

TADEUSZ LAMBER  
Katedra Mechaniki Technicznej

## ANALIZA PRACY UKŁADU HAMULCOWEGO MASZYN WYCIĄGOWYCH

Streszczenie: Praca stanowi próbę analitycznego ujęcia ruchu układu hamulcowego maszyn wyciągowych. W szczególności dotyczy często stosowanego typu układu hamulcowego o napędzie pneumatyczno-ciężarowym. Analizę kinematyczną i dynamiczną rozważanego układu przeprowadzono w oparciu o przesłanki teoretyczne i potwierdzono interpretacją wyników obszernych badań doświadczalnych. W zakończeniu pracy poddano analizie ilościowej równania różniczkowe ruchu układu w poszczególnych przedziałach czasu w oparciu o dane doświadczalne.

### 1. W S T Ę P

Maszyny wyciągowe powinny spełniać szereg postulatów, z których za najważniejsze można uważać niezawodność działania oraz bezpieczeństwo ruchu przy równoczesnym zagwarantowaniu maksimum wydajności. Niezależnie od tego powinny one posiadać wszelkie cechy zezwalające na pełną automatyzację sterowania. Spełnienie tych warunków zależne jest od prawidłowości działania układu hamulcowego i jego charakterystyki. Dlatego też konstruowanie i sprawdzanie takiego układu należy oprzeć o pewne kryteria, sprecyzowane na podstawie analizy działania układu hamulcowego. Kryteria te powinny być sprawdzone odpowiednimi pomiarami ruchowymi.

## 2. CEL PRACY

Celem pracy jest ustalenie na podstawie analizy kinematycznej i dynamicznej najważniejszych kryteriów, zezwalających na poprawne konstruowanie i sprawdzanie prawidłowości pewnego typu układów hamulcowych o napędzie pneumatyczno-ciężarowym, stosowanego w górniczych urządzeniach wyciągowych. Kryteria te zezwolą również na ustalenie rzeczywistej charakterystyki układu, niezbędnej do określenia tzw. przepustowości maszyny wyciągowej przy pełnej automatyzacji jej ruchu.

Przeprowadzenie analizy możliwe jest tylko przy pewnych założeniach upraszczających. Dopuszczalność przyjętych uproszczeń można potwierdzić za pośrednictwem badań ruchowych.

Badania takie przeprowadzono dla układu hamulcowego jednej z prototypowych maszyn wyciągowych.

## 3. OPIS PRZYJĘTEGO TYPU UKŁADU HAMULCOWEGO

Przyjęty do analizy układ hamulcowy maszyny wyciągowej przedstawia rys.1.

Hamowanie maszyny wyciągowej odbywa się hamulcem dwuszczkowym, przy czym bieżnia hamulcowa znajduje się na obwodzie koła Koepe 1. Docisk szczęk hamulcowych 2 do bieżni wywierany jest przez tłok hamulca manewrowego 3, lub hamulca bezpieczeństwa 4 za pośrednictwem układu dźwigni 5,6,7,8,9,11.

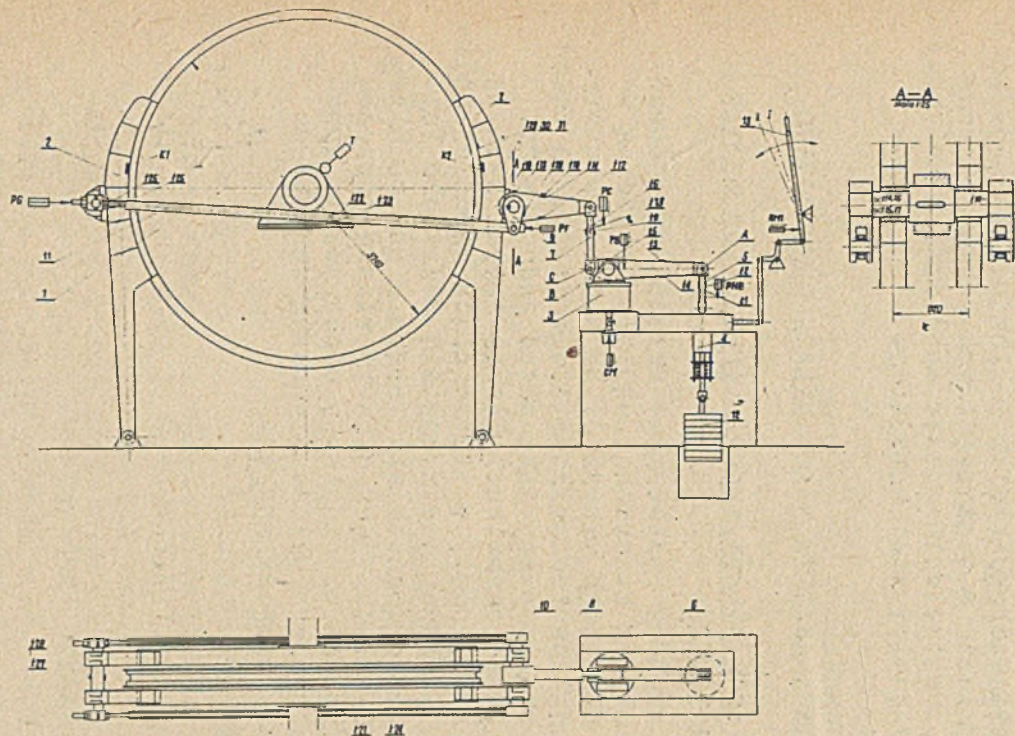
Obydwa tłoki działają bezpośrednio na wspólną dźwignię 6, nieposiadającą stałej osi obrotu. Dźwignia ta w czasie pracy układu hamulcowego wykonuje ruch płaski (obrót i przesunięcie) i napędza układ dźwigni, których ostatnimi ogniwami są szczęki hamulcowe 2.

Oddziaływanie każdego z tłoków na dźwignię jest niezależne.

W czasie normalnej pracy maszyny wyciągowej działa tłok manewrowy, napędzany sprężonym powietrzem.

Sterowanie dopływu i odpływu sprężonego powietrza do cylindra manewrowego odbywa się przy pomocy regulatora Iversena.

W sytuacjach awaryjnych układ hamulcowy uruchamiany jest przy pomocy tłoka, znajdującego się w cylindrze



Rys.1. Schemat układu hamulcowego

$t_1-t_{31}$  - rozmieszczenie tensometrów oporowych,  $R_1$ , PHB, PB,  
 PF, PG - czujniki indukcyjne, T - tachoprądnica, CM - manometr indukcyjny,  $K_1$  i  $K_2$  - kontakty do pomiaru równoczesności działania szczęk

bezpieczeństwa. Tłok ten obciążony ciężarem 12 utrzymywany jest w początkowym górnym położeniu przy pomocy sprężonego powietrza.

Sterowanie odpływu powietrza z cylindra bezpieczeństwa może odbywać się automatycznie, lub przy pomocy dźwigni ręcznej 13, napędzającej regulator Iversena.

Po uruchomieniu któregośkolwiek z tłoków następuje kolejno likwidacja luzów w poszczególnych parach kinematycznych układu, dostawienie szczęk do bieżni hamulcowej i wywarcie odpowiedniej siły hamującej.

#### 4. TEORETYCZNA ANALIZA PRACY UKŁADU HAMULCOWEGO

##### 4.1. Efektywna ilość stopni swobody przyjętego modelu układu hamulcowego

Ilość stopni swobody rozważanego układu hamulcowego (rys.1) liczona metodą klasyczną, ogólnie stosowaną w mechanice ciała sztywnego wynosi 3. Na podstawie obserwacji popartej analizą teoretyczną stwierdzono, że układ zachowuje się w czasie pracy jako układ jednobieżny.

W związku z tym do określenia ilości stopni swobody układu przyjęto nowy model, o własnościach bardziej zbliżonych do obiektu, charakteryzujący się dodatkowo istnieniem luzów i występowaniem sił tarcia w parach kinematycznych oraz uwzględniający ciężary własne poszczególnych ogniw. Wymienione dodatkowe cechy nowego dynamicznego modelu badanego układu stwarzają warunki do powstawania więzów jednostronnych:

$$f(x,y,z) > 0 \quad (1)$$

Dla stanów granicznych tych więzów

$$f(x,y,z) = 0 \quad (2)$$

na podstawie analizy reakcji w poszczególnych parach kinematycznych [5] ustalono dodatkowe równania wiążące, pomniejszające liczbę stopni swobody dla przyjętego modelu.

Określoną w ten sposób liczbę stopni swobody nazwano "efektywną liczbą stopni swobody".

Należy zaznaczyć, że pojęcie to jest umowne. Układ pozostaje nadal układem o 3 stopniach swobody, jednakże sam fakt istnienia pewnych sił ciężkości i sił tarcia pozwala na wykluczenie niektórych ruchów, możliwych do zrealizowania w przypadku pominięcia omawianych sił.

Na podstawie tak przeprowadzonej analizy badanego układu hamulcowego stwierdzono, że układ ten pracuje zasadniczo jako jednobieźny. Jedynie w pewnych niewielkich przedziałach czasu układ pracuje jako dwubieźny.

Stwierdzenie to pozwala na stosowanie prostych metod badania ruchu, właściwych dla układów jednobieżnych.

Dla dalszego ułatwienia tej analizy badany układ podzielono na dwie części, nazwane układem hamowania (część napędzana w punkcie C - rys.1) i układem napędowym (z napędem ciężarowym w punkcie A i pneumatycznym w punkcie B).

#### 4.2. Analiza ruchu układu hamowania

Przyjęty podział układu hamulcowego pozwala na stosowanie analizy kinematycznej i dynamicznej do układu hamowania, bez uwzględnienia własności napędu pneumatycznego. Analizę tę przeprowadzono w odniesieniu do jednostkowej prędkości i jednostkowego przyśpieszenia punktu C.

Ponieważ zmiany wzajemnych położenia dźwigni łańcucha kinematycznego w całym obszarze ruchu są znikome, wpływ ich na wielkości i kierunki prędkości pominięto. Otrzymane w ten sposób liczby są współczynnikami, przez które należy mnożyć rzeczywistą wartość prędkości i przyśpieszenia punktu C, by otrzymać rzeczywiste wartości tych wielkości dla dowolnych punktów układu hamowania.

W związku z przyjęciem nowego modelu, o własnościach bardziej zbliżonych do obiektu, ruch układu można podzielić na dwie fazy. Podział ten określony jest momentem przejścia więzów jednostronnych czynnych w nieczynne. Przejście to pociąga za sobą skokową zmianę zredukowanej masy układu oraz ewentualną zmianę ilości jego stopni swobody.

Za pierwszą fazę ruchu układu hamowania przyjęto przedział czasu, w którym porusza się szczeka przednia, zaś tylna jest nieruchoma. Za drugą fazę ruchu przyjęto

przedział czasu, w którym porusza się szczeka tylna, zaś przednia pozostaje nieruchoma, opierając się o bieżnię hamulcową.

Pierwszą fazę ruchu poprzedza okres likwidacji luzów. Pomiędzy pierwszą a drugą fazą ruchu może zaistnieć okres przejściowy polegający na równoczesnym ruchu obu szczęk.

Druga faza ruchu kończy się okresem odkształceń sprężystych. W tym okresie ruch odbywa się tylko na skutek sprężystych odkształceń poszczególnych ogniw. Układ posiada wówczas dwa stopnie swobody "sprężystej". Do chwili zetknięcia się szczęk z bieżnią hamulcową traktuje się układ jako sztywny, czyli posiadający zero stopni swobody "sprężystej".

#### 4.3. Analiza ruchu układu napędowego

Analogicznie do układu hamowania, ruch układu napędowego podzielono również na dwie fazy. Za pierwszą fazę ruchu przyjęto okres czasu, w którym dźwignia A-C wykonuje ruch obrotowy (praktycznie dokoła punktu A), zaś za drugą fazę okres czasu od chwili rozpoczęcia ruchu przez punkt A, przy nadal poruszającym się punkcie C do chwili zatrzymania się maszyny wyciągowej. Podobnie jak w układzie hamowania pierwszą fazę ruchu poprzedza okres likwidacji luzów, zaś druga faza ruchu kończy się okresem odkształceń sprężystych.

Analizę ruchu układu napędowego przeprowadzono w oparciu o przyjęte prawo zmiany masowego natężenia przepływu powietrza, napełniającego cylinder manewrowy

$$\dot{G} = 2a t, \quad (3)$$

gdzie  $t$  oznacza czas, zaś  $a$  współczynnik, którego wartość można określić na podstawie pomiaru. Przyjęcie to oparto na właściwościach zaworu regulacyjnego Iversena, znajdującego się w przewodzie doprowadzającym powietrze.

Dla określenia siły działającej na tłok w czasie ruchu należy ustalić prawo zmiany ciśnienia

$$p = p(t) \quad (4)$$

Zależność (4) można ustalić z równania stanu gazu, które przy przyjęciu stałej temperatury w cylindrze manewrowym i po zróżniczkowaniu względem czasu przyjmie postać

$$\frac{d(pV)}{dt} = R T G, \quad (5)$$

gdzie  $R$  - stała gazowa (w  $\frac{\text{kGm}}{\text{kg } 10}$ ), zaś  $T$  - temperatura bezwzględna (w  $^{\circ}\text{K}$ ).

Po uwzględnieniu równania (3) i warunków początkowych:

$$p(0) = p, \quad V(0) = V,$$

całka ogólna równania (5) przyjmie postać

$$P = \frac{R T a t^2}{F(y + y_0)} + \frac{p_0 y_0}{y + y_0}, \quad (6)$$

gdzie:

$F$  - powierzchnia tłoka,

$y_0$  - odległość tłoka manewrowego od dna cylindra w chwili początkowej,

$y$  - droga tłoka mierzona od położenia równowagi.

Siłę czynną  $P$ , pochodzącą od napędu pneumatycznego określa zatem zależność:

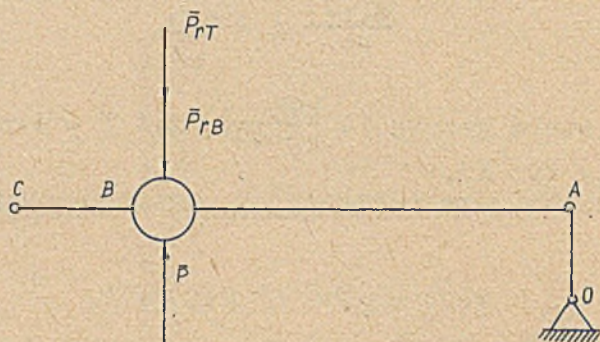
$$P = (p - p_a)F = \frac{R F a t^2 + p_0 F y_0}{y + y_0} - p_a F, \quad (7)$$

gdzie  $p_a$  - jest ciśnieniem atmosferycznym.

Oprócz siły  $P$  uwzględniono wpływ ciężarów poszczególnych ogniw oraz siły tarcia w parach kinematycznych układu hamowania na ruch układu, które zredukowano do punktu  $C$ .

Ponieważ dla pierwszej fazy ruchu układu napędowego przyjęto, iż wykonuje on ruch obrotowy dookoła punktu  $A$ , przeto ruch całego układu można opisać równaniem ruchu

punktu B, do którego zredukowano masy i siły przynależne do członu napędzającego (rys.2).



Rys.2. Schemat dynamiczny układu hamulcowego w pierwszej fazie jego ruchu przy redukcji mas i sił do punktu B

$$m_{rB}\ddot{y} = P - (P_{rB} + P_{rT}), \quad (8)$$

gdzie:

- $m_{rB}$  - masa całego układu hamulcowego zredukowana do punktu B,
- $P_{rB}$  - siła pochodząca od ciężarów własnych całego układu hamulcowego, zredukowanych do punktu B,
- $P_{rT}$  - siła tarcia w parach kinematycznych układu hamulcowego zredukowana do punktu B.

Ciśnienie  $p_o$  wyznaczamy z warunku równowagi tłoka B w chwili początkowej

$$(p_o - p_a)F = P_{rB} + P_{rT} \quad (9)$$



Uwzględniając powyższe można równanie (8) zapisać w postaci

$$(y_0 + y)\ddot{y} + \lambda_1 \dot{y} + \lambda_2 t^2 = 0, \quad (10)$$

gdzie

$$\lambda_1 = \frac{F p}{m_{rB}}, \quad \lambda_2 = \frac{R T a}{m_{rB}} \quad (11)$$

Równanie (10) jest równaniem różniczkowym zwyczajnym nieliniowym i niejednorodnym. Zasadniczo jest ono ważne dla obu faz ruchu układu hamulcowego. Wyjątek stanowi przedział czasu, w którym układ napędowy przestaje być jednobieżny.

Charakter równania (10) może ulec zmianie na skutek zmiany przyjętego prawa masowego natężenia przepływu powietrza, napełniającego cylinder manewrowy. Wpływ ten można ustalić tylko eksperymentalnie.

#### 4.4. Analiza jakościowa równania (10)

Dla oceny wpływu poszczególnych parametrów układu na charakter ruchu, a zatem słuszności przybliżonego rozwiązania równania (10) przeprowadzono jego analizę jakościową.

W tym celu równanie to sprowadzono do postaci bezwymiarowej:

$$\left(1 + \frac{\eta}{K_1}\right) \eta'' + \frac{K_2}{K_1} \eta - \frac{K_3}{K_1} \tau^2 = 0, \quad (12)$$

gdzie

$$\tau = \frac{t}{t_B}, \quad \eta = \frac{y}{v_{sr} \cdot t_B},$$

przy czym  $t_B$  jest średnim czasem pełnego skoku tłoka, zaś  $v_{sr}$  średnią prędkością tłoka.

W równaniu (12) występują 3 liczby znamienne:

$$K_1 = \frac{y_0}{v_{sr} t_B}, \quad K_2 = \frac{p_0 F t_B}{m_{rB} v_{sr}}, \quad K_3 = \frac{R T a t_B^2}{m_{rB} v_{sr}^2} \quad (13)$$

Pierwsza z nich  $K_1$  charakteryzuje wpływ wielkości "poduszki powietrznej", powstałej przez początkowe ustawienie tłoka hamulca manewrowego na pewnej wysokości od dna cylindra. Liczba znamionowa  $K_2$  określa stosunek sił statycznych (siły ciężkości i oporów) do sił dynamicznych (bezwładności). Liczba znamionowa  $K_3$  charakteryzuje stosunek pracy sprężonego powietrza, napelniającego cylinder manewrowy do energii kinetycznej układu, poruszającego się ze średnią prędkością.

Analizę jakościową sprowadzono do ustalenia wpływu poszczególnych liczb znamionowych na charakter równania (10).

Ustalono wartości graniczne iloczynu liczb  $K_1$  i  $K_2$ , określające dopuszczalność linearyzacji równania (10), np. dla  $K_1 \cdot K_2 > 1000$  maksymalny błąd popełniony przez linearyzację równania wynosi ok. 20% w stosunku do wyników doświadczalnych.

Analiza liczb znamionowych  $K_1$ ,  $K_2$  i  $K_3$  pozwala na racjonalny dobór poszczególnych parametrów układu z uwagi na jego właściwości ruchowe.

Oprócz tego mogą one stanowić kryterium klasyfikacji istniejących układów hamulcowych o napędzie pneumatycznym. Pozwalają bowiem podzielić układy hamulcowe na grupy o zbliżonych właściwościach. Np. grupa o dużym  $K_1 \cdot K_2$  charakteryzować się będzie ruchem jednostajnie przyspieszonym układu, grupa o dużej  $K_3$  - to układy szybko działające, o dużej  $v_{sr}$ .

## 5. POMIARY WYBRANEGO UKŁADU HAMULCOWEGO

Dla sprawdzenia wyników wstępnej analizy pracy układu oraz ustalenie jego rzeczywistej charakterystyki i pewnych parametrów, potrzebnych do rozwiązania równań ruchu, przeprowadzono obszerne badania układu. Tok postępowania w czasie pomiarów zaplanowano w oparciu o wstępną analizę kinematyczną i dynamiczną układu, o obserwację jego pracy oraz o wstępne pomiary.

W wyniku przeprowadzonych badań pomierzono:

- a) przemieszczenia punktów charakterystycznych układu (rys.1),
- b) napięcia w poszczególnych ogniwach układu,
- c) jednoczesność działania szczęk hamulcowych,
- d) ciśnienie w cylindrze hamulca manewrowego.

Pomiary przeprowadzono w czasie hamowania hamulcem manewrowym przy różnych szybkościach przestawiania dźwigni manewrowej do różnych jej położeń w czasie podnoszenia i opuszczania ciężaru, zarówno przy odhamowywaniu jak i hamowaniu maszyny wyciągowej oraz powtórzono je przy hamowaniu hamulcem bezpieczeństwa.

Dla każdego zaplanowanego sposobu i rodzaju obciążenia przeprowadzono kilka serii pomiarów, zmieniając w każdej serii trzy punkty pomiarowe, przy zachowaniu jednego jako parametru odniesienia. W każdej serii wykonano 3 - 7 pomiarów, celem uzyskania średnich wartości mierzonych przebiegów.

Wszystkie przebiegi mierzonych wielkości rejestrowano przy pomocy czterokanałowego oscylografu na papierze rejestracyjnym o stałej prędkości posuwu. Przykład bezpośredniego zapisu mierzonych wielkości przedstawia rys.3.

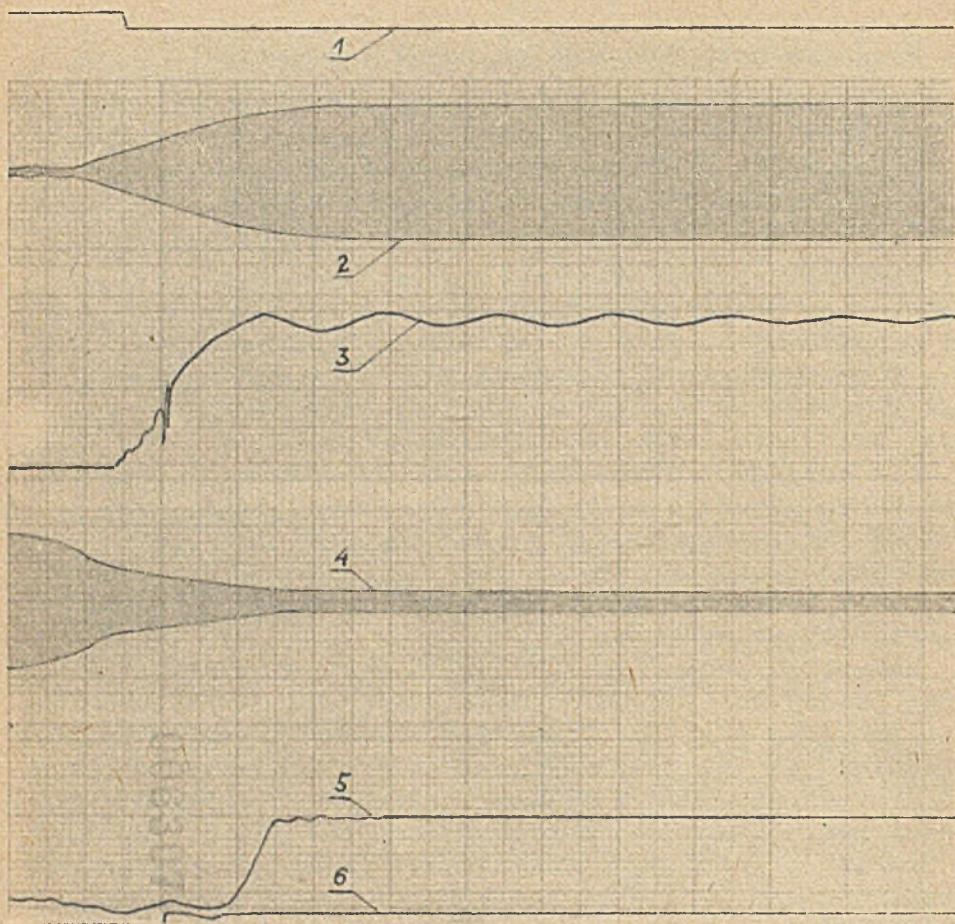
Przy opracowywaniu wyników pomiarów mierzonych wielkości posługiwano się metodami rachunku statystycznego w oparciu o prawo normalnego rozkładu błędów przypadkowych.

Przykłady przebiegów niektórych wielkości przedstawiają wykresy na rys.4,5 i 6.

## 6. ANALIZA WYNIKÓW

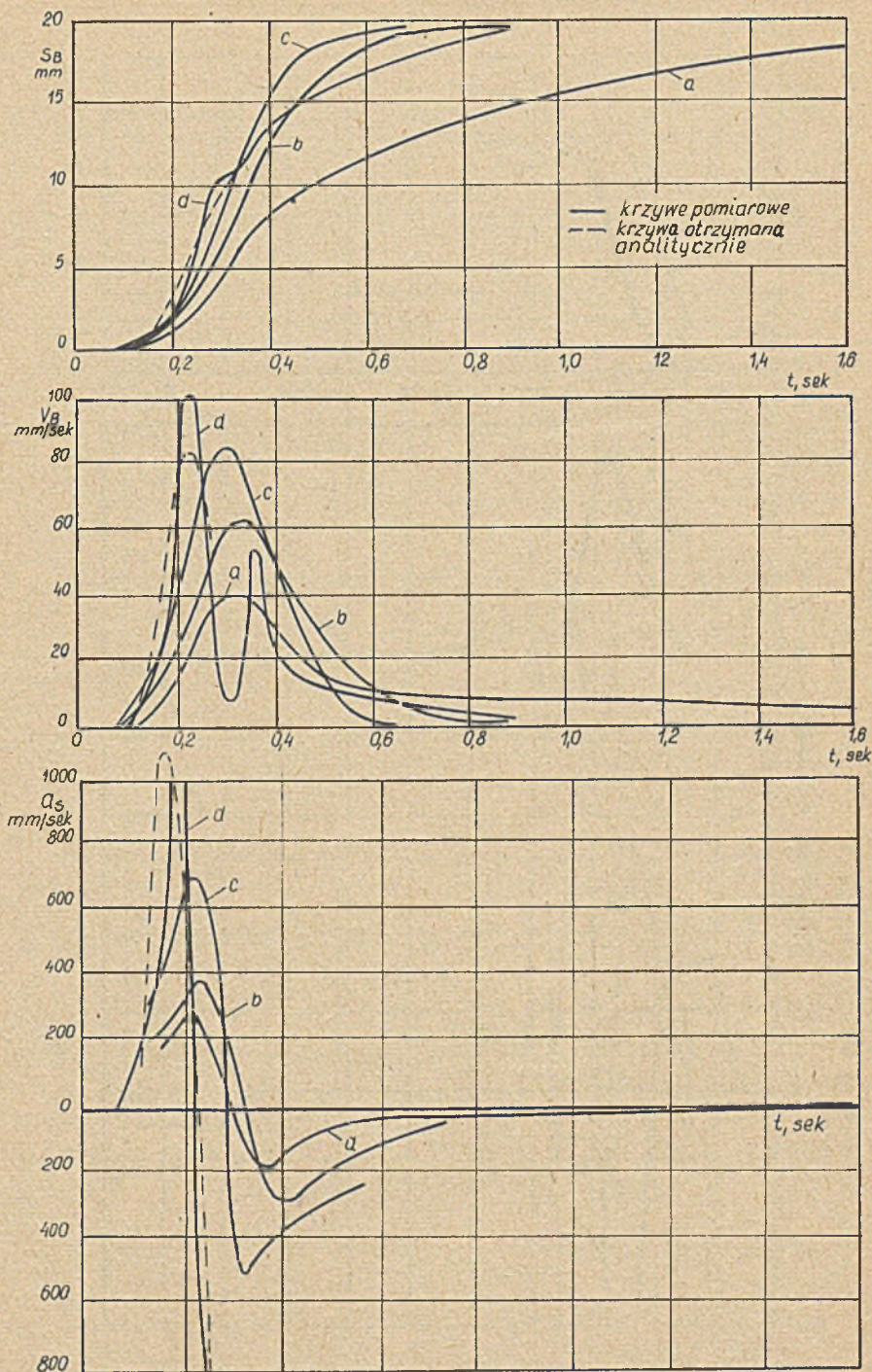
Na podstawie przeprowadzonych pomiarów sporządzono zestawienie niektórych przebiegów (rys.7). Z zestawienia tego wynika, że badany układ, zgodnie z przewidywaniami wynikającymi z analizy teoretycznej pracuje jako układ jednobieżny w całej pierwszej fazie ruchu (na rys.7 ruch do chwili oznaczonej przez A) oraz w okresie około 1/3 czasu trwania drugiej fazy ruchu (na rys.7 początek wykresu  $s_A = s_A(t)$ ).

W pozostałej części drugiej fazy ruchu układ zachowywał się jak mechanizm o dwóch stopniach swobody.

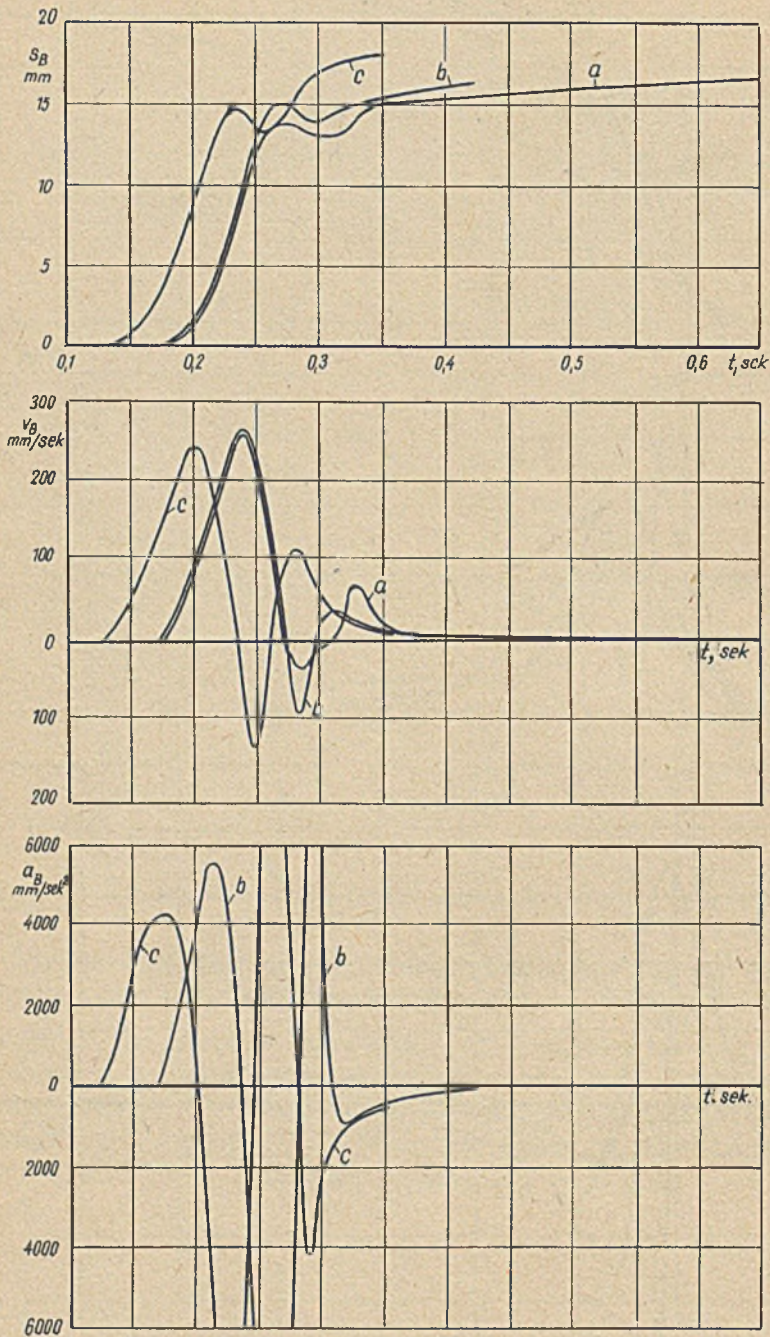


Rys.3. Wykres oscylografu przebiegu narastania siły hamowania przy hamowaniu hamulcem manewrowym przy opuszczaniu ciężaru

1 - znacznik na szczęce przedniej, 2 - ciśnienie w cylindrze manewrowym, 3 - składowa naprężenia w szczęce obrazująca przebieg narastania siły hamowania, 4 - przemieszczenie dźwigni manewrowej, 5 - obroty wału głównego maszyny, 6 - znacznik na szczęce tylnej

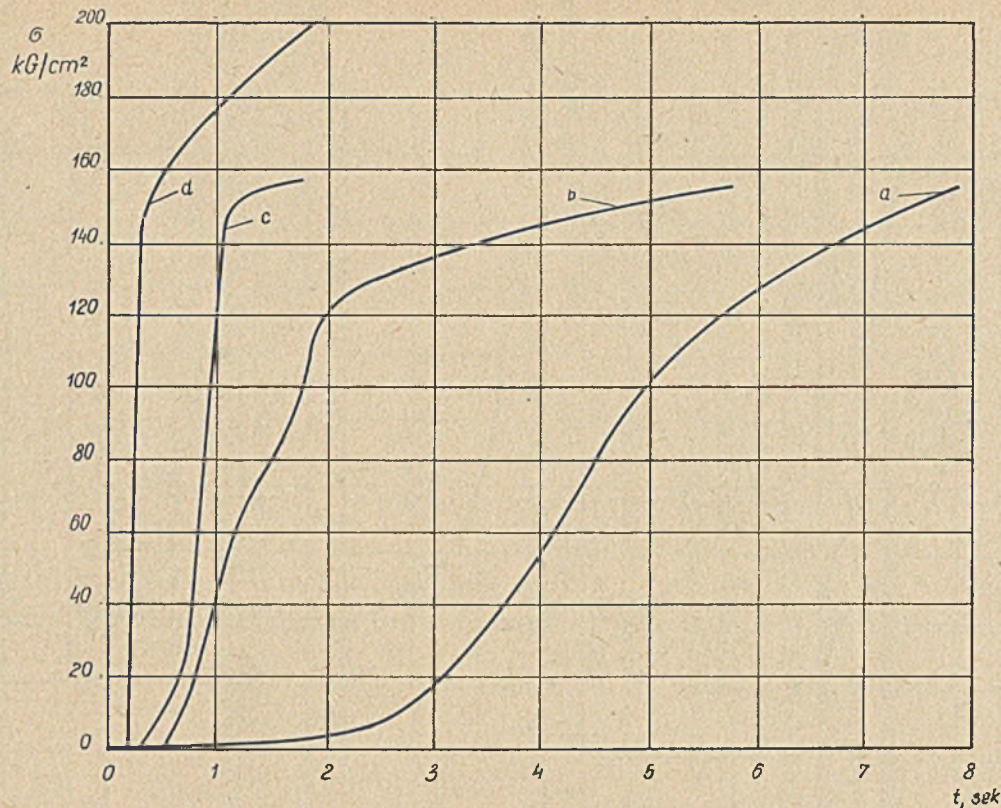


Rys.4. Zależność drogi, prędkości i przyspieszenia tłoka hamulca manewrowego od czasu hamowania  
 a - ruch wolny, b - ruch normalny, c - ruch szybki,  
 d - ruch normalny do położenia II



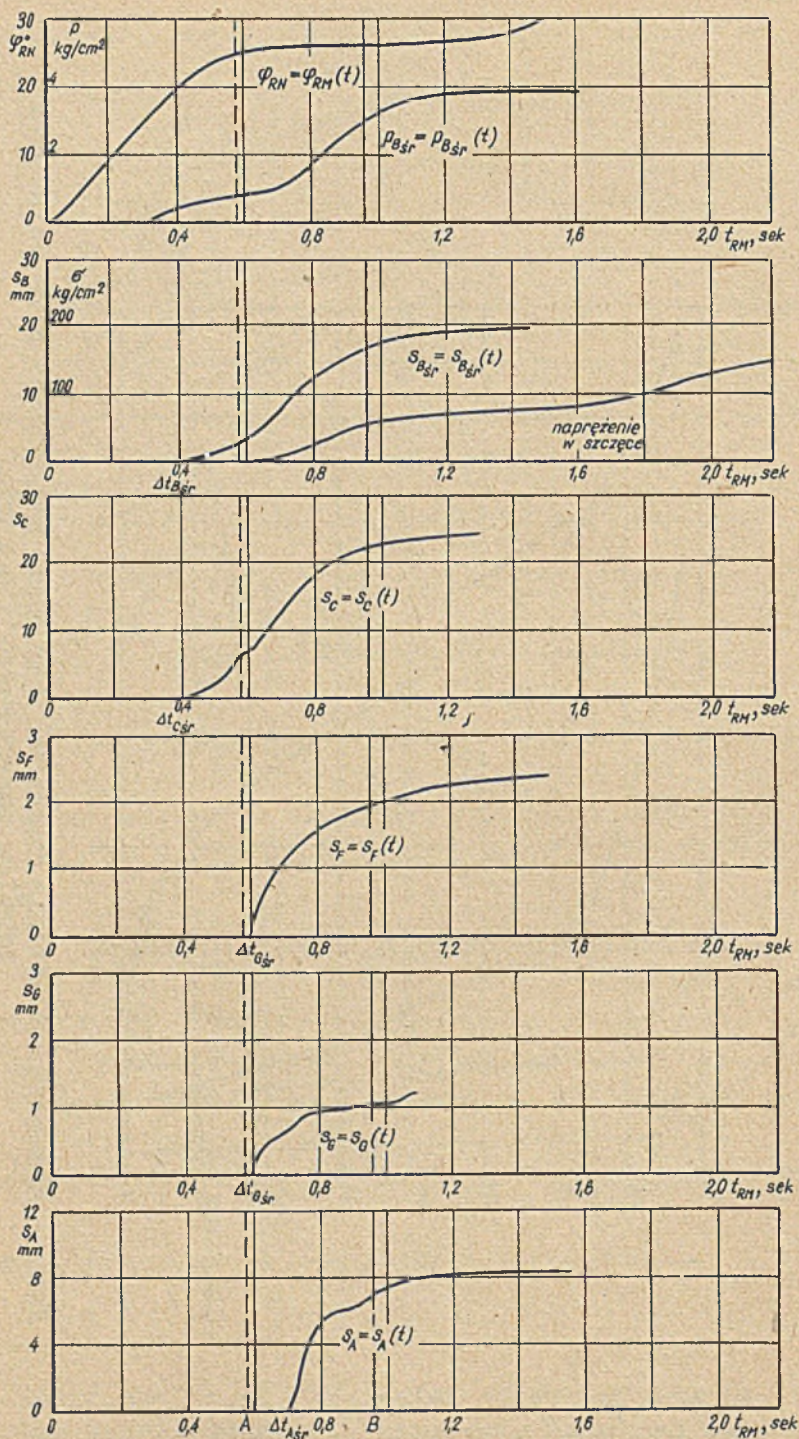
Rys.5. Zależność drogi, prędkości i przyspieszenia tło-  
ka hamulca manewrowego przy hamowaniu hamulcem bezpie-  
czeństwa

a,b,c przebiegi trzech pomiarów



Rys.6. Przebieg narastania naprężeń w szczęce hamulcowej przy działaniu hamulca manewrowego dla ruchu;

a - wolnego, b - normalnego, c - szybkiego, d - przy hamowaniu hamulcem bezpieczeństwa (punkt pomiarowy  $t = 30$  rys.1)



Rys.7. Względne opóźnienia przebiegów mierzonych wielkości przy normalnej szybkości przestawiania dźwigni manewrowej



Wyniki badań pozwoliły oprócz tego ustalić wielkości charakterystyczne badanego układu, z których najważniejszymi są:

- a) "sprawność siłowa" mechanizmu hamulcowego,
- b) zastępcza stała sprężysta układu hamowania,
- c) prawo zmiany  $\dot{G} = \dot{G}(t)$ ,
- d) czasy opóźnienia przy hamowaniu hamulcem manewrowym i bezpieczeństwa,
- e) zastępcze stałe czasowe.

"Sprawność siłową" mechanizmu hamulcowego określono jako stosunek siły rzeczywistej, działającej na szczęki hamulcowe, otrzymanej z pomiaru, do siły teoretycznej, otrzymanej z obliczeń na podstawie pomiaru ciśnienia w cylindrze manewrowym oraz znajomość przekładni układu dźwigowego mechanizmu hamulcowego. Średnia wartość sprawności siłowej badanego prototypowego układu hamulcowego wynosi  $\eta = 0,80 \pm 0,03$ .

Zastępczą stałą sprężystą układu hamowania, traktowanego jako sprężyna od chwili styku obu szczęk z bieżnią hamulcową, określono z pomiaru siły  $P_c$  w członie 7 oraz przemieszczeń sprężystych punktu C (rys.1) z zależności:

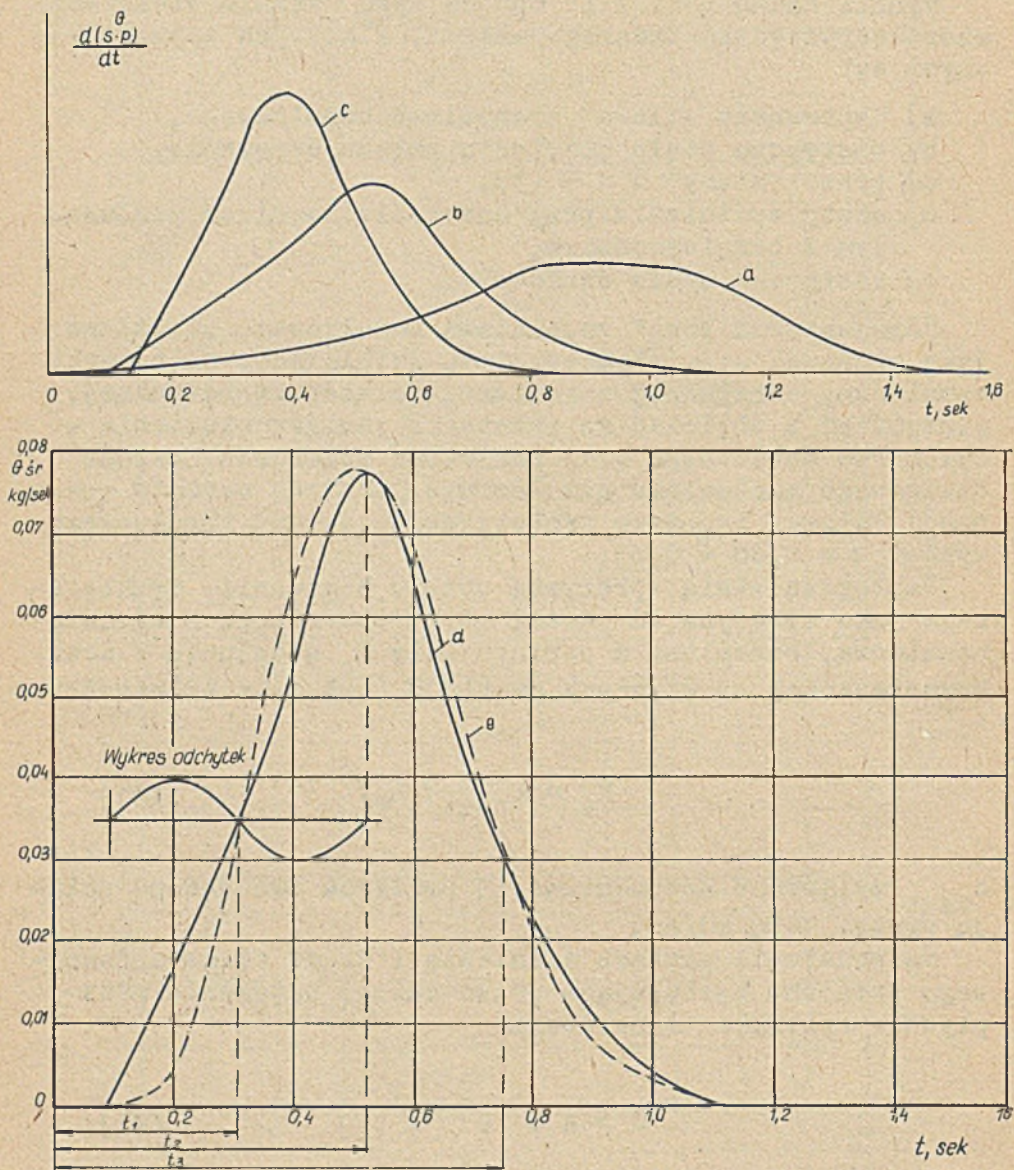
$$P_c = c_{zast} \lambda_c; \quad (14)$$

$c_{zast}$  wyliczone na podstawie 9 pomiarów dla danego układu wynosi 9450 kG/cm.

Na podstawie pomiaru ciśnienia i drogi tłoka manewrowego ustalono następujące prawo zmiany natężenia przepływu w cylindrze manewrowym

$$\dot{G} = A t^3 e^{1-mt^2}, \quad (15)$$

gdzie  $A = 1,85 \text{ kg/sek}$ ,  $m = 9 \text{ sek}^{-2}$



Rys.8. Masowe natężenie przepływu powietrza  $\dot{G}$  napełniającego cylinder manewrowy

a - ruch wolny, b - ruch normalny, c - ruch szybki,  
 d - średnia wartości  $\dot{G}$  dla ruchu normalnego, e - wartość  $\dot{G}$  dla ruchu normalnego ustalona na podstawie równania (15)

Na rys.8 przedstawiono krzywą eksperymentalną  $\dot{G}=\dot{G}(t)$  i krzywą otrzymaną na podstawie równania (15). Zadawalającą zbieżność obu krzywych uzyskano przez dodanie do równania (15) równania odchyłek

$$\Delta \dot{G} = \Delta \dot{G}_1 e^{-n_1 t} \sin k_1 t, \quad (16)$$

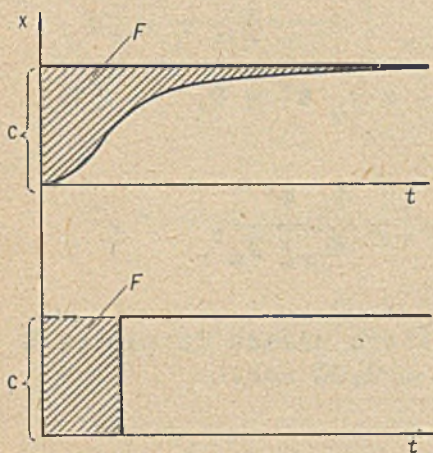
gdzie  $\Delta \dot{G}_1 = 0,0140 \text{ kg/sek}$ ,  $n_1 = 1 \text{ sek}^{-1}$ ,  $k_1 = 14,49 \text{ sek}^{-1}$ . Wykazano, że równanie krzywej (15) w pierwszej fazie ruchu w przedziale  $0 \leq t \leq 0,40 \text{ sek}$  można zastąpić prostą o równaniu (3), zgodnie z przewidywaniami w analizie wstępnej, zaś w drugiej fazie ruchu, w przedziale czasu  $0,43 \leq t \leq 0,85 \text{ sek}$ , równaniem

$$\dot{G} = a_1 - b_1 t \quad (17)$$

Na podstawie pomiarów przemieszczeń i naprężeń określono także całkowite i częściowe czasy opóźnienia w przejściu impulsów przez układ. Tak całkowite jak i częściowe czasy opóźnienia mierzono od chwili włączenia dźwigni manewrowej do chwili styku szczęk z bieżnią hamulcową (czasy włączenia) oraz do chwili osiągnięcia przez siłę hamowania wartości maksymalnej.

Wielkości względnych opóźnień przebiegów mierzonych widoczne są na rys.7.

Zastępczą stałą czasową  $T_z$  wyznaczono planimetrując odpowiednie pola wykresów przebiegu



Rys.9. Graficzne obliczenie zastępczej stałej czasowej na podstawie przebiegu wielkości wyjściowej

narastania nacisków szczęk (rys.9) jako wielkości wyjściowej dla skokowego przebiegu funkcji wejścia.

## 7. ILOŚCIOWA ANALIZA RÓWNAŃ RUCHU

Na podstawie wyników badań przeprowadzono ilościową analizę równania ruchu układu.

Stwierdzono, że ruch badanego układu w okresie stanowiącym ponad 90% czasu pełnego ruchu można opisać jednym równaniem (10), ustalonym w analizie teoretycznej, przyjmując w poszczególnych fazach ruchu odpowiednie równanie  $\ddot{G} = \ddot{G}(t)$  najbardziej zbliżone do przebiegu rzeczywistego.

Kolejne uderzenia w parach kinematycznych na skutek luzów, powodujących skokową zmianę masy, prędkości i przyspieszenia uwzględniono zmieniając tylko od przedziału do przedziału stałe całkowania. Wartości współczynników  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$  w tym równaniu wynikają z pomiarów.

Ponieważ  $y \ll y_0$  przeto równanie (10) dla pierwszej fazy ruchu po okresie likwidacji luzów można zlinearyzować,

$$\left(1 + \frac{y}{y_0}\right)^{-1} \approx 1 - \frac{y}{y_0};$$

otrzymamy wówczas

$$\ddot{y} + (c t^2 + c_1) y + a y_0 t^2 = 0, \quad (18)$$

gdzie:

$$c = \frac{R T a}{m_{3rB} y_0^2}, \quad c_1 = \frac{p_0 F}{m_{3rB} y_0},$$

zaś  $m_{3rB}$  - masa zredukowana całego układu do punktu B w okresie  $0,08 \leq t \leq 0,20$  sek.

Równanie to, po zastosowaniu twierdzenia o wartości średniej do wyrażenia  $(ct + c_1)$  i po odpowiednich przekształceniach, sprowadza się do niejednorodnego równania Bessela rzędu  $1/3$

$$v^2 w'' + v w' + (v^2 - \frac{1}{9}) w = 2B v, \quad (19)$$

gdzie  $w$  i  $v$  nowe zmienne w miejsce  $y$  i  $t$ ;  $B = \frac{2}{9} \beta_1 \frac{1}{y}$ , zaś  $\beta_1$  i  $\gamma$  są stałymi, określonymi przez parametry układu hamulcowego.

Rozwiązaniem równania (19) jest:

$$w = C_1 J_{1/3} + C_2 J_{-1/3} + B L_p \left(\frac{v}{2}\right), \quad (20)$$

gdzie:

$J_{1/3}$  - funkcja Bessela rzędu  $1/3$ ,

$L_p \left(\frac{v}{2}\right)$  - funkcja Lommela

Stałe całkowania wyliczone z warunków początkowych wynoszą:

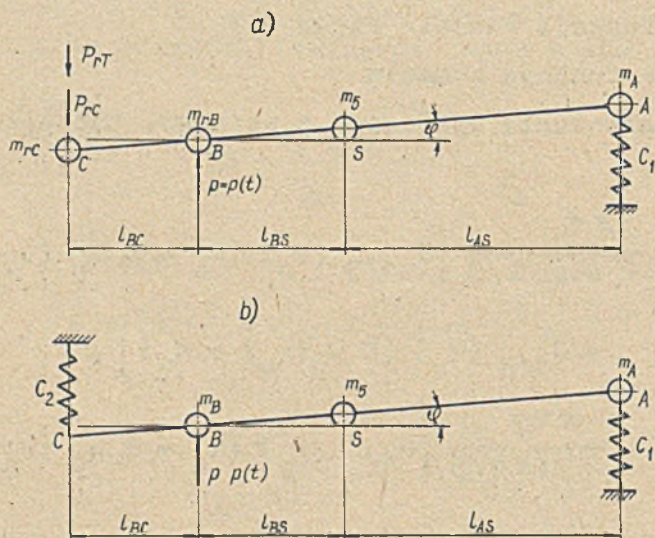
$$C_1 = \frac{\pi v_0}{2 \sin \pi/3} \left[ J_{-1/3}(v_0) (w'_0 - B L'_p(v_0)) + J'_{1/3}(v_0) (B L_p(v_0) - w_0) \right],$$

$$C_2 = -\frac{\pi v_0}{2 \sin \pi/3} \left[ J_{1/3}(v_0) (w'_0 - B L'_p(v_0)) + J'_{-1/3}(v_0) (B L_p(v_0) - w_0) \right].$$

Powracając do oznaczeń pierwotnych  $y$  i  $t$  i wprowadzając dla uproszczenia zapisu oznaczenie  $\xi = ct_2(t-t_2) + c_1$  (gdzie  $t_2 = 0,12$  sek jest przedziałem czasu rozważanego ruchu) otrzymamy zamiast (20)

$$y = \xi^{-\alpha} C_1 J_{1/3}(\gamma \xi^\beta) + C_2 J_{-1/3}(\gamma \xi^\beta) + B L_p \left(\frac{\gamma}{2} \xi^\beta\right) + \frac{\alpha_1}{f_1} \quad (21)$$

Równanie (21), ważne dla całej pierwszej fazy ruchu układu napędowego, rozciąga się również na część drugiej fazy ruchu układu hamowania jednakże ze skokową zmianą stałych całkowania. W pozostałej części drugiej fazy ruchu układ posiada dwa stopnie swobody (rys.10a).



Rys.10. Schematy dynamiczne układu hamulcowego w drugiej fazy ruchu obu części układów

a - bezpośrednio przed zetknięciem, b - po zetknięciu się szczęk z bieżnią hamulcową

Równanie ruchu układu w tym przedziale czasu ustalono wychodząc z równania Lagrange'a drugiego rodzaju:

$$\epsilon_i(L) = Q_i - \frac{\partial \Phi}{\partial q_i} \quad (22)$$

gdzie:

$\epsilon_i$  - operator Eulera,

$L$  - funkcja Lagrange'a,

$\Phi$  - funkcja dyssypacji,

$Q_i$  - uogólniona siła, pochodząca od sił niepotencjonalnych,

$q_i$  - uogólniona współrzędna ( $i = 1, 2$ ).

Dla rozważonej fazy ruchu układu równania (22) przyjmują postać:

$$\begin{aligned} (y_0 + y)\ddot{y} + \lambda_1(y_0 + y)\ddot{\varphi} + c_z y^2 + \lambda_2 y + \lambda_3 \varphi + \lambda_4 y \varphi = \\ = \lambda_5 + \lambda_6 t^2, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\ddot{y} + k_1 \ddot{\varphi} + k_2 y + k_3 \varphi = k_4,$$

gdzie:

$\varphi$  - kąt obrotu ogniwa 5 (rys.1),

$\lambda_1, k_1$  - współczynniki określone parametrami układu hamulcowego, napędu pneumatycznego oraz warunkami początkowymi,

$c_z$  - stała sprężyny zastępującej układ hamowania (rys.10a).

Po zlinearyzowaniu równania (23) (analogicznie jak w przypadku równania (10)) można napisać:

$$\begin{aligned} \ddot{y} + a_2 \ddot{\varphi} + (a_3 t^2 + a_4) y + a_5 \varphi = a_6 t^2 + a_2, \\ \ddot{y} + k_1 \ddot{\varphi} + k_2 y + k_3 \varphi = k_4. \end{aligned} \quad (24)$$

Układ tych równań po podstawieniu

$$u = y + k_1 \quad \text{oraz} \quad v = k_2 y + k_3 \varphi \quad (25)$$

i po przekształceniach sprowadza się do równania czwartego rzędu

$$u^{IV} + (\gamma_1 + \gamma_2 t^2) \ddot{u} + (\gamma_3 + \gamma_4 t^2) u = \gamma_5 t^2 + \gamma_6 \quad (26)$$

Równanie (26) rozwiązano metodą numeryczną przez wprowadzenie parametru perturbacyjnego  $\epsilon$  tak, aby rozważane równanie różniczkowe

$$G(\epsilon, t, u, \ddot{u}, u^{IV}) = 0 \quad (27)$$

przechodziło dla  $\epsilon = 0$  w równanie o znanym rozwiązaniu, zaś dla  $\epsilon = 1$  w równanie, które należy rozwiązać.

Ograniczając się do pierwszego przybliżenia i powracając do oznaczeń  $y$  i  $\varphi$  otrzymano następujące rozwiązanie

$$y = -\left[16,60(B_1 e^{31t} + B_2 e^{-31t}) + 1,06(B_3 e^{5,3t} + B_4 e^{-5,3t}) + 6,22 t^2 + 5,16\right], \quad (28)$$

$$\varphi = 4,19(B_1 e^{31t} + B_2 e^{-31t}) + 0,49(B_3 e^{5,3t} + B_4 e^{-5,3t}) + 3,96 t^2 + 2,16$$

W okresie odkształceń sprężystych ( $0,42 \leq t \leq 1,0$  sek), stanowiącym zakończenie drugiej fazy ruchu, badany obiekt można zastąpić modelem przedstawionym na rys. 10b. Równanie ruchu w tym czasie (aproxymując krzywą  $G = \bar{G}(t)$ )



w przedziale czasu  $0,43 \leq t \leq 0,85$  sek prostą o równaniu (17)) posiada postać podobną, jak równanie (23).

Uwzględniając wartości liczbowe poszczególnych parametrów układu w okresie odkształceń sprężystych, po przeprowadzeniu analogicznych obliczeń numerycznych jak dla równania (23) równanie ruchu (28) przyjmuje postać:

$$y = 19,87(D_1 e^{34t} + D_2 e^{-34t}) + 0,91(D_3 e^{2,5t} + D_4 e^{-2,5t}) + 40000 t^2 - 33675t - 16900, \quad (29)$$

$$\varphi = -11,2(D_1 e^{34t} + D_2 e^{-34t}) + 0,06(D_3 e^{2,5t} + D_4 e^{-2,5t}) + 6348 t^2 - 5355 t + 1308$$

Stałe całkowania w równaniach (28) i (29) wyznaczone z warunków początkowych dla każdego przedziału:

$$1) y(0) = 0, \quad 2) y'(0) = y'_0, \quad 3) \varphi(0) = 0, \quad 4) \dot{\varphi}(0) = \dot{\varphi}_0$$

Na podstawie ustalonych równań wyliczono drogą tłoka w całym zakresie jego ruchu. Porównanie z odnośnymi wartościami pomiarowymi wykazało, zadowalającą zgodność (rys.11) błąd maksymalny dla  $t = 0,2$  sek wynosi 30%.

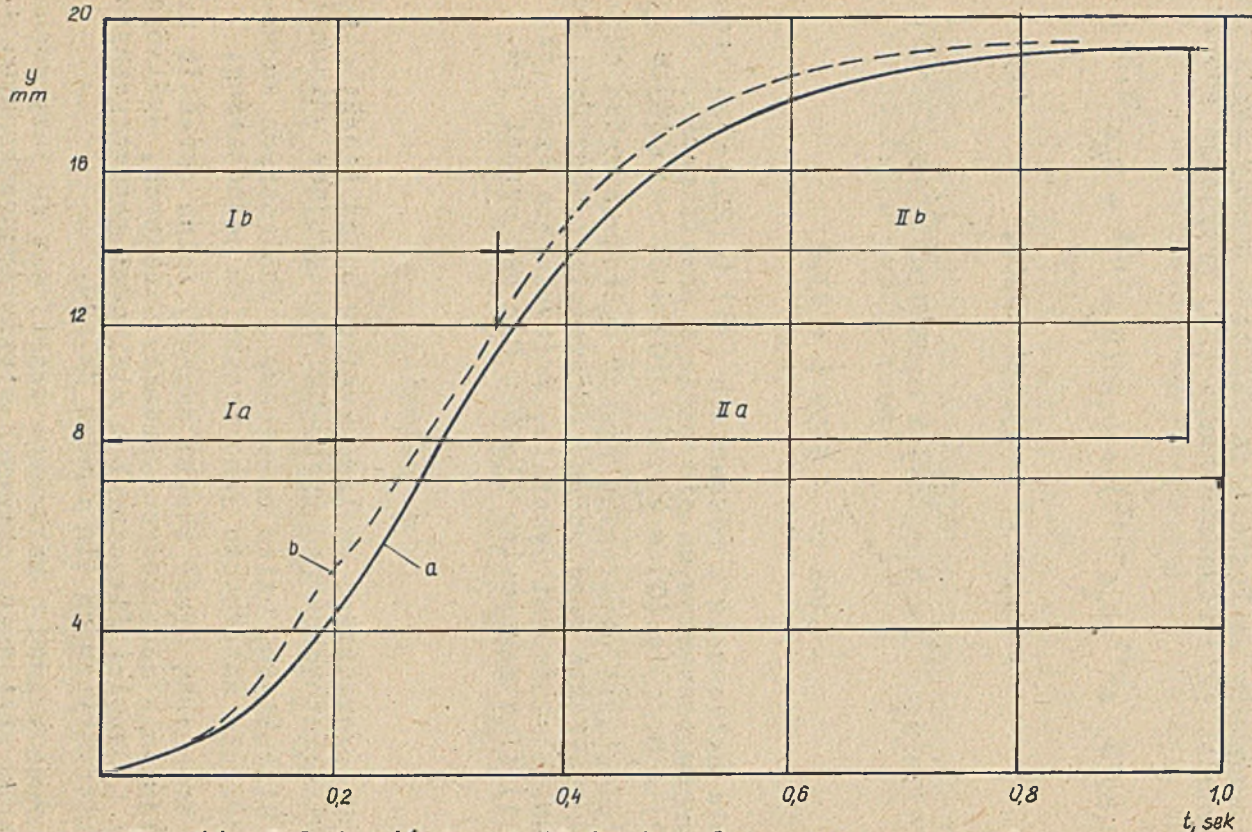
## 8. WNIOSKI

Z przeprowadzonej analizy wyników badań teoretycznych i doświadczalnych można wyciągnąć następujące wnioski:

1. Wielobieżny układ hamulcowy w konkretnych warunkach pracuje zasadniczo jako mechanizm jednobieżny.

2. Efektywną ilość stopni swobody można określić przez uwzględnienie dodatkowych warunków wiążących, wynikających z własności fizycznych i wielkości geometrycznych, charakterystycznych dla danego układu.

3. Ruch układu hamulcowego dzieli się na fazy ruchu, określone przejściem czynnych więzów jednostronnych w nieczynne.



Rys.11. Zależność drogi tłoka hamulca manewrowego od czasu:

a - zmierzona (średnia), b - obliczona w poszczególnych fazach ruchu. Ia pierwsza faza ruchu układu hamowania, Ib pierwsza faza ruchu układu napędowego, IIa druga faza ruchu układu hamowania, IIb druga faza ruchu układu napędowego

4. Dla dokonania analizy kinematycznej mechanizmu z napędem pneumatycznym celem jest podzielić układ na dwie części: układ napędowy i układ hamowania.

5. W analizie kinematycznej omawianych układów hamulcowych można pominąć wpływ przemieszczeń poszczególnych członów mechanizmu na wielkość i kierunki prędkości i przyspieszeń.

6. Konstrukcyjne i dynamiczne właściwości badanego układu hamulcowego obrazują wprowadzone liczby znamienne  $K_1$ ,  $K_2$  i  $K_3$ . Liczby te można uważać za podstawowe kryteria, stanowiące o poprawności konstrukcji i skuteczności działania układu hamulcowego.

7. Równanie ruchu całego układu daje się sprowadzić do niejednorodnego równania różniczkowego Bessela rzędu  $1/3$ .

8. Przeprowadzone szczegółowe pomiary w zupełności potwierdzają słuszność przyjętych założeń oraz opartych na nich wywodów.

#### LITERATURA

- [1] L. Collatz: Metody numeryczne rozwiązywania równań różniczkowych, PWN Warszawa 1960 r.
- [2] B.L. Dawydow; B.A. Skorobumow: Dynamika gornych maszyn. Gosgartechnizdat, Moskwa 1961 r.
- [3] A. Morecki: Niektóre zagadnienia teorii hamulca ciężarowego z pneumatycznym sterowaniem. Zeszyty Naukowe Politechniki Warszawskiej, Mechanika 4, 1957r.
- [4] C. Popowicz: Wyciągi szybowe, WGH 1957 r.
- [5] G.K. Susłow: Mechanika teoretyczna, PWN Warszawa 1960 r.
- [6] T. Lamber: Badania ruchowe dla ustalenia rzeczywistej charakterystyki układu hamulcowego. Maszyny Wyciągowe (mat. i ref.) NOT-1963.

## АНАЛИЗ ДЕЙСТВИЯ ТОРМОЗНОГО УСТРОЙСТВА ШАХТНЫХ ПОДЕМНЫХ МАШИН

### Р е з ю м е

В работе излагается кинетический и динамический анализ тормозного устройства с грузопневматическим приводом, применяемым в шахтных подъемных машинах. Доказано, что движение тормозного устройства можно разделить на два периода определенные переходом неустойчивых связей с действующих на недействующие.

На основании многих измерений показано, что согласно теоретическим рассуждениям учитывающим для системы с многими степенями свободы собственные веса отдельных звеньев механизма и силы трения в шарнирах, можно исключить некоторые движения, возможные в случае пренебрежения этими силами.

Исследуемое тормозное устройство разделено на два узла: исполнительный и приводной. Таким образом теоретический анализ движения механизма становится легче. Для приводной части механизма выведено уравнение движения в безразмерном виде:

$$\left(1 + \frac{\eta}{K_1}\right)\eta'' + \frac{K_2}{K_1}\eta' + \frac{K_3}{K_1}\tau^2 = 0$$

Числа  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ , являются основными критериями относительно конструкционных, производственных и эксплуатационно-приводных свойств, исследуемого устройства.

В настоящей работе доказано, что для  $K_1 \cdot K_2 > 1000$  уравнение движения с достаточной для практики точностью можно линеаризовать. После линеаризации указанного уравнения тормозного устройства в пределах  $\sim 90\%$  времени движения

тормозных колодок, описывается неоднородным дифференциальным уравнением Бесселя порядка  $1/3$ .

Проведенные измерения показали верность принятых предположений и истекающих из них выводов.

### SUMMARY

#### Work analysis of extracting machines braking system

In the paper a kinematic and dynamic analysis of the braking system with pneumatic-weight drive, applied in mining extracting machines, has been carried out.

It was proved that the system movement can be divided into two stages, determined by passing active unilateral constraints into inactive ones.

On the ground of numerous measurements it has been proved that in accordance with the theoretical anticipations after taking into consideration force of gravity of the mechanism links and friction forces of a many degrees of freedom system, some movements possible to be made actual in case of omitting these forces, can be excluded. The considered braking system has been divided into two parts: braking system and driving system. Thanks to this division the theoretical analysis of the system movement has been made easier. For the driving system an equation in its non-dimensional form was established:

$$\left(1 + \frac{\eta}{K_1}\right) \eta'' + \frac{K_2}{K_1} \eta + \frac{K_3}{K_1} \tau^2 = 0$$

The numbers  $K_1$ ,  $K_2$  and  $K_3$  characterize braking system with regard to its construction, work and in relation to the pneumatic drive. It was proved that for the value  $K_1 \cdot K_2 > 1000$  a movement equation can be linearized with an accuracy sufficient for practice. After the linearization of the presented equation, the system movement within the period that takes about 90% time of the brake shoes movement, may be described by means of non-homogeneous Bessel's equation of order  $1/3$ .

Measurements which had been carried out proved, that the foundations and based upon them deductions were completely right.