Nr 94

Mechanika z.20

1963

LUDWIK MÜLLER ZAKŁAD BADAŃ MECH.PRZEKŁADNI ZĘBATYCH

# ZBIGNIEW BOGUCKI KATEDRA MECHANIKI TECHNICZNEJ

### ROZKŁAD DYNAMICZNYCH SIŁ OSIOWYCH W PRZEKŁADNIACH Z KOŁAMI O ZĘBACH DASZKOWYCH

<u>Streszczenie:</u> Błędy wykonawcze zębów daszkowych w przekładniach wielostopniowych są m.in. źródłem dynamicznych sił osiowych. Wybór wałka, który należy z tego powodu unieruchomić względem przesunięć osiowych ma pewien wpływ na przeciążenie zębów w/w siłami. W pracy podano metodę wyznaczania współczynników dynamicznych przeciążeń wskazujących, który spośród wałków należy unieruchomić, aby zapewnić optymalne warunki pracy przekładni.

# 1. WSTĘP

Wielostopniowe przekładnie o kołach z zębami daszkowymi projektuje się zabezpieczając przed osiowymi przesunięciami tylko jeden wałek. Położenia innych wałków przekładni są determinowane przez zazębienia. Podczas pracy zachodzą zjawiska dynamiczne, wywołane błędami wykonania.

Zjawiska te polegają, między innymi, na pojawieniu się sił dynamicznych o kierunku osiowym. Osiowe siły dynamiczne, mające charakter dodatkowych sił międzyzębnych, powodują wzrost obciążeń elementów przekładni, zwłaszcza zębów poszczególnych stopni.

Z punktu widzenia wspomnianych przeciążeń nie jest rzeczą obojętną, który wałek przekładni zostanie zabezpieczony przed osiowymi przesunięciami. Efektywne określenie osiowych sił dynamicznych jest równie trudne, jak określenie analogicznych sił obwodowych. Konieczne są tutaj dane eksperymentalne. Można jednak, stosunkowo łatwo ocenić na drodze teoretycznej względną zmianę przeciążeń, powstałą przy zmianie mocowanego osiowo wałka lub przy wymuszeniach realizujących się na różnych stopniach kinematycznych. Praca ma na celu podanie sposobu określania wpływu łożyskowania na rozkład osiowych sił dynamicznych oraz wskazanie na optymalny, ze względu na możliwe przeciążenia, osiowo mocowany wałek.

Przedstawiono wstępne wyniki badań, podjętych przez Zakład Badań Mechanicznych Przekładni Zębatych Politechniki Śląskiej.

#### 2. OSIOWE SILY DYNAMICZNE

#### 2.1. Przyspieszenia osiowe elementów przekładni

Rozważono n stopniową przekładnię o kołach z zębami daszkowymi. Przemieszczenie osiowe 0<sub>k</sub>, będące wynikiem wadliwego wykonania zębów k-tego stopnia przyjmuje się za ciągłą, dwukrotnie różniczkowalną funkcję współrzędnej łukowej s<sub>k</sub>, mierzonej na obwodzie koła podziałowego zębnika

$$\delta_{\rm k} = f_{\rm k}(s_{\rm k}), \quad ({\rm k} = 1, 2, \dots, {\rm n})$$
 (1)

Założenia powyższe są zilustrowane na rys.1 i rys.2. Jeśli wymuszenie kinematyczne realizuje się na k-tym stopniu, wówczas ruchowi postępowemu ulegają elementy przekładni, poprzedzające k-te zazębienie lub elementy wyprzedzające k-te zazębienie, zależnie od numeru mocowanego osiowo wałka. Przyspieszenia w obu tych możliwych ruchach postępowych są równe co do bezwzględnej wartości i wyrażają się oczywistym wzorem

$$a_{k} = \frac{d^{2}\delta k}{dt^{2}} = \frac{d^{2}f_{k}(s_{k})}{ds_{k}^{2}} \left(\frac{ds_{k}}{dt}\right)^{2} + \frac{df_{k}(s_{k})}{ds_{k}} \cdot \frac{d^{2}s_{k}}{dt^{2}} \quad (2)$$

gdzie t - czas.

40





Zakładając w dalszym ciągu, że w czasie trwania ruchu osiowego prędkości kątowe wałków zmieniają się nieznacznie, można napisać

$$\frac{ds_k}{dt} \cong \omega_k \cdot r_{2k-1} = const; \quad \frac{d^2s_k}{dt^2} \cong 0 \quad (3)$$

oraz

$$\mathbf{s}_{\mathbf{k}} = \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{r}_{2\mathbf{k}-1} \cdot \mathbf{t} + \mathbf{s}_{\mathbf{0}\mathbf{k}} = \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{k}+1} \cdot \mathbf{r}_{2\mathbf{k}} \cdot \mathbf{t} + \mathbf{s}_{\mathbf{0}\mathbf{k}}$$
(4)

#### gdzie:

 ${}^{\omega}_{k}{}^{\omega}_{k+1}$  - prędkości kątowe wałków nr kik+1 r<sub>2k-1</sub>, r<sub>2k</sub> - promienie podziałowe zębnika i koła napędzanego k-tego stopnia,

s<sub>ok</sub> - wartość współrzędnej łukowej dla t = 0. Prędkość kątowa k-tego wałka wyraża się wzorem

$$\omega_{k} = \frac{\omega_{1}}{\frac{k-1}{s=0} i_{s}}$$
(5)

gdzie: i - przełożenie na s-tym stopniu, i = 1. Biorąc pod uwagę zależności (2),(3), (4) i (5) otrzymano następujący wzór na przyspieszenie

$$a_{k} = \omega_{1}^{2} \cdot \frac{r_{2k}^{2} - 1}{\frac{k-1}{m} \cdot \mathbf{i}_{s}^{2}} \cdot \frac{d^{2} f_{k}(s_{k})}{ds_{k}^{2}}$$
(6)

Przemieszczenia osiowe powstają głównie na skutek tzw. błędu kierunku zęba, który uważać będziemy za typowy błąd wykonania.

Na rys. 3 przedstawiono osiowe przesunięcie wierzchołka daszka, wynikające z błędu kierunku zęba.

Jeżeli np. ząb z lewej strony nacięty jest prawidłowo a ząb ze strony prawej odchylony o kąt  $\Delta \beta$  od właściwego

kierunku, czemu odpowiada błąd kierunku  $F_x$ , wówczas wierzchołek daszka odchyli się w kierunku osiowym o wielkość

$$\delta = \frac{F_x}{2\sin\beta} \tag{7}$$

Można to łatwo wywnioskować na podstawie rys.3. Przemieszczenie  $\delta$ , wyrażone wzorem (7), będzie zarazem przesunięciem odpowiednich elementów przekładni. Przyjmuje się, że wszystkie elementy przekładni są ciałami doskonale sztywnymi.





Wzór (1) można sprowadzić do postaci bezwymiarowej, stosując następujące podstawienia

$$\Delta_{k} = \frac{\delta_{k}}{\delta_{kmax}}, \quad s_{k} = \frac{s_{k}}{s_{kmax}}, \quad (8)$$

gdzie:

 max - maksymalne przesunięcie osiowe (rys.3)
długość łuku, na którym rozmieszczone są błędy wykonania. W dalszym ciągu przyjęto

$$\delta_{kmax} = c_1 \cdot \frac{F_{xk}}{\sin \beta_k}$$
(9)

$$s_{kmax} = c_2 \cdot m_k \tag{10}$$

gdzie:

m<sub>k</sub> - moduł czołowy zębów k-tego stopnia, F<sub>xk</sub> - błąd kierunku zębów na k-tym stopniu, c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub> - stałe, niezależne od numeru stopnia, na którym realizuje się kinematyczne wymuszenie.

Podstawienia (8) oraz założenia przyjęte w formie relacji (9) i (10) pozwalają na doprowadzenie zasadniczego wzoru (6) do postaci wygodniejszej w obliczeniach. Mianowicie

$$\Delta_{\mathbf{k}} = \frac{\mathbf{f}_{\mathbf{k}} (\mathbf{s}_{\mathbf{k}\max} \cdot \mathbf{s}_{\mathbf{k}})}{\delta_{\mathbf{k}\max}} = \mathbf{F}_{\mathbf{k}} \mathbf{s}_{\mathbf{k}}) \quad (11)$$
$$\frac{\mathrm{df}_{\mathbf{k}}(\mathbf{s}_{\mathbf{k}})}{\mathrm{ds}_{\mathbf{k}}} = \frac{\mathrm{dF}_{\mathbf{k}}(\mathbf{s}_{\mathbf{k}})}{\mathrm{dS}_{\mathbf{k}}} \cdot \frac{\delta_{\mathbf{k}\max}}{\mathbf{s}_{\mathbf{k}\max}}, \quad (12)$$

$$\frac{d^{2}f_{k}(s_{k})}{ds_{k}^{2}} = \frac{\delta_{kmax}}{s_{kmax}} \cdot \frac{d^{2}F_{k}(s_{k})}{ds_{k}^{2}} \cdot \frac{1}{s_{kmax}} = \frac{\delta_{kmax}}{s_{kmax}^{2}} \cdot \frac{d^{2}F_{k}(s_{k})}{ds_{k}^{2}}$$
(12)

Wstawiając wyrażenie (12') do wzoru na przyspieszenie (6), otrzymuje się

$$a_{k} = \omega_{1}^{2} \cdot \frac{r_{2k-1}}{\frac{k-1}{m}} \cdot \frac{d^{2}F_{k}(s_{k})}{ds_{k}^{2}} \cdot \frac{\delta_{k\max}}{s_{k}^{2}}$$
(13)

ędnieniu zależności (9) i (10) ostatecznie a po

$$a_{k} = \omega_{1}^{2} \frac{r_{2k-1}^{2}}{\frac{k-1}{3}} \cdot \frac{c_{1} r_{xk}}{c_{2}^{2} m_{k}^{2} \sin \beta_{k}} \cdot \frac{d^{2} r_{k}(s_{k})}{ds_{k}^{2}}$$
(14)

Maksymalna wartość przyspieszenia a<sub>kmax</sub>, jaką wywołać mo-że wymuszenie zrealizowane na k-tym stopniu, będzie

zależeć od wartości  $\left[\frac{d^2 F_k(S_k)}{dS_k^2}\right]$ 

Zakłada się w dalszym ciągu, że wymienione maksymalne wartości drugiej pochodnej są jednakowe dla wszystkich stopni. Wzór (14) można wówczas zanotować następująco

$$a_{kmax} = C \cdot \frac{r_{2k-1}^2}{\frac{k-1}{3}} \cdot \frac{F_{xk}}{m_k^2 \sin\beta_k}$$
 (15)

gdzie:

 $\mathbf{c} = \omega_1^2 \cdot \frac{\mathbf{c}_1}{\mathbf{c}_2^2} \cdot \left[ \frac{\mathrm{d}^2 \mathbf{F}_k(\mathbf{s}_k)}{\mathrm{d} \mathbf{s}_k^2} \right]_{-\infty}$ (15')

Stała C zawiera wyłącznie wielkości niezależnie od numeru stopnia, na którym realizuje się wymuszenie. Stopień (zazębienie) o numerze k dzieli masy elementów na dwie części: I i II (rys.1). Ruch części I jest możliwy jedynie wówczas, jeśli numer mocowanego osiowo wałka j jest większy od numeru stopnia, na którym realizuje się wymuszenie (j > k). Ruch części II możliwy jest gdy  $j \le k$ .

Wobec powyższego przyspieszenie części I można ściśle wyrazić wzorem

$$\mathbf{a}_{jk}' = \begin{cases} \mathbf{C} \cdot \frac{\mathbf{r}_{2k-1}^2}{\frac{\mathbf{K}-1}{\mathbf{J}_s}} \cdot \frac{\mathbf{F}_{\mathbf{x}\mathbf{k}}}{\mathbf{m}_k^2 \sin\beta_k} & \text{jeśli } j > k, \end{cases}$$
(16)

zaś przyspieszenie części II

$$a_{jk}'' = \begin{cases} c \cdot \frac{r_{2k-1}^2}{k-1} \cdot \frac{F_{xk}}{m_k^2 \sin\beta_k} & \text{jeslijk}, \\ \prod_{s=0}^{F_{xk}} i_s^2 \cdot \frac{F_{xk}}{m_k^2 \sin\beta_k} & \text{jeslijk}, \end{cases}$$
(16)

Na podkreślenie zasługuje fakt, że przyspieszenia osiowe poszczególnych części elementów przekladni zależą nie tylko od numeru k stopnia, na którym występuje wymuszenie kinematyczne, ale również od numeru j mocowanego osiowo wałka.

### 2.2. Wskaźniki dynamicznych sił osiowych

Wielkość dynamicznej siły osiowej można określić na podstawie drugiej zasady Newtona wy schematu opartego na równaniu

$$R = a \cdot M \tag{17}$$

#### gdzie:

R - osiowa siła dynamiczna,

a, M - odpowiednie przyspieszenia i many, ulegające tym przyspieszeniom.



47

Rys.4

Suma mas elementów przekładni, występująca we wzorze (17) zależy od numeru zazębienia i, na których obserwu-

 $\frac{\frac{P}{2} tg\beta + \frac{R}{2}}{\frac{P}{2} tg\beta}$   $\frac{\frac{P}{2} + \frac{R}{2 tg\beta}}{\frac{P}{2} - \frac{R}{2 tg\beta}}$   $\frac{\frac{P}{2} tg\beta - \frac{R}{2}}{\frac{P}{2} tg\beta - \frac{R}{2}}$ 

Rys.5

jemy pojawienie się siły osiowej przy ustalonych numerach j, k. Osiowa siła dynamiczna jest więc łącznie zależna od trzech wskaźników i,j.k. Wartość osiowej siły

dynamicznej R nie stanowi jeszcze właściwej miary przeciążenia zęba. Właściwą miarą będzie względny przyrost siły obwodowej, wywołany pojawieniem się siły osiowej.

Rys.4 i rys.5 przedstawiają siły działające na zęby kół daszkowych. Wynika z nich następujący wzór

 $P_{a} = \frac{P}{2} tg\beta \qquad (18)$ 

gdzie:

P<sub>a</sub> - statyczna wartość siłv osiowej,

(19)

P - siła obwodowa działająca na całe koło.

Po pojawieniu się dynamicznej siły osiowej R, skierowanej np. w prawą stronę, rozkład sił zmieni się. Strona prawa wieńca obciążona jest teraz siłą obwodową statyczną 0,5 P oraz siłą dynamiczną

$$P_d = \frac{R}{2tg\beta}$$



Tym samym strona prawa jest obciążona w kierunku obwodowym siłą

$$P_{c} = 0,5 P + \frac{R}{2 t g \beta}$$
 (20)

Strona lewa jest w tym samym stopniu odciążona. W szczególnym przypadku, gdy osiowa siła dynamiczna jest tak duża, że

$$R = P tg\beta, \qquad (21)$$

wówczas prawa strona przenosi całe obciążenie, a lewa jest zupełnie odciążona.

Zależność (20) przedstawić można wygodniejszym wzorem

$$P_{2} = 0.5 P (1 + Y)$$
 (22)

$$Y = \frac{R}{P t g \beta}$$
(23)

jest przyrostem względnym siły obwodowej, przenoszonej przez jedną połówkę koła, a wywołanym pojawieniem się osiowej siły dynamicznej, Liczbę Y nazwano wskaźnikiem dynamicznej siły osiowej R.

Bezpośrednim wnioskiem ze wzoru (23) jest, że wskaźnik dynamicznej siły osiowej Y jest uzależniony, podobnie jak dynamiczna siła osiowa R, od trzech indeksów

$$Y_{ijk} = \frac{R_{ijk}}{P_i tg\beta_i}$$
(24)

W szczególnym przypadku, gdy j = 1, lub j = n + 1, tzn. wówczas, gdy mocowany jest pierwszy lub ostatni wałek przekładni, wzór (24) można przedstawić w następującej formie

n+1

$$\mathbf{Y}_{i1k} = \begin{cases} a_{1k}^{"} \sum_{\substack{s=k+1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{1k}^{"} \sum_{\substack{s=k+1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{1k}^{"} \sum_{\substack{s=i+1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ tg \ \beta_i}} M_s \\ \frac{a_{n+1,k}^{'} \sum_{\substack{s=1 \\ P_i \ t$$

gdzie M<sub>s</sub> - masy związane z kolejnymi wałkami przekładni. Przyspieszenia a<sub>jk</sub> oblicza się na podstawie wzorów (16) lub (16<sup>°</sup>).

Wyznaczone dla danej przekładni wartości wskaźników dynamicznych sił osiowych Y oraz Y i,n+1,k już w zupełności do określenia wartości Y dla mocowanych wałków pośrednich. Można tutaj posłużyć się następującym schematem

 $Y_{ijk} = \begin{cases} Y_{i,n+1,k}, & jeśli i,k < j, \\ 0, & jeśli i lub k \ge j, \\ Y_{i1k}, & jeśli,k \ge j. \end{cases}$ (27)

Podany sposób obliczania wskaźników dynamicznych sił osiowych jest zilustrowany na przytoczonym niżej przykładzie liczbowym.

Należy podkreślić, że wskaźniki dynamicznych sił osiowych są liczbami względnymi. Do określenia wartości bezwzględnych byłaby konieczna znajomość stałej C, występującej we wzorze (15). Niemniej jednak tabele wskaźników pozwalają na ocenę wpływu, jaki ma osiowe mocowanie każdego wałka przekładni na rozkład przeciążeń, spowodowanych pojawieniem się dynamicznych sił osiowych. Umożliwia to jednocześnie wybór tego wałka przekładni, którego zamocowanie osiowe zapewni optymalne warunki pracy z uwagi na osiowe siły dynamiczne.

## 3. Przykład liczbowy

Rozważono pięciostopniową przekładnię z kołami o zębach daszkowych, pokazaną na rys.6.



Rys.6

Przyjęto następujące dane:

Masy wałków, wraz z osadzonymi na nich kołami:  $M_1=70kg$ ,  $M_2=800kg$ ,  $M_3=1700kg$ ,  $M_4=3200kg$ ,  $M_5=11000kg$ ,  $M_6=15000kg$ .

Promienie podziałowe zębników:  $r_1=100$ mm,  $r_3=150$ mm,  $r_5=200$ mm,  $r_7=275$ mm,  $r_0=380$ mm.

Promienie kół napędzanych:  $r_2=300$  mm,  $r_4=375$  mm,

 $r_6=520mm$ ,  $r_8=743mm$ ,  $r_{10}=912mm$ . Blędy kierunków zębów:  $F_{x1}=14\mu$ ,  $F_{x2}=17\mu$ ,  $F_{x3}=30\mu$ ,  $F_{x4}=40\mu$ ,  $F_{x5}=55\mu$ .

Moduły czołowe zębów na poszczególnych stopniach: m<sub>1</sub>=6mm, m<sub>2</sub>=8mm, m<sub>3</sub>=10mm, m<sub>4</sub>=12mm, m<sub>5</sub>=14mm.

Obwodowe siły statyczne na poszczególnych stopniach, wynikające z przenoszonej mocy:  $P_1=800kG$ ,  $P_2=1600kG$ ,  $P_3=3000kG$ ,  $P_4=5675kG$ ,  $P_5=11100kG$ .

Kąty nachylenia daszków:  $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = \beta$ . Posługując się wzorami (16), (16'), (25) i (26) wyznaczono wskaźniki dynamicznych sił osiowych przy mocowanych wałkach pierwszym i szóstym

$\left\{\frac{\mathtt{Y}_{\mathtt{ilk}}}{\mathtt{D}}\right\} =$	154,0	25,70	7,82	1,79	0,274		
	75,2	12,85	3,91	0,897	0,137		
	37,8	6,67	2,08	0,48	0,073	,	(28)
	17,8	3,04	0,98	0,253	0,038		
	5,26	5 0,89	0,289	0,074	0,020		
$\left\{\frac{\mathtt{Y}_{\mathtt{i6k}}}{\mathtt{D}}\right\} =$	0,341	0,0581	0,0187	0,00	48 0	00128	
	0,170	0,361	0,116	0,03	0 0	,00795	
	0,091	0,193	0,183	0,04	73 0,	0125	(29)
	0,048	0,102	0,106	0,05	51 0,	0148	
	0,024	0,0521	0,0495	0,02	87 0	0221	

Dla przykładu podano sposób przeliczenia wskaźnika ¥214:

 $\mathbf{Y}_{214} = \frac{\mathbf{a}_{14}^{"} \sum_{s=5}^{0} \mathbf{M}_{s}}{\mathbf{P}_{2} \cdot \mathbf{tg}\beta} \qquad \text{wg wzoru (25)}$ 

$$r_{14} = C \cdot \frac{r_7^2}{\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5}} \cdot \frac{F_{x4}}{m_4^2 \cdot \sin}$$

wg wzoru (16')

Wstawiając dane liczbowe otrzymuje się w dalszym cięgu

$$a''_{14} = 0,0552 \frac{C}{\sin \beta}$$
  
$$Y_{214} = \frac{0,0552 \cdot C (11000+15000)}{1600 \cdot tg \beta \cdot \sin \beta} = 0,897 \text{ D},$$

a

$$D = \frac{C}{tg\beta \cdot \sin\beta} \cdot$$

Na podstawie wyznaczonych macierzy  $\{Y_{i1k}\}$  i  $\{Y_{i6k}\}$ można, posługując się wzorem (27), ustalić brakujące cztery macierze wskaźników , odpowiadające mocowanym wałkom pośrednim:

	0,341	0	0	0	0	
$\left\{\frac{\mathbf{Y}_{1:2\mathbf{k}}}{D}\right\} =$	0	12,85	3,91	0,897	0,137	
	0	6,47	2,08	0,478	0,073	(30)
	0	3,04	0,98	0,253	0,038	-
	0	0,897	0,289	0,0745	0,0197	

54	Ludw	ik Mülle	r, Zbigi	niew Bog	gucki	
and the	0,341	0,0581	0	0	0	<b>Martine</b>
	0,170	0,361	0	0	0	
$\left( \mathbf{Y}_{i,3k} \right)$	0	0	2,08	0,478	0,073	, (31)
	0	0	0,98	0,253	0,038	1.500
	0	0	0,289	0,0745	0,0197	all the second
	0,341	0,0581	0,0187	0	0	
	0,170	0,361	0,116	0	0	
$\left[ \mathbf{Y}_{\mathbf{i}4\mathbf{k}} \right]$	0,0908	0,193	0,183	0	0	, (32)
	0	0	0	0,253	0,038	
	0	0	0	0,0745	0,0197	
	0,341	0,0581	0,0187	0,0048	0	
	0,170	0,361	0,116	0,030	0	
$\left[ Y_{i5k} \right]$	0,0908	0,193	0,183	0,0473	0	. (33)
D	0,0480	0,102	0,106	0,0551		
·	0	0	0	0	0,0197	P. B. S. ST.

Jeśli założyć, że w danej chwili zachodzi maksymalne wymuszenie na jednym tylko stopniu, wówczas z macierzy (28) + (33) należałoby wybrać największe wartości wskaźników dynamicznych dla kolejno mocowanych wałków. Wskaźniki te wynoszą: 154, OD, 12,85 D, 2,08 D, 0,361 D, 0,361 D. 0,361 D.

Z zestawienia tego wynika, że należy zdecydowanie wykluczyć możliwość osiowego mocowania trzech pierwszych wałków.

Jeśli założyć, że jednocześnie realizują się wymuszenia na wszystkich stopniach i to jednakowe co do znaku (jest to możliwość najniekorzystniejsza dla pracy przekładni), wówczas wskaźniki dynamicznych sił osiowych sumują się. O przeciążeniu zębów decydują maksymalne sumy

Y<sub>ijk</sub>)<sub>max</sub>, policzone znowu dla kolejno mocowanych

wałków. Wynoszą one: 189,58 D, 17,794 D, 2,631 D, 0,647 D, 0,677 D, 0,685 D.

Liczby powyższe wskazują na czwarty wałek, jako optymalny do osiowego mocowania.

Z przeprowadzonych rozważań wynika, że wysokie wartości dynamicznych wskaźników występują przy mocowaniu wałków szybkobieżnych. Wprawdzie obliczenia prowadzą zgodnie do czwartego wałka jako optymalnego, jednak różnice między odpowiednimi wartościami wskaźników są niewielkie i mogą leżeć w granicach błędów oceny. Na podkreślenie zasługuje natomiast duży skok wartości wskaźników dynamicznych przy przejściu od mocowania wałków wolnobieżnych do mocowania wałków szybkobieżnych.

# 4. WNIOSKI KOŃCOWE

Proponowany sposób określania wpływu jaki ma łożyskowanie osiowe wielostopniowej przekładni daszkowej na rozkład dynamicznych sił osiowych i odpowiednich wskaźników dynamicznych nie wymaga wyznaczania rzeczywistych wartości tych sił.

Obliczenia, jakie należy wykonać są proste i sprowadzają się do wyznaczenia elementów dwóch kwadratowych macierzy o wymiarze równym ilości stopni przekładni.

Metoda nie ogranicza ilości stopni przekładni, ani ilości mas doczepianych do poszczególnych wałków.

#### LITERATURA

- L. Müller: "Siły dynamiczne w kołach zębatych" Przegląd Mechaniczny nr 14 r. 1960
- L. Müller: "Teoria podobieństwa mechanicznego" WNT Warszawa 1961.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОСЕВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК В ПЕРЕДАЧАХ С ШЕВРОННИМИ ЗУБГОТИМИ КОЛЕСАМИ

# Резюме

Погрешности при нарезании зубьев являются источником динамических нагрузок, среди которых существуют нагрузки осевого направления. Эти нагрузки вызывают добовочные перегрузки

Эти нагрузки вызывают добовочные перегрузки зубьев. Конструкционные решения редукторов с шевронными зубчатыми колесами предусматривают (по необходимости) сделание недвижимым в осевом направлении одного лишь валка.

Подбор этого валка имеет существенное значение при формировании распределения перегрузок зубьев на разных степенях передачы. Основной целью работы является численный учёт этого влияния и приведение метода для надёжного подбора валка, отсутствие осевых передвижений которого, обеспечивает оптимальные условия работы передачы.

Редуктор понимают как систему обсолютно твердых тел. Принята може некоторая однородность распределения погрешностей узготовления, состоящая в равенстве максимальных кривизн, сведённых к безразмерному виду кривых распределения погрешностей.

Как мерило перегрузки зуба принимается соотношение силы по окружности приходящейся на половинку зуба, происходящей от динамической аксиальной силы и соответствующей силы по окружности, которая является результатом переносимой мощности. Так определенное безразмерное число назвали указателем динамической осевой силы.

В работе приведён метод определения динамических указателей осевых сил при последовательно останавливаемых передаточных валках.

Простне расчёты, которые необходимо произвести, не выходят за пределы арифметических действий и сводятся к определению элементов двух квадратных матриц с размером равным количеству степеней передачы.

Приведённый метод не ограничивает количества степеней как и количества масс подсоединяемых к отдельным валкам. Приведён численный пример относящийся к пятиступенчатой передаче.

# DYNAMIC AXIAL FORCES DISTRIBUTION IN HERRINGBONE TRANSMISSION GEARS

#### Summary

Errors in teeth quality work are sources of so called dynamic forces, among which appear forces with an axial direction. These forces cause an additional overload of teeth.

Construction solutions of herringbone transmission gear have foreseen (out of necessity) protection of only one shaft against any displacements with axial direction.

Choice of this shaft has an essential meaning in the distribution of teeth overloads at various stages of transmission gear. The fundamental purpose of this work is the numerical formulation of this influence and creation of a method that would permit a sure choice of a shaft that might have given optimal conditions of transmission gear. Work after immobilization of its exis.

A transmission gear is regarded as a set of bodies perfectly rigid. At the same time there was put forward a supposition of the distribution uniformity of execution errors, which depended on the equality of maximal curvatures of error distribution curves, after bringing the latter ones to the dimensionless shape. As a measurement of a tooth overload has been regarded a relation of circumferential force of half a tooth, coming from a dynamic axial force and a relative circumferential force, which follows from the carried force.

Thus defined dimensionless number has been called the dynamic index of axial force.

#### Ludwik Muller, Zbigniew Bogucki

In the paper a method of determining dynamic index of axial forces with the successively immobilized shafts of transmission gear - has been given.

Simple computations, which should be done don't go beyond the limit of arithmetic operations and are reduced to determining elements of two square matrixes with dimensions equal to the number of gear stages. The given method has not limited the number of stages as well as the number of masses connected with each shaft. The numerical example referring to the five-stage transmission gear has been worked out.