlichen Auges von J. Huber, Lehrer in Wien. Besprochen von Konrad Kraus, Professor an der k. u. k. Lehrerbildungsanstalt in Wien. — Feuererscheinung beim Mischen von Metallen. Von Dr. Th. Krug, Gymnasialprofessor a. D. in Jena. — Ueber Schülerarbeiten im Anschlusse an den biologischen Unterricht. Von Dr. O. Rabes, Oberlehrer an der städt. Realschule in Magdeburg. — Ueber die Verwendung des Tiermodells im Zeichenunterricht der Unterstufe. Von Otto Wiedemann, Maler und Zeichenlehrer an der Hohenzollernschule in Schöneberg-Berlin. P.

* * *

J. Reusch, Oberlehrer, Planimetrische Konstruktionen in geometrographischer Ausführung. Leipzig 1904, Teubner. XIII u. 84 S. 8⁰ m. 104 Textfiguren. Preis geh. 1 *M*.

Die »Geometrographie«, von É. Lemoine schon in den achtziger Jahren begründet, wurde in Deutschland weiteren Kreisen erst im neuen Jahrhundert bekannt, nachdem der Erfinder selbst die Grundzüge seines Verfahrens zur Bestimmung der Einfachheit einer Konstruktion im Arch. Math. Phys. (3) 1 (1901) auseinandergesetzt hatte. Auch in den Unt.-Bl. von 1902 (S. 61) und 1904 (S. 56) findet der Leser einschlägige Aufsätze von R. Güntsche und H. Bodenstedt. Die vorliegende Schrift ist die erste selbständig erscheinende über diesen Gegenstand in Deutschland und enthält zahlreiche Fundamentalkonstruktionen des Schulpensums und einige darüber hinausgreifende in geometrographischer Behandlung.

Wir sind mit dem Verfasser der Meinung, dass die geometrographische Behandlung der Konstruktionen einen schätzenswerten neuen Gesichtspunkt für die Schule bei Repetitionen bietet. Ihrer Verwendung beim ersten Unterricht steht im Wege, dass, um geometrographische Konstruktionen zu erzielen, häufig von fern liegenden oder erst später zu behandelnden Sätzen Gebrauch gemacht werden muss.

Dass die als geometrographisch zu bezeichnenden Fundamentalkonstruktionen (z. B. des rechten Winkels oder der Parallelen) so sehr wenig bekannt seien, glaubt der Referent nicht. Er selbst wenigstens hat sie, einem gewissen Sinne für Eleganz folgend, der durch Lemoine eben präzisiert wird, immer schon angewendet.

Möge das Reuschsche Büchlein von recht vielen studiert und weiter ausgebaut werden, damit die Lemoinesche Idee, die ja noch in der Entwickelung ist, bald reiche Früchte trage.

H. Wieleitner (Speyer).

* * *

Josef Schlesinger, Ueber die Sprache in den mathematischen Schulbüchern. Wissenschaftliche Beilage zum Jahresbericht des Lessing-gymnasiums zu Berlin. Ostern 1904. 28 Seiten.

Mit Recht werden schon in den früheren preussischen Lehrplänen — ähnlich auch in den bayerischen Schulordnungen — die Lehrer insgesamt aufgefordert ihre Schüler in der deutschen Sprache zu fördern. Dass in den neuen Lehrplänen (1901) die Pflege der Muttersprache den Mathematikern besonders eingeschärft wird, veranlasst den Verfasser eine Anzahl von Geometriebüchern auf ihre sprachlichen Mängel hin zu untersuchen. Als Ergebnis dieser Arbeit finden wir eine Menge von verfehlten Wortbildungen, falschen Satzkonstruktionen, ungenauen Ausdrücken usw. mit grossem Fleiss zusammengetragen, wobei meist bessere Wendungen angegeben sind. Wenn man auch nach dem Titel mehr erwarten könnte, so dürfte doch ein Durcharbeiten der Schrift zu empfehlen sein, besonders denen, die sich in Gedanken mit einem neuen Lehrbuch der Geometrie tragen.

Gg. Heinrich (Neustadt a. d. H.).

Prof. H. C. E. Martus, Geh. Regierungsrat, ehem. Direktor des Sophien-Realgymn. Berlin, Mathematische Aufgaben zum Gebrauche in den obersten Klassen höherer Lehranstalten. III. Teil: Aufgaben. 2. Doppelauflage mit vermehrten Aufgaben. Dresden und Leipzig 1904, C. A. Koch (H. Ehlers). VIII u. 180 S. 8⁰. Preis geh. 4,20 *M.*

Zur ersten Auflage dieser zweiten Aufgabensammlung des bewährten Verfassers, die erst 1900 erschien, sind 50 Aufgaben neu hinzugekommen. Dass der Verfasser wiederum (s. das Referat über desselben *Astronomische Erdkunde* auf S. 39 ds. Zeitschr.) fast alle mathematischen Kunstausdrücke verdeutscht hat, wird dem Buch kaum schaden, da es wohl nicht für Nichtdeutsche bestimmt ist. Uebrigens ist bei ganz schwierigen Begriffen die Uebersetzung in Klammern angegeben, z. B. Achsenraumlehre (analytische Geometrie). Der Preis des Heftes muss in Anbetracht der geringen Verwendung von mathematischem Satz und bei dem gänzlichen Mangel von Figuren als ein unverhältnismässig hoher bezeichnet werden.

* * *

Prof. Dr. Adolf Hochheim, weiland Kgl. Provinzialschulrat Berlin, Aufgaben aus der analytischen Geometrie der Ebene. Heft I. Die gerade Linie, der Punkt, der Kreis. A. Aufgaben. 3. vermehrte Auflage, bearbeitet von Dr. Franz Hochheim. Leipzig 1904, Teubner. VI u. 98 S. 8⁰. Preis geb. 2,40 *M.*

Der neue Herausgeber hat das schätzbare Büchlein in dankenswerter Weise um mehr als 100 Aufgaben bereichert, die sich besonders auf den Gebrauch von homogenen und Linienkoordinaten beziehen. So dürfte das Werk auch in seinem ersten Teile für Studierende der Mathematik sich noch brauchbarer als bisher erweisen.

Die »Lösungen« haben uns nicht vorgelegen.

H. Wieleitner (Speyer).

Zur Besprechung eingetroffene Bücher.

(Besprechung geeigneter Bücher vorbehalten.)

Schott, S., Kapitalanlage. Anleitung zu vorteilhafter und zweckmässiger Vermögensverwaltung für alle Stände. 2. Aufl. Freiburg 1904, Waetzel. Mk. 1.—.

Schreber, K., Kraft, Gewicht, Masse, Stoff, Substanz (Vortrag a. d. Breslauer Naturf.-Versamml.) Sonderabdruck aus Dinglers Polytechnisches Journal, 85. Jahrg. Bd. 319, Heft 43. Berlin 1904. Dietze.

Schreiber, R., Die wichtigsten Versuche des chemischen Anfangsunterrichts. Mit Abb. Halle 1904, Schrödel. Mk. 1.80.

Schwering, K., Sammlung von Aufgaben aus der Arithmetik. 3. Lehrgang. 2. Aufl. Freiburg 1904, Herder. Mk. 1.20.

—„— Analytische Geometrie. 2. Aufl. Mit 7 Fig. Ebenda. Mk. —.50.

Starke, H., Experimentelle Elektrizitätslehre. Mit 275 Fig. Leipzig 1904, Teubner. Mk. 6.— geb.

Sterne, C., Werden und Vergehen. 6. Aufl. Bearb. von Wilh. Bölsche. Vollständig in 40 Heften zu 50 Pfg. Lief. 1—20. Berlin 1904, Gebr. Bornträger.

Sturm, A., Geschichte der Mathematik. Mit 7 Fig. (Sammlung Göschen). Leipzig 1904, Göschen. Mk. —.80 geb.

Utescher, O., Rechenaufgaben für höhere Schulen. In drei Heften. 3. Aufl. Heft 1 (Sexta) und Heft 2 (Quinta). Breslau 1904, Hirt. Mk. —.40.

Vier- und fünfstellige Logarithmentafeln nebst einigen physikal. Konstanten. Braunschweig 1904, Vieweg & Sohn. Mk. —.80 kart.

Voigt, W., Thermodynamik. II. Bd. II./III. Teil. Mit 44 Fig. u. 1 Kurventafel. (Sammlung Schubert 48). Leipzig 1904, Göschen. Mk. 10.— geb.

Vonderlinn, J., Schattenkonstruktionen. Mit 114 Fig. (Sammlung Göschen). Ebenda. Mk. —.80.

de Vries, H., Die Lehre von der Zentralprojektion im vierdimensionalen Raume. Mit 25 Fig. Ebenda. Mk. 3.—.

Weinhold, A. F., Physikalische Demonstrationen. 4. Aufl. Lief. 1, 2. Leipzig 1904, Quandt & Händel.

Arbes, J., Vierstellige Logarithmen zum Schulgebrauche. Leipzig 1905, Freytag. Mk. —.70.

de Amicis, E., Pro Fusione (Relazione sulla questione: Opportunita della fusione della geometria piana con la solida nell' insegnamento; Estratto dal Bollettino dell' Associazione Mathesis 1897).

—„— Dipendenza fra alcuna proprieta notevoli delle relazioni fra enti di un medesimo sistema. Estratto dalla Rivista di Matematica 1892. Torino, Fratelli Bocca.

Aus der Natur, Zeitschrift für alle Naturfreunde, herausg. v. W. Schoenichen. Jahrg. I, 1905; Heft 1. Stuttgart 1905, Nägele.

Baltin, R. u. Maiwald, W., Sammlung von Aufgaben aus der Arithmetik, Trigonometrie u. Stereometrie. Für Seminare u. Präparandenanstalten. 1. Teil, 2. Aufl. Leipzig 1904, Teubner. Mk. 1.40 geb.

Blätter, Periodische. f. Realienunterricht u. Lehrmittelwesen. Jahrg. X, Heft 1—4. Tetschen 1905, Henckel.

Bochow, K., Die Funktionen rationaler Winkel. Leipzig 1905, Fock.

Bolletino della Associazione „Mathesis", Anno IX, 1904—05, Num. 2—3—4. Milano 1905, Tipografia Tamburini.

Börnstein, R., Unterhaltungen über das Wetter. Mit einer Wetterkarte. Berlin 1905, Parey. Mk. —.80.

Brauns, R., Mineralogie. Mit 132 Abb. 3. Aufl. (Sammlung Göschen). Leipzig 1905, Göschen. Mk. —.80 geb.

Burgerstein, Leo, Zur häuslichen Gesundheitspflege der Schuljugend. 10. Aufl. Leipzig 1905, Teubner. Mk. —.10.

—„— Gesundheitsregeln für Schüler und Schülerinnen aller Lehranstalten. Ebenda. Mk. —.10.

Dannemann, F., Leitfaden für den Unterricht im chem. Laboratorium. 3. Aufl. Hannover 1905, Hahn. Mk. 1.—.

Ebert, H., Magnetische Kraftfelder. 2. Aufl. Mit 167 Abb. Leipzig 1905, Barth. Mk. 8.— geb.

Engleder, Franz, Zeichenskizzen zum naturkundlichen Unterricht nach biologischen Grundsätzen. Bearbeitet im Auftrage d. Bezirkslehrervereins München, Heft 1. München, Kellerer.

L'Enseignement Mathématique, Revue internationale. VII Année, Nr. 1, 2, 3.

Die Fortschritte der Physik, Halbmonatl. Literaturverzeichnis. Jahrg. IV, Heft 1—9. Braunschweig 1905, Vieweg & Sohn.

Francé, R. H., Das Sinnesleben der Pflanzen. Mit zahlreichen Originalzeichnungen des Verfassers. Stuttgart 1905, Kosmos, Gesellsch. d. Naturfreunde. Mk. 1.—.

Gans, R., Einführung in die Vektoranalysis mit Anwendungen auf die mathemat. Physik. Mit 31 Fig. Leipzig 1905, Teubner. Mk. 2.80 geb.

Geisler, Kurt, Die Kegelschnitte und ihr Zusammenhang durch die Kontinuität der Weitenbehaftungen. Jena 1905, Schmidt. Mk. 5.—.

Gesundheitsregeln f. d. Schuljugend. (Möllers Bibliothek f. Gesundheitspfl., Heft 29). Berlin, Möller. Mk. —.20.

Grimsehl, E., Angewandte Potentialtheorie in elementarer Behandlung. 1. Band. Mit 74 Fig. (Samml. Schubert 38). Leipzig 1905, Göschen Mk. 6.— geb.

Haacke, Fr., Entwurf eines arithm. Lehrganges für höh. Schulen. Mit 4 Fig. Leipzig 1904, Teubner. Mk. —.80.

Habenicht, B., Beiträge zur mathematischen Begründung einer Morphologie der Blätter. Mit 4 Figurentafeln. Berlin 1905, Salle. Mk. 1.60.

Haeckel, E., Ueber die Biologie in Jena während des 19. Jahrhunderts. Jena 1905, Fischer. Mk. —.50.

Hartmann, O., Astronomische Erdkunde. Mit 16 Fig. und 100 Uebungsaufgaben. Stuttgart 1905, Grub. Mk. —.80.

Hertwig, R., Lehrbuch der Zoologie. Mit 581 Abb. 7. Aufl. Jena 1905, Fischer. Mk. 11.50.

Heusler, Fr., Chemische Technologie. Mit Abb. Leipzig 1905, Teubner. Mk. 8.—.

Korntler, F., Die Ermittelung d. richtigen elektrodynamischen Elementargesetzes. Budapest 1905, Buchdruckerei d. Pester Lloydgesellschaft.

Kiepert, L., Grundriss der Differential- und Integralrechnung, I. Teil: Differentialrechnung. (10. Aufl. des Leitfadens von weil. M. Stegemann). Hannover 1905, Helwing.

Kind und Kunst, herausgeg. v. Al. Koch, Jahrg. I, Heft 7. Darmstadt 1905, Koch.

Klett, R., Unsere Haustiere. Mit 13 Tafeln und 650 Abb. 1. Lieferung. Vollständig in 20 Lieferungen à 60 Pfg. Stuttgart, Deutsche Verlagsanstalt.

Krüger, Fr., Wilhelm Jul. Behrens Lehrbuch der Botanik. 7. Aufl. Mit 415 Abb. Leipzig 1905, Hirzel. Mk. 3.60.

Legahn, A., Physiologische Chemie. 1. Teil: Assimilation. Mit 2 Tafeln. 2. Teil: Dissimilation. Mit 1 Tafel. (Samml. Göschen). Leipzig 1905, Göschen. Mk. —.80 geb.

Lorey, W., Ueber die Wohltat und das Werden der Zahl. Programm des Gymnasiums zu Görlitz, 1905 (Nr. 226).

Mahler, G., Physikalische Aufgabensammlung. Mit Resultaten. (Sammlung Göschen). Leipzig 1905, Göschen. Mk. —.80 geb.

Marotte, F., L'Enseignement des sciences mathématiques et physiques dans l'enseignement secondaire des garçons en Allemagne. Paris 1903. Imprimerie Nationale.

Migula, W., Kryptogamen-Flora (Thomés Flora v. Deutschland 5. Band). Heft 18—21, à Mk. 1.—.

Aufnahme mit Voigtländers Portr.-Anastigmat 1:4,5 Oeffnung f = 18 cm 1/100 Sek. Beleuchtung

Aufn. mit Voigtländers neuer Spiegel-Reflex-Kamera

Photographie

mathematisch genau

ist nur möglich mit anerkannt

erstklassigen Kameras und Objektiven

Hervorragende Neuheiten enthält d. neue **Prachtkatalog No. 35,** reich illustriert, 120 S. stark. Gegen 25 Pfg. für Porto (Illustr. Katalogauszug Nr. 35 umsonst) kostenlos zu haben von

Voigtländer & Sohn, A.-G., Braunschweig

Aelteste Optische Anstalt der Welt

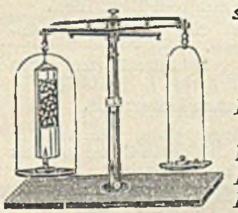
Gegründet 1756 * Gegründet 1756

Richard Müller-Uri,

Institut f. glastechnische Erzeugnisse, chemische u. physikalische Apparate und Gerätschaften.

Braunschweig, Schleinitzstrasse 19

liefert auch



sämtliche Apparate nach dem methodischen Lehrbuch der Chemie und Mineralogie v. Prof. Dr. Wilh. Levin — genau nach den Angaben des Verfassers.

Verlag von **Otto Salle,** Berlin W 30.

Physikalische Apparate und Versuche

einfacher Art

aus dem

Schäffermuseum.

Von

H. Bohn

Oberl. am Dorotheenst. Realgymnasium in Berlin.

Mit 216 Abbildungen im Text.

Preis 2 Mk.

Verlag von **Otto Salle** in **Berlin W. 30.**

Das Wetter

Monatsschrift für Witterungskunde.

Herausgegeben von

Prof. Dr. R. Assmann,

Direktor des Kgl. Observatoriums Lindenberg bei Berlin.

22. Jahrgang.

Mit kolorierten Kartenbeilagen über die monatlichen Niederschläge nebst den Monats-Isobaren und -Isothermen.

Preis pro Jahrgang von 12 Heften 6 Mk.

Ein Probeheft gratis und franko.

Botanische Taschenbücher von Dr. O. Plüß.

Soeben ist in der Herderschen Verlagshandlung zu Freiburg im Breisgau erschienen und kann durch alle Buchhandlungen bezogen werden:

Unsere Bäume und Sträucher. Anleitung zum Bestimmen unserer Bäume u. Sträucher nach ihrem Laube, nebst Blüten- und Knospen-Tabellen. Sechste, verbesserte Auflage. Mit 124 Bildern. 12° (VIII u. 138) Geb. in Leinwand mit Deckenpressung *M* 1.40

Früher sind in der gleichen vornehmen Ausstattung (12°) erschienen:

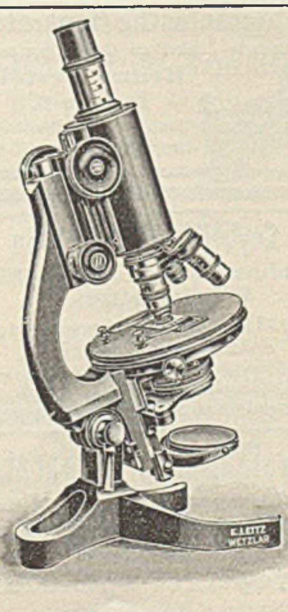
Blumenbüchlein für Waldspaziergänger, im Anschluß an „Unsere Bäume und Sträucher" herausgegeben. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 254 Bildern. (VIII u. 196) Geb. *M* 2.—

Unsere Gebirgsblumen. Als Ergänzung zum „Blumenbüchlein für Waldspaziergänger" herausgegeben. Mit vielen Bildern. 12° (VIII u. 200) Geb. *M* 3.—

Unsere Getreidearten und Feldblumen. Bestimmung und Beschreibung unserer Getreidepflanzen, auch der wichtigeren Futtergewächse, Feld- und Wiesenblumen. Zweite, vermehrte Aufl. Mit 200 Holzschnitten. (VIII u. 204) Geb. in Lederimitation *M* 2.—

Unsere Beerengewächse. Bestimmung und Beschreibung der einheimischen Beerenkräuter und Beerenhölzer. Mit 72 Holzschnitten. Geb. in Lederimitation *M* 1.30

Diese populären Büchlein sind von der Presse wegen der knappen, aber klaren Darstellung und wegen der reichen und vorzüglichen Illustration jedem Naturfreund bestens empfohlen worden.



E. Leitz,

Optische Werkstätte Wetzlar

Filialen: **Berlin NW.,** Luisenstrasse 45, **New-York, Chicago, Frankfurt a. M.,** Kaiserstrasse 64, und **St. Petersburg,** Woskressenski 11.

Vertreter für München:

Dr. A. Schwalm, Sonnenstr. 10.

Mikroskope

Mikrotome

Mikrophotographische Apparate.

Photographische Objektive. Projektions-Apparate.

Deutsche, englische und französische Kataloge kostenfrei.

75000 Leitz-Mikroskope
35000 Leitz-Oel-Immersionen
im Gebrauch.

Druck von H. Sievers & Co. Nachf., Braunschweig.