Jahrgang XII. 1906. No. 6.

Unterrichtsblätter
für
Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung
des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften.

Begründet unter Mitwirkung von Bernhard Schwalbe,
herausgegeben von
F. Pietzker,
Professor am Gymnasium zu Nordhausen.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 30.

Redaktion: Alle für die Redaktion bestimmten Mitteilungen und Sendungen werden nur an die Adresse des Prof. Pietzker in Nordhausen erbeten.
Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (3 Mk. Jahresbeitrag oder einmaliger Beitrag von 45 Mk.) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Lindenerstrasse 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 6 Nummern ist 3 Mark, für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift unentgeltlich; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhdlg. zu beziehen.
Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermässigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Vereins-Angelegenheiten.

Der Ortsausschuß für die XVI. Hauptversammlung, die — wie bereits in Nr. 3 bekannt gegeben wurde — zu Pfingsten n. J. in Dresden stattfinden wird, hat sich gebildet. Aus Hochschulkreisen gehören ihm u. a. die Herren Geheimen Hofräte Professoren Dr. Dr. Krause, Helm und Hallwachs, aus den Kreisen der Lehrer an höheren Schulen die Herren Konrektor Prof. Dr. Henke, Dr. Gebhardt, Prof. Dr. Witting an. Anmeldungen zu Vorträgen, die auch jetzt schon sehr willkommen sind, werden an die Adresse des Herrn Prof. Dr. Witting (Dresden-Strehlen, Waterloostr. 13) oder an die des Hauptvorstandes z. H. von Prof. Pietzker (Nordhausen) erbeten.

Der Vereins-Vorstand.

Ueber das Experiment im Altertum und Mittelalter.

Vortrag auf der Hauptversammlung zu Erlangen von E. Wiedemann (Erlangen).

(Schluß.)

Von grosser Bedeutung für unsere Frage nach der Ausführung von Versuchen im Altertum ist die folgende Entwicklung von Johannes Philoponos (ca. 517 n. Chr.), dem Kommentator des Aristoteles, auf die E. Wohlwill (Phys. Z. S. Bd. I, S. 23, 1906) hinweist. Er sagt[1]):

„Dass gänzlich falsch ist, was Aristoteles über das Verhältnis der Geschwindigkeiten ungleich schwerer Körper im gleichen Medium behauptet, kann besser als durch jeden logischen Beweis durch den Augenschein beglaubigt werden, denn wenn man zwei in sehr grossem Masse an Schwere verschiedene Körper gleich-

[1]) J. Philoponi in Aristotelis Physicorum libros quinque posteriores Commentaria ed. H. Vitelli. Berlin 1880. S. 683.

zeitig von derselben Höhe fallen lässt, wird man sehen, dass nicht dem Verhältnis der Schweren das Verhältnis der Zeiten der Bewegung folgt, sondern nur eine sehr kleine Verschiedenheit in bezug auf die Zeiten stattfindet, so dass, wenn nicht in sehr grossem Masse die Schweren voneinander verschieden wären, sondern die eine z. B. doppelt so gross als die andere, die Bewegungszeiten nicht verschieden sein würden."

Fast in derselben Weise wie Philoponos haben später z. B. Stevin und Grotius den Aristoteles widerlegt (Stevin Ouevres Bd. II, S. 501).

Sehr eingehende theoretische Diskussionen über das Vakuum und die Körperlichkeit der Luft, die an Versuche anknüpfen, sind uns bei Philon und Heron überliefert. Den wissenschaftlichen Geist eines Philon beweist z. B. die Einleitung zu seinen Werken über die pneumatischen Instrumente und die Wassermaschinen.

„Die Philosophen, welche über die natürlichen Dinge nachgedacht haben, wissen, dass ein Gefäss, von welchem die meisten meinen, dass es vollkommen leer ist, sich nicht so verhält, wie sie meinen, sondern dass es mit Luft gefüllt ist. Sie irren hierin, weil sie nicht sicher wissen, dass die Luft ein Körper wie die anderen ist. Ueber ihre Ansichten und abweichenden Meinungen über diesen Gegenstand mag ich nicht berichten. Es genügt, dass die Ansicht, dass die Luft ein Element ist, nicht nur eine Theorie, sondern vielmehr eine Tatsache ist und zu den wahrnehmbaren Dingen gehört, die uns unter die Sinne fallen.

Ich will davon berichten, was dazu genügt, dass ich mein Ziel erreiche und feststelle, dass die Luft ein Körper ist."

Hieran anschliessend werden Versuche mit einer Art Stechheber aufgeführt, sowie über die Wechselbeziehungen zwischen Feuer und Luft, die Eigenschaften des Hebers u. a. m.

An einer anderen Stelle (cap. 17) heisst es: „Damit die Wahrheit unserer Theorie durch zahlreiche Versuche bewiesen werde und damit man die Konstruktion der Apparate kennen lernt, geben wir noch folgendes an."

Hieraus geht deutlich das Bestreben hervor, die Theorie nicht als eine solche anzunehmen, sondern experimentell zu prüfen.

Weit ausführlicher als bei Philon sind bei Heron theoretische Erwägungen der Schrift über die Druckwerke, die Pneumatika vorangeschickt, die von Diels kurz zusammengefasst sind. Dieses Werk verrät lediglich das Interesse des praktischen Mechanikus an der Konstruktion seiner Druck- und Saugwerke. Wie weit er von philosophischer Spekulation entfernt ist, zeigt seine Bemerkung in der Belopoiika (Einl. S. 71 f. W.): „Ein winziger Teil der Mechanik, der Geschützbau, trage mehr zum Weltfrieden, zur *ἀταραξία* bei als alles Gerede der Philosophen darüber."

Die betreffenden theoretischen Ansichten rühren nun, wie Diels [1]) eingehend nachweist, von einem Gelehrten, dem „Physiker" Straton her, der, nach Theophrast Tode zwischen 284 und 288 n. Chr., die Leitung des Peripatos übernahm. Die theoretischen Anschauungen von Straton stellen eine Vermittelung zwischen dem Atomisten Demokrit und Aristoteles dar, der den leeren Raum wie die Atome, also die Grundlage der mechanischen Naturerklärung geläugnet hatte. — Straton nimmt kein kontinuierliches Vakuum (*Κενὸν ἀθροῦν*) an, sondern ein diskontinuierliches, das die einzelnen Teilchen der Körper trennt.

Diese theoretische Auffassung, die später bei den Medizinern die falsche Anschauung stützen sollte, dass die Arterien Luft enthalten und doch beim Anstechen spritzten, wird nun durch eine Fülle von Beobachtungen und Experimenten gestützt, die uns Heron mitteilt. Die Methodik ist im Wesentlichen unsere moderne.

Auf die zahlreichen hierbei mitgeteilten Einzelbeobachtungen kann ich nicht eingehen.

Dem Bild im Spiegel wurde vielfach eine reale Existenz zugeschrieben, ebenso wie demjenigen, das wir auf der Hornhaut sehen. Qazwînî hält dem mit Recht entgegen, dass das Bild seinen Platz wechsele, wenn der Beobachter dies tut. (Vergl. E. Wiedemann, Eders Jahrbuch 1906).

Ein gelegentlich mitgeteilter Versuch lehrt, dass Versuche auch auf geologischem Gebiete zur Entscheidung von Streitfragen dienten.

Nach Aristoteles beruhen bekanntlich die Erdbeben auf Dämpfen, welche im Erdinnern eingeschlossen sind. Anthemius vertrat in Byzanz (ca. 557) diese Ansicht, und da er seinen redegewandten Nachbarn nicht mit Worten widerlegen konnte, so erschütterte er dessen Haus mit austretendem Dampf.

Dass auch manche Theorien zu irrigen Resultaten führten, trotzdem die experimentellen Daten zu richtigen Deutungen ausgereicht hatten, ist natürlich. So führen arabische Philosophen das Zerspringen der Flaschen, wenn Wasser in ihnen gefriert, darauf zurück, dass das Wasser sich dabei zusammenzieht und ein Vakuum entsteht, das aber nicht möglich ist. Daher wird die Flasche zerdrückt. Diese Gelehrten gehen von der naheliegenden Anschauung aus, dass alle festen Körper ein kleineres Volumen haben als die Flüssigkeiten, was oft beim Giessen von Metallen beobachtet wurde. Sie bedachten nicht, dass das Schwim-

[1]) H. Diels Sitzungsbericht der Berliner Akademie 1893. S. 101.

men des Eises und direkte Messungen der spezifischen Gewichte gerade das Gegenteil bewiesen. Solche Irrtümer hat aber die neuere Zeit ebensogut aufzuweisen.

Nicht nur auf philosophischem und physikalischem Gebiet sucht man durch Experiment Fragen zu lösen. Schon ein jonischer Arzt des fünften Jahrhunderts hat einen Anlauf zu einer Art Vivisektion ausgeführt. Er wollte prüfen, ob trotz der Epiglottis, des Kehlkopfdeckels, Wasser in die Lunge treten kann. Dazu färbt er Trinkwasser, lässt dasselbe von einem Schwein saufen, und schneidet ihm dann den Hals ab. Der Beschreibung wird zugefügt: Dieser Versuch (*χειρουργία*) ist nicht jedermanns Sache. Wichtige, in den hippokratischen Schriften (ca. 400 n. Chr.) mitgeteilte Versuche auf entwickelungsgeschichtlichem Gebiete sind diejenigen, bei denen von 20 neu gelegten Hühnereiern jeden Tag eines geöffnet wird, um so Anhaltspunkte für die Entwickelung des Menschen zu erhalten. Weit später hat dann Galenus (131 bis 200 ca. n. Chr.) Metallröhren in die Blutgefässe von Tieren eingeführt und durch schichtweises Abtragen der Gehirnmasse eines Affen versucht, sich ein Urteil über die Funktion der einzelnen Teile dieses Organs zu bilden.

Unter den Veröffentlichungen in unseren Zeitschriften nehmen einen grossen Raum Untersuchungen ein, die an neu beobachtete Erscheinungen anknüpfen und diese in der mannigfachsten Weise variieren. Welche Hochflut von Arbeit hat nicht die Wiederauffindung des Radiometers durch Crookes, die Entdeckung der Röntgenstrahlen, die Bearbeitung elektrischer Schwingungen durch Hertz hervorgerufen.

Im Altertum und Mittelalter sind es hauptsächlich das Gebiet des Magnetismus und die Pneumatik, die so ausgebaut wurden.

Immer von neuem und in anderer Form wird der Versuch beschrieben, dass ein Magnetstein eine ganze Reihe nebeneinander gelegter Nadeln zu tragen vermag. Dabei wurde auch beobachtet, dass ein solches Eisenstück zwei verschiedene Pole besitzt. Ferner ist jedenfalls bei den Arabern viel mit dem schwimmenden Magnetstein usw. als Kompass experimentiert worden.

Bei dem Magneteisen sind uns auch einige quantitative Angaben über seine Tragkraft erhalten; es wurde betont, dass derjenige, welcher die grösste Tragkraft besitzt, der wertvollste ist. Dass zum Täuschen beim Wägen mit einer Wage mit eiserner Zunge der Magnetstein benutzt wurde, sei wenigstens erwähnt.

Am umfangreichsten dürften die Versuche aus dem Gebiete der Pneumatik und der Hydrodynamik sein. Die einfachsten Apparate, wie der Heber, dienen zunächst zur Erläuterung des Satzes, dass ein Vakuum unmöglich ist. Bei gewöhnlichen und dem Kapsel- oder strangulierten Heber geschieht das in zwei Formen. Nun werden diese aber bei zahlreichen Spielereien verwendet, bei Tantalusbechern und den sogenannten Weindieben, den Gefässen, aus denen man zwei verschiedene Flüssigkeiten ausgiessen kann. Nach anderer Richtung wird das Gebiet im Anschluss an das Zaubersieb und den Stechheber ausgebaut.

Eine Kanne, mit Scheidewänden, Schwimmern, die Ventile schliessen, usw. nach den Benû Mûsà, gibt die Figur

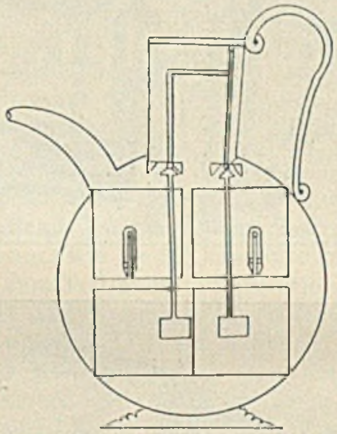


Fig. 5.

Wieder andere Instrumente beruhen darauf, dass, wie beim Heronsbrunnen, einfliessendes Wasser einen Druck erzeugt und dadurch selbst Wasser oder Wein austreten lässt. Hieran schliessen sich die zahlreichen Automaten an, die teils Bewegungen ausführen, teils wie unsere Automaten einen bestimmten Gegenstand oder eine bestimmte Menge desselben gegen Erlegung eines Geldstückes spenden. Daran reihen sich dann die Konstruktionen der Springbrunnen, Feuerspritzen und Orgeln und anderen Musikinstrumenten, von denen besonders oft die sogenannten Wasserorgeln erwähnt wurden. Letztere wurden aber nicht etwa durch Wasser betrieben, sondern es diente Wasser zum Absperren eines Windkessels.

Eine ausserordentlich interessante Orgel, deren Tastatur durch Stifte auf einer Trommel bewegt wird, die selbst wieder ein Wasserrad in Bewegung setzt, ist abgebildet in der arabischen Zeitschrift al Maschriq 1906, S. 456; die arabische Beschreibung ist leider noch nicht übersetzt.

Von fortdauernd durch Wasser betriebenen Pfeifen geben wir zwei Abbildungen. Das Wasser strömt oben zu in eine Kippvorrichtung und aus dieser abwechselnd in eines von zwei Gefässen, die, wenn sie voll sind, sich neigen, die Kippvorrichtung umschlagen und selbst ihr Wasser durch einen Trichter in einen Windkessel giessen, an dem oben eine Pfeife befestigt ist. Ist der Windkessel voll, so läuft das Wasser durch einen Heber aus.

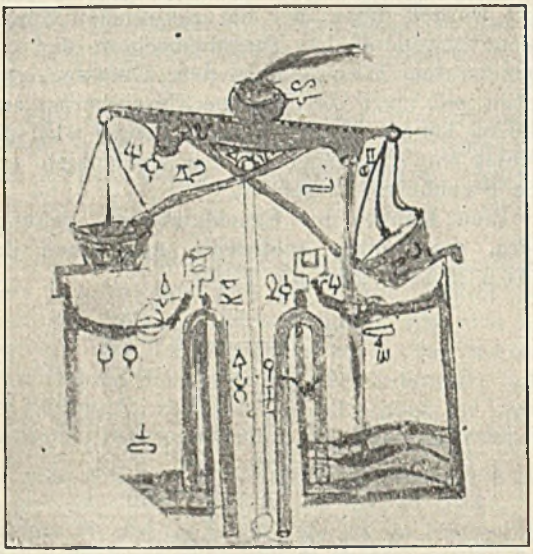


Fig. 6.

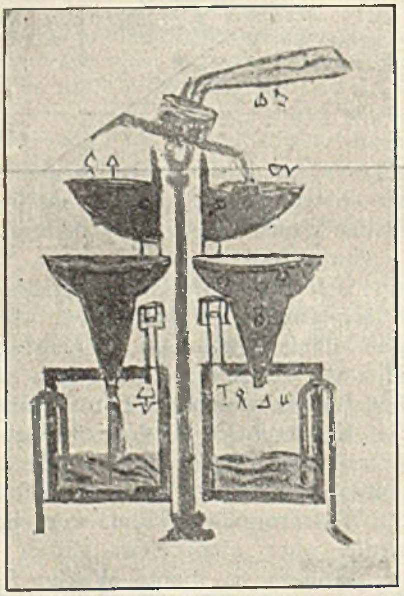


Fig. 7.

Ueber diese Versuche geben uns reichlichen Aufschluss die Werke eines Philon, eines Heron, der Benû Mûsâ. In der Renaissancezeit haben diese Errungenschaften bei Wasserkünsten u. s. f. vielfach Verwendung gefunden.

Auch auf dem Gebiete der Optik, bei den zahlreichen Winkelspiegeln, Vexierspiegeln, Zylinder- und Hohlspiegeln begegnen wir ähnlich Variationen auf dasselbe Thema.

Das Gebiet, das uns so sehr interessiert, die eigentliche Elektrizitätslehre, hat keine experimentelle Behandlung erfahren. Wohl wird eine anziehende Kraft des geriebenen Bernsteins immer von neuem beschrieben, immer wieder der Wirkung des Zitterrochens gedacht, der Kopfschmerzen und den Prolaps des Rectums heilen soll, aber es schliesst sich keine weitere Untersuchung an die beobachteten Tatsachen an.

Eine Aufgabe messender Versuche ist es, die Konstanten zu bestimmen, welche gewisse Eigenschaften und Körper charakterisieren. Als solche können wir die Lage der Fixsterne gegen einander betrachten, deren Ermittelung bereits berührt wurde, ferner gehören hierher die geodätischen Vermessungen und geographische Ortsbestimmung, die vielfach ausgeführt wurden. Von physikalischen Konstanten kommen im Altertum und Mittelalter nur die spezifischen Gewichte in Betracht; auf anderen Gebieten war die Forschung noch nicht hinlänglich fortgeschritten.

Die den Bestimmungen der spezifischen Gewichte zugrunde liegende Definition von Archimedes habe ich schon oben erwähnt.

Zu der Beschäftigung mit diesem Gegenstand hat wohl die Praxis den Anstoss gegeben. Man fand, dass dasselbe Gefässe verschiedene Gewichstmengen an Oel, Wein und Wasser fasste. Eine Erwähnung hiervon findet sich in dem erst spät verfassten, fälschlich dem Priscianus zugeschriebenen Gedicht Carmen de ponderibus et mensuris.[1])

Auch die Bestimmung der spezifischen Gewichte von fèsten Körpern soll nach der bekannten Erzählung über Archimedes durch die Aufgabe angeregt sein, in einem Gemisch zweier Bestandteile aus den spezifischen Gewichten die Mengen der einzelnen aufzufinden. Nach den Berichten bei Vitruv und bei al Chazînî hätte er diese Bestimmung nach der Verdrängungsmethode und aus dem Gewichtsverlust ausgeführt. Diese Aufgabe wurde nach Büchertiteln in arabischen Bibliographien von Menelaus u. a. behandelt. Die Angaben bei al Chazînî und der Anfang einer Schrift von Abû Mansûr al Nairîzî lehren, dass man hier von Versuchen ausging.

Da man mittelst der Gewichtsverluste gleich grosser Mengen verschiedener Metalle und Edelsteine in Wasser die unedlen von den edlen unterscheiden kann, so hat wohl Abu'l Fasl, der Herausgeber der Ajin i Akbarî, eines grossen statistischen Werkes über Indien (Ende des XVI. Jahrhunderts), die von Al Bêrûnî gefundenen Werte mitgeteilt und zwar in dem

[1]) Von philologischer befreundeter Seite wird mir mitgeteilt, dass das oben erwähnte Gedicht jedenfalls älter als Priscianus ist (es ist spätestens ins fünfte Jahrh. nach Chr. zu setzen). Als Verfassername wird von einem Teil der Handschriften überliefert Remius Favinus, welche beide Namen man als verderbt und verstümmelt ansieht aus Remmius Flavianus, von dem aber nichts näheres bekannt zu sein scheint.

Kapitel, das von dem Handel mit Edelsteinen handelt (s. a. w. u.).

Noch eine Aufgabe der Technik verlangte eine Kenntnis des spezifischen Gewichts bezw. des spezifischen Volumens. Man musste beim Metallguss wissen, wie viel Metall einen Hohlraum beim Ausgiessen füllte. Dazu verglich man die Gewichte gleicher Volumina Wachs und Metall und goss zunächst den Raum mit ersterem aus.

Für die Bestimmung der relativen Gewichte gleicher Volumina dienten nun verschiedene Methoden:

1. Die Bestimmung der Gewichte gleicher Volumina.

2. Die eben erwähnte Methode des Vergleiches mit Wachs. In einigen Fragmenten sind uns nach ihr gewonnene Zahlen erhalten.

3. Die Methoden, die auf dem Archimedischen Prinzip beruhen. Die Gewichtsverluste in Wasser von gleichgrossen Gewichten verschiedener Substanzen sind uns z. B. nach den Angaben von Abu'l Rihân al Bêrûnî in den Ajin i Akbarî, den Institutionen der Akbar, erhalten. Die Tabellen geben auch die Gewichte gleicher Volumina, wenn das von 100 Mitqal Gold (ca. 450 Gr.) als Einheit gesetzt ist. Dass die Kenntnis spezifischer Gewichte weit verbreitet war, lehrt die Tatsache, dass zwei persische Merkverse für diese Gewichte überliefert sind. Erstens: In einem Würfel von gleichem Volumen gibt Quecksilber an Gewicht 71, Zinn 38, Gold 100, Blei 59, Eisen 49, Bronze und Kupfer 45, Silber 54. Zweitens: Die folgenden sieben Metalle in gleiche Würfel geschnitten geben die folgenden verschiedenen Gewichte: Gold LKN[1] (= 100), Quecksilber ALM (= 71), Blei DHN (= 59), Zinn HL (= 38), Silber ND (= 54), Eisen JKJ (= 40), rotes und gelbes Kupfer MAH (= 46). Nach diesen Angaben berechnete spezifische Werte stimmen mit den unsrigen gut überein. Es sind dieselben Zahlen, welche Al Bêrûnî mitteilt.

Um Gemische auf Grund des Archimedischen Prinzipes zu analysieren, dienten ausserordentlich sinnreich konstruierte Wagen, bei denen die eine Wageschale längs ihres Wagebalkens sich verschieben liess.

4. Die Verdrängungsmethode, wie wir sie bei dem Pyknometer benutzen. Für sie ist von dem Araber al Bêrûnî ein Apparat beschrieben, der ziemlich bekannt geworden ist.

5. Bei den Flüssigkeiten wurde ausserdem das Araeometer verwendet. Aus einer Stelle des Gedichtes der ponderibus et mensuris hat man früher Archimedes als den Erfinder desselben erschliessen wollen, wogegen sich E. Gerland[1]) wendet. Erwähnt wird das Araeometer von dem Bischof Synesius in einem Briefe an Hypatia. Al Chazînî, der das Instrument und seine Teilung genau beschreibt, bezeichnet es als „Instrument zum Messen der Flüssigkeiten von Fûfus (Pappus) dem Rûmaer". (Er lebte wahrscheinlich am Ende des dritten und Anfang des vierten Jahrhunderts n. Chr.)

Tabellen der spezifischen Gewichte, die den unsrigen entsprechend für eine grosse Anzahl von Substanzen diese Grösse oder eine ihr entsprechende geben, sind uns von den Griechen nicht überliefert, wohl aber von den Arabern. Diese haben jedenfalls selbständige Messungen angestellt, da sich Angaben über Mineralien finden, welche den Griechen nicht bekannt waren. Erwähnt sei, dass sie auch den Unterschied im spezifischen Gewicht bei heissem und kaltem Wasser, warmem und kaltem Urin kannten.

Die spezifischen Gewichtsbestimmungen hat das Abendland jedenfalls zum Teil direkt aus dem Altertum, wie Berthelot nachweist, übernommen, zum Teil geht die Tradition aber über die Araber und Byzanz. Wir wissen, dass der Sultan Mehmed II., der Eroberer Konstantinopels, die Kommentierung einer dem Platon zugeschriebenen Schrift über die spezifischen Gewichte von Legierungen befahl. Ein türkisches Lehrbuch der Mineralogie charakterisiert im Anschluss an al Bêrûnî die Edelsteine durch deren spezifischen Gewichte. Es ist wohl sehr wahrscheinlich, dass auf diesem Wege Kenntnis der Methoden nach Venedig kam.

Erwähnt sei wenigstens, dass Galilei in seiner Bilancetta fast genau diejenigen Methoden benutzt, die uns von den Arabern übermittelt sind. Ueber die Quellen, aus denen Galilei etwa Anregungen empfing, habe ich nichts eruieren können.

Praktische Aufgaben will ein dem Archimedes zugeschriebener Traktat de Ponderibus lösen, der nach Thurot wohl im 13. Jahrhundert verfasst ist und dessen theoretischen Teile vielleicht auf Archimedes zurückgehen. Die Schrift beginnt mit den Worten: Da die unregelmässige Gestalt gewisser Körper es nicht gestattet, ihre genaue Grösse mittelst der Geometrie zu bestimmen, und da der Preis gewisser Waren den Dimensionen der Waren proportional ist, so muss man die Dimensionen der Körper mittelst ihrer Gewichte finden, damit die Preise nach den so bestimmten Dimensionen festgesetzt werden können.

In der Schrift kommt wohl zum ersten Mal der Ausdruck spezifisch schwer vor, so „aeque gravia in specie corpora".

[1]) Die Gewichte sind der Verse wegen in ihren Buchstabenwerten gegeben, die addiert werden müssen.

[1]) Vergl. E. Gerland. Wied. Ann. 1. S. 150/177.

Ueber quantitative Versuche über das Schwimmen und die Tiefe des Eintauchens berichtet auch Albertus Saxonicus (wirkte 1353—1359 in Paris) in Zusammenhang mit den spezifischen Gewichten der Körper (er spricht von Körpern aequaliter gravia secundum speciem). Ob er die Versuche selbst angestellt hat, ist fraglich. In sehr eingehender Weise wird die Verwendung der Wage zur Untersuchung von Metallen, von Quellwassern usw. in der Schrift de staticis experimentis von N. v. Cusa (1401 bis 1464) besprochen.

Bei ihm findet sich auch als erstem die Bestimmung von Flächeninhalten durch Wägungen, eine Methode, deren Entdeckung man gewöhnlich erst Galilei (1598) zuschreibt, der sie zur Auswertung der Fläche der Cykloide benutzt hat.[1])

Aus solchen Wägungen bekommt man ohne weiteres die Zahl π, die übrigens N. von Cusa auch durch eine Exhaustionsmethode ermittelt hat.

An die Bestimmungen von N. von Cusa schliessen sich die zahlreichen Messungen von N. Tartaglia an; dabei wird teils das Gewicht des gleichen Volumen Wassers gleich drei, teils gleich eins gesetzt. — Auf den Ursprung dieser Bestimmungen aus der Praxis weist auch Tartaglias Bemerkung hin, dass die Bombardiere das Verhältnis von Blei zu Eisen etwa wie $1\,^1/_2 : 1$ setzen.

Ermittelt wird, ebenso wie in der dem Archimedes zugeschriebenen Schrift, wie gross das Gewicht einer Eisenstange sein muss, damit sie ein Holzstück, mit dem sie verbunden ist, zu Boden zieht.

Mit den rein wissenschaftlichen Experimenten verknüpft sind die Arbeiten der eigentlichen Technik, die ihre Maschinen u. s. f. erst nach gründlicher Kenntnis des Materials und Durchprobierung der einzelnen Teile herstellen kann.

Wie bei der Konstruktion der Wasserräder stets neue Anordnungen ersonnen wurden, lehren uns neben den Angaben bei Philon diejenigen eines kleinen Traktates in Gotha, sowie solche von al Gázarî.

Von Maschinen sei hier genauer besprochen die Herstellung einer Wasseruhr von Ridwân, die Konstruktion einer Windmühle und diejenige einer eigenartigen Wassermühle.

Ueber die Art, wie die Araber Instrumente zusammen setzten und wie sie sich in methodischer Weise bemühen, vorhandene Fehler zu berichtigen und die Konstruktionen zu vervollkommnen, gibt uns ein Werk von einem gewissen Ridwân Aufschluss. Sein Vater hatte an einem Gebäude von Damaskus eine Wasseruhr angebracht. Ihre Anordnung schloss sich derjenigen an, die in einem Werk, das dem Archimedes zugeschrieben wurde, enthalten war. Nach seinem Tode geriet sie in Unordnung; ein gewisser Muhaddab al Dîn Ibn al Naqqasch (der Maler oder Bildhauer), der sich über sie absprechend geäussert hatte, sollte sie in Ordnung bringen; es gelang ihm aber nicht und ein Stück derselben nach dem anderen kam in Unordnung und ging verloren. Da nahm sich Ridwân selbst der Sache an und konstruierte im Anschluss an die ihm vorliegenden Nachrichten eine neue Uhr. — Nach einer historischen Einleitung, in der er zunächst das Schicksal der Uhr seines Vaters bespricht, gibt er die allmähliche Vervollkommnung der Uhr des Archimedes durch seinen Vater und setzt dann in systematischer Weise seine eigene Arbeit auseinander, freilich etwas breit, breiter als für den Bearbeiter solcher Texte wünschenswert ist. Alle einzelnen Teile werden genau behandelt, ihre Masse angegeben, gelehrt, wie man sie herstellt; dabei werden die Vorzüge des Hartlötens hervorgehoben und betont, dass, wo man dieses anwenden kann, man nicht weich löten soll. Ist letzteres nicht zu umgehen, so darf man das Lot nicht sparen. Die sich drehenden Teile werden sorgfältig mit Schmirgel eingeschliffen. Da es sich um eine Wasseruhr handelt, deren Bewegung ein Schwimmer bewirkt, der selbst wieder infolge des Ausfliessens von Wasser sinkt, so ist besonders dafür gesorgt, dass etwa vorhandener Schmutz sich absetzt. In den Vorschriften über die Ausflussöffnung, die sich nicht abnutzen darf, kommen die älteren Erfahrungen der Griechen und Römer zur Anwendung. Mit dem Schwimmer sind Schnüre verbunden, die Räder drehen. Bei Tage bewegen sie einen Schlitten, der ursprünglich offene Türen sich schliessen lässt; ein Zeiger an ihm gestattet die Bruchteile der Stunden zu erkennen. Statt unseren umlaufenden Zeigers haben wir hier einen geradlinig bewegten. Wenn die Türen sich schliessen, werden durch Vermittelung von Schnüren Kugeln aus Rinnen losgelassen, die in Becken fallen. Sie treten dabei aus dem Schnabel von Falken aus, die durch Gegengewichte in ihre Lage zurückgebracht werden. Damit nicht nachts die Ratten Schaden anrichten, werden die Rinnen zugedeckt.

Die Ausgangspunkte der beiden Kugeln liegen nebeneinander. Die beiden Falken stehen auf entgegengesetzten Seiten des Uhrkastens. Daher hat das eine Rohr eine, das andere hat zwei Knickungen. Damit nun die beiden Kugeln gleichzeitig unten auftreffen, muss, wie Ridwân besonders angibt, das geknickte Rohr etwas kürzer sein, da an der Knickung Zeit

[1]) Ueber die Bestimmung des Flächeninhaltes eines Stückes der Parabel unter Zuhilfenahme der Hebelgesetze vergl. Archimedes de quadratura parabolae. Dort ist auch eine Exhaustionsmethode verwendet.

verloren geht. Die passende Länge konnte natürlich nur durch sorgfältige Versuche gefunden werden.

Nachts bewegt sich eine Scheibe vor 12 beleuchteten Kupferplatten, die sie nacheinander bedeckt.

Dadurch, dass man die Ausflussöffnung verschieden hochstellt, wird der Aenderung der Tageslänge Rechnung getragen.

Ridwân achtet auch sorgfältig auf den Einfluss einer etwaigen Verlängerung der Schnüre. Damit sie leicht gleiten, werden sie mit Seife eingerieben.

Mit einem gewissen Stolz hebt er zum Schluss hervor, dass die alten Uhren eine sehr umständliche Besorgung verlangt hätten; er habe erstrebt, dass irgend ein Diener oder irgend eine Frau das Wasser auffüllen und die Sache in Gang setzen könnte.

Von den Figuren gibt die erste eine Gesamtansicht der Uhr; nur der bewegende Schwimmer nebst den Reguliervorrichtungen fehlt; unten sind die Türen, von denen aus Versehen nur elf gezeichnet sind, oben die Kupferplatten nebst der beleuchtenden Lampe. Die zweite Figur gibt die eigentliche Wasseruhr mit dem Schwimmer und den Vorrichtungen zum Reinigen und Regulieren des Wasserausflusses. Der Zeiger ganz links trägt die hoch und niedrig zu stellende Ausflussöffnung. In der dritten Figur ist der Mechanismus wiedergegeben, der das Aufrichten des Falken besorgt.

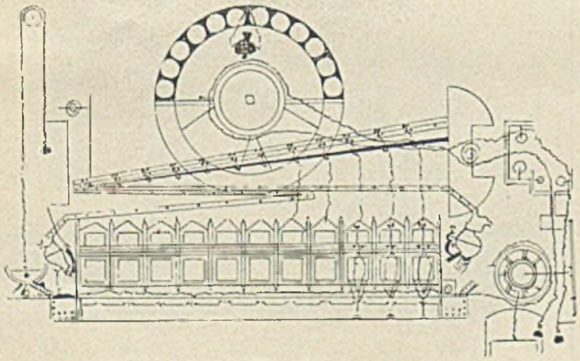


Fig. 8.

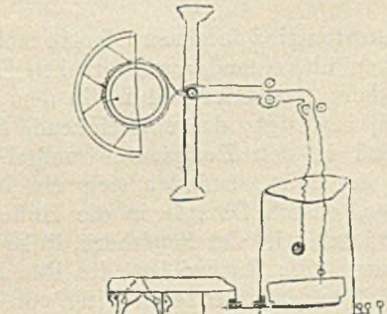


Fig. 9.

Noch möchte ich Ihnen die Abbildung einer Windmühle in Ségestân und eine Wassermühle in Merend mitteilen, die beide in der Kosmographie von al Dimaschqî beschrieben sind.

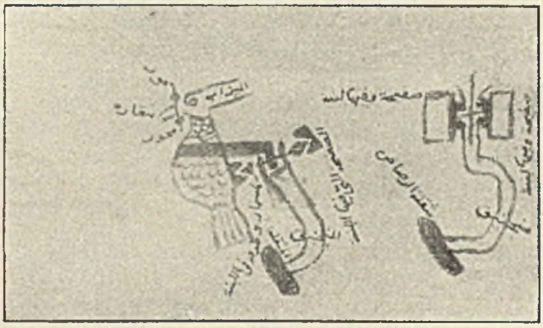


Fig. 10.

Windmühlen waren lange bekannt. Schon Omar I. befragt einen Perser, seinen späteren Mörder, ob es war sei, dass er mit Wind mahlen könne. Unsere Zeichnung stammt aus dem 13. Jahrhundert und können wir so ziemlich die Konstruktion wieder erkennen.

Der obere Teil stellt die eigentliche Mühle dar; man sieht den Trichter und die beiden Mühlsteine. Im unteren Teile befinden sich die Flügel zum Auffangen des Windes; sie sind an den radialen Speichen einer Art Scherrahmens befestigt und werden durch den Wind bewegt, der durch die Oeffnungen in der Wand eintritt.

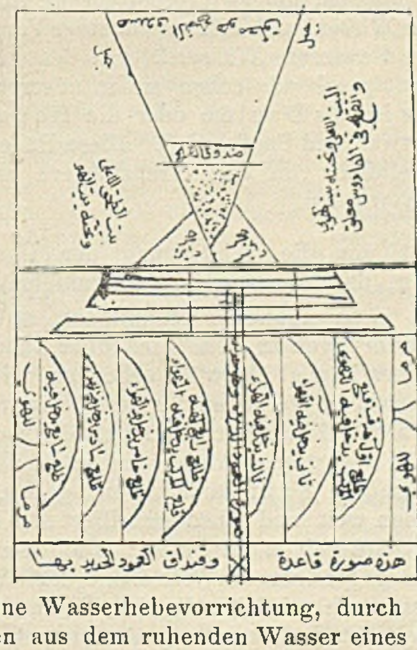


Fig.11.

Eine Wasserhebevorrichtung, durch die die Mühlen aus dem ruhenden Wasser eines Teiches bewegt werden, hat die Orientalen ungeheuer in Erstaunen gesetzt; die Mühle wird als eines der grössten Wunder bezeichnet. Der Motor ist erwähnt, aber leider nicht beschrieben, er dürfte aber wohl den Feuerspritzen des Ktesibios, Heron u. a. nachgebildet sein, von denen uns noch in Italien und Metz Originale erhalten sind.

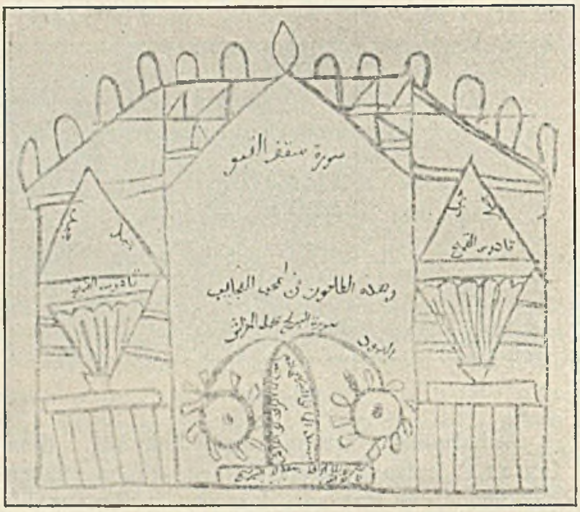


Fig. 12.

In dem mittleren Teil sieht man zwei gebogene Röhren, aus denen das Wasser auf zwei Mühlräder geworfen wird, die selbst die auf beiden Seiten gezeichneten Mühlsteine bewegen.

Auf die mannigfachsten Konstruktionen der Wasserräder und die damit zusammenhängenden Kanal-, Damm- und Schleusenbauten einzugehen, würde viel zu weit führen. Ich möchte nur betonen, dass je mehr wir uns mit diesen Gebieten befassen, um so grösser unsere Achtung vor dem Wissen und Können unserer Vorfahren steigt. Gewissen Wasserrädern des Orients genau entsprechende sehen sie in unserer Regnitz. Es ist das Daulâb oder die Hannâna, „die fortwährend Seufzende". Diese Räder sind wahrscheinlich von den Kreuzfahrern zu uns gebracht worden.

Lässt uns die Schilderung der Uhr von Ridwân, der Wind- und Wassermühlen einen Einblick in physikalische Technik tun, so lassen uns Ausführungen in dem Buch über Landwirtschaft eines Ibn al 'Auwâm erkennen, mit welcher Sorgfalt die Methoden der Destillation ausgebildet waren. Genau wird zum Beispiel nach der Vorschrift des grossen Arztes und unglücklichen Alchemisten al Râzî zunächst angegeben, dass der Kolben weit und innen emailliert sein muss, keine Wülste zeigen darf usw. Auch die Lage derselben gegenüber der Wand und dem Wasser im Wasserbade wird bestimmt. Treffend wird bemerkt: „Ist das Feuer angezündet und kocht das Wasser und sinkt das Niveau desselben, so darf man kein kaltes zugiessen. Man muss sich im Gegenteil sorgfältig davor hüten, da man sonst die ganze Operation aufhalten würde und der Kolben zerbrechen kann." Nach einer anderen Quelle stellt man vielmehr einen Kessel mit heissem Wasser daneben auf. Andere Vorschriften beziehen sich auf die Destillation auf dem Sandbade. Auch über die Schnelligkeit der Destillation, bei der man das wohlriechendste Produkt erhält, sind Angaben vorhanden. Man weiss auch, dass vier Teile Rosen drei bezw. zwei Teile Essenz geben.

Andere Beschreibungen der Destillationsvorrichtungen und anderen chemischen Gerätschaften finden sich in den von Berthelot herausgegebenen Schriften und den lateinischen Uebersetzungen aus dem Arabischen, vor allem den Geber fälschlich zugeschriebenen.

Für die hohe Entwickelung dieser Kultur dürfte nichts mehr sprechen, als dass der Fiskus in der Gegend von Schîrâz usw. Steuern von den Häusern erhob, in welchen Rosenwasser hergestellt wurde.

Von Destillationsöfen in der Gegend von Damaskus sind uns in der Kosmographie von al Dimaschqî Abbildungen erhalten, von denen ich eine mitteilen will.

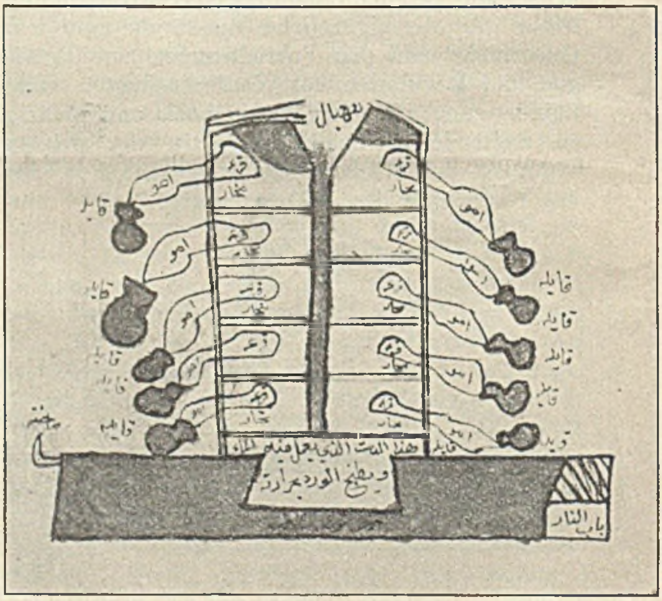


Fig. 13.

Die Retorten sind in einem Ofen in mehreren Stockwerken übereinander angebracht, ihr aus der Wand hervorragender Teil ist in dem Helm, dem Anbîq befestigt; das entweichende Rosenwasser wird in den Rezipienten aufgefangen. Unten in der Mitte befindet sich ein Becken mit Wasser, dessen Dämpfe in die Höhe steigen; rechts unten ist der Feuerherd, links unten eine Oeffnung zum Entweichen des Rauches.

Dass bei den chemischen Arbeiten von alters her das Experiment fast eine grössere Rolle als in der Physik spielt, liegt auf der Hand; denn es lassen sich die Einzelphänomene nicht in der Weise aus einem oder mehreren Postulaten ableiten. Daher ist aber auch eine kurze Skizzierung der Experimentalchemie hier unmöglich.

Den Aufsatz über Straton schliesst Diels mit den Worten:

„Wenn sie (die moderne Naturwissenschaft), sich daher jetzt der exakten Methode und über Erfolge freut, wird sie des alten *Φυσικός* dankbar gedenken müssen, der von den Alten in Theorie und Praxis am entschiedensten auf dem Standpunkt der exakten Wissenschaften gestanden hat."

Wir können wohl den Satz verallgemeinern und anerkennend hervorheben, wie ausserordentlich viel wir auf allen Gebieten der Naturwissenschaften und der Technik dem Altertum und Mittelalter verdanken.

Bei literarischen Leistungen nennt die Nachwelt stets dankbar die Namen derer, die sie geschaffen haben, denn in dem Werk spricht sich ihre Individualität aus. Bei den Forschungen auf mathematischem und naturwissenschaftlichem Gebiet treten selbst diejenigen, die Grösstes geleistet, hinter dem Resultat zurück, und zwar je grösser das Ergebnis ist, um so mehr. Endlose Arbeit wird aufgewandt, Nachdenken und Experimentieren zahlreicher Männer in Anspruch angenommen, und alles fasst sich zuletzt in einen einfachen Satz, in eine einfache Formel zusammen, der man von allem dem nichts mehr ansieht. Daher wissen wir so wenig von den Taten der Alten, daher werden spätere Generationen von uns so wenig Einzelheiten erwähnen. Das Volk kennt die Namen der Dichter; wie viele unserer jüngeren Generationen wissen von dem Leben der Gelehrten etwas, wenn sich nicht etwa an ihre Person ein tragisches Geschick geheftet hat. Wie wenige der Techniker, die tagtäglich das Prinzip der Prinzipe von der Erhaltung der Energie verwenden, wissen von Helmholtz, von R. Mayer mehr als den Namen. Dem Mimen windet die Nachwelt keine Kränze, der naturwissenschaftliche Forscher und in noch höherem Grade der Techniker lebt fast nur in seinen Werken und in dem, was die Nachwelt auf seine Ideen aufgebaut, weiter. In immer steigendem Masse ist das in der Neuzeit der Fall. Die grossen Institute, die wachsende Mitarbeiterzahl auf dem Gebiet der Naturwissenschaft, lässt auch den Leiter unserer wissenschaftlichen Anstalten, wie z. B. den grossen Physiologen Ludwig, hinter den Arbeiten seiner Schüler verschwinden. Ihr Los ist dasselbe, wie das unserer Gymnasiallehrer, beide geben den jungen Generationen Anregungen und Kenntnisse mit auf den Weg. Beide müssen zufrieden sein in dem Gedanken, dass das, was sie gegeben, in der einen oder anderen Form unserer Nation und der Menschheit zum Nutzen gereicht.

Ueber geometrische Propädeutik.

Vortrag auf der Hauptversammlung in Erlangen.*)

Von J. Ducrue (München).

Μηδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω μοῦ τὴν στέγην. Dieses Wort Platons über der Eingangspforte seiner Akademie gibt Kunde davon, daß die Elemente der Geometrie dort die Grundlage für den gesamten Unterricht gebildet haben, gewissermaßen der Normalunterrichtsgegenstand für die Schüler gewesen sind, ja geradezu als die „Handhaben zur Philosophie" — *πορεῖον λαβὰς γὰρ οὐκ ἔχεις φιλοσοφίας* — erachtet wurden. Die Erkenntnis, daß die Beschäftigung mit dem Gebiete der Geometrie für jede Schule und für jede Altersstufe ganz besonders geeignete Mittel für jegliche Ausbildung und Ausreifung darbiete, ist zu allen Zeiten und auch in unseren Tagen festgehalten worden. Ist es doch gerade der Geometrie zu eigen als führende Freundin des nach Ausbildung strebenden jugendlichen Geistes je der Altersstufe des Schülers entsprechend eine das Zutrauen gewinnende und steigernde Gestalt anzunehmen. Wenn sie dem Kinde als Spielgenossin mit Würfel, Zusammensetzspiel und Faltungstechnik naht, erweckt sie das Interesse am Betrachten und Zeichnen verschiedenartiger Formen, am Abmessen des vorliegenden Materials; dem sich entwickelnden Verstande gereifterer Knaben bietet sie sich als Führerin durch alle Stufen einer exakten Methode und strengen Logik, erhebt ihn über die Fesseln der Anschauung und führt ihn in Höhen, von denen aus er den Zusammenhang der durchwanderten Einzelgebiete mit Befriedigung zu überschauen vermag, bis sie sich ihm im Fluge über die Grenzen angeborener Raumbegrenzung endlich als strahlende freieste Göttin entschleiern wird, wenn er ihr auf jenen Pfaden folgen will. Wenn nun trotzdem immer wieder Klagen auftauchen — wir haben es erst vor kurzem wieder recht eindringlich zu hören bekommen —, daß der mathematische Lehrstoff an sich und der geometrische insbesondere die an den humanistischen Gymnasien studierende Jugend schwer bedrücke und zu seiner Bewältigung eine eigentümliche Geistesbefähigung erfordere, welche die Mehrzahl der Schüler nicht besitze, so können diese Klagen nicht im Stoffe selbst, der ja in der ältesten Gymnasial-Schulordnung als Hauptfach zählte, begründet sein, sondern wohl nur in der Art und Weise, wie die Schüler mit dem Stoffe sich abgeben und befreunden. Denn der Aufbau der Mathematik folgt den strengen und reinen Denkgesetzen, muß also von jedem erfaßt werden können, der überhaupt zu klarem Denken gebracht werden kann.

Die Erörterungen und Ueberlegungen über die Form der Stoffdarbietung in unseren Schulen, bezw. die Betätigung der Ergebnisse solcher Betrachtungen im Unterrichtsplane sind verhältnismäßig jüngeren Datums. Und wenn man vor mehreren Jahrzehnten alles Heil in der Wissenschaftlickeit des Stoffes und der Gelehrsamkeit des Lehrers gesichert dachte, so möchte es fast scheinen, als wähne unsere Zeit mitunter im Gegensatze hierzu zu viel Heil in der Methodik und pädagogischen Operations- und Verbaltechnik

*) S. Unt.-Bl. XII, Nr. 3, S. 64.

gefunden zu haben. Unbestreitbar ist jedoch die Erfahrungstatsache, daß von der Art und Weise, wie unsere Jugend in die Elemente der Mathematik und speziell der Geometrie eingeführt wird, der Erfolg des ganzen Unterrichts in diesem Fache abhängt und daß häufig und vielleicht durch die Art und Weise der Darbietung der ersten Abschnitte des neuen Stoffes eine unbesiegbare Abneigung gegen denselben Wurzel faßt, welche später nie mehr ausgerottet werden kann, und die Aussicht auf eine erfreuliche Ernte in dieser Disziplin nicht aufkommen läßt. Dieser Umstand hat, nachdem in Schulen anderer Staaten schon seit längerer Zeit Aehnliches versucht worden ist, bei unseren bayerischen humanistischen Gymnasien seit dem Schuljahre 1901/1902 die Einführung einer propädeutischen Behandlung der Geometrie in der vierten Klasse veranlaßt, über deren Zweck und Ausdehnung ich mir heute zu referieren erlaube. Es ist das erste Mal, daß ich in unserem Verein die Ehre habe ein Referat zu vertreten und die Gestalt des Programms fügte es, daß dieses Referat an die erste Stelle gesetzt wurde. Ich kenne tatsächlich den in unserem Verein üblichen Standpunkt, auf dem solche Referate nach Stoff und Behandlung stehen, nicht aus persönlicher Erfahrung; der Titel des Vereins „Förderung des Unterrichts in Mathematik" hat mich zu der Annahme gebracht, daß die schulpraktische Seite die hauptsächlichste Betonung finden dürfte, und so habe ich seinerzeit die liebenswürdige Einladung, diesen Vortrag zu übernehmen, in jenem Sinne beantwortet. Sollte ich nun mit der Eingliederung des Stoffes in diese Behandlungsform den üblichen Intentionen unseres Vereins nicht entsprechen, so bitte ich in dieser persönlichen Bemerkung Entschuldigungsmomente finden zu wollen.

Der Beginn des Geometrieunterrichts führt den noch fast im kindlichen Alter stehenden Schüler an die Schwelle einer neuen, mit den bisher behandelten Gegenständen keine Berührungspunkte aufweisenden Welt: neu in Ansehung der Dinge, die er hier schauen und behandeln soll, neu in Ansehung der Methode, nach der er sich mit derselben beschäftigen soll. Dem Schüler ist bisher fremd geblieben, daß an geometrischen Figuren, von denen er kaum den Kreis und das Quadrat gelegentlich kennen gelernt hat, etwas Interessantes zu finden sein könnte. Ganz ungewohnt ist ihm die Methode des Systemaufbaues, aus gewissen in schärfster Weise festgelegten Grundbegriffen und Grundsätzen Folgerungen zu ziehen und Sätze zu gewinnen, deren Inhalt durch einen Beweis erhärtet und beglaubigt werden soll. Der Durchschnittschüler findet kaum Zeit sich diese neuen abstrakten Begriffe geläufig zu machen, noch weniger damit zielbewußt zu operieren. Logische Schlußfolgerungen zu ziehen erscheint ihm fremdartig, das Wesen und vor allem das Bedürfnis eines Beweises ist ihm eine fremde Welt; er gewöhnt sich daran Schlüsse mit Worten in rein sprachlicher Form zu vollziehen; er konstruiert Verbindungen von Satzgliedern durch „folglich" und „also" ohne sich eines inneren Zusammenhanges klar zu sein und ohne daß die eigentliche Schlußrichtigkeit des Beweises in seinem Geiste Leben bekommt. Nach kurzer Zeit ist das Interesse völlig erlahmt, der Schüler kann und will nicht mehr mitkommen — er hat, und das wird ihm meist gerne im elterlichen Hause bestätigt, keine Beanlagung für die Mathematik. Da liegt die Frage nahe, muß denn das so sein? Man darf diese Frage vom pädagogischen Standpunkte aus wohl mit ja beantworten. Es wird hier eine psychologische Grundforderung der Pädagogik nicht beachtet: die Anknüpfung des aufzunehmenden Stoffes an einen Vorrat bereits vorhandenen Wissens und Könnens. Einen solchen Vorrat zu suchen, zurechtzulegen und zur Entwickelung des Abstraktionsvermögens zu benutzen, aus ihm die Brücken zu bauen, die von den dem Schüler geläufigen Vorstellungsformen zur Geometrie an sich hinüberführen, ist Sache eines Vorkurses, eines propädeutischen Unterrichts in der Geometrie.*) Aus dieser Bedingtheit durch das pädagogische Prinzip der Anknüpfung ergibt sich auch das Ziel, das diesem Unterricht gesteckt sein soll. Derselbe hat gewissermaßen nach naturwissenschaftlicher Methode ein Beobachtungsmaterial zu sammeln aus den Vorstellungsschätzen, die der Schüler schon besitzt, und aus diesem Material, das natürlich an individuellen Gebilden haftet, die Erkenntnis des Allgemeinen zu gewinnen zu suchen. Wenn ich dem propädeutischen Unterrichte die naturwissenschaftliche Form zuschreibe, so ist damit auch bedingt, daß das Prinzip der Bewegung der Gebilde und ihrer Teile voll ausgenutzt werden muß. Es ist wohl eine von einem gewissen Standpunkt aus erfüllbare Forderung der Systematik die Geometrie frei von Bewegung aufzubauen, aber diese Forderung gehört nicht in die Schule, auf keinen Fall vor zwölfjährige Knaben; für diese ist nähere Untersuchung und allseitige Betrachtung oder Anschaulichkeit ohne Beweglichkeit gar nicht faßlich. Es muß der Beobachtungssinn, der die Grundlage geometrischen Wissens bildet, geweckt und geschärft werden; Messungsmethoden müssen geübt und als erste Erkenntnisquellen charakteristischer Merkmale an geometrischen Gebilden erkannt und ausgenutzt werden. Die natürliche Unzuverlässigkeit der Messungsmethode hinsichtlich der Gewinnung absoluter Genauigkeit in den Resultaten weckt von selbst das Bedürfnis einer systematischen Entwickelung und läßt die Notwendigkeit des Beweiseapparates erkennen. Damit wiederholt der Schüler den Weg, auf dem wohl ursprünglich der Schatz gewonnen wurde. Die Geometrie ist im wesentlichen eine Erfahrungswissenschaft; die meisten elementaren Sätze sind wohl vor ihrem Beweise durch Anschauung und Messung gefunden worden. Und dieser Weg ist sicher der Natur der Sache angemessen. Die systematische Elementargeometrie stellt sich die Aufgabe, aus einer möglichst geringen Zahl nicht auf direkter Anschauung beruhenden Grundsätze die übrigen Wahrheiten herzuleiten; hierbei werden die Beziehungen von Grund und Folge in streng logischen Operationen zur Anwendung gebracht. Ich halte nicht dafür, daß der vorbereitende Unterricht, wie manchmal vorgeschlagen und durchgeführt wird, sich dieser Stoffentwickelung mit mehr oder weniger Treue anschließt und ein mit einiger Vollständigkeit gebildetes Lehrgebäude mit Aufstellung von Lehrsätzen aufführt unter Angliederung von sogenannten anschaulichen Beweisen, da ich in dieser Behandlungsart eine Vorwegnahme des eigentlichen Stoffes erkenne und der Schüler im folgenden Jahre die Erfahrung machen soll, daß die sogenannten Beweise, die ihm im Vorkurse geboten wurden, eigentlich nicht ganz stichhaltig gewesen seien. Daß hierdurch die Einsicht in die Notwendigkeit und Zuverlässigkeit der Beweismethode nicht gefestigt wird, bedarf wohl kaum einer Erörterung. Der propädeutische

*) Vergl. Dr. Fr. Reidt, Anleitung zum mathematischen Unterricht, S. 40 u. 41.

Unterricht soll nach meiner Auffassung nicht einen Ueberblick über den Inhalt der systematischen Geometrie geben wollen, er soll vielmehr zunächst nur die Mittel der Betrachtung und Beobachtung benutzen und eigentliche Beweise am Anfange vollständig ausschließen. Während die Betrachtung zunächst von einem starren Gebilde ausgeht, setzt die Beobachtung ein in Lage und Größenverhältnissen variables Objekt, einen gewissen Bewegungszustand desselben bezw. seiner Teile voraus. Bei der Gewöhnung an scharfe Beobachtung wird das Augenmerk sich darauf richten, daß gewisse Eigenschaften sich als zufällig, nur einem gewissen Variationszustande zukommend, einstellen, während andere als konstant, d. h. allen Bewegungsstadien zugehörig, der Beobachtung sich aufdrängen. Wenn z. B. ein gleichschenkliges Dreieck an der Schultafel dadurch dargestellt wird, daß eine mit weißer Kreide gezeichnete Strecke AB die Basis bildet, während in A und B mit Reißbrettstiften die Enden einer weißen Gummischnur ACB eingeklemmt sind, welche durch einen an beliebiger Stelle fixierbaren Ring C läuft, von welchem eine durch das Gewicht G stets lotrecht eingestellte Schnur CG von gelber Farbe ausgeht, so wird bei Variation der Lage des Punktes C mit Evidenz dem Beobachter sich aufdrängen, daß dieses Lot immer durch Mitte von AB geht, wenn $AC = CB$ wird, und daß dann immer auch $\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \beta$ wird, daß aber mit der Verschiedenheit der Länge von AC und CB Ungleichheit der Winkel α und β eintritt und das Lot CG nicht mehr die Basis AB halbiert (Fig. 1). Den Beobachtungssinn in dieser Weise auszubilden durch möglichst eingehende Ausnutzung der Anschauung ohne ausschließliche Inanspruchnahme des Verstandes ist eine Hauptaufgabe der geometrischen Propädeutik. Ich nenne dieses geradezu eine naturwissenschaftliche Untermethode, da sie die Schüler anleiten soll, aus einer Reihe von Versuchen das Charakteristische von dem Zufälligen, Individuellen sondern zu lernen. Dadurch wird das bloße Anschauen zu einem kritischen Beobachten und in dieser Fähigkeit kritisch zu beobachten liegt das, was man auf dieser Stufe meist mathematische Veranlagung nennen zu müssen glaubt. Diese Art des Beobachtens setzt natürlich die weitgehendste Benutzung von Messungsmethoden und die Einübung von Messungsarbeit, die Beschaffung von Messungsresultaten mit Maßstab, Zirkel und Winkelmesser voraus und hierin ist ein weiteres Moment geometrischer Propädeutik enthalten. Und wenn der Schüler bei selbständiger Ausführung vieler solcher Messungen sich von der Grenze der Möglichkeit exakter Messung überzeugt hat, dann wird er reif für das Verlangen, die durch Messung gewonnenen Resultate auch auf einem von den Unsicherheiten der Messungsmethoden unabhängigen Wege finden zu können. Deshalb dürfte es auch bei diesem Unterrichte nicht am Platze sein zu viel Wissenschaftlichkeit anbringen zu wollen. Die größten Erfolge müssen darin gesucht werden, daß der Schüler lernt die Augen richtig zu gebrauchen, aus der Figur richtige Folgerungen zu ziehen, Vergleiche zwischen den einzelnen Individuen einer Figurenreihe anzustellen. Eine rein logische Beweisführung muß den Hintergrund bilden, auf den man lossteuert und der tatsächlich dem folgenden Schuljahre gehört. Höchstens als gelegentliche Würze kann man die Möglichkeit eines logischen Beweises an einzelnen passenden Abschnitten zur Besprechung gelangen lassen.

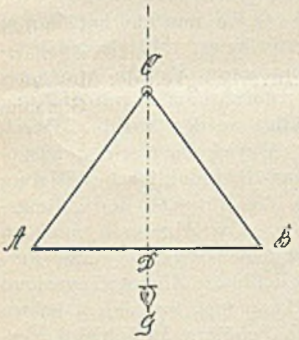


Fig. 1.

In diesen Darlegungen ist auch der Inhalt und das Ziel des propädeutischen Unterrichts angedeutet, welches nach dem Programm, das die bayerische Unterrichtsverwaltung im Oktober 1901 für die vierte Klasse der bayerischen humanistischen Gymnasien zur Einführung gebracht hat. Wenn ich dieses Programm hier etwas eingehender bespreche und seine Durchführung an einzelnen Punkten demonstriere, so glaube ich hiermit des Interesses einer Versammlung von Lehrern dieses Faches sicher zu sein, da die Angaben der Jahresberichte der einzelnen Schulen in ihrer Dürftigkeit kaum ein Bild von dem, was in diesem Unterrichte geleistet werden will, geben können. Gerade hier ist meist der Individualität des einzelnen Lehrers viel Spielraum gelassen. Dieses Programm bezeichnet als Ziel des Unterrichts 1. den Schüler mit den wichtigsten Begriffen und Vorstellungen aus den Elementen der Planimetrie bekannt zu machen; 2. ihn an die Handhabung der Zeicheninstrumente der Geometrie (Lineal, Maßstab, Zirkel, Winkelmesser, Rechtwinkel) zu gewöhnen; 3. durch wiederholte Messungen mit Hilfe dieser Instrumente induktive Schlüsse auf allgemein gültige geometrische Sätze vorzubereiten; 4. das Verständnis zu erwecken für die Möglichkeit, solche Sätze durch logische Gedankengänge aus Definitionen und Voraussetzungen, ohne Einzelmessungen am speziellen Falle, zu gewinnen. Hiebei ist überall die Darstellung auf der unmittelbaren Anschauung der jedesmal in großem Maßstab an der Tafel vorzuführenden Zeichnung aufzubauen. Die Schüler haben diese Zeichnungen in den Unterrichtstunden selbst in ein Heft oder auf geeignete Blätter sorgfältig mit Bleistift aufzuzeichnen; häusliche Zeichenübungen dürfen vom Lehrer nicht verlangt werden. Als weitere Veranschaulichungsmittel lassen sich Schablonen aus Pappe, Holz oder Blech für die einzelnen geometrischen Formen verwenden. Die Einführung eines Lehrbuches für den propädeutischen Unterricht ist nicht statthaft. Dies ist von Kollegen auch schon beklagt worden; allein hier ist die Gefahr sehr groß, daß die Gestattung eines Lehrbuches ein solches in allzugroßer Reichhaltigkeit und Dickleibigkeit schaffen und daß dies dem Unterricht in der nächsten Klasse zu viel vorwegnehmen werde. Das Nötigste von Definitionen und von dem in der Schule Gewonnenen wird von den Schülern formuliert und dann in möglichst knapper Form und unter Vermeidung längerer Zusätze in das Heft eingetragen. Als wünschenswert wird bezeichnet, daß dieser Unterricht in der vierten Klasse von jenem Lehrer erteilt werde, der im folgenden Schuljahr den nämlichen Schülern den Planimetrie-Unterricht in der fünften Klasse erteilen wird. Dem Unterricht ist die Zeit von Mitte Februar bis Mitte Juli (Schluß des Schuljahres) in zwei wöchentlichen Stunden zugewiesen, so daß etwa 36 Stunden zur Verfügung stehen. Die Stoffdarbietung selbst ist in fünf Abschnitte eingeteilt, von denen der erste Punkt, Linie und Gerade, der zweite zwei sich schneidende Gerade, Winkel zweier sich schneidende Gerade und den Kreis, der dritte das Dreieck, der vierte Sätze und Konstruktionen auf Grund logischer

Schlüsse und der fünfte das Viereck, Parallelogramm, Rechteck und Quadrat zu behandeln hat.

Es würde nun keineswegs dem von mir vertretenen Prinzip der Propädeutik entsprechen, wenn dem Schüler sofort an der Tafel eine Linie als erstes Objekt vorgezeichnet würde. Dem Schüler muß zum Bewußtsein kommen, daß er diese Objekte längst schon gesehen hat. Man zeigt ihm in der ersten Stunde einen Würfel aus Pappe und ein Würfelmodell aus Drahtkanten oder Holzdraht*) vor. An demselben kommen durch Abfragen von den Schülern die Dimensionen, die Abgrenzung des Körpers gegen den Umgebungsraum, die Fläche als Körpergrenze, die Linie als Flächengrenze, der Punkt zur Gewinnung. Mit der direkten Anschauung muß hier begonnen werden: dieses tritt auch dem Schüler nicht fremd entgegen. Hingegen für das *σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν* oder *γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές* ist der zwölfjährige Knabe sicher nicht empfänglich und reif. Eine Disziplin, die ihm diese Definition als erstes Wort zurufen würde, müßte abschreckend auf ihn wirken. Am Würfelmodell kommt auch der Unterschied zwischen dem mathematischen und physikalischen Körper zur Erörterung. Ich erhielt hierbei heuer von einem Schüler, der einen Holzwürfel und ein Würfelmodell aus Drahtkanten vor sich sah, die Antwort: „Der Würfel aus Draht ist kein Würfel mehr". Die Gegenfrage, warum er ihn doch noch Würfel nenne, führte uns rasch auf das, was für die einschlägige Begriffsaufstellung nötig war. Wenn dann diese Elemente am Würfel erkannt worden sind — ein Zylinder und Kegel lassen gleichzeitig erkennen, daß es auch Begrenzungslinien gibt, die der Schüler nicht ohne weiteres „Kanten" nennt — wird die materielle Gerade allein betrachtet.**) Ein gespannter Faden, ein so gebogener Draht, daß er sich dem gespannten Faden dicht anschmiegt, insbesondere ein Stäbchen Holzdraht sind die Modelle, welche die Grundeigenschaften der Geraden vor Augen führen. Die körperliche Holzdraht-Gerade kann so gehalten werden, daß sie als Punkt erscheint, wenn man dem Stäbchen entlang visiert; dies kann mit einem krummlinig gebogenen Drahtstück nicht erreicht werden. Der Holzdraht wird nur stabil liegen, wenn er in zwei Punkten unterstützt wird; die Lage wird unsicher, wenn diese zwei Punkte ganz nahe bei einander liegen. Wenn man den Holzdraht verschiebt, während die Stützpunkte bleiben, und demselben entlang visiert, so scheint die Gerade in Ruhe zu bleiben; hierdurch ist der Begriff der Fortsetzbarkeit der Strecke gewonnen. Daran schließt sich die Absteckung gerader Linien im Garten, das Abgrenzen von Beeten mit der zwischen zwei Pflöcken gespannten Schnur, das Richtungnehmen am Turnplatze u. a. Das Lineal bringt die vollkommenste Realisierung der Geraden, ein Blick durch das Vergrößerungsglas auf die Linealkante kann zeigen, daß diese Vollkommenheit nicht absolut ist. Die materielle Ebene wird durch ein dünnes Kartonblatt erhalten; der Spiegel einer ruhenden Flüssigkeit (Quecksilberhorizont) schmiegt sich demselben vollständig an. Die Unterstützung durch drei Punkte, die Verschiebbarkeit über drei führende Punkte hinweg, die Anvisierungsmöglichkeit des Kartonblattes zur Kante als Gerade geben die Definition der Ebene, wenn man sie auf dieser Stufe bringen will. Ich habe den Andeutungen über diese Frage etwas mehr Raum gegeben um zu zeigen, wie reich der Anschauungsunterricht in der empirischen Geometrie überhaupt gestaltet werden kann, wenn man ganz naheliegende Dinge benutzt, für welche die Schüler mit vollstem Interesse zu gewinnen sind. Daran schließt sich dann die Darstellung durch Zeichnung; hier beschreibt ein in Bewegung befindlicher Punkt eine Gerade; die Bestimmtheit der Geraden durch zwei Punkte tritt auch hier auf, die Anlegung des Lineals wird unsicher, wenn die zwei Richtpunkte zu nahe aneinander liegen, wie das Holzstäbchen im analogen Fall unsicher lag.*) Bei dem ersten Gebrauche des Lineals ist auf sorgfältiges Anlegen beim Verlängern von Strecken besonders zu achten; diese Sachen erscheinen recht einfach; der Schüler hat aber darin noch keine Uebung oder er hält Genauigkeit im Zeichnen für nebensächlich. Die ersten Zeichnungen**) bringen die Darstellungen von Strahl, Strecke, Gerade; es folgt das Abtragen und Vergleichen von Strecken mit Papierstreifen, Stäbchen oder mittels Pausepapier, woran sich Addieren, Subtrahieren und Vervielfachen von Strecken schließt. Bei Strecken, die nicht aufeinander gelegt werden können und verglichen werden sollen, stellt sich der Begriff Messen ein, der die Wahl einer bestimmten Maßeinheit bedingt. Ein Stück des Maßstabes muß gezeichnet werden; die Staffeleinteilung desselben nach cm, mm und halben mm ist dem Schüler noch nicht geläufig. Mittels des Maßstabes ist auch die Teilung einer Strecke allgemein ausführbar, nachdem vorher durch Papierstreifenfaltung die Halbierung allein betätigt werden konnte. Durch Abmessung, auch durch Abwickelung einer ausgeschnittenen Pause erhält man die induktive Bestätigung des Satzes, die Gerade ist die kürzeste Verbindungslinie zwischen zwei Punkten. Das Abmessen muß an vorgezeichneten und vorhandenen Strecken geübt werden. Bücherkanten, das Fließblatt, Zimmerlänge sind geeignete Objekte; leicht kann man auf einem hektographierten Quartblatte den Schülern Maßobjekte vorlegen. Läßt man eine Kathederkante durch mehrere Schüler abmessen, so werden die Resultate nicht genau übereinstimmen; dies gibt Anlaß zur Konstatierung der Grenze, innerhalb deren die Messungsresultate nach Genauigkeit und Zuverlässigkeit liegen. Diese Ueberzeugung muß dem Schüler allmählich sich ergeben. Auch die Maßprobe an der konstruierten Summe und Differenzen von Strecken durch Vergleichung mit der durch Addition und Subtraktion der Maßzahlen erhaltenen Strecke bildet ein Mittel für Betätigung der Kritik an Messungsresultaten. Da der in der vierten Klasse neben der propädeutischen Geometrie fortlaufende Rechenunterricht Teilungsrechnungen zu behandeln hat, so können hier Aufgaben über Teilung von Strecken nach bestimmtem Verhältnis eingeschaltet werden. Aehnlich geeignete Themata ergeben sich später für Winkel oder Umfang des Dreiecks. Man

*) Holzdraht ist ein recht vielfach im mathematischen und physikalischen Unterricht zweckdienlich verwendbares Material. Solchen Holzdraht, der zur Anfertigung japanesischer Vorhänge dient, beziehe ich von Matthias Lanz in Traunstein, Ettendorferstraße 1 a oder M. Th. Machalitzky, Holzdrahtfabrik, ebenda, Ludwigstraße 37.

**) Der Vortragende hatte die hauptsächlichsten Zeichnungen, die er dem Unterrichte zugrunde legt, in größerem Maßstabe auf 16 Tafeln ausgeführt zum Aushange gebracht. Einige derselben sind an zutreffender Stelle dem Abdrucke des Vortrages beigefügt.

*) Vergl. Enzyklopädie der Elementarmathematik von H. Weber und J. Wellstein, II. Band, Abschnitt 1.

**) Für diese Zeichnungen wird man im Heft je eine Seite nach Bedarf in vier oder sechs gleich große Felder teilen lassen; die Gegenseite nimmt den zugehörigen knapp gehaltenen Text auf. Diese Heftzeichnungen geben die Tafelzeichnungen in zehnfacher Verkleinerung wieder.

wird auch die Schüler über die Abbildung einer Figur nach gegebenem Seitenverhältnis orientieren, wobei Hinweise auf den Landkartenmaßstab im Schulatlas weiteres Uebungsmaterial gewinnen lassen. Der zweite Abschnitt vermittelt zunächst die Betrachtung und Konstruktion des Kreises, indem (mittels eines Papierstreifens oder Holzdrahtstäbchens) eine Reihe von Punkten gezeichnet wird, die von einem gezeichneten Punkte einerlei Abstand haben (Fig. 2). Als bequemstes Hilfsmittel zur Kreiskonstruktion wird dann der Zirkel erkannt werden, der bisher zur Streckenvergleichung gedient hat. An einer Figur sowie an Kartonausschnitten werden dann die zum Kreise gehörigen Geraden sowie die Teile des Kreises kennen gelernt. Die Drehung eines Holzdrahtstäbchens um einen außerhalb eines an die Tafel gezeichneten Kreises liegenden Punkt zeigt den Uebergang von der Sekante zur Tangente recht anschaulich. Man wird hier auch beifügen, daß die Abmessung der Kreislinie nur durch Abwickelung oder mittels eines Bandmaßes möglich ist.

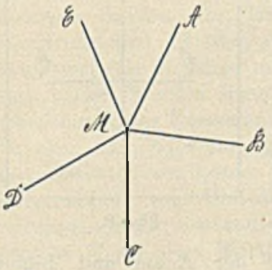


Fig. 2.

Der eine Umdrehung zur Anschauung bringende Holzdrahtradius führt auf den Winkelbegriff; der überstrichene Sektor gibt das Winkelfeld; der Winkel wird als abhängig von der Größe der Drehung erkannt, so daß die Drehungsgröße als Maß für die Winkelgröße erscheint. Die Vergleichung von Winkeln findet zunächst durch Aufeinanderlegen statt; wenn dieses nicht direkt möglich ist, muß von dem einen Winkel eine Pause genommen werden. Die Winkelvergleichung wird in bequemerer Weise ausführbar, wenn man eine beliebige Winkeleinheit auf Pausepapier mehrmals aneinander aufträgt und sich hierdurch einen Winkelmesser (Transporteur) verschafft. Wie beim Streckenmessen erkennt man den Vorteil einer allgemein gültigen Winkeleinheit; dies führt auf den Grad als Winkeleinheit. Der Schüler muß sich einen Transporteur selbst herstellen, indem der volle Winkel halbiert wird und hierauf der gestreckte Winkel durch mechanische, versuchsweise ausgeführte Teilung in 18 oder 36 gleiche Teile geteilt wird. Erst, wenn der Schüler diese Konstruktion selbst gemacht hat, wird der Transporteur des Reißzeuges in Gebrauch genommen und eingehend dessen Gebrauch geübt und zwar sowohl im Messen gegebener Winkel als auch im Zeichnen von Winkeln, deren Maßzahl bekannt ist. Die Anschauung lehrt hiebei, daß der Radius des Transporteurs willkürlich ist, daß also die Winkelgröße von der Länge der Schenkel unabhängig ist. Zweckmäßig läßt man auch vorgezeichnete Winkel, wie früher Strecken durch Abschätzung bestimmen. Die Schüler interessieren sich ganz besonders für solche gut geglückte Schätzungen. Unser Programm schreibt auch Winkelmessung am festen Teilkreise vor nach Art geodätischer Meßinstrumente. Man wird hierzu eine Kreisteilung auf Gelatinepapier oder Glas benutzen oder einen Transporteur mit beweglichem Schenkel. Durch Multiplikation der Messung wird die Maßzahl für den Winkel als Mittelzahl mit größerer Zuverlässigkeit erhalten. Es folgt die Klassifizierung der Winkel nach deren Größe und gegenseitiger Lage. Die Gleichheit der Scheitelwinkel wird durch Messung mit dem Transporteur konstatiert und auf anderem Wege durch die Verlängerung der Schenkel als selbstverständlich erkannt. Hier kann man auch an einem Beispiele zeigen, wie durch Anwendung der Schlußmethode aus dem vorausgehenden Nebenwinkelsatz die Gleichheit der Scheitelwinkel abgeleitet werden kann, ohne daß Konstatierung durch Messung nötig ist. Dies weckt wohl am besten das Verständnis dafür, wie aus einer bekannten Eigenschaft eines Gebildes andere Eigenschaften erschlossen werden können. Hierauf werden Lote in verschiedener Lage mit dem Rechtwinkellineal, das in diesem Unterrichte fast ausschließlich die rechten Winkel zu liefern hat, konstruiert. Das Fällen von Loten muß mit besonderer Sorgfalt auf genaues Anlegen des Lineals an ein zweites Lineal geübt werden, da diese Konstruktion auch im späteren Unterricht häufig wiederkehrt. Werden auf eine Gerade mehrere Lote gefällt, so entstehen die Parallellinien, die der Schüler als Linien, die überall gleichen Abstand haben oder sich bei Verlängerung nicht schneiden, bezeichnet; hierbei zählt der Schüler ihm bekannte Parallellinien auf, die Linien des Linienblattes, die Druckzeilen, die Tafelkanten, Eisenbahngeleise u. a. Die gegenseitigen Beziehungen zwischen den acht Winkeln, welche an zwei Parallelen durch den Schnitt mit einer Geraden entstehen, werden durch Messung mit dem Transporteur gewonnen. Dieses führt auf die Konstruktion von Parallelen mittels Linealverschiebung, welche gründlich eingeübt und durch eine besondere Zeichnung im Hefte fixiert wird (Fig. 3). Die Gruppierung des Winkel in gleichwendige und gegenwendige Winkel wird in einer Zeichnung (Fig. 4) veranschaulicht, in der die gleichwendigen Winkel etwa mit roter und die gegenwendigen Winkel mit grüner Farbe angelegt sind.

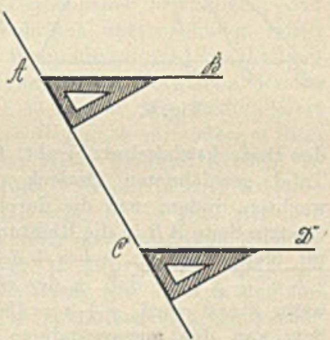


Fig. 3.

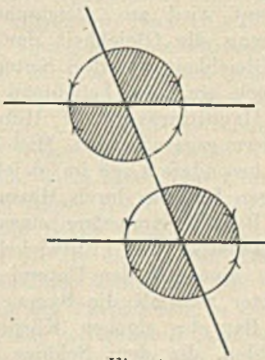


Fig. 4.

Der dritte Abschnitt, welcher sich mit dem Dreieck zu beschäftigen hat, bringt zunächst die Einteilung der Dreiecke nach den Seiten und nach dem dritten Winkel. Die Beziehungen zwischen einer Seite und der Summe oder Differenz der beiden anderen Seiten werden durch Seitenmessungen an mehreren Dreiecken gewonnen. Sodann wird die Summe der drei Dreieckswinkel bestimmt durch Messung und Aneinanderlegen der drei von einem Kartondreieck abgeschnittenen Winkelfelder an der Schultafel. Zugleich wird man mittels des Drehscheibenbeweises die Winkelsummierung vornehmen (Fig. 5), indem eine Lokomotive, die von B nach A fährt, in A im Uhrzeigersinne das Geleise AC gewinnt, rückwärts nach C fährt, hier in demselben Drehungssinne auf das Geleise CB gelangt, vorwärts nach B fährt und hier wieder im Uhrzeigersinne in das Geleise BA zurückgelangt, daß sie aber jetzt rückwärts befahren müßte, da sie im ganzen (stets in demselben Sinne die Drehungen ausführend) sich um 180 Grad gewendet hat. Läßt man einen Schüler beim Abschreiten des Umfanges eines auf den Boden gezeichneten Dreiecks in analoger Weise die inneren Winkelfelder des Dreiecks markieren, während ein außerhalb stehender zweiter Schüler die Drehungen markiert, so erhält man ohne Aenderung des Drehungssinnes als Schlußresultat eine halbe Umdrehung. Ebenso wird der Satz vom Außenwinkel durch Messung gewonnen.

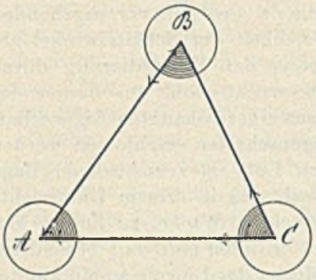


Fig. 5.

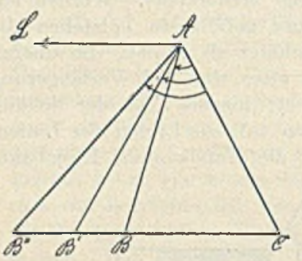


Fig. 6.

Auch hier kann gezeigt werden, wie dasselbe Resultat durch Schlüsse sich aus dem vorangehenden Dreieckswinkelsatz ergibt. Läßt man in einem an die Tafel gezeichneten Dreieck (Fig. 6) den Winkel α wachsen, indem man die durch ein Holzdrahtstäbchen ersetzte Seite AB in die Richtung AB', AB'' usw. bringt, so bleibt immer $\gamma + \alpha + \beta = 180^0 = \gamma + \alpha' + \beta' = \gamma + \alpha'' + \beta''$, so daß in der Grenzlage für $AL \,//\, CB$, wenn $\beta = 0$ wird, $\gamma + \alpha = 180^0$ bleibt, wodurch der Satz von den gegenwendigen Winkeln an Parallelen von einem anderen Gesichtspunkte aus bestätigt wird. Hierauf wird am gleichschenkligen Dreieck durch Messung die Gleichheit der Basiswinkel konstatiert; die Gleichheit der drei Seiten führt das gleichseitige Dreieck ein. An beliebigen Dreiecken werden dann die Haupttransversalen Höhe, Schwerlinie, Winkelhalbierungsgerade und Mittellot kennen gelernt und ihre besondere Lage im gleichschenkligen und gleichseitigen Dreieck durch Messung konstatiert. Hier ist der Begriff Symmetrie einzuführen. Von allen Verwandschafts- und Entwickelungsbeziehungen dürfte kaum eine für den Unterricht auf dieser Stufe geeigneter sein als die Symmetrie; sie stützt sich auf den Bau des eigenen Körpers, auf eine Reihe von Gebilden, die dem Schüler im Naturleben, ja wohl auch beim Turnen und Turnspiel bekannt geworden sind, sie kann an die bekannten und fesselnden Erscheinungen der Spiegelung anknüpfen. Die symmetrische Betrachtung gewinnt in recht einfacher Weise eine Reihe zusammenhängender Eigenschaften sozusagen mit einem Blick. So lassen sich sämtliche Sätze vom gleichschenkligen Dreieck aus der Symmetrie des Dreiecks in bezug auf die Höhe als Symmetrieachse gewinnen. Die Deltoidfigur (Fig. 7) kann geradezu

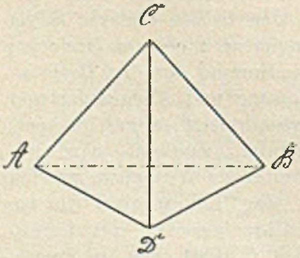


Fig. 7.

als ein Universalinstrument bezeichnet werden, das in den verschiedensten Fällen Verwendung findet. Die Demonstration der Symmetrie beginnt mit der Faltung eines Papierblattes, auf welchem der Schüler einen Punkt durchsticht; werden nach Aufklappung die Spurpunkte A und A' mit dem Lineal durch eine Gerade AA' verbunden (Fig. 8), so zeigt eine abermalige Faltung, daß die Strecken Aa und $A'a$ sich decken, also im Aufriß gleiche Nebenwinkel bilden oder Kantenlote sind. Damit ist der Symmetriebegriff für Punkte gewonnen, der leicht auf symmetrische Gerade und Figuren erweitert wird. Die Aufstellung der Symmetriesätze (symmetrische Strecken und Winkel sind gleich, symmetrische Gerade schneiden sich auf der Achse und bilden mit ihr gleiche Winkel, symmetrische Punkte haben von jedem Punkte der Achse, welche Mittellot zur Verbindungsstrecke derselben ist, gleichen Abstand, alle Punkte der Achse sind sich selbst symmetrisch) wird dann klar ausgearbeitet und an einer Zeichnung auf Gelatinepapier, welche zum Falten eingerichtet ist, durch den Augenschein bestätigt (Fig. 9).

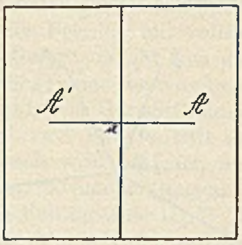


Fig. 8.

Daß beim Aufeinanderlegen von achsial-symmetrischen Figuren die Zeichenebene umgewendet wird, kann mit Verwendung von auf farbiges Kartonpapier gezeichneten Figuren recht deutlich zur Anschauung gebracht werden, da hierbei die gleichfarbigen Papierflächen aufeinander fallen. Den Abschluß dieses Abschnittes bilden die vier Dreieckkonstruktionen aus den in Zahlenwerten ihrer Maßzahlen gegebenen Stücken nach den vier Kongruenzsätzen; der Zeichnung an der Tafel geht zweckmäßig ein Legen der Dreiecke auf horizontaler Ebene mit abgepaßtem Holzdraht und aus Papier nach dem Transporteur geschnittenen Winkelschablonen voraus. Um den nunmehr folgenden Kongruenzbegriff zu gewinnen, läßt man jedes dieser Dreiecke zweimal zeichnen, das eine auf Pausepapier durchzeichnen und die Schüler versuchen, ob die Pause des einen Dreiecks mit dem anderen Dreieck zur Deckung gebracht werden kann. Es ist auch zweckmäßig, von jedem Schüler der Klasse ein nach dieser Methode gezeichnetes Dreieck ausschneiden zu lassen und so eine Schicht von etwa 40 kongruenten Dreiecken zu erhalten, wodurch sicher der Kongruenzbegriff mit vollster Deutlichkeit dem Schüler sich einprägen muß.*) Zudem erhält man hierbei sofort Kenntnis, ob die einzelnen Dreiecke sorgfältig hergestellt worden sind. Es ist schon an anderer Stelle betont worden, daß die Symmetrie ein ganz besonders wichtiges und dankbares Gebiet der geometrischen Propädeutik bietet und daß derselben besondere Gründlichkeit zu widmen ist. Die Symmetrie kann an dieser Stelle gelegentlich auch da-

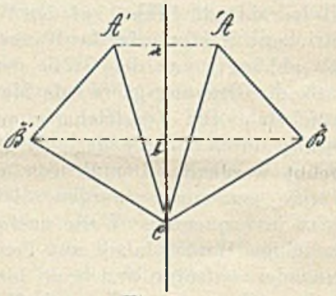


Fig. 9.

*) Vergl. Geometrischer Vorkurs von E. Wienecke, S. 6.

zu dienen propädeutische Begründungen für die Kongruenz einzufügen. Nachdem in der Gewinnung der Kongruenzsätze die Eindeutigkeit der konstruierten Dreiecke erkannt worden ist, wird man diese zu der Erkenntnis ausbilden, daß die Kongruenz ein Mittel bietet, die Gleichheit der nicht zur Konstruktion verwendeten homologen Stücke zu erschließen, ohne daß die bestätigende Messung in jedem Einzelfalle nötig ist. Nachdem dieses Prinzip den Schülern geläufig geworden ist, sollen diese Sätze als Ausgangspunkt genommen werden zur Entwickelung der einfachsten Konstruktionen. Hierbei soll erkannt werden, wie eine Folge weiterer Schlüsse auf einer gewonnenen Grundlage basiert werden kann. Die Behandlung und Begründung dieser Normalkonstruktionen (Halbierung von Strecken und Winkeln, Abtragen von Winkeln, Fällen und Errichten von Loten, Zeichnen von Parallelen und Konstruktion von Dreiecken) nähert sich der Darbietungsform der systematischen Geometrie, ohne deren strenge Form im Wortlaute anzuwenden. Hieran schließen sich auch Konstruktionen von Winkeln von 45, 30, 60, 120, 150 Grad mit Lineal und Zirkel und nachfolgende Prüfung durch den Transporteur. Der Schüler muß auch allmählich daran gewöhnt werden die Aufeinanderfolge der Einzeloperationen in richtiger Folge und korrekter Ausdrucksweise zu besprechen und die Konstruktion mit einer gewissen Eleganz zu erledigen. Nie soll geduldet werden, daß der Schüler stumm an der Tafel bloß zeichnerisch tätig ist. Der letzte Abschnitt des Programms behandelt die Haupteigenschaften des Vierecks, Parallelogramms, Rechtecks und Quadrats; hiebei sollen die Seiten- und Winkeleigenschaften dieser Figuren ermittelt und die Konstruktion solcher Figuren aus gegebenen Stücken geübt werden.*) Die Ermittelung wird sich auf die vorausgegangenen Kongruenzsätze stützen und die Messung nur mehr als gelegentliche Bestätigung verwenden. Insbesondere wird der Rhombus zu einer Reihe zusammenfassender Betrachtungen dienen können. Den Abschluß bildet die Flächenberechnung des Rechtecks, Parallelogramms und Dreiecks, wobei das Rechteck durch Zerlegung in Einheitsquadrate die Grundlage bildet. Hiebei kommen zunächst ganzzahlige Seitenlängen zur Verwendung; die Rechtecke mit gebrochenzahligen Seitenlängen bedingen die Einführung von Einheitsquadraten mit $\frac{1}{n}$ der Längeneinheit als Seitenlänge. Die Uebereinstimmung des Inhaltes des schiefwinkligen Parallelogramms mit dem des Rechtecks von gleicher Grundlinie und Höhe wird an einem zerlegbaren Kartonmodell (Fig. 10) demonstriert, an welchem die schraffierten (roten) Dreieckstücke gegen das weiße Mittelstück ihre Lage vertauschen. Den Dreiecksinhalt wird man zur Uebung an einer Figur mittels Abmessung der drei Seiten und der zugehörigen Höhen dreimal bestimmen und hat an dem Grade der Uebereinstimmung der drei erhaltenen Inhaltsmaßregeln eine Kontrolle für die Genauigkeit der Messung; ähnliche Proben können bei Vierecken und Parallelogrammen gemacht werden.

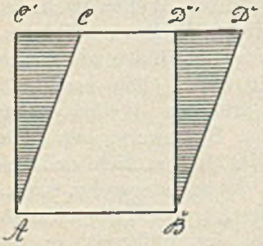


Fig. 10.

*) Eine Reihe recht brauchbarer Aufgaben aus dem Gebiete des vorwürfigen Unterrichts bietet der Leitfaden für propädeutischen geometrischen Unterricht von C. Musmacher sowie das an anderer Stelle genannte Hilfsbuch von E. Wienecke.

Hiemit habe ich unser bayerisches Programm der propädeutischen Geometrie in den Grundzügen vorgeführt und an einzelnen charakteristischen Stellen auch die methodische Behandlung etwas eingehender besprochen. Ich glaube und habe mich bisher durch Erfahrung davon überzeugt, daß die wesentlichen Forderungen, die an die Propädeutik in diesem Programm gestellt werden, bei der Durchführung desselben auch erreicht werden können, nämlich einerseits das Anschauungsvermögen des Schülers zu üben und eine gewisse Gewandtheit in der Auffassung verschiedener Lagenverhältnisse zu erzielen und dadurch die geometrischen Grundvorstellungen mit der Sicherheit in der Phantasie des Schülers festzulegen und andererseits das Bedürfnis nach einem logischen Beweise und nach folgerichtiger Begründung zu wecken und damit einen Hauptübelstand des früheren mit der euklidischen Methode beginnenden Programms zu beheben, wobei der Schüler früher mit logischen und abstrakten Beweisen arbeiten sollte als das Bedürfnis für dieselben empfunden wird. Und darin dürfte man Schopenhauer beistimmen, daß anschaulich erkannte Wahrheit überzeugender wirkt als logisch abstrahierte. Wenn aber durch Einschaltung der Propädeutik Schwierigkeiten und Vorurteile, welche unsere Schüler anfänglich hinderten dem Bildungswert der Geometrie beim ersten Begegnen mit offenem Sinn sich hinzugeben, aus dem Wege geräumt werden, so hat sie ihren Zweck erfüllt. Es dürfte zum Schlusse noch die Frage zu streifen sein, ob in ähnlicher propädeutischer Form nicht auch stereometrische Gebiete und die Aehnlichkeitslehre zu behandeln wären. Es würde vielleicht zu ermöglichen sein auch in den folgenden Klassen einen nicht zu umfangreich bemessenen Zeitabschnitt der propädeutischen Behandlung wichtiger Kapitel der folgenden Jahre zuzuweisen. Allerdings tritt hierbei der nicht zu umgehende Nachteil auf, daß dann propädeutische und streng wissenschaftliche Behandlung neben einander betrieben werden müssen, was vom pädagogischen Standpunkt betrachtet nicht als Ideal erscheinen dürfte. Und andererseits scheint es mir verfrüht alle diese Dinge in der vierten Klasse propädeutisch zu behandeln, wenn schon eine Kürzung des Rechen-Unterrichts in dieser Klasse möglich sein dürfte, da die behandelten Stoffe dem Gedächtnisse wieder entschwinden, bis sie in den oberen Klassen zur systematischen Behandlung kommen. Die Einführung einer Erweiterung der Propädeutik in diesem Sinne bedingt jedenfalls eine weitgehende Aenderung unseres ganzen Lehrstoffes nach Ausdehnung und Verteilung und, da eine solche nicht mehr Gegenstand meines Referates sein sollte, will ich dieses Problem hier nicht weiter verfolgen um so mehr, als ich die Aufmerksamkeit der Versammlung bereits über Gebühr in Anspruch genommen haben dürfte.

Demonstrationsversuche über den Austritt negativer Elektronen aus glühenden Metalloxyden.

Vortrag auf der Hauptversammlung zu Erlangen.*)

Von A. Wehnelt (Erlangen).

In einer Reihe von Abhandlungen**) hat der Verfasser nachgewiesen, dass einige Metalloxyde (besonders

*) S. Unt.-Bl. XII, Nr. 3, S. 65.

**) A. Wehnelt, Ann. d. Phys. 14. p. 425—468, 1904. Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterr. XVIII. p. 193—198. 1905 u. a.

die Oxyde des *Ca*, *Ba*, *Sr*) im glühenden Zustande zahlreiche negative Elektronen aussenden.

Bestimmung der Zahl der Elektronen.

Zur Bestimmung der Zahl der ausgesandten Elektronen verwendet man die bekannte Methode der Sättigungsströme. Das zu untersuchende Oxyd wird auf einen Platindraht gestrichen, der in der Achse eines Metallzylinders ausgespannt ist. Draht und Zylinder befinden sich in einem möglichst weit evakuierten Glasrohre. Wird der Draht (galvanisch) erhitzt und zwischen Draht und Zylinder eine Potentialdifferenz hergestellt, so zeigt ein in den Stromkreis geschaltetes Galvanometer einen Strom an, der mit wachsender Potentialdifferenz zuerst nahezu gradlinig ansteigt, schliesslich aber einen Maximalwert (Sättigungswert) erreicht. Ist N die Zahl der pro Sekunde vom glühenden Oxyd ausgesandten negativen Elektronen, E deren Ladung, so ist der Sättigungsstrom $J = NE$. Bestimmt man N bei verschiedenen Temperaturen des Oxydes, so findet man, dass N mit wachsender Temperatur sehr rasch anwächst.

Glühende Metalloxyde als Kathoden der Glimmentladung.

Neueren Anschauungen nach (J. J. Thomson, G. C. Schmidt, J. Stark) entsteht der Spannungsabfall an der Kathode, der Kathodenfall, durch eine Verarmung an negativen Elektronen. Wird diese durch Einführung von fremden negativen Elektronen verringert, so sinkt der Kathodenfall. Nun senden glühende Oxyde, wie erwähnt, zahlreiche negative Elektronen aus. Verwendet man diese (auf Bleche oder Drähte gestrichen, die galvanisch erhitzt werden können) als Kathoden der Glimmentladung, so ist man in der Lage, durch passende Wahl der Temperatur den Kathodenfall auf jeden beliebigen Wert, ja sogar völlig bis auf Null herabzudrücken.

Ist der Kathodenfall Null, so hat der elektrische Strom nur das geringe Gefälle auf der positiven Säule (1—2 Volt pro cm bei tiefen Drucken) und den Anodenfall (etwa 20 Volt) zu überwinden. Hierdurch ist man in der Lage, durch Röhren von 20—30 cm Länge Ströme von mehreren Ampère Stärke bei Anwendung der gebräuchlichen Spannungen der Gleichstromzentralen (110—220 Volt) zu senden. Die Entladung ist dabei schön geschichtet und leuchtet hell.

Weiche Kathodenstrahlen.

Gibt man durch passende Wahl der Temperatur der mit Oxyd überzogenen Kathode dem Kathodenfall Werte zwischen 50 und 200 Volt, so treten aus dem Oxyd (besonders schön bei Anwendung nur eines ganz kleinen Oxydfleckes auf glühendem Platinbleche) sehr intensiv blau gefärbte Kathodenstrahlen aus, die vermöge ihrer eigenen Helligkeit auf ihrer ganzen Bahn deutlich sichtbar sind. An diesen Kathodenstrahlen relativ geringer Geschwindigkeit (weiche Kathodenstrahlen) kann man leicht die Messung des Verhältnisses von der Ladung zur Masse und der Geschwindigkeit nach bekannten Methoden ausführen. Die Firma E. Gundelach in Gehlberg führt Kathodenstrahlen-Röhren aus, die für die Messung und Demonstration der magnetischen und elektrostatischen Ablenkung sehr gut geeignet sind. Die gleiche Firma verfertigt auch Braun'sche Röhren mit Oxydkathoden an, die bei Rotglut der Kathode und bei Anwendung von 500 bis 1000 Volt Spannungsdifferenz sehr helle scharfe Fluoreszenzflecke auf den Leuchtschirmen geben, so dass sie sich zur objektiven Darstellung von Strom und Spannungskurven sehr gut eignen. Die starke Fluoreszenzerregung durch die weichen Kathodenstrahlen kann man benützen, um geeignete lumineszierende Materialien zum hellen Leuchten zu bringen.

Vorlesungsversuche zur Wellenlehre.

Demonstrationsvortrag auf der Hauptversammlung zu Erlangen.*)

Von E. Grimsehl (Hamburg).

(Auszugsweiser Bericht.)

Der Vortragende benutzte bei seinen Vorführungen ein etwa 1 qm grosses Wasserbecken, in dem er die Wellen erzeugte und machte die Wellen dadurch sichtbar, dass er das Licht einer elektrischen Bogenlampe schräg auf die Wasseroberfläche warf und das reflektierte Licht auf einem dahinter aufgestellten weissen Schirme auffing. Es zeigte sich dabei ein getreues Abbild der Wellenbewegung des Wassers auf dem Schirme, das die Zuhörer in den Stand setzte, die in dem Wasserbecken stattfindenden Vorgänge in allen Einzelheiten zu verfolgen. — Zuerst wurde gezeigt, wie ein einzelner fallender Wassertropfen eine einfache, sich kreisförmig ausbreitende Welle erzeugt, der eine grössere Anzahl von Kapillarwellen vorgelagert ist. Die Reflexion der Welle an einer ebenen Wand erfolgt in der Weise, dass der Mittelpunkt der reflektierten Welle das Spiegelbild des Mittelpunktes der primären Welle ist. Zur Erzeugung eines kreisförmigen Wellensystems muss derselbe Punkt der Wasseroberfläche dauernd in Schwingungen erhalten bleiben. Das führte der Vortragende dadurch aus, dass er einen elastischen Stahlstab in einem schweren eisernen Stativ mit dem einen Ende wagerecht festklemmte und an das andere Ende einen Draht befestigte, der mit seiner Spitze in das Wasser eintauchte. Erteilt man dem elastischen Stahlstabe einen kleinen Stoss, so macht er regelmässige, auf- und abgehende Schwingungen, die durch den Draht auf das Wasser übertragen werden. Die Schwingungsdauer, also auch die Wellenlänge konnte durch ein auf dem Stahlstabe verschiebbares, schweres Laufgewicht innerhalb weiter Grenzen geregelt werden. — Es wurde die Reflexion des kreisförmigen Wellensystems an einer ebenen Wand und an einer sphärisch gekrümmten Wand sowohl an der konkaven, wie an der konvexen Seite gezeigt. In einfacher Weise liessen sich hieraus die Reflexionsgesetze an ebenen und hohlen Spiegeln ableiten. Die Lage des Brennpunktes war dadurch gekennzeichnet, dass sich die im Brennpunkte des Hohlspiegels erregten, kreisförmigen Wellen nach der Reflexion als parallel fortschreitende Wellen ausbildeten. Die Lage der reellen und virtuellen Bilder war durch die Mittelpunkte der reflektierten Wellen bestimmt, wenn der Mittelpunkt des primären Wellensystems ausserhalb oder innerhalb der Brennweite lag. Die parallel fortschreitenden Wellen liessen sich dadurch herstellen, dass an dem Ende des schwingenden Stabes ein schmales, ebenes Blech befestigt wurde, das parallele Frontwellen erzeugte, die bei der Reflexion an gekrümmten Spiegeln wieder im Brennpunkte zu kreisförmigen Wellen vereinigt wurden. Die gleichzeitige Erregung zweier Wellensysteme von gleicher Schwingungsdauer wurde durch einen gabelförmigen, am Ende

*) S. Unt.-Bl. XII, 3, S. 64.

des schwingenden Stahlstabes angebrachten Draht hervorgebracht. Es traten hierbei in auffallend schöner Weise die Interferenzerscheinungen auf, indem sich ruhende Punkte ausbildeten, die in wohl ausgeprägten Hyperbelscharen angeordnet waren. Werden zwei Wellensysteme von nicht übereinstimmender Schwingungsdauer gleichzeitig erregt, so wandern die Hyperbeln, indem sie, von dem einen Erregungspunkte sich ausbreitend, nach dem anderen Erregungspunkte zusammen gehen. Diese Erscheinung diente zur Erklärung der akustischen Schwingungen bei zwei Tönen von annähernd gleicher Schwingungszahl. Von besonders überraschender Klarheit waren die Beugungserscheinungen, indem ein Wellensystem, das auf die Oeffnung in einer Wand auftraf, in dieser Oeffnung ein neues, sekundäres, kreisförmiges Wellensystem erregte, dessen Mittelpunkt in der Oeffnung lag. Die Beugung an zwei und mehreren Oeffnungen, die Fortpflanzung und die Inferenzerscheinungen der Wellen hinter einem Hindernis konnten im einzelnen verfolgt werden. Ein mehrfaches System von kreisförmigen Wellen, das dadurch erzeugt war, dass an dem Ende des schwingenden Stabes ein mit mehreren Vorsprüngen versehenes, schwingendes Blech angebracht war, demonstrierte die Wirkungsweise des optischen Gitters. Es traten hierbei das optische Bild des dem Spalt entsprechenden Maximums sowie die beiden ersten seitlichen Maxima klar hervor. Auch die Ausbildung der zweiten seitlichen Maxima konnte verfolgt werden.

Die Demonstration an den Wellen selbst wurde begleitet durch die gleichzeitige Vorführung von photographischen Momentaufnahmen derselben Vorgänge. Der Vorteil dieser Anordnung bestand darin, dass der Vortragende an den mit einem Skioptikon projizierten Momentaufnahmen die Vorgänge im Ruhestande demonstrieren und mit Hilfe dieser die Zuhörer im einzelnen auf die zu beobachtenden wesentlichen Punkte der bewegten Wellensysteme aufmerksam machen konnte, ein Verfahren, das auch sonst wohl im Unterricht mit Nutzen angewandt werden kann, da der Schüler das ruhende Bild eines zu beobachtenden bewegten Vorganges leichter verfolgt, als den Bewegungsvorgang selbst; ist er nun durch das ruhende Bild zur Beobachtung des Bewegungsvorganges genügend vorbereitet, so kann er sein Augenmerk auf die wichtigsten Momente des Bewegungsvorganges lenken.

Besonders sei nochmals auf die Art der Erregung hingewiesen, da es möglich ist, mit Hilfe des schwingenden Stahlstabes mit dem an dem Ende eingeschraubten Ansatz Wasserwellen von beliebiger Wellenlänge und mit konstanter Schwingungszahl bequem herzustellen. Durch dieses Verfahren gestalteten sich die mannigfaltigen Versuche zu einer einfach ausführbaren Demonstration. Die Beschreibung des Wellenerregers erfolgt in der Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterr. Die Projektion der Wellen geschah mit Hilfe der vom Vortragenden in der Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterr. XIX, 137 ff. beschriebenen neuen, kleinen Projektionslampe, deren Lichtstärke vollkommen hinreichte, um die Vorgänge in dem grossen physikalischen Auditorium der Universität bis zum letzten Platze sichtbar zu machen.

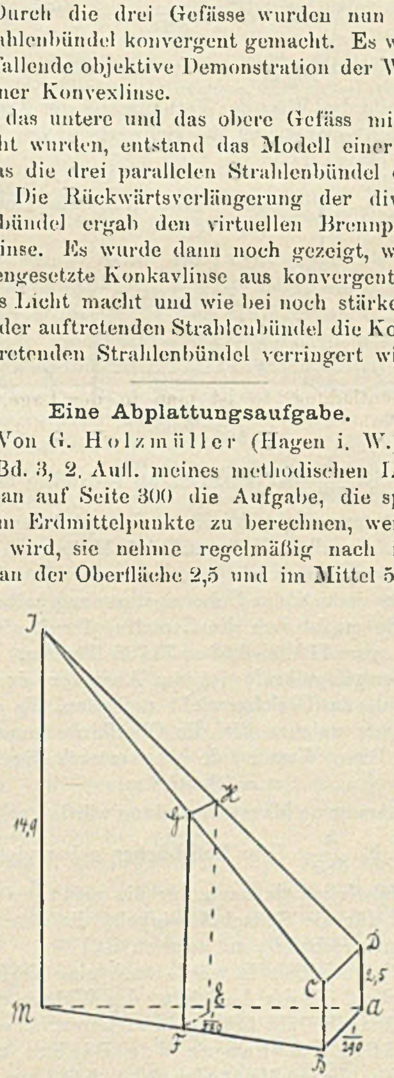
Im Anschluss hieran führte der Vortragende noch eine Demonstration mit seiner kleinen Projektionslampe aus. Das aus der Lampe austretende, parallele Strahlenbündel wurde mit Hilfe von zwei kleinen Planspiegeln, die, unter dem Winkel von 45° gegen die Horizontale geneigt, an einem kleinen Stativ angebracht waren, in drei Teile zerlegt, indem der mittlere Teil des Strahlenbündels in dem Zwischenraum zwischen den beiden Spiegeln gerade hindurch ging, während der untere und obere Teil desselben annähernd vertikal nach oben und unten reflektiert wurden. Die beiden reflektierten Teile fielen dann auf zwei unter 45° an demselben Stativ angebrachte kleine Planspiegel und wurden durch diese entweder wieder mit dem mittleren Strahl parallel reflektiert oder sie konnten auch bei passender Neigung der Spiegel mit dem mittleren Strahl konvergent oder dazu divergent gemacht werden. In den Strahlengang der drei parallelen Lichtstrahlenbündel wurden nun drei prismatische, mit Wasser gefüllte Glasgefässe gesetzt. Das mittlere Gefäss hatte planparallele Wände; das untere war ein prismatisches Gefäss, mit der brechenden Kante nach unten, das obere ein gleiches mit der brechenden Kante nach oben. Durch die drei Gefässe wurden nun die drei Lichtstrahlenbündel konvergent gemacht. Es war dieses eine auffallende objektive Demonstration der Wirkungsweise einer Konvexlinse.

Als das untere und das obere Gefäss miteinander vertauscht wurden, entstand das Modell einer Konkavlinse, das die drei parallelen Strahlenbündel divergent machte. Die Rückwärtsverlängerung der divergenten Strahlenbündel ergab den virtuellen Brennpunkt der Konkavlinse. Es wurde dann noch gezeigt, wie die so zusammengesetzte Konkavlinse aus konvergentem Licht paralleles Licht macht und wie bei noch stärkerer Konvergenz der auftretenden Strahlenbündel die Konvergenz der austretenden Strahlenbündel verringert wird.

Eine Abplattungsaufgabe.

Von G. Holzmüller (Hagen i. W.).

In Bd. 3, 2. Aufl. meines methodischen Lehrbuchs findet man auf Seite 300 die Aufgabe, die spezifische Dichte im Erdmittelpunkte zu berechnen, wenn angenommen wird, sie nehme regelmäßig nach innen zu, betrage an der Oberfläche 2,5 und im Mittel 5,56. Das



Resultat ist 14,9. Die Schwierigkeiten der Aufgabe werden durch eine graphische Darstellung überwunden, auch wird die Summenformel, die bekannte Umgehung der Integration für Potenzen, benutzt. (Laplace findet nach einer anderen Annahme 12,5).

Man denke sich nun einen Aequatorialschacht der Erde mit einer Flüssigkeit gefüllt, die diesem Dichtigkeitsgesetz folgt und frage, wie groß die Zentrifugalkraft ist, die durch die Erdumdrehung dieser Flüssigkeit gegeben wird, wenn der Querschnitt überall 1 qm beträgt.

In der Figur sei MA der Schacht, AD und MJ stellen die Dichten 2,5 und 14,9 dar, das Dreieck AMB stelle durch die Parallelen zu AB die abnehmenden Zentrifugalkräfte für die Masseneinheiten dar, dann stellt das Prismatoid die Summe der Zentrifugalkräfte dar.

Der Inhalt ist nach der Simpsonschen Regel

$$J = \frac{h}{6}[U + O + 4M],$$

wobei $MA = h$, $U = MJ \cdot 0 = 0$ der Unterschnitt, $O = ABCD = \frac{2,5}{290}$ der Oberschnitt, $M = EFGH$ der Mittelschnitt ist, d. h. $\frac{\frac{1}{2}(2,5 + 14,9)}{580}$. Die durch AB dargestellte Zahl $\frac{1}{290}$ ist der sog. Abplattungsfaktor, d. h. sie gibt den Wert des Verhältnisses der Zentrifugalkraft am Aequator und der Schwerkraft am Nordpole an, also $\frac{m\frac{v^2}{r}}{mg}$. Die Hälfte von AB, die Gerade FE bedeutet also $\frac{1}{580}$. Nur auf diese Verhältniszahlen kommt es an. Die Zentrifugalkraft ist also

$$p = \frac{h}{6}\left[0 + \frac{2,5}{290} + 4\,\frac{\frac{1}{2}(2,5+14,9)}{580}\right] = \frac{h}{6}\,\frac{5 + 34,8}{580} = \frac{h}{580}\cdot 6,63.$$

Hier ist $\frac{h}{580}$ der 580. Teil des Erdradius in Metern. Diesen letzteren habe ich in meinen Arbeiten im Anschluß an die alten Maße auf 860 Meilen (zu 7500 m) angenommen, was ein etwas zu großes Resultat gibt. Ich will es jedoch der Uebereinstimmung halber stehen lassen. So ergibt sich die Zentrifugalkraft als

$$p = 11\,121 \cdot 6,63 = 73\,732 \text{ Tonnen.}$$

Dieser Zentrifugalkraft ist am Aequator durch eine Wassersäule das Gleichgewicht zu halten, die das spez. Gewicht 2,5, welches für die Oberfläche angenommen ist, hat. Diese Wassersäule hat demnach die Höhe

$$x = 28\,492,8 \text{ m.}$$

Die homogene Massenverteilung würde nur 11 121 m geben, d. h. $\frac{h}{580}$. [Die Lehrbücher geben vielfach $\frac{h}{290}$ an, was falsch ist, da dann nur die mittlere Zentrifugalkraft für die Schachtflüssigkeit, die dem Schwerpunkte entsprechende, zu nehmen ist.]

Die Potentialtheorie würde noch eine Verfeinerung nötig machen, die der Anziehung des Wulstes zukommt.

Die Aufgabe läßt sich dahin variieren, diejenige regelmäßige Zunahme der Dichte zu finden, die dem Mittelwerte 5,56 und dem Gradmessungswerte der Abplattung $\frac{1}{289}$ entspricht. — AD wird dann größer, MJ kleiner.

Die Annahme einer regelmäßigen Zunahme ist willkürlich. Laplace hat ein anderes, im Grunde ebenso willkürliches Gesetz vorausgesetzt. Der Faktor 6,63 im obigen Beispiele zeigt, wie die innersten Kugelschichten wegen abnehmender Größe und Zentrifugalbeschleunigung geringer ins Gewicht fallen, als die äußersten, denn die Mittelschicht hat das spezifische Gewicht 8,57. Aber auch vom Werte der mittleren Dichte 5,56 ist der Faktor 6,63 verschieden. Jedenfalls ist das Beispiel lehrreich. Der Fehler $\frac{h}{290}$ statt $\frac{h}{580}$ sollte endlich aus den Lehrbüchern verschwinden.

Tangential-Koordinaten.

Von Th. Adrian (Flensburg).

In meiner Arbeit über die Zykloide (Nr. 1 dieses Jahrgangs) habe ich mit Koordinaten operiert, von denen die eine den Richtungswinkel der Kurventangente, die andere den Abschnitt der Tangente auf einer festen Achse bezeichnet. Längere Zeit hatte ich mich vergebens bemüht zu erfahren, ob in der Geschichte der analytischen Geometrie die gleiche oder eine ähnliche Idee eine Rolle gespielt hat; in dieser Unsicherheit schob ich die erste Veröffentlichung über den Gegenstand immer wieder hinaus und beschränkte mich schließlich auf die Behandlung einer Kurve.

Vor einigen Wochen nun hat Herr H. Wieleitner (Speyer), der Verfasser der Theorie der algebraischen Kurven in der Schubertschen Sammlung, mich darauf aufmerksam gemacht, daß der französische Mathematiker Aoust in seinem Werke: Analyse infinitésimale des courbes planes (Paris 1873) unter anderen Systemen auch ein Koordinatensystem verwendet, welches mit dem von mir benutzten fast identisch ist. Er nimmt als eigentliche Koordinaten den Abschnitt x der Tangente auf der Achse und die Länge r der Tangente, von der Achse bis zum Berührungspunkt gemessen, benutzt aber stetig den Richtungswinkel der Tangente, den er ε nennt, als Hilfsvariable und drückt x und r durch ε aus. Daß seine Bezeichnung: coordonnées tangentielles mit dem Vorschlage in meiner Arbeit übereinstimmt, liegt in der Natur der Sache.

Was nun die Ausführung bei Aoust anbetrifft, so stellt er auf Seite 20 — 24 seines Werkes zunächst in knapper Form die allgemeinen Formeln für seine Tangential-Koordinaten auf und kommt am Schluß derselben zu der interessanten Umdeutung der Tangentenlänge r als Radius vector, wobei sich für jede Kurve im Tangentialsystem eine Hilfskurve im Polar-Koordinatensystem ergibt. Vielleicht hat er sich dabei an eine vorausgehende Entdeckung Mannheims gehalten, welche die Nützlichkeit der Umdeutung des Krümmungsradius als Radius vector hervorhebt. Seine vorhergehende Theorie wendet Aoust in dem § III des genannten Buches auf sechs verschiedene Probleme an und wird gleich bei dem ersten auf die Zykloide geführt. Als Gleichungen derselben in seinem Tangentialsystem gibt er an:

$$x = m\varepsilon;\quad r = m \sin \varepsilon.$$

Die erste derselben stimmt mit der von mir benutzten Gleichung:

$$x = 2r\alpha$$

dem Sinne nach überein, und der Unterschied zwischen Aoust und mir besteht nur darin, daß ich den Tangentenwinkel nicht als Hilfsvariable, sondern als eigentliche Koordinate auffasse, um die Kurve mit einer Gleichung definieren zu können. Die bekannten Eigenschaften der Zykloide stellt der französische Mathematiker auf S. 26 seines Werkes ohne Benutzung einer Zeichnung kurz zusammen, wobei er dem Leser die einfachen Ableitungen aus der vorhergehenden allgemeinen Theorie der Tangential-Koordinaten und der Polar-Hilfskurve überläßt; letztere ist, was zur Vereinfachung beiträgt, der rollende Kreis in einer beliebigen Lage. Aoust behandelt die Sache also deduktiv, während es mir in meinem Aufsatze darauf ankam, zu zeigen, wie die Zykloide, auch für sich allein betrachtet, eine analytische Behandlung mit den allereinfachsten Mitteln der Infinitesimalrechnung zuläßt.

Das erwähnte Werk des französischen Autors, der sich schon in der großzügigen Einleitung desselben als ein eigenartiger Denker zeigt, scheint in Deutschland wenig bekannt zu sein. An zwei Universitäten fragte ich vergebens danach, und erst die dritte Anfrage, nämlich bei der Universitäts-Bibliothek in Göttingen, hatte kürzlich Erfolg.

Uebrigens bilden die Tangential-Koordinaten nur eins von den drei Systemen, die der gewandte Mathematiker sich zurecht gemacht hat und mit denen er in seinem Buche arbeitet. An die erste Stelle setzt er eine Gleichung zwischen dem Krümmungsradius R und dem Tangenten-Richtungswinkel e in der Form:

$$R = \frac{ds}{de} = \varphi(e)$$

und nennt diese die Elementar-Gleichung oder die natürliche Gleichung der Kurve; in der Einleitung gibt er an, daß er dabei in den Spuren Eulers wandelt. Der Name: Natürliche Koordinaten, welcher noch jetzt gebraucht wird, scheint auf Aoust zurückzugehen, wahrscheinlich schon auf sein vorhergehendes Werk: Analyse infinitésimale des courbes tracées sur une surface quelconque (Paris 1869). Unter natürlichen Koordinaten versteht man dabei Beziehungen zwischen Größen, welche, wie z. B. der Krümmungsradius, den einzelnen Kurvenpunkten zugehören und daher erhalten bleiben, wenn die Kurve ihre Lage ändert. Ueber den gegenwärtigen Stand der Lehre von den natürlichen Koordinaten hat E. Wölffing (Stuttgart) eine übersichtliche Arbeit in der Bibliotheca mathematica, 1900, S. 142 — 154 veröffentlicht. Dort wird das Buch von Aoust als ein berühmtes Werk bezeichnet und am Schluß die Hoffnung und der Wunsch ausgesprochen, daß den natürlichen Koordinaten von seiten der Mathematiker, namentlich auch in Deutschland, wo sie fast gänzlich vergessen sind, größere Beachtung geschenkt werden möge.

Während Wölffing trotz seiner Verehrung für Aoust in dem genannten Aufsatze die eigentlichen Tangential-Koordinaten nicht besonders erwähnt, bezeichnet er sie — genau genommen, ihre Erweiterung, bei der die x-Achse durch eine beliebige Kurve ersetzt wird — in dem bald darauf veröffentlichten Bericht über den gegenwärtigen Stand der Lehre von den zyklischen Kurven, Bibl. math., 1901, als Polarlinienkoordinaten und gibt außer unserm Franzosen noch einen englischen Mathematiker Purkiss an, welcher damit gearbeitet habe. Des letzteren Abhandlung, wie auch einen mir von Herrn Wieleitner empfohlenen Aufsatz von Ferrers aus dem Jahre 1857: „On the tangential polar equation to a curve" habe ich bisher noch nicht einsehen können.

Immerhin möchte ich glauben, daß die Tangential-Koordinaten in ihren Anwendungen noch ein günstiges Arbeitsfeld bieten, daß sie in manchen Fällen Vereinfachung gewähren und namentlich auch Tangenten-Beziehungen zwischen verschiedenen Kurven leicht hervortreten lassen, wie ich dies am Schluß meiner Arbeit über die Zykloide mit einer kleinen Probe belegt habe.

Vereine und Versammlungen.

II. Internationaler Schulhygiene-Kongress zu London vom 5. bis 10. August 1907. Protektor und Ehrenpräsident des Kongresses ist der König von Grossbritannien und Irland, Präsident Sir Lauder Brunton, Obmann des Organisations-Ausschusses Sir Edward Babrook, Schatzmeister Sir Richard B. Martin, Ehrensekretäre Mr. J. Kerr und Mr. E. White Wallis.

Der Kongress wird 10 Sektionen zählen, seine Geschäftsstelle hat er in The Royal Sanitary Institute, Margaret-Street, London W.

Das deutsche Hauptkomitee zerfällt in ein Ehrenkomitee, dem verschiedene Minister der grösseren und auch einiger anderer deutscher Staaten, sowie der Präsident des kaiserlichen Gesundheitsamts angehören und ein Arbeitskomitee, an dessen Spitze der Vorsitzende des Deutschen Vereins für Schulgesundheitspflege, Prof. Dr. med. et phil. H. Griesbach (Elsass) steht. Zur Seite stehen diesem Zentralkomitee 20 Landesorganisationskomitees für die Mehrzahl der preussischen Provinzen, verschiedene bayerische Regierungsbezirke und eine Reihe anderer deutscher Staaten.

Lehrmittel-Besprechungen.

Neue Modelle für den Unterricht in der darstellenden Geometrie, Perspektive und rechtwinkligen Axonometrie von Prof. Dr. Chr. Schmehl in Darmstadt. Das neue, im Verlage der Hessischen Lehrmittel-Anstalt (Emil Roth) in Gießen erschienene Lehrmittel weist 16 Modelle auf, deren Preise im allgemeinen zwischen 16 M (Modell XV) und 30 M (Modell XVI) variieren, eines (XI) stellt sich auf 60, die gesamte Sammlung auf 415 M.

Die Modelle I bis VIII sind für die darstellende Geometrie bestimmt und bestehen aus zwei zu einander senkrechten Projektionstafeln von Holz in der Größe 41 · 30 bis 41 · 34 cm, die zwischen ihnen verlaufenden Geraden sind durch runde Messingstäbe von verschiedener Farbe dargestellt, die, wo Umlegungen ins Spiel kommen, auch drehbar sind, ihre Projektionen auf die Grundebenen durch 5 mm breite, noch aus größerer Entfernung gut erkennbare Streifen (schwarz auf weiß). Die Lage von ebenen Flächen ist vielfach durch dünne farbige Fäden bezeichnet, die die Betrachtung der Konstruktionen nicht behindern.

Modell I veranschaulicht die Konstruktion der wahren Länge einer Strecke aus ihren rechtwinkligen Projektionen, II die schiefen Parallelprojektionen dreier durch denselben Punkt gehender, zu einander senkrechter Geraden, III die Konstruktion der Spuren einer Ebene, die durch zwei sich schneidende Gerade bestimmt ist, IV die Konstruktion des Neigungswinkels einer durch ihre Spuren gegebenen Ebene gegen die Horizontalebene, V die Konstruktion der Durchschnittslinie zweier durch Spuren gegebenen Ebenen, VI die Konstruktion des Schnittpunkts einer Geraden mit einer durch ihre Spuren gegebenen Ebene, VII die Hauptlinien einer Ebene (Spurparallelen), VIII veranschaulicht das Herabschlagen einer Ebene in die Horizontalebene und das Zurückschlagen, wobei auch die Bestimmung der wahren Größe eines Dreiecks aus seinen Projektionen und die umgekehrte Bestimmung zur Darstellung kommt.

Für die Modelle IX, X, XII bis XVI, von denen X und XII der Perspektive, XIII bis XV der rechtwinkligen Axonometrie angehören, während XVI die schräge Parallelprojektion eines Würfels darstellt, kommt nur eine Tafel von ähnlicher Art, wie oben beschrieben, zur Verwendung. Das ebenfalls für den Unterricht in der Perspektive bestimmte Modell XI weist keine Zeichnungen auf der Tafel, sondern nur Drähte und Fäden mit beweglichen Teilen auf. Die Dimensionen der Tafeln und Rahmen sind hier größer als oben angegeben, sie gehen bis zu 60 · 45 cm.

Im einzelnen veranschaulicht Modell IX die Konstruktion des Abstandes zweier windschiefen Geraden, in Modell X erhebt sich über der horizontalen Grundebene ein die Bildebene darstellendes Liniengerippe, wodurch die Grundelemente der perspektivischen Darstellung zur Veranschaulichung gelangen, Modell XI, bei dem zwei zu einander senkrechte, die Grundebene und die Bildebene darstellende rechteckige Rahmen auftreten, zeigt die Konstruktion des perspektivischen Bildes eines in der Grundebene liegenden Quadrats, das dem Modell X ähnliche Modell XII veranschaulicht die Entstehung und Anwendung des Teilungspunktes für eine in der Grundebene liegende, von einem Punkte der Grundlinie ausgehende und schief zu ihr verlaufende Gerade. Modell XIII stellt die orthogonalen trimetrischen Projektionen dreier zu einander senkrechten, sich in einem Punkte schneidenden Gerade dar, wogegen das ähnlich konstruierte Modell XIV zur Veranschaulichung der dimetrischen Projektionen und Modell XV zu der der isometrischen Projektionen dient.

Bei Modell XVI wird ein würfelförmiges Gerippe von 20 cm Kantenlänge in halber Verkürzung und unter einem Winkel von 45° auf eine senkrechte Bildebene projiziert, die auf zwei horizontalen Leisten steht, die Projektionsstrahlen werden durch Stäbe veranschaulicht.

Eingeführt sind die Tafeln als Lehrmittel bereits an der Kaiserlichen Marine-Akademie in Kiel, dem Wöhler-Realgymnasium und der Klinger-Oberrealschule in Frankfurt a. M., den Oberrealschulen in Darmstadt, Gießen und Bochum, dem Realgymnasium mit Oberrealschule zu Mainz, der Realschule in Groß-Umstadt, der Maschinenbau- und Hüttenschule in Gleiwitz und der Kantonsschule in Zürich. (Auszug aus d. Prospekt).

Zur Besprechung eingetroffene Bücher.

(Besprechung geeigneter Bücher vorbehalten.)

Adler, A., Theorie der geometrischen Konstruktionen. (Sammlung Schubert 52). Leipzig 1906, Göschen. geb. Mk. 9.—.

Bendt, Fr., Grundzüge der Differential- und Integralrechnung, III. Aufl. Leipzig 1906, Weber. Mk. 3.—.

Blätter, Periodische f. Realienunterricht und Lehrmittelwesen, herausg. von Jul. Fischer und Rob. Neumann, XI. Jahrg., Heft 4 u. 5. Tetschen a. Elbe 1906, Henckel.

Block, C., Lehr- und Uebungsbuch für den planimetrischen Unterricht an höheren Schulen. 2. Teil (Unter-Tertia). Leipzig 1906, Teubner. geb. Mk. —.80.

Böttger, W., Amerikanisches Hochschulwesen, Eindrücke und Betrachtungen. Leipzig 1906, Engelmann. Mk. 1.50.

Duisberg, C., Der chemische Unterricht an der Schule und der Hochschulunterricht für die Lehrer der Chemie. Leipzig 1906, Spamer. geh. Mk. —.80.

Ebner, F., Leitfaden der technisch wichtigen Kurven. Leipzig 1906, Teubner. geb. Mk. 4.—.

Engel, Th., und Schlenker, K., Die Pflanze, ihr Bau und ihre Lebensverhältnisse. Ravensburg, Maier. Mk. 7.20.

Geyger, E., Lehrbuch der darstellenden Geometrie für den Gebrauch an technischen Hochschulen usw. I. Teil. Leipzig 1906, Göschen. Mk. 8.—.

Girndt, M., Technik und Schule, Beiträge zum gesamten Unterrichte an technischen Lehranstalten. (Bd. I. Heft 1). Leipzig 1906, Teubner. geh. Mk. 1.60.

Grünbaum, H., Lehr- und Uebungsbuch der Differentialrechnung für mittlere technische Lehranstalten, Realgymnasien, Oberrealschulen usw. sowie zum Selbststudium. 2. Aufl. Würzburg 1907, Frank.

Haas, H., Leitfaden der Geologie. 8. Aufl. Leipzig 1906, Weber. Mk. 4.—.

Henkler, P., Der Lehrplan für den Unterricht in Naturkunde. (Samml. naturw. pädag. Abh. II 7). Leipzig 1906. Teubner. geh. Mk. 1.—.

Heun, K., Lehrbuch der Mechanik. 1. Teil: Kinematik mit einer Einleitung in die elementare Vektorrechnung. (Samml. Schubert 37). Leipzig 1906, Göschen. geb. Mk. 8.—.

Hübner, O., Geographisch-statistische Tabellen aller Länder der Erde. 55. Ausg. Herausgeg. von Fr. v. Juraschek. Frankfurt a. M. 1906, Keller. Mk. 1.50.

Lankester, E. R., Natur und Mensch. Leipzig. Owen & Co.

Lanner, A., Neuere Darstellungen der Grundprobleme der reinen Mathematik im Bereiche der Mittelschule. Berlin 1907, Salle. Mk. 3.—.

Leschanowsky. H., Gemeinverständliche erste Einführung in die höhere Mathematik und deren Anwendung. Wien 1907, Fromme. Mk. 2.50.

List, K., Leitfaden der Chemie. 1. Teil: Anorganische Chemie. 7. Aufl. bearb. v. O. Hergt. Heidelberg 1906, Winter. geb. Mk. 2.80.

Loos, J., Enzyklopädisches Handbuch der Erziehungskunde. Wien 1906. Pichlers Wwe. & Sohn. Lfg. $^1/_2$ à 70 Pfg.

Meissner, O., Die meteorologischen Elemente und ihre Beobachtung mit Ausblicken auf Witterungskunde und Klimalehre. (Samml. naturwiss.-pädag. Abh. II, 6). Leipzig 1906, Teubner. geh. Mk. 2.60.

Müller-Erzbach, W., Physikalische Aufgaben für die oberen Klassen höherer Lehranstalten u. f. d. Selbstunterricht. 3. Aufl. Berlin 1906, Springer. Mk. 2.40.

Müller, H., Mathematisches Unterrichtswerk. Abt. I: Die Mathematik auf den Gymnasien u. Realschulen, für bayerische Lehranstalten herausgeg. v. M. Zwerger. Teil I geb. Mk. 1.60. Teil II geb. Mk. 2.—. Leipzig 1906, Teubner.

—,— Mathematisches Unterrichtswerk. Abt. II: Sammlung von Aufgaben aus der Arithmetik, Trigonometrie und Stereometrie. Für bayerische Lehranstalten herausgeg. von M. Zwerger. Ebenda. geb. Mk. 2.60.

Newest, Th., Einige Weltprobleme. 4. Teil: Vom Kometentrug zur Wirklichkeit der letzten Dinge. Wien 1906, Konegen. Mk. 2.50.

Pahde, A., Leitfaden der Erdkunde für höhere Lehranstalten, bearb. v. H. Lindemann. 1. Heft: Unterstufe. Glogau 1906, Flemming. Mk. —.60.

Poske, F., Oberstufe der Naturlehre (Physik nebst Astronomie und mathematischer Geographie). Nach A. Höflers Naturlehre. Braunschweig 1907, Vieweg & Sohn. geb. Mk. 4.—.

Reidt, Friedr., Anleit. zum mathematischen Unterricht an höheren Schulen. 2. Aufl. Revid. u. m. Anmerkungen versehen von Heinrich Schotten. Berlin 1906, Grote.

Rydberg, J. R., Elektron, der erste Grundstoff. Berlin, Junk. Mk. 1.—.

Schilling, S., Grundriß der Naturgeschichte. 3. Teil: Das Mineralreich, 2. Abt.: Petrographie und Geologie. 16. Bearbeitung v. Ad. Mahrenholtz. Breslau 1906, Hirt. kart. Mk. 1.50.

Schubert, H., Auslese aus meiner Unterrichts- und Vorlesungspraxis. 3. Bd., Leipzig 1906, Göschen. geb. Mk. 4.—.

Schülke, A., Aufgabensammlung aus der Arithmetik nebst Anwendungen auf das bürgerliche Leben, Geometrie und Physik. Erster Teil: für die mittleren Klassen höherer Schulen. Leipzig und Berlin 1906, Teubner.

Schultze, H., Lehrbuch für den chemisch-mineralogischen Unterricht auf Realschulen und Gymnasien, II. Aufl. Hannover 1906, Norddeutsche Verlagsanstalt. Mk. 2.—.

Wirz, J., Rechenbuch für höhere Lehranstalten. Gebweiler 1906, Boltze. geb. Mk. 2.50.

Wrobel, E., Uebungsbuch zur Arithmetik und Algebra. 1. Teil (Pensum der Tertia und Untersekunda). 11. Aufl. geb. Mk. 3.30. 2. Teil (Pensum der Obersekunda u. Prima des Gymnasiums). 6. Aufl. geb. Mk. 1.60. — Anhang für höhere realistische Lehranstalten. Rostock 1906, Koch. kart. Mk. 1.—.

—,— Leitfaden der Stereometrie nebst einer großen Anzahl von Uebungsaufgaben. 3. Aufl. Ebenda. geb. Mk. 2.—.

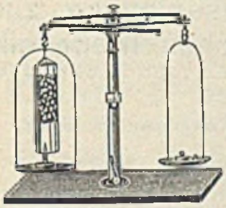
Zeitschrift f. Lehrmittelwesen und pädagogische Literatur. Herausg. v. Franz Frisch. Jahrg. II, Heft 8. Wien 1906, Pichlers Wwe. u. Sohn.

Richard Müller-Uri,

Institut f. glastechnische Erzeugnisse, chemische u. physikalische Apparate und Gerätschaften.

Braunschweig, Schleinitzstrasse 19

liefert auch sämtliche Apparate nach dem methodischen Lehrbuch der Chemie und Mineralogie v. Prof. Dr. Wilh. Levin — genau nach den Angaben des Herrn Verfassers.



Verlag von Otto Salle, Berlin W 30.

Beiträge zur mathem. Begründung einer

Morphologie der Blätter

von

Bodo Habenicht

Oberlehrer an der Humboldtschule zu Linden-Hannover

Mit 4 Figurentafeln

Preis Mk. 1.60.

Verlag von Otto Salle in Berlin.

Es erschien:

Die Infinitesimalrechnung

im Unterricht der Prima.

In Uebereinstimmung mit den Meraner Vorschlägen der Unterrichtskommission der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Aerzte bearbeitet von

Oskar Lesser,

Oberlehrer an der Klinger-Oberrealschule zu Frankfurt a. M.

Mk. 1.60 geh., Mk. 2.— geb.

Bei der hohen Bedeutsamkeit der augenblicklich zur Diskussion stehenden Frage, ob es möglich oder wünschenswert sei, dem ohnehin sehr umfangreichen mathematischen Lehrpensum unserer höheren Schulen noch die Elemente der Differenzial- und Integralrechnung einzugliedern, wird manchem das Büchlein, das aus dem Unterricht heraus entstanden und bereits von anderer Seite auf seine Brauchbarkeit geprüft ist, als ein Ratgeber und Wegweiser gewiss willkommen sein. Das $7^1/_2$ Bogen starke Werkchen zerfällt in drei Teile, deren erster im Kleinschen Sinn den Funktionsbegriff und die graphische Darstellung behandelt und Anleitung zur Auswertung numerischer Gleichungen auf graphischem Wege und nach der Regula falsi gibt. Der zweite Teil bietet in einfachster, doch ausreichender, und vor allem die Anschauung betonender Darstellung die Elemente der Differenzialrechnung, während der dritte der Behandlung der Integralrechnung gewidmet ist. Indem der Algorithmus zugunsten der Anwendung überall zurücktritt, erfährt der Unterricht durch die stete Betrachtung der Funktionsbilder eine nicht unwesentliche Belebung; zugleich gewährt die neue Behandlung erhebliche Erleichterungen in der Durcharbeitung einzelner Pensen und bereichert den Unterricht an allgemeinbildenden Momenten. — Die Heranziehung und Lösung physikalischer Aufgaben soll die Brauchbarkeit des Büchleins erhöhen.

Verlag von Otto Salle, Berlin W. 30

Methodik des

Botanischen Unterrichts

von

Dr. **Felix Kienitz-Gerloff**

Professor a. d. Landwirtschaftsschule zu Weilburg a. L.

Mit 114 zum Teil farbigen Abbildungen

Preis Mk. 6.50.

Verlag von Otto Salle, Berlin W. 30

Bakterien und Hefen

insbesondere in ihren Beziehungen zur

Haus- u. Landwirtschaft

zu den Gewerben, sowie zur Gesundheitspflege nach dem gegenwärtigen Stande der Wissenschaft gemeinverständlich dargestellt von

Dr. Felix Kienitz-Gerloff

Professor a. d. Landwirtschaftsschule zu Weilburg a. L.

Mit 65 Abbildungen. — Preis Mk. 1.50.

Dr. F. Krantz

Rheinisches Mineralien-Contor

Fabrik und Verlag mineralogischer und geologischer Lehrmittel

Bonn am Rhein.

Neu herausgegeben Katalog XVIII

Allgemeiner Lehrmittel-Katalog mit zahlreichen Illustrationen

Mineralien: Preisverzeichnis von einzelnen Stufen und losen Krystallen. Sammlungen in stufenweiser Ergänzung für den Unterricht nach Prof Dr. R. Brauns in Kiel. Allgemeine Sammlungen, Kennzeichen-Sammlungen, Krystall-Sammlungen, Lötrohr-Sammlungen, Edelstein-Sammlungen, Edelstein-Modelle usw. — Mineralpräparate, Metallsammlungen und alle mineralogisch-geologischen Apparate und Utensilien.

Krystallmodelle aus Birnbaumholz, Tafelglas und Pappe, Achsenkreuze, Krystallmodellhalter usw.

Gesteine sowohl einzeln, wie auch in systematisch geordneten Sammlungen nebst den dazu gehörigen Dünnschliffen.

Diapositive für den mineralogischen und geologischen Unterricht.

Leitfossilien in einzelnen charakteristischen Belegstücken, wie auch in kleineren u. grösseren systematisch geordneten Sammlungen: Geologische Lehrsammlungen für den geographischen Unterricht.

Gypsmodelle seltener Fossilien, Meteoriten und Goldklumpen.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 30.

Technik des physikalischen Unterrichts

nebst Einführung in die Chemie.

Von

Dr. Friedrich C. G. Müller

Professor am von Saldernschen Realgymnasium zu Brandenburg a. H.

Mit 251 Abbildungen im Text. — Preis geh. 6 Mk. gebd. 7 Mk.

Der als hervorragender Experimentator bekannte Verfasser hat in diesem Buche — welches die Frucht einer 35 jährigen Unterrichtspraxis ist — ein Vademekum geschaffen, das den angehenden Lehrer der Physik und Chemie in die Klasse begleiten und ihn am Experimentiertische beraten soll. Dieser bedarf eines Führers, in dem das zusammengestellt und verarbeitet ist, was der Experimentalunterricht modernen Zuschnitts an Einrichtungen, Apparaten und sonstigen technischen Hilfsmitteln erfordert und welches eine Anweisung gibt, wie dieses Hilfsmittel am besten zu verwenden sind.

Es wird höflichst gebeten, sich bei Bestellungen auf die „Unterrichtsblätter" zu beziehen.

Soeben erschien im Verlage von Otto Salle in Berlin:

Neuere Darstellungen der Grundprobleme der reinen Mathematik

im Bereiche der Mittelschulen

von Dr. **Alois Lanner.**

Prof. a. d. Staats-Oberrealsch. in Innsbruck.

Preis 3 Mk.

Zwei Forderungen sind es, die mehr und mehr seitens der Fachkreise erhoben werden, nämlich einerseits ein engerer Anschluss des mathematischen Unterrichts in den höheren Lehranstalten an die Ergebnisse der wissenschaftl. Forschung, andererseits eine Erweiterung des Lehrstoffes in die Funktionentheorie und Infinitesimalrechnung. Diesen Forderungen gerecht zu werden, hat sich das Buch in seinen Darlegungen zur Aufgabe gestellt.

Verlag von Otto Salle in Berlin W 30

Die

Einheit der Naturkräfte

Ein Beitrag zur Naturphilosophie

von

P. Angelo Secchi, S. J.

weil. Direktor der Sternwarte des Collegium Romanum.

Autorisierte Uebersetzung

von

Prof. Dr. L. Rud. Schultze.

2. revidierte Auflage.

2 Bände mit 61 Holzschnitten.

Preis geheftet 12 Mk., gebunden 14 Mk.

Ein Werk für Jedermann!

2. verbesserte Auflage.

Mit Karten u. Abbildungen

Die Erde

und die

Erscheinungen ihrer Oberfläche.

Eine physische Erdbeschreibung nach

E. Reclus

von

Dr. Otto Ule.

Preis 10 Mk., geb. 12 Mk.

Verlag Otto Salle, Berlin W. 30.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 30.

Bei Einführung neuer Lehrbücher

seien der Beachtung der Herren Fachlehrer empfohlen:

Geometrie.

Fenkner: **Lehrbuch der Geometrie** für den mathematischen Unterricht an höheren Lehranstalten von Professor Dr. **Hugo Fenkner** in Braunschweig. Mit einem Vorwort von Dr. **W. Krumme**, Direktor der Ober-Realschule in Braunschweig. — Erster Teil: Ebene Geometrie. 5. Aufl. Preis 2.20 M. Zweiter Teil: Raumgeometrie. 3. Aufl. Preis 1.60 M.

Lesser: **Hilfsbuch für den geometrischen Unterricht** an höheren Lehranstalten. Von **Oskar Lesser**, Oberlehrer an der Klinger-Oberrealschule zu Frankfurt a. M. Mit 91 Fig. im Text. Preis 2 Mk.

Arithmetik.

Fenkner: **Arithmetische Aufgaben.** Mit besonderer Berücksichtigung von Anwendungen aus dem Gebiete der Geometrie, Trigonometrie, Physik und Chemie. Bearbeitet von Professor Dr. **Hugo Fenkner** in Braunschweig. — Ausgabe A (für 9stufige Anstalten): Teil I (Pensum der Tertia und Untersekunda). 5. Aufl. Preis 2 M. 20 Pf. Teil IIa (Pensum der Obersekunda). 3. Aufl. Preis M. 1.20. Teil IIb (Pensum der Prima). Preis 2 M. — Ausgabe B (für 6stufige Anstalten): 3. Aufl. geb. 2 M. — Ausgabe C (für den Anfangsunterricht an mittl. Lehranstalten): Mk. 1.10.

Servus: **Regeln der Arithmetik und Algebra** zum Gebrauch an höheren Lehranstalten sowie zum Selbstunterricht. Von Oberlehrer Dr. **H. Servus** in Berlin. — Teil I (Pensum der 2 Tertien und Untersekunda). Preis 1 M. 40 Pf. — Teil II (Pensum der Obersekunda und Prima) Preis 2 M. 40 Pf.

Physik.

Heussi: **Leitfaden der Physik.** von Dr. **J. Heussi.** 16. völl. umgearb. Aufl. Mit 199 Holzschnitten. Bearb. von Prof. Dr. **E. Götting.** Preis 1 M. 50 Pf. — Mit Anhang „Elemente der Chemie." Preis 1 M. 80 Pf.

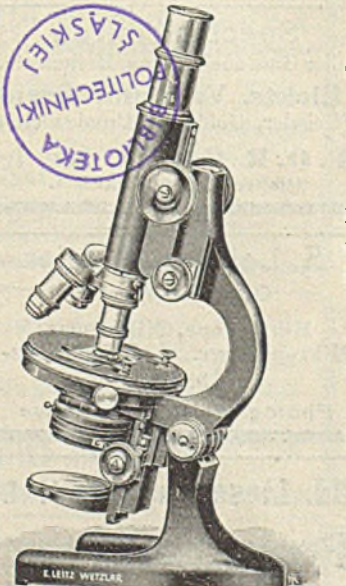
Heussi: **Lehrbuch der Physik** für Gymnasien, Realgymnasien, Ober-Realschulen u. and. höhere Bildungsanstalten. Von Dr. **J. Heussi.** 6. verb. Aufl. Mit 422 Holzschnitten. Bearbeitet von Dr. **Leiber.** Preis 5 M.

Chemie.

Levin: **Meth. Leitfaden für den Anfangs-Unterricht in der Chemie** unter Berücksichtigung der Mineralogie. Von Professor Dr. **Wilh. Levin.** 4. Aufl. Mit 92 Abbildungen. Preis 2 M.

Levin: **Meth. Lehrbuch der Chemie und Mineralogie für Realgymnasien und Ober-Realschulen.** Von Prof. Dr. **Wilh. Levin.** Teil I: Unterstufe (Sekunda des Realgym., Unter-Sekunda der Ober-Realschule). Mit 72 Abbild. Preis Mk. 1.40. Teil II: Oberstufe (Pensum der Obersekunda und Prima). Mit 113 Abbildungen. Preis 2 M. 40 Pf.

Weinert: **Die Grundbegriffe der Chemie** mit Berücksichtigung der wichtigsten Mineralien. Für den vorbereit. Unterricht an höheren Lehranstalten. Von **H. Weinert.** 3. Aufl. Mit 31 Abbild. Preis 50 Pf.



E. Leitz,

Optische Werke

Wetzlar.

Zweiggeschäfte:

Berlin NW., Luisenstrasse 45, Frankfurt a. M., Kaiserstrasse 64, London, St. Petersburg, New-York, Chicago.

Mikroskope,

Mikrotome,

Mikrophotographische Apparate.

Projektions-Apparate.

Photographische Objektive.

Man verlange kostenfrei: Katalog Nr. 42 d.

☞ Hierzu je eine Beilage der Firmen **G. J. Göschen'sche Verlagsbuchhandlung in Leipzig, Otto Salle**, Verlag in **Berlin, Friedr. Vieweg & Sohn**, Verlag in **Braunschweig**, welche geneigter Beachtung empfohlen werden.

Druck von H. Sievers & Co. Nachf., Braunschweig.