Jahrgang XVII. 1911. No. 3.

Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

Begründet unter Mitwirkung von **Bernhard Schwalbe** und **Friedrich Pietzker**, von diesem geleitet bis 1909, zurzeit herausgegeben von

Prof. Dr. **A. Thaer**,

Direktor der Oberrealschule vor dem Holstentore in Hamburg.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 57.

Redaktion: Alle für die Redaktion bestimmten Mitteilungen und Sendungen werden nur an die Adresse des Dir. Thaer, Hamburg 36, erbeten.

Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (5 Mk. Jahresbeitrag) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Königswortherstraße 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 8 Nummern ist 4 Mark, für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift unentgeltlich; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhdlg. zu beziehen. Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermäßigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

XX. Hauptversammlung

des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts in Münster i. Westf. vom 5. bis 8. Juni 1911.

Der Ortsausschuß unter dem Vorsitz des Herrn Geheimen Regierungsrates Prof. Dr. Killing gliedert sich folgendermaßen:

1. Ehrenausschuß.

Herr Wirklicher Geheimer Ober-Regierungsrat Ascher, Präsident der General-Kommission; Herr Prof. Dr. Diekamp, d. Z. Rektor der Westfälischen Wilhelms-Universität; Herr Dr. jur. et phil. Hammerschmidt, Landeshauptmann; Herr Regierungspräsident v. Jarotzky; Herr Geheimer Regierungsrat Prof. Dr. Hittorf; Herr Oberbürgermeister Dr. Jungeblodt; Herr Landesrat Kayser, Stadtverordneten-Vorsteher.

2. Geschäftsausschuß.

Obmann: Herr Geheimer Regierungsrat Prof. Dr. Killing.

Mitglieder: Herr Prof. Dr. Busz; Herr Prof. Dr. Correns; Herr Bürgermeister Dieckmann; Herr Prof. Dr. Kaßner; Herr Geheimer Regierungsrat Prof. Dr. König; Herr Oberlehrer Dr. Linneborn; Herr Prof. Dr. Meinardus; Herr Prof. Dr. Plaßmann; Herr Prof. Dr. Püning; Herr Prof. Dr. Rosemann; Herr Geheimer Regierungsrat Prof. Dr. Salkowski; Herr Provinzialschulrat Dr. Schickhelm; Herr Prof. Dr. Gerh. Schmidt; Herr Prof. Dr. Stempell; Herr Baugewerbeschul-Direktor Vonderlinn; Herr Prof. Dr. Wangemann.

3. Presseausschuß.

Obmann: Herr Prof. Dr. Plaßmann.

Mitglieder: Herr Prof. Dr. Wangemann; Herr Hauptredakteur Th. Warnecke als Vertreter des Pressevereins Münster und der vier in Münster erscheinenden Zeitungen.

4. Besichtigungsausschuß.

Obmann: Herr Prof. Dr. Püning.

Mitglieder: Herr Stadtverordneter Baltzer; Herr Regierungsbaumeister Hensen; Herr Regierungsbaumeister Jürgens in Henrichenburg; Herr Privatdozent Dr. Koch; Herr Bergwerksbesitzer Clemens Mittelviefhaus in Recklinghausen; Herr Stadtbaurat Tormein, Direktor der städtischen Betriebswerke; Herr Privatdozent Dr. Wegner.

5. Festausschuß.

Obmann: Herr Geheimer Regierungsrat Prof. Dr. Killing.

Mitglieder: Herr Prof. Dr. Busz; Herr Prof. Dr. Hovestadt.

Tages-Ordnung.

Montag, den 5. Juni, 8 Uhr abends: Begrüßung im Hotel Moormann.

Dienstag, den 6. Juni, 9 Uhr vormittags: 1. allgemeine Sitzung.

9 Uhr: Begrüßungen.
$9^3/_4$ Uhr: Geheimer Regierungsrat Prof. Dr. Klein: Aktuelle Probleme der Lehrerbildung.
11 Uhr: Frühstückspause.
$11^1/_2$ Uhr: Prof. Dr. Becher: Raum und Kausalität.
$12^1/_4$ Uhr: Prof. Dr. Dehn: Ueber Inhaltslehre.
1 Uhr: Mittagspause.

3 Uhr nachmittags: 2. allgemeine Sitzung.

3 Uhr: Prof. Walter Schmidt-Düren: Vertiefung oder sogenannte allgemeine Bildung?
$3^3/_4$ Uhr: Diskussion über die Vorträge von Geheimrat Klein und Prof. Schmidt.
5 Uhr: Besichtigungen.
8 Uhr: Bierabend im Rathaussaal auf Einladung der Stadt Münster.

Mittwoch, den 7. Juni, 8 Uhr vormittags: Abteilungssitzungen.

A) Mathematisch-physikalische Abteilung.

8 Uhr: Prof. Dr. Plaßmann: Der heutige Stand der Lehre vom Lichtwechsel der Fixsterne.
$8^3/_4$ Uhr: Prof. Dr. v. Lilienthal: Berücksichtigung der politischen Arithmetik im Unterricht.
$9^1/_2$ Uhr: Oberlehrer Schmelzer: Ueber Busmanns Kegelschnittzirkel.
10 Uhr: Prof. Dr. Gebhardt: Ein einfacher Schulapparat zur Sichtbarmachung der Schallwellen nach Toeplers Schlierenmethode.

B) Biologische Gruppe.

8 Uhr: Prof. Dr. v. Hanstein: Behandlung des Planktons im Schulunterricht.
9 Uhr: Prof. Dr. Rosemann: Versuche über Biologie, die sich für den Schulunterricht eignen.
$9^3/_4$ Uhr: Dr. Schoenichen: Die Pilzkunde als Gegenstand der biologischen Uebungen der Oberstufe.
$10^1/_2$ Uhr: Frühstückspause.

11 Uhr: 3. allgemeine Sitzung.

11 Uhr: Prof. Dr. Stempell: Ueber die Verwendung mikrophotographischer Lichtbilder beim naturwissenschaftlichen Unterricht.
12 Uhr: Geschäftssitzung.
1 Uhr: Mittagspause.

3 Uhr: 4. allgemeine Sitzung.

3 Uhr: Prof. Dr. Konen: Ueber einige Probleme und Ergebnisse der Spektroskopie (mit Versuchen).
$3^3/_4$ Uhr: Prof. Dr. Thiel: Illustrationsversuche zur chemischen Mechanik.
$4^1/_2$ Uhr: Besichtigungen.
8 Uhr: Festessen im Hotel Moormann (3 M. Ueberrock).

Donnerstag, den 8. Juni: Wissenschaftliche Exkursionen.

A) Technische Exkursion.

7 Uhr 58 Min.: Abfahrt nach Recklinghausen zur fachmännischen Besichtigung einer Zeche. Mittagessen im Hotel Engelsburg (ohne Weinzwang). Fahrt nach Henrichenburg zur Besichtigung des Schiffshebewerks und der im Bau begriffenen Sparschleuse (von 14 m Höhe).

B) Geognostische Exkursion (Kosten 8 bis 9 M).

8 Uhr 19 Min.: Abfahrt nach Lengerich. Besichtigung der in petrographischer und tektonischer Beziehung interessanten Aufschlüsse in der Zementgrube. Kurze Wanderung, dann Wagenfahrt.

12 Uhr 30 Min.: Frühstück in Lommers am Rotenberge bei Haßbergen.

2 Uhr: Wanderung, dann Wagenfahrt.

6 Uhr: Mittagessen in Osnabrück.

8 Uhr 49 Min.: Ankunft in Münster.

Mitteilungen. Die Herren Vereinsmitglieder werden darauf aufmerksam gemacht, daß in den Provinzen, in denen die Pfingstferien sich nicht auf die ganze Pfingstwoche erstrecken, nach Seite 23 der preußischen Dienstanweisung Urlaub für die Versammlung bei dem betr. Provinzial-Schulkollegium nachgesucht werden kann. Es empfiehlt sich, diese Urlaubsgesuche möglichst frühzeitig einzureichen. Auf Eingaben des Vorstandes an die Provinzial-Schulkollegien ist teils eine wohlwollende Prüfung und möglichste Berücksichtigung zugesagt, teils eine Ergänzung durch Mitteilung der Tagesordnung verlangt. Es ist demnach zu hoffen, daß die Genehmigung der Gesuche nicht auf Schwierigkeiten stoßen wird.

Aenderungen und Ergänzungen der Tagesordnung werden vorbehalten.

Das Bureau befindet sich am Nachmittag und Abend des 5. Juni im Hotel Moormann. Am 6. Juni, von 8 Uhr an, im Universitätsgebäude, wo auch die Sitzungen stattfinden.

Anmeldungen zur Teilnahme, insbesondere auch für das Festessen und die Exkursionen, bitten die Unterzeichneten tunlichst vor dem 1. Juni an den Vorsitzenden des Ortsausschusses zu richten, der auch Auskunft über Wohnungen usw. vermitteln wird.

Geh. Regierungsrat Prof. Dr. Killing
Vorsitzender des Ortsausschusses.

Prof. Dr. Thaer
d. Z. Vorsitzender des Vereins.

„Grenzgänge eines Biologen".

Von Prof. Dr. Schwarze (Hamburg).

Vortrag, gehalten im naturwissenschaftlichen Verein in Hamburg am 22. März 1911.

Im nächsten Herbst werden es zehn Jahre, daß von Hamburg, man könnte sagen von diesem Saale aus, die Bewegung für die Wiedereinführung des biologischen Unterrichts in die oberen Klassen der höheren Schulen ihren Weg in die Oeffentlichkeit nahm.

Für uns Fachlehrer waren diese zehn Jahre eine Zeit der Versuche und des Suchens, wobei die vorgesetzten Behörden uns in dankenswerter Weise völlige Freiheit in der Ausgestaltung des Unterrichts gelassen haben.

Bis dahin bewirtschafteten wir schlecht und recht ein kleines, aber wohlumgrenztes Gebiet, die Schulnaturgeschichte für die unteren und mittleren Klassen, wobei uns die Auswahl und Behandlung des Unterrichtsstoffes kein besonderes Kopfzerbrechen verursachte.

Durch die Neuordnung der Dinge wurde der biologische Fachlehrer in die eigenartige Lage eines Mannes versetzt, der zu seinem kleinen ererbten Besitz plötzlich ein sehr viel größeres Gebiet zugewiesen erhält und dieses Gebiet, das ihm sehr interessante, aber auch sehr schwierige Aufgaben stellt, nach freiem Ermessen bewirtschaften soll.

Die ganze Welt des Lebendigen, von der Amöbe bis zum Menschen mit seinem körperlichen und den Grundlagen seines geistigen Lebens wurde dem Unterricht eröffnet; aber leider standen die Betriebsmittel, die man uns für die Bewirtschaftung dieses großen und schwierigen Arbeitsfeldes zur Verfügung stellte, ich meine besonders die Stundenzahl, in einem schreienden Mißverhältnis zur Größe der Aufgabe. Auch die häusliche Arbeitskraft der Schüler dürfen wir, wenigstens an einigen Anstalten, nicht in Anspruch nehmen, sondern man erwartet von uns, daß wir anstatt ehrlicher Arbeit Anregung und andere Ersatzmittel mit schön klingenden Namen, aber geringer Zugkraft vor den Pflug spannen, mit dem wir unser Gebiet beackern sollen.

Ueber diese Schwierigkeiten und die Vorschläge zu ihrer Beseitigung, die von dieser Stelle aus wiederholt gemacht sind, wollte ich heute nicht sprechen, sondern über andere, die sich aus den Grenzverhältnissen des uns zugewiesenen Gebietes ergeben.

Durch die Gebietserweiterung sind wir nämlich Grenznachbarn von anderen Besitzern geworden, die zum Teil ältere Rechte auf dieses Gebiet geltend machen, und mit denen wir uns so gut wie möglich einigen müssen.

Ich bitte Sie also, mich auf einem Grenzgange um das Gebiet des biologischen Schulunterrichts zu begleiten und mit mir zu überlegen, wie sich Grenzkonflikte vermeiden lassen, und wie sich das Nachbarschaftsverhältnis für uns möglichst angenehm und fruchtbringend gestalten läßt.

Als Nachbarn kommen in Betracht einmal der Hochschulunterricht und zweitens die übrigen Schulfächer, und unter diesen hauptsächlich die exakten Naturwissenschaften, die Geographie, Geologie und die Religionslehre.

Am wichtigsten und schwierigsten ist die Frage der Grenzregelung zwischen dem Hochschul- und dem Schulunterricht. Die Hochschulen beackern seit langer Zeit dasselbe Gebiet und dürfen von uns erwarten, daß wir ihre älteren Rechte respektieren und möglichst mit ihnen Hand in Hand arbeiten.

Es würde m. E. ein verhängnisvoller Fehler sein, wenn wir versuchen wollten, den Hochschulunterricht, wenn auch nur in einzelnen Teilen des Gebietes, zu ersetzen oder überflüssig zu machen. Wir würden weder den Hochschulen, noch unseren Schülern damit einen Gefallen tun; und wenn manche Hochschullehrer sich über den Fachunterricht auf den Schulen sehr skeptisch geäußert haben, so ist das z. T. jedenfalls in der Besorgnis vor solchen Uebergriffen begründet. Außerdem würde ein solcher Versuch schon wegen der unzureichenden Mittel, mit denen wir arbeiten, ich meine wieder hauptsächlich die Zeit, von vornherein wenig Aussicht auf Erfolg haben. Allerdings dürfen wir dafür von den Hochschullehrern erwarten, daß sie ihre Vorlesungen nicht ausschließlich nach dem Wissensstande der Gymnasialabiturienten einrichten, sondern mit der Vorbildung rechnen, welche die Realgymnasien und Oberrealschulen ihren Zöglingen mit auf den Weg geben. Es ist nicht einzusehen, weshalb in dieser Beziehung die naturwissenschaftlichen Vorlesungen anders behandelt werden sollen, als die philologischen.

Will man zu einer vernünftigen Regelung des Grenzverhältnisses gelangen, so muß man die grundlegenden Unterschiede zwischen dem Hochschul- und dem Schulunterricht scharf ins Auge fassen.

Diese liegen in der Verschiedenheit der Ziele und der zur Verfügung stehenden Mittel und Kräfte begründet.

Der Hochschullehrer will Fachleute für sein Gebiet ausbilden, die dieses Gebiet so vollständig wie möglich beherrschen und mit den Arbeitsmethoden genügend vertraut sind, um selbständige wissenschaftliche Untersuchungen auszuführen. Er kann aus dem Vollen schöpfen und hat genügend Zeit zur Verfügung, um den Gegenstand seiner Vorlesungen mit systematischer Gründlichkeit und Vollständigkeit zu erledigen. Andererseits kann er seine Lehraufgabe nach Belieben spezialisieren. Liest er z. B. über vergleichende Anatomie, so nimmt es ihm niemand übel, wenn er sich nur auf die Morphologie einläßt und die Physiologie und die Entwicklungsgeschichte nebst der Gewebslehre der Organe einem anderen Kolleg überläßt. Er darf auch damit rechnen, daß seine Hörer imstande sind, das, was sie in verschiedenen Kollegs über verwandte Wissensgebiete hören, ohne seine Hilfe in Zusammenhang zu bringen und zu verarbeiten. Der Dozent kann sich daher auch im Kolleg auf das Dozieren beschränken und braucht sich nicht zu überzeugen, ob die Hörer den Lehrgegenstand richtig aufgenommen haben.

Im Gegensatz zur Universität will die Schule keine Fachbildung, sondern Allgemeinbildung, allerdings mit den Hilfsmitteln der Fachbildung geben; denn jedes wissenschaftliche Unterrichtsfach kann nur durch die ihm eigenen Arbeitsmethoden und Gedankengänge eine Wirkung erzielen.

Die Bildung, die wir den Schülern mit auf den Weg geben, ist um so höher zu bewerten, je fester und harmonischer ihre einzelnen Bestandteile miteinander verbunden sind. Das ist eine Forderung, von deren Erfüllung unsere Schulen weit entfernt sind, und zwar die modernen noch mehr als die humanistischen. Der Naturwissenschaftler hat die Möglichkeit, diese Forderung in bezug auf die einzelnen Teile seines Gebietes zu erfüllen. Bespricht er z. B. in der Prima die Muskulatur, so muß er neben der topographischen Anatomie die Gewebebildung, die mechanische Wirkungsweise, den Stoff- und Energiewechsel und die Beziehungen zum Skelett, zum Kreislauf und zum Nervensystem berücksichtigen. Er wird daneben auch noch die Hebelgesetze und den chemischen Nachweis der Säurebildung im arbeitenden Muskel zur Erklärung mit heranziehen. Der Hochschuldozent kann sich dagegen auf die topographische Anatomie beschränken, diese um so eingehender behandeln und die Physiologie und Histologie einem andern überlassen.

Während hier ein deutlicher Unterschied zwischen Schul- und Universitätsunterricht zutage tritt, stehen sie sich in bezug auf die Auswahl und die Anwendung der Hilfsmittel für den praktischen Unterricht viel näher. Auch wir müssen unsere Schüler in die Denkweise und die Arbeitsmethoden der Naturforschung hineinführen, wenn auch nur an einigen Stellen, und wir können dabei Mikroskop und Lupe, Messer und Schere nicht entbehren.

Wir dürfen nicht vergessen, daß auch auf dieser Unterrichtsstufe der richtige Weg von der Beobachtung und Beschreibung zur Begriffs- und Urteilsbildung geht, und daß für die Beobachtung das lebende Objekt besser ist als das tote und dieses wieder besser als Abbildungen und Modelle. Selbstverständlich bleibt bei aller Aehnlichkeit zwischen einem Schul- und einem Universitätspraktikum ein sehr erheblicher gradueller Unterschied zwischen ihnen bestehen.

Wenn die Schule eine allgemeine Bildung geben soll, so liegt darin für den Biologen auch die Notwendigkeit begründet, die reiferen Schüler an die Erörterung derjenigen Fragen und Probleme heranzuführen, an denen jeder denkende Mensch Anteil nimmt, die für unsere moderne geistige Kultur von allgemeiner Bedeutung sind, und von deren Beantwortung die Weltanschauung des einzelnen bedingt wird. Wie und in welchem Umfange solche Erörterungen in der Schule behandelt werden sollen, das soll später noch untersucht werden. Jedenfalls ist das auch ein Punkt, worin sich der Schulunterricht von der fachwissenschaftlichen Vorlesung unterscheidet, denn der Spezialist auf dem Katheder wird selten geneigt sein, derartige Forderungen zu berücksichtigen.

Und nun tritt uns die Frage entgegen, wie wir diese Aufgaben in der außerordentlich kurzen Zeit, die uns zur Verfügung steht, und mit Schülern, deren häuslichen Fleiß wir nicht belasten dürfen, lösen sollen: daß eine auch nur annähernd befriedigende Lösung in der einen Wochenstunde nicht möglich ist, die das Realgymnasium dafür übrig hat, haben wir hier schon mehr als einmal festgestellt.

Selbst die doppelte Stundenzahl würde nicht genügen, wenn wir den Unterrichtsstoff nicht sehr stark einschränken würden. Stehen doch dem Universitätsdozenten für die vergleichende Anatomie der Tiere allein mehr Stunden zur Verfügung, als den Oberrealschulen für die ganze Naturgeschichte des Tier- und Pflanzenreichs mit Einschluß der Physiologie, Entwicklungslehre, Psychologie, Anthropologie und der praktischen Uebungen.

Wir müssen also den Unterrichtsstoff kürzen, indem wir auf die systematische Vollständigkeit verzichten. Wie soll diese Einschränkung nun erfolgen? Soll man überall gleichmäßig kürzen und von jedem Kapitel einen bestimmten Teil fortlassen? Dann würde man jeder gründlichen Erörterung aus dem Wege gehen müssen, und das Ergebnis würde ein Kolleg im Depeschenstil sein, woran weder Schüler noch Lehrer Freude haben dürften. Es bleibt also nichts übrig, als aus dem Gesamtgebiet einige Kapitel herauszugreifen und diese dafür um so gründlicher zu behandeln.

Handelt es sich um die allgemeineren Probleme, z. B. um die Entwicklungslehre, so wird man sich in der Auswahl der Einzeltatsachen eine starke Beschränkung auferlegen müssen und nur die Belege geben können, die für das zu erörternde Problem von besonderer Wichtigkeit sind.

Diese Auswahl und Gruppierung von Tatsachen, die als Beweismittel für Hypothesen dienen sollen, ist aber eine sehr bedenkliche Sache, denn auf diese Art lassen sich die unwahrscheinlichsten und widersprechendsten Dinge beweisen. Ich brauche zum Belege wohl nur auf die Streitschriften für und gegen Darwin, auf Weismann und Fleischmann z. B., hinzuweisen.

Es gibt nur einen Weg, um aus diesem Dilemma herauszukommen: man darf überhaupt Hypothesen und Fragen, um die noch gestritten wird, nicht in dem einen oder andern Sinne beweisen wollen, sondern muß das Für und Wider unparteiisch abwägen und darf dabei die unbequemen Tatsachen nicht übergehen. Wenn es sich z. B. um das Problem der Stammesentwicklung handelt, so darf man nicht verschweigen, daß man von den endlosen Zeiträumen, die den kambrischen Ablagerungen vorangingen, und ihrem organischen Leben so gut wie gar nichts weiß, und daß die paläontologischen Dokumente für die spätere Stammesentwicklung der Tiere und Pflanzen ganz außerordentlich lückenhaft sind. Ein derartiges kritisches Abwägen der Gründe und Gegengründe läßt zwar kein so schönes und abgerundetes Bild entstehen, wie manche phantasiebegabten Phylogenetiker es von der Stammesgeschichte entwerfen, aber es gibt uns die einzige Möglichkeit, als ehrliche Vertreter einer ehrlichen Wissenschaft vor unseren Schülern zu bestehen.

Wir sind damit von unserem Thema, dem Verhältnis des Schul- zum Universitätsunterrichts, etwas abgeschweift, und ich darf daher vielleicht die Hauptpunkte noch einmal hervorheben:

Der Schulunterricht in der Biologie verzichtet auf systematische Vollständigkeit des Lehrstoffs. Er will keine eigentliche Fachbildung, sondern eine möglichst einheitliche Allgemeinbildung mit den Hilfsmitteln der Fachbildung geben. Unter den wissenschaftlichen Problemen berücksichtigt er namentlich diejenigen, die für das geistige Leben unserer Zeit eine allgemeinere Bedeutung haben.

Und nun lassen Sie mich diese Leitsätze noch an einem Beispiel aus der Unterrichtspraxis erläutern.

Es möge sich um die vergleichende Anatomie und Physiologie der Tiere handeln, wofür, abgesehen vom Praktikum, in welchem natürlich auch manche Fragen der vergleichenden Anatomie zur Verhandlung kommen, etwa 30 Unterrichtsstunden verfügbar sind. (Nebenbei bemerkt ungefähr der sechste Teil der

Zeit, die der Hochschuldozent für diese beiden Gegenstände verwenden kann.) Was soll man aus dem ungeheuren Material auswählen? Das nächstliegende ist das Skelett, einmal, weil auf diesem Gebiete die Ergebnisse der Forschung am sichersten sind, 2. weil es dem Schüler ein im wörtlichen Sinne greifbares und in den Sammlungen meistens gut vertretenes Anschauungsmaterial bietet und 3. weil der Schüler für diesen Teil des tierischen Organismus am meisten Vorkenntnisse aus den unteren Klassen mitbringt.

Nun heißt es aber weiter auswählen! Die niederen Typen können nur kursorisch behandelt werden, zumal da sie gewöhnlich in der IIb kurz vorher durchgenommen sind; aber auch die vergleichende Anatomie des Skeletts der Wirbeltiere und des Menschen bietet noch viel zu viel Stoff, als daß wir alles gleich gründlich behandeln könnten.

Ich persönlich bin schließlich dahin gelangt, die Wirbelsäule und die Gliedmaßen eingehender als das übrige vorzunehmen. Die Wirbelsäule, weil sich an ihr das Beharrungsvermögen, d. h. die Beständigkeit des Grundplanes innerhalb eines Tierstammes am besten zeigen läßt, und weil sich bei ihr alle Entwicklungszustände vom Knorpelrohr der Neunaugen bis zur Wirbelsäule des Menschen in leicht faßlicher Weise aneinanderreihen. Auch die ontogenetische Entwicklung läßt sich hier ohne Bedenken mit der phylogenetischen vergleichen.

Neben der Wirbelsäule verdienen aber auch die Gliedmaßen besondere Berücksichtigung, denn an ihnen läßt sich das andere gestaltende Prinzip, die Anpassung an äußere Lebensbedingungen, besonders klar nachweisen. „Anpassung" ist hier ohne kausale und finale Nebengedanken als einfache Beziehung zwischen Form und Funktion zu verstehen.

Daneben kommt auch hier das Festhalten an einer Grundform in schönster Weise zum Ausdruck, zumal wenn man die Organisation ausgestorbener Zwischenglieder, z. B. des Archäopteryx, mit in Betracht zieht. Nach dem Gesagten brauche ich wohl nicht zu erörtern, weshalb ich die übrigen Teile des Skeletts, besonders den Schädel und das Epidermoidalskelett, weniger hoch als Unterrichtsgegenstände einschätze. Sie mögen für den Fachmann ebenso wichtige Probleme darbieten wie die Wirbelsäule und die Gliedmaßen; für den Unterricht sind sie weniger ergiebig, weil die Beziehungen bei ihnen weniger klar und einfach liegen. Das schließt nicht aus, daß man z. B. die Goethesche Schädeltheorie des historischen Interesses halber kurz bespricht und würdigt.

Soviel über die Behandlung des Skeletts.

Was nun die übrigen Organsysteme anbelangt, so erscheint mir neben dem Skelett die vergleichende Anatomie und Physiologie des Nervensystems und der Sinnesorgane der wichtigste Gegenstand für den Schulunterricht zu sein und zwar, weil sie uns auf dem nächsten Wege zu den Grundfragen der Psychologie führen, die den Ausgangspunkt aller empirischen Philosophie bilden.

Während bei der Durchnahme des Skeletts die vergleichende Anatomie im engeren Sinne hauptsächlich zu Worte kommt, tritt hier die Physiologie in den Vordergrund. Bei der Besprechung der Sinnesorgane empfiehlt es sich vielleicht, den gewöhnlichen Lehrgang umzukehren, d. h. von der Analyse der Vorstellungen und Empfindungen auszugehen und ihr die physikalische oder chemische Erklärung der Vorgänge folgen zu lassen. Auf diese Art kann man den Schülern am besten klar machen, daß nicht Aetherschwingungen, Molekularbewegungen und Schwerkraft, sondern unsere Empfindungen die unmittelbar gegebenen Tatsachen sind.

Was nun noch von der vergleichenden Anatomie und Physiologie übrig bleibt, also in erster Linie die Organe des Stoffwechsels und des Kreislaufs sowie die Muskulatur, das läßt sich z. T. im Anschluß an die zootomischen Uebungen, z. T. auch im chemischen Unterricht unterbringen. Auch auf diesen Gebieten ist es m. E. wichtiger, die physiologischen Vorgänge, besonders die Erscheinungen des Stoff- und Energiewechsels im Tierkörper, gebührend hervorzuheben, als die Verschiedenheiten im Bau der Organe bei den einzelnen Klassen und Ordnungen bis ins einzelne hinein festzustellen.

Dieses Beispiel soll zeigen, wie man in der vergleichenden Anatomie einerseits durch Einschränkung des Tatsachenmaterials, andererseits durch Verbindung der Morphologie mit der Physiologie und mit den Grundlehren der Psychologie einen modus vivendi zwischen Schul- und Universitätsunterricht finden kann, bei dem beide Teile zu ihrem Rechte kommen würden.

Wir kommen auf unserem Grenzgange nun zu Nachbarn, mit denen wir Biologen schon seit langem in einem freundnachbarlichen Verhältnis stehen, denen wir aber durch die Ausdehnung des Unterrichts auf die Oberklassen viel näher gerückt sind. Ich meine die exakten Naturwissenschaften, Chemie und Physik.

Die Biologie ist ihnen insofern zu besonderem Dank verpflichtet, als sie ihr das Werkzeug für die Forschung liefern, während umgekehrt die Physik der Biologie viele ihrer interessantesten Probleme verdankt. Auf dem Gebiete der Physiologie zumal können die Nachbarn nur durch gemeinsame Arbeit Erfolge erzielen.

Es tut der Freundschaft keinen Abbruch, wenn die Exakten auf alle Lebenserscheinungen, die sich nicht klipp und klar in das g. c. s.-

System einreihen lassen, zuweilen mit einer gewissen Geringschätzung herabsehen, z. B. auf solche Dinge wie Hunger und Liebe der Kreaturen und alles Gefühlsmäßige, was doch für die Biologie von höchster Wichtigkeit ist. Sie wissen ja andererseits sehr wohl, daß Materie und Energie nur Abstraktionen von biologischen Tatsachen, nämlich von Bewußtseinsvorgängen, sind, und daß von den Dingen, mit denen sie es zu tun haben, nicht viel übrig bleibt, wenn die Empfindungsqualitäten von ihnen abgezogen werden.

Auch zu der Geographie und der Geologie ist die Biologie durch die Erweiterung des Unterrichts in ein nachbarliches Verhältnis getreten. Manche Wissensgebiete, z. B. die Pflanzen- und Tiergeographie, die Paläontologie und die Stammesgeschichte können die Biologen nur zusammen mit den Geologen und Geographen beackern.

Es ist Sache des Schulunterrichts, diese Beziehungen zwischen benachbarten Fächern möglichst zu pflegen. Die beste Gelegenheit dazu bietet die naturwissenschaftliche Heimatkunde auf Grund eigener Anschauung, wie sie auf Unterrichtsausflügen zu erwerben ist.

Wir kommen nun schließlich auf unserem Grenzgange in ein schwieriges Gelände. Schwierig insofern, als die Wege, die von uns zu den Nachbarn hinüberführen, den heimisch-gewohnten Boden der Erfahrung verlassen und in das Gebiet der Spekulation einbiegen. Außerdem aber müssen wir uns an dieser Stelle besonders vor Grenzverletzungen hüten, da die Flurnachbarn, mit denen wir es hier zu tun haben, nicht immer die wohlwollende Gesinnung für uns hegen, wie die, von denen wir kommen.

Ich spreche von dem Gebiete der Religionslehre und der Philosophie und nenne die beiden zusammen, weil die Naturwissenschaften, abgesehen von einigen untergeordneten Fragen, nur durch die Philosophie zur Religionslehre in Beziehung treten können.

Ehe wir dieses Grenzgebiet betreten, müssen wir uns fragen, ob wir nicht allen Schwierigkeiten, die uns hier begegnen, besser aus dem Wege gehen und das ganze Gebiet den Nachbarn überlassen sollen.

Was sagen die von der Naturforscherversammlung vor zehn Jahren einstimmig angenommenen Thesen über diesen Punkt?

Dort heißt es: „Für metaphysische Spekulationen hat die Biologie als solche keine Verantwortung und die Schule keine Verwendung".

Die Berechtigung dieser These ist allgemein anerkannt und wird von seiten der Naturwissenschaftler auch sicher niemals bestritten werden.

Aber Metaphysik und Philosophie sind nicht gleichbedeutend. Philosophie ist für uns zunächst die Allgemeinwissenschaft, die die von den einzelnen wissenschaftlichen Disziplinen gelieferten Begriffe und Gesetze weiter entwickelt und zusammenzufassen versucht.

Solche Begriffe, wie Materie, Energie, Entwicklung, gehören schon nicht mehr den einzelnen Fächern, sondern der Philosophie an, und wir philosophieren, wenn wir uns ein zusammenhängendes Bild von der Entwicklung der Arten zu machen versuchen oder über die Entstehung der Gesichtsvorstellungen nachdenken. Es spricht sich darin einfach das elementare Bedürfnis nach Vereinheitlichung und Zusammenfassung unseres Wissens über die Grenzen des Faches hinaus oder der Wille zur geistigen Herrschaft aus. Jedes wissenschaftliche Denken führt daher schließlich zu philosophischen Problemen, und daraus ergibt sich für unsere modernen Schulen die Nutzanwendung, daß, wenn wir zu einer Vereinheitlichung der Schulbildung gelangen wollen, diese nur auf dem Gebiete der Philosophie liegen kann.

Nun liegen aber gerade auf dem Gebiete der Biologie, insbesondere der Psychologie, die Knotenpunkte der Wege, die aus dem Gebiete der Fachwissenschaften in das der Philosophie hinüberführen; denn nicht nur das körperliche Dasein, sondern auch die Grundlagen des seelischen Lebens des Menschen sind Objekt der biologischen Forschung. Und daraus folgt weiter, daß 1. die Biologie als Bindeglied im Unterricht der Oberklassen nicht zu entbehren ist, und daß 2. der biologische Unterricht der Erörterung philosophischer Fragen nicht aus dem Wege gehen darf, soweit diese in der Richtungslinie der biologischen Forschung liegen.

Es sind besonders vier Fragen, denen wir immer wieder begegnen:

1. Die Frage nach dem Zusammenhange zwischen physischen und Bewußtseinsvorgängen, die zugleich die Frage nach der Berechtigung des Materialismus in sich schließt.
2. Die Frage, wie die Bewußtseinsvorgänge, die wir als Empfindungen, Vorstellungen, Begriffe, Gefühle und Willen bezeichnen, miteinander zusammenhängen. (Erkenntnistheorie).
3. Die Frage nach dem Ursprung und der Entwickelung des organischen Lebens und
4. die Frage nach der Stellung des Menschen in der Natur.

Auf die beiden ersten Fragen stößt man bei der Durchnahme der Physiologie des Nervensystems, besonders aber der Sehtheorie. Sie sind gar nicht zu umgehen, wenn man z. B. die

Entstehung von Gesichtsvorstellungen und ihre Bedeutung für Mensch und Tier erklären will.

Die dritte und vierte Frage aber drängt sich uns auf, wenn wir versuchen, die Befunde der Paläontologie, der Ontogenie und der morphologischen Verwandtschaft unter allgemeineren Gesichtspunkten zu ordnen. Ist nun bei den Primanern wirklich ein Bedürfnis nach philosophischer Belehrung vorhanden? Die Antwort geben jene uns oft selber durch ihre Fragen. Wir beurteilen sie gewiß nicht selten falsch, indem wir ihr Interesse an den allgemeinen Problemen der Menschheit unterschätzen und dasjenige an wissenschaftlichen Spezialfragen zu hoch veranschlagen.

Wie sollen wir nun jene Probleme behandeln?

Würden wir versuchen, sie in systematischer Ausführlichkeit zu erörtern, so würde aus der biologischen Stunde ein philosophisches Kolleg werden, und wir würden außerdem genötigt sein, den Boden der Erfahrungswissenschaften zu verlassen und das verbotene Gebiet der Metaphysik zu betreten.

Für uns kann es sich m. E. nur darum handeln, dem Schüler zu zeigen, wie weit in bezug auf diese Fragen die sichere Erfahrung reicht, wo die naturwissenschaftliche Hypothese, d. h. das Gebiet der möglichen und indirekten Erfahrung beginnt, und was jenseits aller möglichen Erfahrung liegt und damit niemals Gegenstand der Erfahrung sein kann.

Wenn wir unsere Aufgabe dieserart beschränken, läßt sie sich in wenigen Stunden erledigen, und so vermeiden wir die Gefahr, uns in Spekulationen zu verlieren, die mit ehrlicher Naturforschung nichts zu tun haben. Zugleich aber geben wir dem Primaner, was er von uns erwarten darf, nämlich einen Ausblick vom Standpunkte des Naturforschers auf die Probleme, welche seit Jahrtausenden die Menschheit beschäftigt haben.

Und nun zu der letzten Frage: wie stellt sich der biologische Unterricht zum Religionsunterricht?

Wir müssen uns im Interesse der Schule und der Schüler damit abfinden, denn wir müssen immer darauf gefaßt sein, daß die Schüler selber eine Antwort von uns verlangen.

Betrachten wir die Frage zunächst einmal von der rechtlichen Seite: der Staat kann von den Vertretern der verschiedenen Unterrichtsfächer verlangen, daß sie es vermeiden, die Schüler in ethischen Grundfragen durch autoritativ vorgetragene und dabei sich widersprechende Lehrmeinungen in Gewissenskonflikte zu bringen. Wir dürfen keine unbedingte Lehrfreiheit beanspruchen, da deren Korrelat, die Hörfreiheit, an den Schulen fehlt. Wenn einem Studenten die Richtung des Dozenten nicht gefällt, so kann er sich einen anderen aussuchen, während der Schüler uns anhören muß.

Schon diese Ueberlegung nötigt uns, ethische und religiöse Fragen da, wo sie sich mit naturwissenschaftlichen berühren, vorsichtig und mit Taktgefühl anzufassen.

Das ist eine äußere Notwendigkeit, der wir uns unterwerfen müssen. Aber selbst, wenn wir von dieser äußeren Notwendigkeit absehen und nur das Interesse unserer Schüler in Betracht ziehen, kommen wir zu dem Schluß, daß wir als ehrliche Biologen nie versuchen dürfen, ihnen eine Weltanschauung zu suggerieren, die den allmächtigen Schöpfer durch die allmächtige Materie oder sonst irgend eine andere metaphysische Allmacht ersetzt. Wir würden nur für ein Dogma ein anderes geben, das für uns genau so unbeweisbar ist wie jenes.

Das Lebensalter der Primanerzeit ist besonders empfänglich für derartige Suggestionen. Der flügge gewordene Geist regt seine Schwingen und lehnt sich im jugendlichen Kraftgefühl gegen Herkommen und Autorität jeder Art auf.

„Erfahrungswesen — Schaum und Dust!
Und mit dem Geist nicht ebenbürtig!
Gesteht, was man von je gewußt,
Es ist durchaus nicht wissenswürdig",

sagt der sehend gewordene Schüler zu Mephisto, und es sind nicht die schlechtesten, allerdings auch nicht die für uns bequemsten Schüler, die so empfinden wie er. Da aber in diesem Alter der kritische Blick für die Schwächen dogmatischer Lehrgebäude noch nicht genügend entwickelt zu sein pflegt, so ist es nicht zu schwer, einen Primaner für ein wissenschaftlich drapiertes Dogma zu gewinnen, wenn es sich nur gegen die Ueberlieferung und Autorität richtet. Hier ist es unsere Aufgabe, eine unserer wichtigsten Aufgaben, dem Schüler klar zu machen, daß die Gottesidee ein ethisches Postulat ist, das jenseits jeder möglichen Erfahrung liegt, und dessen Berechtigung von seiten der Naturwissenschaft weder bewiesen, noch widerlegt werden kann. Anders gesagt: wer das Bedürfnis des Glaubens an einen persönlichen Gott fühlt, braucht sich diesen auf Grund naturwissenschaftlicher Erfahrung nicht wegdisputieren zu lassen.

Ich weiß sehr wohl, daß wir mit diesem Satz unsere Schüler nicht über allen Widerstreit zwischen Kirchenglauben und Wissenschaft hinwegheben, aber wir haben ihnen dann wenigstens den Blick für den Kernpunkt der Frage geschärft und ihn gewarnt, ethischen Besitz fortzuwerfen, ehe er weiß, ob er etwas Besseres dafür eintauscht.

Damit ist unser Grenzgang beendet. Das was ich Ihnen zeigen konnte, hat nur den Wert persönlicher Anschauungen und Erfahrungen, aber ich bin überzeugt, daß jeder, der mit dem biologischen Unterricht in den Oberklassen betraut ist, auf ähnliche Fragen gestoßen ist, und daß eine Aussprache darüber nicht schaden kann. Zugleich zeigen diese Gedankengänge aber, was für eine ungemein wichtige Stelle dieser Unterricht in dem Lehrplan einnimmt oder doch einnehmen sollte, und wie tief die biologischen Probleme in das geistige Leben des Einzelnen eingreifen.

Die Integralrechnung an Gymnasien.

Von Prof. Dr. Emil Schulze (Berlin).

An den meisten Gymnasien hat sich zwar die Differentialrechnung ein bescheidenes Plätzchen erobert, dagegen findet die Integralrechnung aus Mangel an Zeit selten Berücksichtigung. Und doch ist dringend zu raten, wenigstens einen Versuch zu machen, denn wenige Stunden genügen, um ein Verständnis für dies so wichtig gewordene Rüstzeug des Mathematikers bei den Schülern zu erzielen. Uebung im Integrieren ihnen beizubringen, dazu ist freilich keine Zeit, es ist aber schon viel erreicht, wenn sie z. B. für die in Scheibchen zerschnittene Halbkugel mühelos den Wert $\int_0^r \pi (r^2 - x^2)\, dx = \frac{2}{3} \pi r^3$ ableiten können, welchen Wert sie früher auf Umwegen mit Hilfe des Cavalierischen Satzes ermittelt haben. In dieser Zeitschrift (Jahrg. 16, Nr. 1 und 3) hat Herr Direktor Thaer einen Aufsatz „Zur Einführung in die Integralrechnung", für Oberrealschulen bestimmt, erscheinen lassen. Bei der Wichtigkeit des Gegenstandes dürfte es erwünscht sein, wenn auch Vorschläge, für Gymnasien bestimmt, gemacht werden, in denen das Mindestmaß dessen, was an Gymnasien zu bieten ist, angegeben wird. Der Zweck dieses Aufsatzes ist erreicht, wenn durch ihn der eine oder andere Lehrer am Gymnasium veranlaßt wird, selbst einen Versuch zu machen.

In Rücksicht auf die knappe Zeit empfiehlt es sich, nur bestimmte Integrale in Betracht zu ziehen; von der Existenz unbestimmter Integrale braucht der Gymnasialschüler gar nichts zu erfahren. Am schnellsten dürfte das Ziel erreicht werden, wenn die Integralbetrachtungen an den in Scheiben zerschnittenen Körper angeknüpft werden, denn sie sind aus den zum Cavalierischen Satze gegebenen Erläuterungen noch frisch im Gedächtnis. Um zum Ausdruck zu bringen, worauf der Unterricht sich am Gymnasium nach meiner Meinung zu beschränken habe, will ich das Diktat, das ich meinen Schülern biete, hier wiedergeben.

1. Das Integral. Zerlegt man einen Körper durch Parallelschnitte in Scheibchen (Fig. 1), so läßt sich jedes Scheibchen $PP'QQ' = \triangle K$ als Differenz zweier Körperteile $PP'NN' - QQ'NN'$ auffassen, und daher stellt jeder zwischen zwei Schnittflächen liegende Körperteil $AA'BB'$ eine Differenzensumme $K = \Sigma(\triangle K)$ dar. Wählt man die Scheibchen unendlich dünn, d. h. werden die Differenzen $\triangle K$ zu Differentialen dK, so besteht die Summe, in diesem Fall Integralsumme oder kurz Integral genannt, aus unendlich vielen und unendlich kleinen Summanden, und man schreibt: $K = \int dK$. Ebenso ist die Fläche $F = \int dF$, die Linie $L = \int dL$, die Zeit $t = \int dt$.

2. Die Grenzen des Integrals. Das neu eingeführte Integralzeichen $\int dK$ läßt nicht erkennen, welchen Körperteil die Scheibchen in ihrer Gesamtheit darstellen. Man muß noch zum Ausdruck bringen, zwischen welchen Grenzflächen der Körperteil liegt. Hat die eine Grenzfläche AA' von dem beliebig ge-

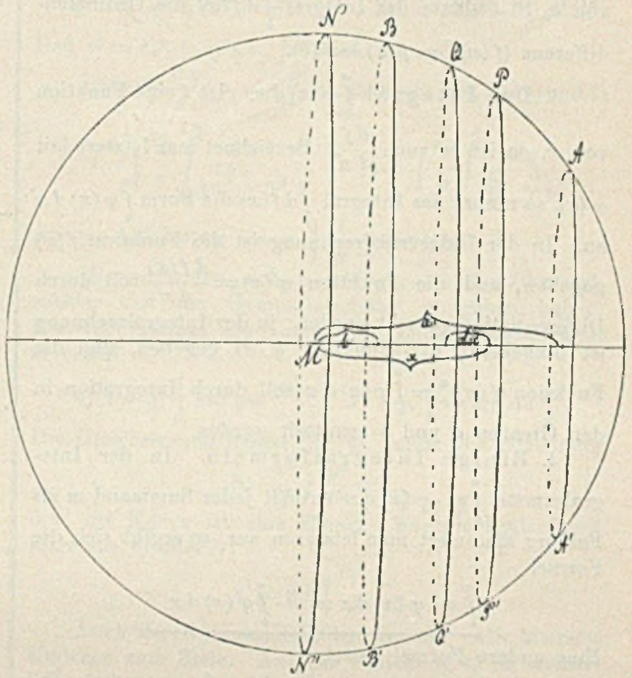

Fig. 1.

wählten Parallelschnitt NN' den Abstand a, die andere BB' den Abstand b, so ist der Körperteil

$$AA'BB' = (K)_b^a$$

durch die Bezeichnung $\int_b^a dK$ eindeutig bestimmt. Wie jedem einzelnen Scheibchen, so kann man auch dem Körperteil selbst die Form einer Differenz geben:

$$(K)_b^a = K_a - K_b = AA'NN' - BB'NN'.$$

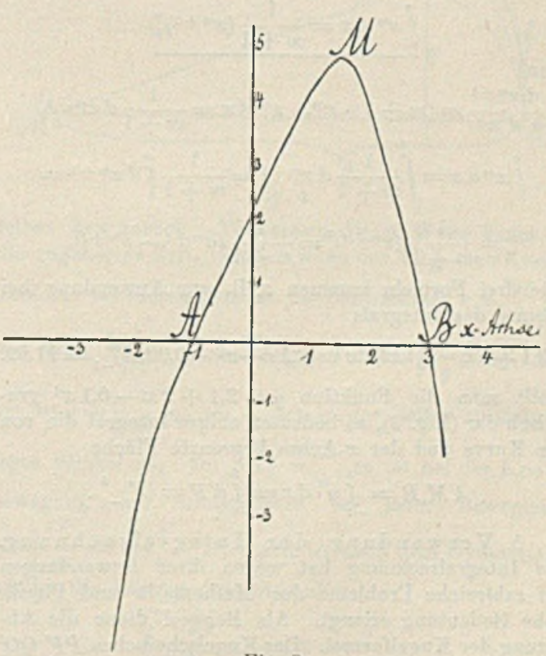

Fig. 2.

Ebenso bedeutet das Integral $\int_b^a dF$ das Flächenstück $(F)_b^a = F_a - F_b$ (Fig. 2). Ist f eine Funktion von x, so bedeute das Integral $\int_b^a d\,f(x)$ die Ordinatendifferenz $(f(x))_b^a = f(a) - f(b)$.

3. Das Integral $\int_b^a \varphi(x)\,dx$. Ist f eine Funktion von x, so ist es auch $\frac{df}{dx}$. Bezeichnet man letztere mit $\varphi(x)$, so nimmt das Integral $\int_b^a d\,f(x)$ die Form $\int_b^a \varphi(x)\,dx$ an. In der Differentialrechnung ist die Funktion $f(x)$ gegeben, und die Funktion $\varphi(x) = \frac{d\,f(x)}{dx}$ soll durch Differentiation gesucht werden; in der Integralrechnung ist umgekehrt die Funktion $\varphi(x)$ gegeben, und die Funktion $(f(x))_b^a = \int_b^a \varphi(x)\,dx$ soll durch Integration in den Grenzen a und b ermittelt werden.

4. Einige Integralformeln. In der Integralsumme $\int_b^a m \cdot \varphi(x)\,dx$ enthält jeder Summand m als Faktor; klammert man letzteren aus, so ergibt sich die Formel

$$\underline{\int_b^a m \cdot \varphi(x)\,dx = m \cdot \int_b^a \varphi(x)\,dx.}$$

Eine andere Formel lautet:

$$\underline{\int_b^a (\varphi + \psi)\,dx = \int_b^a \varphi\,dx + \int_b^a \psi\,dx,}$$

denn

$$\int_b^a (\varphi(x) + \psi(x))\,dx = \int_b^a (\varphi(x) \cdot dx + \psi(x) \cdot dx) =$$
$$= (\varphi(x_1) \cdot dx_1 + \psi(x_1) \cdot dx_1) + (\varphi(x_2) \cdot dx_2 + \psi(x_2) \cdot dx_2) + \cdots$$
$$= (\varphi(x_1)\,dx_1 + \varphi(x_2)\,dx_2 + \cdots) + (\psi(x_1)\,dx_1 + \psi(x_2)\,dx_2 + \cdots)$$
$$= \int_b^a \varphi(x)\,dx + \int_b^a \psi(x)\,dx.$$

Eine dritte Formel ist:

$$\underline{\int_b^a x^m\,dx = \frac{1}{m+1}(x^{m+1})_b^a}$$

denn

$$\frac{d\,x^{m+1}}{dx} = (m+1) \cdot x^m, \quad x^m\,dx = \frac{1}{m+1}\,d\,x^{m+1},$$
$$\int_b^a x^m\,dx = \int_b^a \frac{1}{m+1}\,d\,x^{m+1} = \frac{1}{m+1}\int_b^a d\,x^{m+1} =$$
$$= \frac{1}{m+1}(x^{m+1})_b^a = \frac{1}{m+1}(a^{m+1} - b^{m+1}).$$

Alle drei Formeln kommen z. B. zur Anwendung bei Lösung des Integrals

$$\int_{-1}^{3} (2{,}1 + 2x - 0{,}1\,x^4)\,dx = (2{,}1\,x + x^2 - 0{,}02\,x^5)_{-1}^{3} = 11{,}52.$$

Stellt man die Funktion $y = 2{,}1 + 2x - 0{,}1\,x^4$ graphisch dar (Fig. 2), so bedeutet obiges Integral die von der Kurve und der x-Achse begrenzte Fläche

$$AMB = \int_{-1}^{3} y \cdot dx = \int_{-1}^{3} dF = (F)_{-1}^{3}.$$

5. Verwendung der Integralrechnung. Die Integralrechnung hat wegen ihrer Anwendungen auf zahlreiche Probleme der Mathematik und Physik hohe Bedeutung erlangt. Als Beispiel diene die Ableitung der Kugelformel. Das Kugelscheibchen $PP'QQ'$ (Fig. 1) ist ein Zylinder von der Höhe dx, dessen Grundkreise den Inhalt $\pi \cdot (r^2 - x^2)$ haben, sein Volumen ist daher $dK = \pi \cdot (r^2 - x^2) \cdot dx$. Für die Halbkugel erhält man also die Formel: Halbkugel

$$= \int_0^r dK = \int_0^r \pi (r^2 - x^2)\,dx = \pi \cdot (r^2 \cdot \int_0^r dx - \int_0^r x^2\,dx) =$$
$$= \pi (r^3 - \frac{1}{3} r^3) = \frac{2}{3}\pi r^3.$$

Dies Diktat dürfte für das Gymnasium vollständig ausreichend sein. Zwar vermag der Schüler nur Integrale von der Form $\int (a\,x^m + b\,x^n)\,dx$ zu lösen, immerhin reichen seine Kenntnisse zu, um die Formeln für Kugel und Kugelsegment, Kegel und Kegelstumpf, für Umdrehungs-Ellipsoid und -Paraboloid, für die Parabelfläche, für das Weg-Zeit-Gesetz u. a. durch Integration zu finden. Vor allem ist der Hauptzweck erreicht: der Schüler hat für das neue Rüstzeug der Integralrechnung ein hinreichendes Verständnis erhalten. Das Gebotene läßt sich, die Anwendungen mitgerechnet, in 6 Unterrichtsstunden erledigen.

Wer mehr Zeit auf die Integralrechnung verwenden will, könnte die Beziehungen des bestimmten Integrals zum unbestimmten erläutern, eine Formelsammlung anlegen lassen und den Schülern Uebung im Integrieren beibringen; nützlicher aber dürfte die Zeit angebracht sein, die Verwendbarkeit des neuen Rüstzeuges an einigen besonders geeigneten Musterbeispielen zu erproben.

Um zu zeigen, daß das Gebotene den Gymnasialschüler befähigt, auch schwierigere Probleme mit Erfolg in Angriff zu nehmen, mögen zwei Beispiele folgen. Das eine aus der Geometrie gibt die Ableitung der Formeln für Ellipsensektor und Ellipsenfläche, das andere aus der Physik behandelt die Bewegung des elliptischen Pendels.

1. Ellipsensektor und Ellipsenfläche. Der Kreissektor $AM\mathfrak{A}_1$ (Fig. 3) hat bekanntlich den Wert

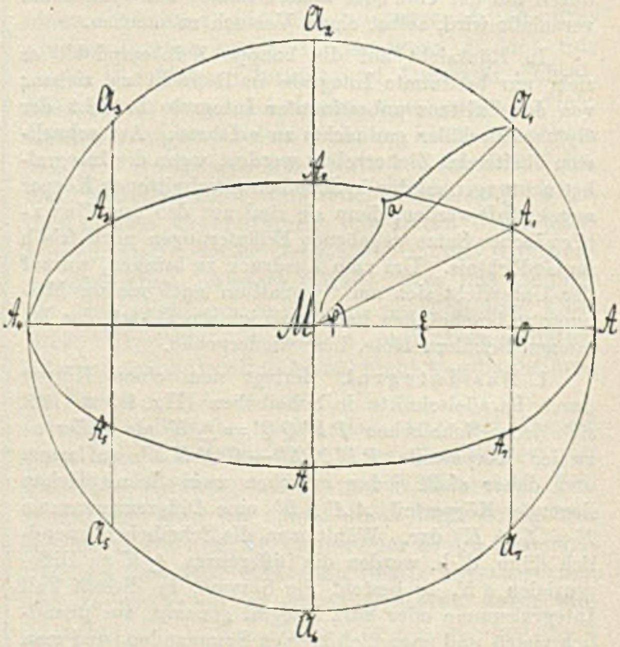

Fig. 3.

$$\pi a^2 \cdot \frac{\varphi^0}{360^0} = \frac{a^2}{2} \cdot \arccos\frac{\xi}{a}.$$

Nun ist

$$AM\mathfrak{A}_1 = \triangle QM\mathfrak{A}_1 + AQ\mathfrak{A}_1 = \frac{1}{2}\xi \cdot \sqrt{a^2-\xi^2} + \\ + \int_\xi^a \sqrt{a^2-x^2}\,dx$$

und daher ist

$$\int_\xi^a \sqrt{a^2-x^2}\cdot dx = \frac{a^2}{2}\text{ arc cos }\frac{\xi}{2} - \frac{1}{2}\xi\cdot\sqrt{a^2-\xi^2}.$$

Es ist hier gelungen, auf geometrischem Wege ein Integral abzuleiten, dessen direkte Ableitung dem Gymnasialschüler nicht möglich ist. Doch kommt es hierauf wenig an, die Hauptsache ist die Anwendung. Die Kenntnis des Integrals läßt sich verwerten, um für den Ellipsensektor AMA_1 eine Formel zu gewinnen. Es ist

$$AMA_1 = \triangle QMA_1 + AQA_1 = \frac{1}{2}\xi\cdot\frac{b}{a}\sqrt{a^2-\xi^2} + \\ + \frac{b}{a}\int_\xi^a \sqrt{a^2-x^2}\,dx.$$

Hieraus folgt:

Ellipsensektor $AMA_1 = \frac{1}{2}ab\cdot\text{arc cos }\frac{\xi}{a}$ und daher

Ellipsenfläche $= \pi a b$.

2. Das elliptische Pendel. Eine an einem langen Faden aufgehängte Pendelkugel braucht, wie der Versuch lehrt, zu einem Umlauf immer dieselbe Zeit, welche Kurve sie auch beschreiben möge, vorausgesetzt, daß die Schwingungen sehr klein sind. Es liegt nahe, diese auffallende Tatsache theoretisch zu begründen, zu zeigen erstens, daß die Raumkurve, die unter der Voraussetzung sehr kleiner Schwingungen als eben aufgefaßt werden darf, eine Ellipse ist, zweitens, daß für jede Ellipse die Umlaufszeit dieselbe ist, nämlich

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Fassen wir die Bewegung der Pendelkugel als Zentralbewegung auf, so hat die Zentralkraft annähernd den Wert $k = \frac{mg}{l}\cdot r$. Die Lösung des Problems könnten wir durch Lösung der Differentialgleichungen

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{mg}{l}\cdot x \qquad m\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{mg}{l}\cdot y$$

herbeiführen (z. B. Kirchhoff, math. Physik), doch ist es für Schulzwecke fruchtbringender, das Energiegesetz zur Lösung heranzuziehen. Ist der Pendelkugel in der Anfangslage A (Fig. 4) die Geschwindigkeit c senkrecht zu AM erteilt worden, und nennt man v ihre Geschwindigkeit in P, so hat sie durch die Summe der Elementar-Arbeiten $\int_r^a k\cdot dr = \frac{mg}{l}\cdot\frac{a^2-r^2}{2}$ die Wuchtzunahme $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mc^2$ erhalten, und es ist

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mc^2 = \frac{mg}{l}\,\frac{a^2-r^2}{2}$$

und daher

$$1)\quad v^2 = c^2 + \frac{g}{l}(a^2-r^2).$$

Stellen wir uns vor, daß statt der einen Kraft k zwei Kräfte, die beiden Komponenten $\frac{mg}{l}\cdot x$ und $\frac{mg}{l}\cdot y$, zusammen die Bewegung hervorrufen, so liefert das Energiegesetz die Gleichungen

$$\int_x^a \frac{mg}{l}x\cdot dx = \frac{1}{2}mv_x^2$$

$$\int_y^0 \frac{mg}{l}y\cdot dy = \frac{1}{2}mv_y^2 - \frac{1}{2}mc^2,$$

woraus folgt:

$$2)\quad v_x^2 = \frac{g}{l}(a^2-x^2) \qquad 3)\quad v_y^2 = c^2 - \frac{g}{l}y^2$$

Daß $v^2 = v_x^2 + v_y^2$ ist, ist leicht zu zeigen.

Da $v_x = \frac{dx}{dt}$, $v_y = \frac{dy}{dt}$ ist, so ergibt sich aus 2) und 3)

$$4)\quad t = \sqrt{\frac{l}{g}}\int_x^a \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} \qquad 5)\quad t = \sqrt{\frac{l}{g}}\int_0^y \frac{dy}{\sqrt{b^2-y^2}}$$

wo zur Abkürzung $b = c\cdot\sqrt{\frac{l}{g}}$ gesetzt ist.

Hier scheiden sich die Wege, die der Oberrealschüler und der Gymnasialschüler zu gehen haben. Ersterem gelingt die Integration ohne Schwierigkeit, er erhält

$$6)\quad t = \sqrt{\frac{l}{g}}\text{ arc cos }\frac{x}{a} \qquad 7)\quad t = \sqrt{\frac{l}{g}}\text{ arc sin }\frac{y}{b}.$$

Die Gleichsetzung beider Werte liefert die Gleichung

$$8)\quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

d. h. die Kurve ist eine Ellipse. Für die Umlaufszeit folgt aus 6) oder 7)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Auch der Gymnasialschüler kommt nach kleinem Umwege zum Ziele. Aus der Gleichung 4) ist ersichtlich, daß t von c unabhängig ist, die Pendelkugel legt also die Wege AP, AP_1, AP_2, AP_3 (Fig. 4) in der-

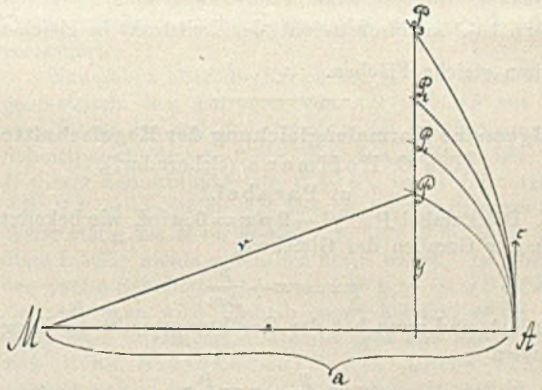

Fig. 4.

selben Zeit zurück. Von einem dieser Wege kennt er die zugehörige Zeit, nämlich wenn der Weg eine Kreislinie ist; für diesen Fall hat die Zentralkraft $k = \frac{mg}{l}\cdot r$ den Wert $\frac{4\pi^2 r}{T^2}$, woraus folgt: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, und daher ist $t = \sqrt{\frac{l}{g}}\cdot\varphi$, wo φ der in der Zeit t zurückgelegte Winkel ist. Da $\cos\varphi = \frac{x}{a}$, so ist bei der Kreisbewegung und infolgedessen bei jeder Bewegung $t = \sqrt{\frac{l}{g}}\cdot\text{arc cos}\frac{x}{a}$. Hiernach ist auch dem Gymnasialschüler die Lösung des Integrals

$$\int_x^a \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \text{arc cos }\frac{x}{a}$$

gelungen. Dadurch ist er instand gesetzt, auch für das Integral der Gleichung 5) eine Lösung zu finden:

aus $\int\limits_y^b \frac{dy}{\sqrt{b^2 - y^2}} = \operatorname{arc\,cos} \frac{y}{b}$ folgt: $\int\limits_0^b \frac{dy}{\sqrt{b^2 - y^2}} = \frac{\pi}{2}$ und

da $\int\limits_0^b \frac{dy}{\sqrt{b^2 - y^2}} = \int\limits_0^y \frac{dy}{\sqrt{b^2 - y^2}} + \int\limits_y^b \frac{dy}{\sqrt{b^2 - y^2}}$ ist, so ergibt sich

$$\int\limits_0^y \frac{dy}{\sqrt{b^2 - y^2}} = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arc\,cos} \frac{y}{b} = \operatorname{arc\,sin} \frac{y}{b}.$$

Hiermit ist auch Gleichung 5) gelöst und der weitere Gang ist der oben angegebene.

Ich hoffe, an einem interessanten Beispiel erläutert zu haben, wie die Gymnasialschüler auch ohne tiefere Kenntnisse der Integralrechnung ihre hohe Bedeutung schätzen lernen können.

Zum Schluß sei mir gestattet, ein Experiment anzugeben, obgleich es mit dem Thema nichts zu tun hat. Mir ist kein Versuch zur Bestätigung des Flächensatzes bekannt. Unser Pendelversuch läßt sich hierzu recht gut verwerten. Man lege unter die Kugel eines Foucaultschen Pendels ein Blatt Papier mit der Zeichnung Fig. 3. Der Kreis sei durch die Punkte $\mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_3, \cdots$ in n gleiche Teile geteilt. Hat man ein Metronom so eingestellt, daß nach n Schlägen ein Umlauf vollendet wird, so ergibt der Versuch, daß die an der Kugel unten angeschraubte Spitze die durch $\mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_3, \cdots$ senkrecht zu AM gezogenen Geraden nach 1, 2, 3, $\cdots$ Schlägen durchquert. Da jeder der Ellipsensektoren AMA_1, A_1MA_2, A_2MA_3, $\cdots$ den Wert $\frac{\pi}{n} ab$ hat, so durchstreicht der Leitstrahl in gleichen Zeiten gleiche Flächen.

Allgemeine Normalengleichung der Kegelschnitte.

Von C. Hoffmann (Schorndorf).

a) Parabel.

Die Parabel $P = y^2 - 2px = 0$ wird, wie bekannt, von der Geraden der Gleichung

$$(1) \qquad y = mx + \frac{p}{2m}$$

berührt, und zwar hat der Berührungspunkt die Koordinaten

$$(2) \qquad x = \frac{p}{2m^2}, \quad y = \frac{p}{m};$$

(2) gibt eine Parameterdarstellung von P und weil (1) in m vom 2. Grad ist, so folgt daß P 2. Klasse ist. Es soll nun die zu (1) analoge Gleichung einer Normalen von P mit gegebenem Richtungsfaktor aufgestellt werden*). Die Normale im Punkt (2) hat die Gleichung:

$$y - \frac{p}{m} = -\frac{1}{m}\left(x - \frac{p}{2m^2}\right),$$

setzt man hierin

$$(3) \qquad \mu = -\frac{1}{m},$$

so erhält man die gewünschte Gleichung in der Form:

*) Gleichung (1) findet sich in den meisten Lehrbüchern und Formelsammlungen angegeben, dagegen habe ich die entsprechende Normalengleichung, die für manche Aufgaben verwendet werden kann, nicht vorgefunden. Allerdings ist die Zahl der Bücher, die mir hier am Orte zugänglich waren, nicht allzu groß; daher wäre es nicht ausgeschlossen, daß sich die Gleichung da oder dort findet, trotzdem dürfte die vorliegende Ableitung und Anwendung auf Bestimmung der Evolute nicht unnütz für den Unterricht sein. Besonders die einfache Herleitung der Gleichung der Radialen ist bemerkenswert.

$$(4) \qquad y = \mu x - \frac{p}{2}\mu(2 + \mu^2).$$

Da (4) in μ vom 3. Grad ist, so folgt, daß die Evolute $\mathfrak{P}$ von P als Enveloppe von (4) von der 3. Klasse ist; für den Fußpunkt der Normalen ergibt sich aus (2) und (3):

$$(5) \qquad x = \frac{p}{2}\mu^2, \quad y = -p\mu,$$

also eine neue Parameterdarstellung von P.

Bringt man zwei Normalen für die Parameter μ_1 und μ_2 zum Schnitt, so läßt sich bei Bestimmung von x aus (4) der Faktor $\mu_1 - \mu_2$ wegheben und es wird

$$x = \frac{p}{2}(2 + \mu_1^2 + \mu_1\mu_2 + \mu_2^2), \quad y = \frac{p}{2}\mu_1\mu_2(\mu_1 + \mu_2).$$

Läßt man jetzt $\mu_2 = \mu_1$ werden und bezeichnet den Schnittpunkt in der Grenzlage mit (ξ, η), so kommt nun

$$(6) \qquad \xi = \frac{p}{2}(2 + 3\mu^2), \quad \eta = p\mu^3;$$

dies ist eine Parameterdarstellung der Evolute $\mathfrak{P}$, die somit 3. Ordnung ist. Eliminiert man μ aus den Gleichungen für ξ und x bezw. η und y, so resultieren die bekannten Werte $\xi = p + 3x$, $\eta = -\frac{y^3}{p^2}$, eliminiert man μ aus den Gleichungen (6), so gibt dies die bekannte Evolutengleichung $\eta^2 = \frac{8}{27p}(\xi - p)^3$. Für den Krümmungsradius ϱ bekommt man $\varrho = p(1 + \mu^2)^{\frac{3}{2}}$; da $\mu = \operatorname{tg}\beta$, wo β der Richtungswinkel der Normalen ist, so ist auch

$$(7) \qquad \varrho = \frac{p}{\cos^3\beta},$$

womit eine sehr bequeme Konstruktion von ϱ ermöglicht ist. Gleichung (7) kann aber auch als die Gleichung der Radialen $\mathfrak{R}_P$ von P in Polarkoordinaten aufgefaßt werden; in senkrechten Koordinaten erhält man wegen $\cos\beta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$:

$$\mathfrak{R}_P \equiv x^3 - p(x^2 + y^2) = 0\,^{*}).$$

b) Ellipse und Hyperbel.

An die Ellipse $E = b^2x^2 + a^2y^2 - a^2b^2 = 0$ ist die Gerade der Gleichung

$$(8) \qquad y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 + b^2}$$

Tangente und ihr Berührungspunkt hat die Koordinaten

$$(9) \qquad x = \mp \frac{a^2 m}{\sqrt{a^2m^2 + b^2}}, \quad y = \pm \frac{b^2}{\sqrt{a^2m^2 + b^2}}.$$

Die Normale in (9) hat die Gleichung:

$$y \mp \frac{b^2}{\sqrt{a^2m^2 + b^2}} = -\frac{1}{m}\left(x \pm \frac{a^2m}{\sqrt{a^2m^2 + b^2}}\right),$$

die mittels der Substitution (3) in die Form übergeht:

$$(10) \qquad y = \mu x \mp \frac{(a^2 - b^2)\mu}{\sqrt{a^2 + b^2\mu^2}}.$$

Dies ist die allgemeine Normalengleichung von E bei gegebener Richtung, sie ist hinsichtlich μ vom 4. Grad, die Evolute $\mathfrak{E}$ von E also 4. Klasse; für den Fußpunkt resultiert aus (3) und (9):

$$(11) \qquad x = \pm \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + b^2\mu^2}}, \quad y = \pm \frac{b^2\mu}{\sqrt{a^2 + b^2\mu^2}},$$

so daß (9) und (11) zwei verschiedene Parameterdarstellungen von E sind.

*) Diese Kurve findet sich für $p = 1$ als Aufgabe 566 bei Bürklen, Aufgabensammlung zur analytischen Geometrie der Ebene (Leipzig 1905, Sammlung Göschen Nr. 256), aber ohne Angabe ihrer Beziehung zur Parabel.

Aus (10) lassen sich elementar, d. h. ohne Differentiation, die Krümmungsradien ϱ_a und ϱ_b in den Scheiteln von E ableiten. Es sei x_0 die Abszisse für $y=0$, y_0 die Ordinate für $x=0$, dann ist

$$x_0 = \pm \frac{a^2-b^2}{\sqrt{a^2+b^2\mu^2}}, \quad y_0 = \mp \frac{(a^2-b^2)\,\mu}{\sqrt{a^2+b^2\mu^2}},$$

$$\varrho_a = a - \lim_{\mu=0} |x_0| = a - \frac{a^2-b^2}{a} = \frac{b^2}{a},$$

$$\varrho_b = b + \lim_{\mu=\infty} |y_0| = b + \frac{a^2-b^2}{b} = \frac{a^2}{b}.$$

Die Bestimmung der Koordinaten ξ, η des Krümmungsmittelpunkts läßt sich in diesem Fall wegen der in (10) auftretenden Quadratwurzel nicht wohl ohne Benützung des Differentialquotienten erledigen. Man erhält aus zwei Gleichungen (10) für μ_1 und μ_2:

$$(\mu_1-\mu_2)\,x = \pm (a^2-b^2)\left(\frac{\mu_1}{\sqrt{a^2+b^2\mu_1^2}} - \frac{\mu_2}{\sqrt{a^2+b^2\mu_2^2}}\right),$$

$$\xi = \pm (a^2-b^2) \lim_{\mu_2=\mu_1} \frac{\dfrac{\mu_1}{\sqrt{a^2+b^2\mu_1^2}} - \dfrac{\mu_2}{\sqrt{a^2+b^2\mu_2^2}}}{\mu_1-\mu_2} =$$

$$(12) \qquad = \pm \frac{a^2(a^2-b^2)}{(a^2+b^2\mu^2)^{\frac{3}{2}}}\text{*)},$$

$$\eta = \mp \frac{b^2(a^2-b^2)\,\mu^3}{(a^2+b^2\mu^2)^{\frac{3}{2}}};$$

(10) gibt eine Parameterdarstellung von $\mathfrak{E}$, die erkennen läßt, daß $\mathfrak{E}$ von der 6. Ordnung ist. (11) und (12) kombiniert, geben die bekannten Werte

$$\xi = \frac{(a^2-b^2)\,x^3}{a^4}, \quad \eta = -\frac{(a^2-b^2)\,y^3}{b^4};$$

die Elimination von μ aus (12) gibt

$$\mu^6 = \frac{a^4\eta^2}{b^4\xi^2} \text{ und } a^2+b^2\mu^2 = \sqrt[3]{\frac{a^4(a^2-b^2)^2}{\xi^2}}$$

und damit die Gleichungsform

$$\left(\frac{a\xi}{a^2-b^2}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{b\eta}{a^2-b^2}\right)^{\frac{2}{3}} - 1 = 0.$$

Für den Krümmungsradius ϱ erhält man aus (11) und (12): $\varrho^2 = a^2b^2\left(\dfrac{1+\mu^2}{a^2+b^2\mu^2}\right)^{\frac{3}{2}}$ oder mit β:

$$(13) \qquad \varrho = \frac{a^2b^2}{(a^2\cos^2\beta + b^2\sin^2\beta)^{\frac{3}{2}}};$$

(13) ist die Gleichung der Radialen $\mathfrak{R}_E$ von E in Polarkoordinaten, aus der man wegen $\cos\beta = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$, $\sin\beta = \dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ für rechtwinkligeKoordinaten erhält**):

$$\mathfrak{R}_E = (a^2x^2+b^2y^2)^3 - a^4b^4(x^2+y^2)^2 = 0.$$

Die Resultate für die Hyperbel ergeben sich durch Ersetzen von b^2 durch $-b^2$; insbesondere ist ihre allgemeine Normalengleichung:

$$(14) \qquad y = \mu x \mp \frac{(a^2+b^2)\,\mu}{\sqrt{a^2-b^2\mu^2}},$$

so daß nur für $0 \leqq |\mu| \leqq \frac{a}{b}$ reelle Normalen vorhanden sind.

*) Durch Umformen läßt sich dies auch auf den etwas einfacheren $\lim\limits_{\mu_2=\mu_1} \dfrac{\sqrt{a^2+b^2\mu_1^2} - \sqrt{a^2+b^2\mu_2^2}}{\mu_1-\mu_2}$ zurückführen. Die Differentiation ließe sich durch Einführung von x und y aus (11), Benützung der Gleichung $E=0$ und nachträgliche Wiedereinführung von μ ganz umgehen, was aber umständlich wäre.

**) Vergl. Loria, Spezielle ebene Kurven. Leipzig 1902, S. 221.

Notiz zur stetigen Teilung einer Strecke.

Von C. Hoffmann (Schorndorf).

Die Zwei- oder Mehrdeutigkeit elementargeometrischer Konstruktionen rührt bekanntlich davon her, daß Gerade oder Kreise mit Kreisen zum Schnitt gebracht werden; die vollständige Behandlung einer Aufgabe erfordert die Betrachtung aller auftretenden Schnittpunkte. Dies soll im folgenden für die übliche Konstruktion der stetigen Teilung geschehen.

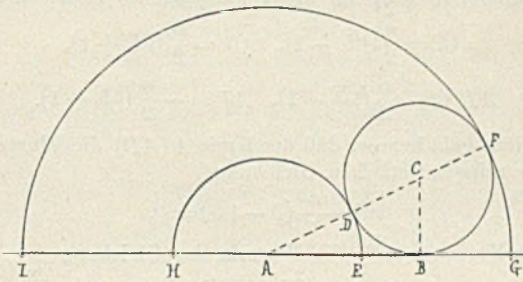

Fig. 1.

Ist AB die zu teilende Strecke, so lautet diese Konstruktion: mache $BC \perp AB$ und $= \frac{1}{2}AB$, beschreibe den Kreis C (CB), ziehe AC; ist D der zwischen A und C liegende Schnittpunkt von AC mit dem Kreis, so mache auf AB, $AE = AD$, alsdann ist E der Teilungspunkt, d. h. es ist $AB : AE = AE : EB$. — Nun ergibt AC mit dem Kreis einen zweiten Schnittpunkt F und führt man für F dieselbe Konstruktion wie für D aus, d. h. macht man auf AB, $AG = AF$, so ist $AG : AB = AB : BG$; man nennt dann auch G einen (äußeren) Teilungspunkt und bezeichnet AB als bis G stetig verlängert.

Nun geben aber die Kreise um A, mit deren Hilfe geometrisch das Abtragen von AD und AF auf AB auszuführen ist, mit der Geraden AB je einen zweiten Schnittpunkt, dessen Bedeutung festzustellen ist. Ist H dieser Schnittpunkt von A (AD), so ist $HB : AB = AB : HA$, es erscheint AB über A hinaus in derselben Weise stetig bis H verlängert, wie über B bis G, so daß diese Lösung nichts wesentlich neues bietet. Ist aber J der zweite Schnittpunkt von A (AF), so ist $JB : JA = JA : AB$, man wird deshalb sagen können, es sei AB stetig bis J verlängert. Hieraus geht nun hervor, daß man eine Strecke auf zwei Arten stetig verlängern kann: 1. derart, daß sie selbst der größere, 2. derart, daß sie selbst der kleinere Abschnitt der stetig geteilten Gesamtstrecke ist. Die Aufgabe, eine Strecke stetig zu verlängern, ist also zweideutig, man kann eine solche Verlängerung 1. Art und 2. Art unterscheiden, die beide von dieser Konstruktion als gleichwertig geliefert werden. (Die mögliche Vertauschung von A und B in der Konstruktion ergibt keine neuen Teilungen.)

Bei dieser Aufgabe ist die algebraische Behandlung von besonderem Nutzen. Bisher wurde den Strecken keine bestimmte Richtung beigelegt, so daß den gefundenen Strecken, absolut genommen, folgende Werte zukommen ($AB = a$ gesetzt):

$$AE = \frac{a}{2}(\sqrt{5}-1) = x, \quad AG = \frac{a}{2}(\sqrt{5}+1) = x',$$

$$JB = \frac{a}{2}(\sqrt{5}+3) = x''.$$

Dann ist x eine Wurzel der stetigen Proportion:

I $\quad a : x = x : (a - x),$
während x' und x'' je eine Wurzel der Proportionen
$$x' : a = a : (x' - a), \quad x'' : (x'' - a) = (x'' - a) : a$$
sind, die aus I hervorgehen, wenn man zweimal nacheinander die Summe des ersten und zweiten Gliedes zum ersten Glied ins Verhältnis setzt und jedesmal das neue erste Glied als Unbekannte einführt. Setzt man jetzt eine bestimmte Richtung, von A nach B, als die positive fest und nimmt A zum Anfangspunkt der Zählung, so wird für die Teilungspunkte E, G, H, J:
$$AE = \frac{a}{2}(\sqrt{5} - 1), \quad AG = \frac{a}{2}(\sqrt{5} + 1),$$
$$AH = -\frac{a}{2}(\sqrt{5} - 1), \quad AJ = -\frac{a}{2}(\sqrt{5} + 1).$$
Daraus geht hervor, daß der Kreis A (AD) die Wurzeln der reinquadratischen Gleichung
$$(1) \qquad x^2 - \frac{a^2}{2}(3 - \sqrt{5}) = 0,$$
der Kreis A (AF) die Wurzeln der Gleichung
$$(2) \qquad x^2 - \frac{a^2}{2}(3 + \sqrt{5}) = 0$$
liefert, daß also diese geometrische Konstruktion mit dem algebraischen Ansatz nicht in Einklang steht, sondern zuviel Werte auf einmal liefert. Denn die stetige Grundproportion I gibt die Gleichung
$$(3) \qquad x^2 + ax - a^2 = 0,$$
deren Wurzeln
$$(4) \qquad x_1 = \frac{a}{2}(-1 + \sqrt{5}), \quad x_2 = \frac{a}{2}(-1 - \sqrt{5})$$
sind, von denen x_1 auch Wurzel von (1), x_2 bis aufs Vorzeichen Wurzel von (2) ist.

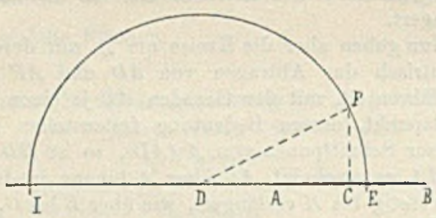

Fig. 2.

Um die Wurzeln (4) von I auch geometrisch allein zu erhalten, hat man folgende Konstruktion auszuführen: mache auf BA, $AD = \frac{a}{2}$, halbiere AB in C, mache $CF \perp AB$ und $= \frac{a}{2}$, ziehe DF und beschreibe um D mit DF den Kreis, der AB in E und BA in J trifft. Dann sind AE und AJ die Wurzeln von I, d. h. es ist auch mit Rücksicht aufs Vorzeichen:
$$AB : AE = AE : AF \text{ und } AB : AJ = AJ : JB.$$
Sieht man jetzt wieder vom Vorzeichen ab, so kommt das bemerkenswerte Resultat, daß der stetigen Proportion I die innerliche Teilung der Strecke und die äußerliche zweiter Art entsprechen, die einander gleichwertig sind und von derselben Konstruktion geliefert werden.

Bildung kubischer Gleichungen mit rationalen Wurzeln.

Von Direktor Dr. O. Schneider (Dortmund).

Ersetzen wir in der Gleichung
$$x^3 - px + q = 0$$
p durch $u + v^2$ und q durch uv, so erhalten wir
$$x^3 - (u + v^2)x + uv = 0.$$
In dieser Gleichung ist, wie leicht ersichtlich, $v = x$. Die Gleichung ermöglicht uns mit geringer Mühe die Bildung unendlich vieler kubischer Gleichungen mit rationalen Wurzeln. Haben wir z. B. die Gleichung
$$x^3 - px + 24 = 0,$$
so können wir 24 als ein Produkt aus zwei Faktoren $(u \cdot v)$ auffassen, und je nach der Wahl der Faktoren erhalten wir bestimmte Werte für p. Setzen wir

$24 = 24 \cdot 1$, so ist $p = 24 + 1^2 = 25$
$24 = 1 \cdot 24$, „ „ $p = 1 + 24^2 = 577$
$24 = 12 \cdot 2$, „ „ $p = 12 + 2^2 = 16$
$24 = 2 \cdot 12$, „ „ $p = 2 + 12^2 = 146$

$24 = -24 \cdot -1$, so ist $p = -24 + (-1)^2 = -23$
$24 = -1 \cdot -24$, „ „ $p = -1 + (-24)^2 = 575$
$24 = -12 \cdot -2$, „ „ $p = -12 + (-2)^2 = -8$
$24 = -2 \cdot -12$, „ „ $p = -2 + (-12)^2 = 142$

$24 = 48 \cdot \frac{1}{2}$, so ist $p = 48 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 48\frac{1}{4}$
$24 = \frac{1}{2} \cdot 48$, „ „ $p = \frac{1}{2} + 48^2 = 2304\frac{1}{2}$
$24 = 16 \cdot \frac{3}{2}$, „ „ $p = 16 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 18\frac{1}{4}$

usw. Wir erhalten somit die Gleichungen:

$x^3 - 25x + 24 = 0 \quad (x = 1)$
$x^3 - 577x + 24 = 0 \quad (x = 24)$
$x^3 - 16x + 24 = 0 \quad (x = 2)$
$x^3 - 146x + 24 = 0 \quad (x = 12)$

$x^3 + 23x + 24 = 0 \quad (x = -1)$
$x^3 - 575x + 24 = 0 \quad (x = -24)$
$x^3 + 8x + 24 = 0 \quad (x = -2)$
$x^3 - 142x + 24 = 0 \quad (x = -12)$

$x^3 - 48\frac{1}{4}x + 24 = 0 \quad \left(x = \frac{1}{2}\right)$
$x^3 - 2304\frac{1}{2}x + 24 = 0 \quad (x = 48)$
$x^3 - 18\frac{1}{4}x + 24 = 0 \quad \left(x = \frac{3}{2}\right)$

usw. Eine neue Gruppe von Gleichungen läßt sich bilden, wenn wir in der Gleichung $x^3 - px + q = 0$ der Größe $p = u + v^2$ einen bestimmten Wert geben und je nach der Wahl von u resp. v die Werte für $q = u \cdot v$ berechnen.

In der Gleichung $x^3 - 12x + q = 0$ ist $p = 12$.
$12 = 11 + 1^2$, mithin $q = 11 \cdot 1 = 11$
$12 = 8 + 2^2$, „ $q = 8 \cdot 2 = 16$
$12 = 3 + 3^2$, „ $q = 3 \cdot 3 = 9$

$12 = -4 + 4^2$, mithin $q = -4 \cdot 4 = -16$
$12 = -13 + 5^2$, „ $q = -13 \cdot 5 = -65$

$$12 = 11\tfrac{3}{4} + \left(\tfrac{1}{2}\right)^2, \text{ mithin } q = 11\tfrac{3}{4} \cdot \tfrac{1}{2} = 5\tfrac{7}{8}$$
$$12 = 11\tfrac{5}{9} + \left(\tfrac{2}{3}\right)^2, \quad „ \quad q = 11\tfrac{5}{9} \cdot \tfrac{2}{3} = 7\tfrac{19}{27}$$

usw. Die entsprechenden Gleichungen sind somit:

$$x^3 - 12x + 11 = 0 \quad (x = 1)$$
$$x^3 - 12x + 16 = 0 \quad (x = 2)$$
$$x^3 - 12x + 9 = 0 \quad (x = 3)$$
$$x^3 - 12x - 16 = 0 \quad (x = 4)$$
$$x^3 - 12x - 65 = 0 \quad (x = 5)$$

$$x^3 - 12x + 5\tfrac{7}{8} = 0 \quad \left(x = \tfrac{1}{2}\right)$$
$$x^3 - 12x + 7\tfrac{19}{27} = 0 \quad \left(x = \tfrac{2}{3}\right).$$

Die Auflösung aller Gleichungen von der Form $x^3 - px + q = 0$, in denen q sich durch ein Produkt zweier Faktoren ausdrücken läßt, und zwar so, daß $u + v^2 = p$ ist, gestaltet sich wie folgt:

1. $x^3 - 12x + 16 = 0$ | $16 = u \cdot v = 8 \cdot 2$; $12 = u + v^2 = 8 + 4$

$x^4 - 12x^2 = -16x$

$x^4 - 8x^2 = 4x^2 - 16x$ | auf beiden Seiten der Gleichung wird v^2x^2 addiert

$x^4 - 8x^2 + 16 = 4x^2 - 16x + 16$ | 16 ist die quadratische Ergänzung der linken Seite

$(x^2 - 4)^2 = 4(x^2 - 4x + 4)$
$(x^2 - 4)^2 = 4(x - 2)^2$
$x^2 - 4 = 2(x - 2)$
$x^2 - 4 = 2x - 4$
$x^2 = 2x$
$x = 2.$

2. $x^3 - 3x + \frac{46}{27} = 0$ | $\frac{46}{27} = u \cdot v = \frac{23}{9} \cdot \frac{2}{3}$; $3 = u + v^2 = \frac{23}{9} + \frac{4}{9}$

$x^4 - 3x^2 = -\frac{46}{27}x$

$x^4 - 2\frac{5}{9}x^2 = \frac{4}{9}x^2 - \frac{46}{27}x$ | wie in Beispiel 1.

$x^4 - \frac{23}{9}x^2 + \left(\frac{23}{18}\right)^2 = \frac{4}{9}x^2 - \frac{46}{27}x + \left(\frac{23}{18}\right)^2$ | wie in Beispiel 1.

$\left(x^2 - \frac{23}{18}\right)^2 = \frac{4}{9}\left[x^2 - \frac{23}{6}x + \left(\frac{23}{12}\right)^2\right]$

$x^2 - \frac{23}{18} = \frac{2}{3}\left(x - \frac{23}{12}\right)$

$x^2 - \frac{23}{18} = \frac{2}{3}x - \frac{23}{18}$

$x^2 = \frac{2}{3}x$

$x = \frac{2}{3}.$

3. $x^3 - 3x + \sqrt{2} = 0$ | $\sqrt{2} = u \cdot v = 1 \cdot \sqrt{2}$; $3 = u + v^2 = 1 + 2$

$x^4 - 3x^2 = -\sqrt{2} \cdot x$

$x^4 - x^2 = 2x^2 - \sqrt{2} \cdot x$ | wie oben

$x^4 - x^2 + \frac{1}{4} = 2x^2 - \sqrt{2} \cdot x + \frac{1}{4}$ | wie oben

$\left(x^2 - \frac{1}{2}\right)^2 = 2\left(x^2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot x + \frac{1}{4 \cdot (\sqrt{2})^2}\right)$

$x^2 - \frac{1}{2} = \sqrt{2}\left(x - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$

$x^2 - \frac{1}{2} = \sqrt{2} \cdot x - \frac{1}{2}$

$x^2 = \sqrt{2} \cdot x$

$x = \sqrt{2}.$

Ein Beitrag zur Lehre von den Figuren auf Kugelflächen.

Von R. Lieder (Schwedt).

In dem von Natani bearbeiteten Werke „Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf die allgemeine Theorie der Flächen und der Linien doppelter Krümmung von F. Joachimsthal“ handelt der erste Paragraph des Anhanges über den Inhalt eines Vielecks, das von beliebigen Kurven auf einer Kugelfläche gebildet wird. Insbesondere wird dabei das n-Eck betrachtet, dessen Seiten eben, also Kreisbogen sind, und für seinen Inhalt

$$r^2 \cdot \left[\Sigma\alpha \mp \Sigma l \cdot \sqrt{\frac{1}{\varrho^2} - \frac{1}{r^2}} - (n-2) \cdot \pi\right]$$

gefunden, wo r der Kugelradius, α ein Winkel, l die Länge und ϱ der Radius einer Seite des Vielecks ist und das erste Summenzeichen sich auf alle Winkel, das zweite auf alle Seiten bezieht, indem sich l und ϱ von Seite zu Seite ändern. Das negative Vorzeichen des zweiten Gliedes in der Klammer beachten wir in der folgenden Untersuchung zunächst nicht.

Nimmt man jetzt an, daß sämtliche Ecken auf einem größten Kugelkreise, alle Seiten auf derselben Halbkugel liegen und die Ebenen der Seiten auf diesem Kugelkreise senkrecht stehen, so wird $\Sigma\alpha = 0$ und der Inhalt des n-Ecks, das man wohl nicht unpassend Kuppelfigur nennen kann,

$$r^2 \cdot \left[\Sigma l \cdot \sqrt{\frac{1}{\varrho^2} - \frac{1}{r^2}} - (n-2) \cdot \pi\right]$$

oder mit Rücksicht darauf, daß nun $l = \varrho \cdot \pi$ ist,

$$r\pi \cdot [\Sigma \sqrt{r^2 - \varrho^2} - r \cdot (n-2)]. \qquad \text{(I)}$$

Dieser Fall kann zur Anregung des Interesses der Schüler im mathematischen Unterricht höherer Schulen dienen.

Man läßt in einen größten Kreis einer Kugel ein beliebiges n-Eck einzeichnen und auf ihm senkrecht durch seine Seiten Ebenen legen. Bezeichnet man die Seiten des n-Ecks mit a_1, a_2, a_3 usw., die Höhen der von der Kugelfläche abgeschnittenen Kappen bezüglich mit h_1, h_2, h_3 usw., so ist der Inhalt der entstandenen Kuppelfigur

$$2r^2\pi - r\pi h_1 - r\pi h_2 - r\pi h_3 - \cdots\cdots - r\pi h_n$$

oder

$$r\pi \cdot \left[2r - \left(r - \sqrt{r^2 - \frac{a_1^2}{4}}\right) - \left(r - \sqrt{r^2 - \frac{a_2^2}{4}}\right) - \cdots - \left(r - \sqrt{r^2 - \frac{a_n^2}{4}}\right)\right]$$

$$= r\pi \cdot \left[\Sigma \sqrt{r^2 - \frac{a^2}{4}} - r \cdot (n-2)\right],$$

ein Ausdruck, der mit (I) völlig übereinstimmt, da $\frac{a}{2} = \varrho$ ist.

Besonders einfach gestaltet sich dieser natürlich für die gleichseitigen Figuren; für die dreiseitig-gleichseitige z. B. wird er $\frac{a^2}{6}\pi$, für die vierseitig-gleichseitige $a^2\pi(\sqrt{2} - 1)$.

Der Inhalt der dreiseitig-ungleichseitigen sei noch einer besonderen Untersuchung unterworfen. Sind die Seiten des Grunddreiecks a, b, c, so ist der Inhalt J des sich über ihm erhebenden Kuppeldreiecks

$$r\pi \cdot \left(\sqrt{r^2 - \frac{a^2}{4}} + \sqrt{r^2 - \frac{b^2}{4}} + \sqrt{r^2 - \frac{c^2}{4}} - r\right).$$

Da $r = \frac{abc}{4F}$ ist, wird

$$J = \frac{abc\pi}{16F^2}\left(a\sqrt{b^2c^2 - 4F^2} + b\sqrt{a^2c^2 - 4F^2} + c\sqrt{a^2b^2 - 4F^2} - abc\right).$$

Mit Rücksicht auf

$$4F^2 = \frac{1}{4}[4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2]$$

ist

$$J = \frac{abc\pi}{16F^2}\left[\frac{a}{2}(b^2 + c^2 - a^2) + \frac{b}{2}(a^2 + c^2 - b^2) + \frac{c}{2}(a^2 + b^2 - c^2) - abc\right],$$

und nach einigen Umformungen

$$J = \frac{abc\pi}{4s}, \qquad \text{(II)}$$

wo $s = \frac{a + b + c}{2}$ ist.

Das Ergebnis erinnert an das oben benutzte Dreiecksgesetz $F = \frac{abc}{4r}$.

Dabei ist bisher nur der Fall berücksichtigt, in dem alle Wurzeln von $\Sigma\sqrt{r^2 - \frac{a^2}{4}}$ größer als Null sind, wenn also jede auf dem Grundkreise senkrechte Ebene eine Kappe mit einer Höhe $h < r$ abschneidet. Wird nun $h = r$, so verschwindet der entsprechende Wurzelausdruck, wird $h > r$, so wird er negativ. Beim Kuppeldreieck liegt in diesen beiden Fällen ein rechtwinkliges oder ein stumpfwinkliges Dreieck zugrunde. Im ersten Falle wird

$$J = \frac{a}{2} \cdot \pi(s - a);$$

im zweiten habe ich für J durch die Elimination von r keinen einfacheren Ausdruck gefunden.

Ministerialerlass vom 4. November 1910 über den naturgeschichtlichen Unterricht in den oberen Klassen höherer Lehranstalten.

Wie die übereinstimmenden Urteile der königlichen Provinzialschulkollegien und der Direktoren erkennen lassen, hat sich der nach Maßgabe des Erlasses vom 19. März 1908 in den oberen Klassen der höheren Lehranstalten eingeführte naturgeschichtliche Unterricht, von wenigen Ausnahmen abgesehen, gut bewährt und da, wo er in der Hand eines geeigneten Lehrers lag, erfreuliche Erfolge erzielt. Daher bin ich damit einverstanden, daß die bisherigen Einrichtungen fortgeführt, und daß auch an anderen höheren Lehranstalten, soweit es die Verhältnisse ermöglichen, weitere Versuche mit der Ausdehnung des naturgeschichtlichen Unterrichts auf die Oberstufe gemacht werden.

Dabei wird folgendes zu beachten sein:

1. Durch Einführung des naturgeschichtlichen Unterrichts in den Lehrplan der oberen Klassen höherer Lehranstalten darf eine Vermehrung der wöchentlichen Pflichtstunden oder der wahlfreien Stunden nicht herbeigeführt werden.

2. Zur wahlfreien Einführung des bezeichneten Unterrichts reicht die bisherige Stundenzahl an den Realanstalten aus, wenn der in dem Erlasse vom 10. März 1910 gegebenen Anregung gemäß die dem Linearzeichnen zugewiesenen Lehraufgaben teils dem mathematischen, teils dem Zeichenunterricht eingefügt, und wenn die hiernach frei werdenden wahlfreien Stunden in den Klassen Obersekunda bis Oberprima für praktische Uebungen im Anschluß an den naturwissenschaftlichen, also auch für den naturgeschichtlichen Unterricht je nach Bedarf ganz oder teilweise verwendet werden. Die gleiche Möglichkeit bietet sich am Gymnasium in entsprechender Weise da, wo aus Mangel an hinreichender Beteiligung der wahlfreie Unterricht im Hebräischen ausfällt.

3. Wenn auch hiernach den Wünschen auf Eingliederung des naturgeschichtlichen Unterrichtes in den Lehrplan der Oberstufe durch Verwendung wahlfreier Stunden unter Umständen entsprochen werden kann, so wird doch die Berücksichtigung dieses Lehrgegenstandes im Pflichtunterricht, der allen Schülern zugute kommt, im allgemeinen vorzuziehen sein.

a) Am Gymnasium läßt sich eine Zersplitterung des Interesses der Schüler durch Behandlung eines weiteren Lehrstoffs vermeiden, wenn der Unterricht in der Naturgeschichte in den oberen Klassen in enge Verbindung mit dem physikalischen Unterricht gesetzt und also mit diesem möglichst in eine Hand gelegt wird. Es wird sich somit am Gymnasium um den weiteren Ausbau der bereits in den allgemeinen Lehrplänen von 1901 getroffenen Einrichtung handeln, daß ein Teil der dem Physikunterricht zugewiesenen Stunden für einen physiologischen Kursus verwendet wird. Damit aber die gründliche Erledigung der physikalischen Lehraufgabe durch die stärkere Heranziehung biologischer Lehrstoffe keinen Abbruch erleidet, wird dann von der schon durch die Bemerkung zu den Lehrplänen I A erteilten Ermächtigung Gebrauch zu machen sein, eine der vier mathematischen Lehrstunden der Physik zuzuweisen. Bei der Reifeprüfung kann diese Maßnahme dadurch ihren Ausdruck finden, daß unter den für die schriftliche Bearbeitung gestellten Aufgaben eine dem physikalischen Gebiete entnommen wird.

b) An den Realgymnasien ermöglicht der bis in die Untersekunda hinein fortgesetzte naturgeschichtliche Unterricht eine leichtere Anknüpfung. Hier kann dessen Weiterführung durch die oberen Klassen schon dadurch bewerkstelligt werden, daß im chemischen Unterricht unter Einschränkung von rein technischen und für den Fortschritt der wissenschaftlichen Erkenntnis unwesentlichen Einzelheiten den Anweisungen der Lehrpläne gemäß die wichtigsten hygienischen Gesichtspunkte wie auch die Beziehungen zur Biologie und Geologie mehr in den Vordergrund gerückt werden. Liegt an einem Realymnasium die Möglichkeit für eine weitergehende Berücksichtigung der Naturgeschichte vor, so kann die Zahl der Chemiestunden dadurch auf je drei erhöht werden, daß etwa in Jahres- oder Halbjahrsterminen abwechselnd das Lateinische, die Mathematik und die Physik, an den nach dem Frankfurter Lehrplan eingerichteten Realgymnasien das Lateinische und die Mathematik je eine Wochenstunde an die Chemie abtreten. Im Lateinischen würde dann eine etwa notwendig werdende Kürzung eher die Lektüre als den grammatischen Lehrstoff zu treffen haben.

c) An den Oberrealschulen, deren Eigenart auf einer gründlichen mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterweisung beruht, wird es eine besonders dankbare Aufgabe sein, die verschiedenen naturwissenschaftlichen Lehrgebiete: Physik, Chemie, Biologie, Geologie und Erdkunde in enge Beziehung zu setzen und zu einem einheitlichen, in sich geschlossenen naturwissenschaftlichen Gesamtunterricht zusammenwirken zu lassen. Wenn unter Verzicht auf minder wichtige Teile der natürliche Zusammenhang der verschiedenen Erscheinungen gebührend hervorgehoben und bei der Ausarbeitung des Lehrplans darauf Bedacht genommen wird, daß das eine Lehrgebiet dem andern vorarbeitet, dann erst wird nicht nur der dem Lehrgegenstand innewohnende formalbildende Wert zur vollen Geltung gebracht, sondern es wird auch an Zeit gespart werden, so daß die den Naturwissenschaften (einschließlich der Erdkunde) auf der Oberstufe zur Verfügung stehenden 21 Stunden in der Regel als ausreichend angesehen werden können. In geeigneten Fällen kann aber das Französische oder das Englische in den beiden Primen je eine Wochenstunde an die Naturwissenschaften abtreten. In der Reifeprüfung wird dann der für die eine der beiden Sprachen vorgesehene Aufsatz nach Maßgabe des Erlasses vom 9. September 1910 durch eine kürzere freie Arbeit ersetzt werden können.

In welcher Weise an den Realanstalten die vermehrten Unterrichtsstunden auf die einzelnen naturwissenschaftlichen Lehrgebiete verteilt und inwieweit diese in einer Hand vereinigt werden, bleibt dem eigenen Ermessen der Anstalten überlassen. Im übrigen darf erwartet werden, daß an solchen Anstalten, wo die persönlichen und sonstigen Verhältnisse die Weiterführung der Naturgeschichte in den oberen Klassen begünstigen, der vollen Entfaltung dieses wichtigen Lehrgegenstandes Raum gegeben wird.

Der Minister der geistlichen usw. Angelegenheiten.
von Trott zu Solz.

Bücher-Besprechungen.

Dannemann, F., Die Naturwissenschaften in ihrer Entwicklung und ihrem Zusammenhange. I. Band. Leipzig 1910, Engelmann. 373 S.

Die Fortschritte der Naturforschung in den letzten fünf Jahrzehnten sind verbunden mit einer allgemeineren Erregung des historischen Interesses für die Entwicklung der Einzelwissenschaften, und es ist darum ganz begreiflich, daß eine große Zahl vortrefflicher „Geschichten" erschienen sind. Die meisten und, wie ich gleich hinzufügen will, die besten suchen sich ein beschränktes Gebiet aus und erstreben da möglichste Gründlichkeit, möglichste Genauigkeit. Natürlich wird dabei nicht ausgeschlossen sein, daß ein wirklich historisch beanlagter Forscher seinen Blick auf die Nachbargebiete schweifen läßt, denn er weiß, daß auch die Einzelwissenschaft nicht aus Inzucht geboren ist, sondern Anregungen empfängt und mitteilt an die Erforschung anderer Gebiete menschlichen Wissens. Von dieser Art der Geschichtsschreibung sieht Dannemann durchaus ab. Ihm ist darum zu tun, das ganze weite Gebiet der Naturforschung in seine photographische Kamera zu zwingen und so ein Gesamtbild der Entwicklung zu geben. Das ist eine Riesenaufgabe und es gehört immerhin ein großer Mut dazu, diese Arbeit aufzunehmen, wenigstens, wenn man die Absicht hat, nicht nur journalistisch zu schreiben. Dannemann verteilt sich diese Aufgabe auf vier Bände, deren erster hier vorliegt und die Zeit von Babylon bis ca. 1600 umfaßt. Daß bei einem so großen Umfang der Entwicklung auf 367 Seiten weder von Berücksichtigung aller Fortschritte, noch von Quellenstudium die Rede sein kann, versteht sich von selbst. Man würde dem Verfasser Unrecht tun, wollte man das fordern. Schon eine nüchterne Aufzählung würde mehr Raum beanspruchen. Aber das will Dannemann auch gar nicht. Er will orientieren und anregen. Dazu bedient er sich einer leichtflüssigen Sprache und belebt die Darstellung durch zahlreiche Seitenblicke auf weltgeschichtliche Ereignisse und Kulturentwicklungen. Er besitzt eine große Belesenheit in der Literatur der letzten Jahrzehnte und benutzt die zahlreichen Einzelforschungen, welche über die verschiedenen Zweige der Entwicklung erschienen sind. Für die Mathematik, welche der Verfasser wenigstens für die griechisch-römische Welt ziemlich ausgedehnt mitbehandelt, ist Cantors Geschichte neben Tropfkes Elementarmathematik der wesentliche Leitfaden gewesen, für Botanik hat Meyers Geschichte der Botanik, für Zoologie hat Lenz und Carus, für die Scholastik haben in erster Linie die Arbeiten Stadlers vorgearbeitet. Daneben hat der Verfasser aber eine sehr große Zahl von Einzeluntersuchungen, Uebersetzungen und Zeitschriften benutzt, so daß man eine, wenn auch nicht umfassende, so doch sehr umfangreiche Uebersicht über die neuere Literatur auf dem Gebiet der historischen Forschung bekommt. Um nun das große Gebiet, welches er behandelt, übersichtlich zu ordnen, hat Dannemann den Stoff wesentlich um einzelne hervorragende Namen gruppiert. Nachdem er in dem ersten Kapitel Babylonier, Aegypter, Inder und Chinesen nach ihren Leistungen in Mathematik, Astronomie, Naturwissenschaften und Chemie auf 50 Seiten besprochen hat, wendet er sich zu den Griechen. Hier ist es in erster Linie Aristoteles, dessen Leistungen die gesamte Darstellung beherrschen; schon im zweiten Kapitel, wo die Zeit bis Aristoteles behandelt wird, erscheint der Stagirite als leuchtender Stern. Das ist ja begreiflich, da wir nur durch den Sammeleifer des Aritsoteles von vielen Leistungen seiner Vorgänger Kenntnis haben, und sehr vieles, was uns bei Aristoteles berichtet wird, zweifellos von anderen gefunden ist. Es ist ja auch unbezweifelt, daß Aristoteles eine große Menge zoologischer und botanischer Kenntnisse besessen hat und es hätte sich vielleicht gerade auf diesem Gebiet noch manches aus seinen Schriften anführen lassen, besonders auch biologische Notizen, an denen er sehr reich ist. Wunderbarerweise läßt Dannemann auf Aristoteles gleich Archimedes folgen und behandelt dann erst im fünften Kapitel die Alexandriner. Da Dannemann auch die Mathematik, und zwar bis Archimedes in erster Linie behandelt, kommt hier eine ganz schiefe Beleuchtung zustande; denn Archimedes ist nur im Zusammenhang mit den Alexandrinern, zu denen er durchaus gehört, zu verstehen. Für die Darstellung der Mathematik ist auch die Gruppierung um Aristoteles sehr wenig günstig, denn darüber herrscht heute doch wohl nur eine Meinung, daß Aristoteles kein Mathematiker war. So ist es gekommen, daß Platon von Dannemann so stiefmütterlich behandelt ist, daß man tatsächlich nicht begreift, wie die späteren griechischen Mathematiker immer wieder auf Platon zurückgehen. Es ist darum auch nicht zu billigen, daß die Meinungen des Aristoteles oft als die der Griechen bezeichnet werden, wie z. B. bei der Annahme der Begrenztheit des Kosmos. Die Platoniker faßten die Sache ganz anders auf.

Aus der späteren Zeit ragt Ptolemaios naturgemäß hervor und er findet auch eine liebevolle Behandlung bei Dannemann. Doch hätten wir gewünscht, daß ein Mann wie Theon wenigstens erwähnt wäre. Neben so vielen ganz unbedeutenden Namen, die genannt sind, würde er schon als bedeutender Gelehrter gelten müssen. Nach einer Uebersicht über die römischen Schriftsteller wendet sich Dannemann zu den Arabern, denen wir ja die Erhaltung wenigstens eines Teils der griechischen Leistungen verdanken. Aus dem Mittelalter wird wesentlich nur Albertus Magnus besprochen. Dann eilt Dannemann zur Renaissance und führt uns in drei Kapiteln bis zum Ausgang des sechzehnten Jahrhunderts. Daß hier Schwenter und Kircher eine verhältnismäßig breite Beachtung gefunden haben, während Porta nur kurz abgefertigt und der sehr verdienstliche Kaspar Schott nur einmal mit Namen genannt wird, ohne daß man etwas von seinen optischen Leistungen zu hören bekommt, ist mir nicht recht verständlich.

Es würde sich für viele nicht unbedeutende Leistungen und Männer wohl Platz haben schaffen lassen, wenn unnötige Wiederholungen mehr vermieden wären. Häufiger wird ein und dieselbe Sache mehrere Male, meist mit denselben Worten erzählt, z. B. das Verhältnis des Avicenna zu Aristoteles auf S. 238 und dann mit gleichem Wortlaut S. 254; die Geschichte mit dem Walfisch, der für eine Insel gehalten wird, erscheint, wenn ich mich recht erinnere, dreimal usw. Vielleicht hängt diese Wiederholung mit der Sammlung von Notizen auf Zetteln zusammen. Es wird bei einer folgenden Auflage durch Beschneiden in dieser Richtung gewiß Raum beschafft werden können, um auch solche Männer aufnehmen zu können, die durchaus ein Recht darauf haben, daß man sie nicht vergißt. — Wir wiederholen, angesichts der Riesenaufgabe, welche Dannemann sich gestellt hat, darf man nicht erwarten, daß durch selbständiges Quellenstudium neue Tatsachen ans Licht gebracht sind, oder daß eine erschöpfende Darstellung gegeben wäre. Im allgemeinen wird man anerkennen müssen, daß Dannemann die ihm zugängliche Literatur in glücklicher Darstellung benutzt hat und eine leicht lesbare Entwicklungsgeschichte der Forschung geschrieben hat. Er wird durch sein Buch hoffentlich recht viele anregen, die Fragen nach dem Gange der Forschung nun ernsthaft ins Auge zu fassen und die Originale zu studieren. Denn ein wirkliches Urteil über die geschichtliche Entwicklung und über die Probleme, welche in der Geschichte vorliegen, kann man nicht durch das Lesen über die Forscher, sondern nur durch das Studium der Forscher selbst gewinnen.

Hoppe (Niendorf).

* * *

Oettingen, Prof. Dr. **Arthur v.**, Die Schule der Physik. 454 Abbild. 622 S. Braunschweig, Vieweg & Sohn. Geb. M 11,50.

Die Schule der Physik erscheint zunächst äußerlich als ein getreues Gegenstück von W. Ostwalds Schule der Chemie. Daß hier der Lehrer, dort der Meister dem Schüler gegenübertritt, das eine als erste Einführung in die Chemie für jedermann, das andere besonders für das Selbststudium bestimmt ist, deutet aber auf Verschiedenheiten hin, die nicht bloß im Stoff und im Verfasser liegen. Gemeinsam ist wieder beiden Büchern eine pädagogische Geschicklichkeit, die um so erfreulicher berührt, als sie nicht allen hervorragenden Gelehrten eigentümlich sein soll, gemeinsam auch beiden ein bewußter Gegensatz gegen vieles sozusagen schulmäßig Ueberliefertes.

Gründlich räumt v. Oettingen vor allem mit dem Versuche auf, ohne die nötige mathematische Vorbildung in die heutige Physik eindringen zu wollen. Nicht nur gibt der „Meister" dem „Schüler" zunächst einen feinsinnig auf das Ziel, die physikalische Anwendung, zugeschnittenen Kursus in der Elementarmathematik, er unterbricht den Aufbau des physikalischen Lehrgebäudes auch später an zwei Stellen durch je ein ausführliches Kapitel, einmal über Differential- und Integralrechnung, das andere Mal über harmonische Strahlen. Da er an rechter Stelle abzubrechen und auf die physikalischen Anwendungen überzugehen weiß, wird auch der Experimentalphysiker sich nicht über Breite der Einschübe beklagen, überschlagen darf diese aber auch der Mathematiker nicht, da stets eigenartige Ausdrücke eingeführt werden, die später unentbehrlich sind. Ueberhaupt verlangt der Verfasser, daß man ihm Zeile für Zeile folgt, und zwar mit gespannter Aufmerksamkeit. Wer bloß die Rosinen aus dem Kuchen essen will, muß sich ein anderes Buch suchen. Gewiß ist das Beste und Neueste geboten, ja gerade die schwierigsten Abschnitte am gründlichsten und eingehendsten; durch kurze Wiederholungsfragen weist auch bei einem neuen Kapitel der Meister den Schüler auf die für dies Gebiet nötigen mathematischen und mechanischen Grundlagen hin, aber der Leser muß doch von unten herauf solide gemauert haben, wenn er nicht plötzlich einen vollen Abbruch des Verständnisses erleben will. Der Schulmann kann aus dem Buche viel lernen und, wenn er es einmal ganz durchgearbeitet hat, auch manches entnehmen, aber das ganze Niveau des Buches liegt höher als das der Schule, nicht so sehr wegen des Stoffes als wegen der Art der Darbietung, die eine Fähigkeit der Abstraktion und eine Konzentration des Denkens verlangt, die bei Primanern nur selten hinreichend entwickelt, ja selbst bei der Führung durch den Lehrer nicht immer zu erreichen sein wird. Einzelheiten hier zu nennen, wäre nicht nur überflüssig, sondern falsch. Der flüchtige Leser würde vielleicht gerade die angeführten Abschnitte weniger hervorragend finden. Das Buch ist als Ganzes ein Kunstwerk; hat man dies kennen gelernt, so kann man sich in Einzelheiten vertiefen — Bruchstücke mit Verständnis betrachten kann nur ein gewiegter Kenner.

A. T.

* * *

Nagel, O, Die Welt als Arbeit. 2. Aufl. Stuttgart 1909, Frankh. M 1,80.

Der Verfasser, dessen Name den mit der energetischen Naturphilosophie Vertrauten nicht unbekannt ist, bietet uns in dem vorliegenden Werke eine umfassende Weltanschauung. So muß man es wohl nennen; denn für eine naturwissenschaftliche Arbeit oder für eine philosophische Auseinandersetzung wäre auf dem Raume kein Platz. Nagel steht ganz auf dem Boden der Ostwaldschen Energetik mit evolutionistischer Tendenz. Die Entwicklung ist das Prinzip des Fortschritts und zwar eine evolutionistische Entwicklung, deren Gesetz lautet: Vermehrung und Veredelung der

Energien. Unter Veredelung der Energie versteht Nagel eine schließliche Umwandlung in Nervenenergie resp. geistige Energie. Die Skala dieser Veredelungen ist nur angedeutet durch die großen Gebiete: anorganische, organische, geistige Energie. Ohne auch nur den Beweis anzudeuten resp. die Notwendigkeit eines Beweises zu empfinden, daß organische Wesen aus anorganischen hervorgehen, daß geistige Energie aus mechanischer oder chemischer entstehen könne, wird diese Evolution als eine ganz selbstverständliche Tatsache vorausgesetzt. Freilich findet man wohl mal einen Hinweis auf eine Analogie, z. B. des Wachstums der Organe mit dem Wachstum der Kristalle, des Lebensprozesses der Tiere, welche sich gegen feindliche und schädliche Einwirkungen „wehren", mit dem Zink, welches sich „wehrt" gegen eine andere Formgebung durch das Hämmern. Aber ich möchte dem Verfasser doch nicht Unrecht tun mit der Annahme, daß er solche Wortspiele für Begründungen, geschweige denn für Beweise hielte. Für den naturwissenschaftlichen Begriff der Energie ist eine Skala der Veredelung absolut ausgeschlossen, warum magnetische oder elektrische Energie edeler oder unedeler sein sollte als chemische oder mechanische, ist gänzlich unfaßbar. Ja, eine auch nur phantastische Stufenleiter aufzustellen, hieße sich an dem Grundgesetz der Energie, dem von der konstanten Summe, versündigen. Wir müssen also das Leitmotiv dieser Arbeit als wissenschaftlich unhaltbar ablehnen. Auch die anderen Voraussetzungen, von der Entstehung des Organischen aus Anorganischem usw. können wir nicht einmal hypothetisch anerkennen und erwähnen in bezug hierauf nur, daß Külpe auf der letzten Naturforscherversammlung als ganz allgemein anerkannte Tatsache die Unmöglichkeit dieser Entstehung erklärt hat.

Aber wenn wir diese Basis, von welcher Nagel ausgeht, auch völlig verwerfen, so soll doch nicht verschwiegen werden, daß wir das Buch mit Interesse gelesen haben. Es ist Nagels Bestreben, auf allen Gebieten die von den Vorgängern geleisteten Arbeitswerte zusammenzufassen und den allmähligen Fortschritt der Erkenntnis und der Auffassung zu zeigen und das ist etwas Wertvolles, wenn man auch die Brille, durch welche er diese Fortschritte betrachtet als verkehrt geschliffen erkennt. Diese Fortschritte zeigt er in der Geschichtsauffassung, in der Sozialpolitik, der Ethik, der darstellenden Kunst, der Dichtkunst und Musik, am Genie, an der Religion, der Psychologie und Erziehung, der Philosophie, dem Leben und dem Handel. Diese reiche Musterkarte zeigt schon, daß die Probleme nur beleuchtet werden, und dazu noch einseitig, aber auch die einseitige Beleuchtung ist interessant, wenn sie uns Ecken und Löcher zeigt, die sonst dem Auge leicht entgehen. So wenig also das Buch geeignet ist, sich eine Weltanschauung daraus zu bilden; denn man würde alsbald finden, daß der scheinbar geebnete Weg wegen mangelnden Unterbaues dem Fuße keinen Halt bietet; so anregend ist das Buch doch für den, welcher eine Weltanschauung hat, und nun in dieser Perspektive Analogien und Verbindungen betont sieht, die ihm in dem Maße vielleicht nicht aufgefallen waren. Es wird darum dem wissenschaftlich gebildeten Leser eine angenehme Lektüre bieten, indem es poetisches Empfinden und humane Gesinnung fördert.

Hoppe (Niendorf).

* * *

Ahrens, W., Latein oder Deutsch. Die „Sprachenfrage" bei der Herausgabe der Werke Leonhard Eulers. 76 S. Magdeburg 1910, Peters. M 1,60.

Nach einer Einleitung, welche den Wert und die Größe der Herausgabe der Werke L. Eulers würdigt, sucht Ahrens die Frage zu beantworten, ob man Eulers Arbeiten in den von ihm gewählten Originalsprachen oder in einer Uebersetzung, sei es deutsch, englisch oder französisch, darbieten soll. Er plädiert für eine deutsche Uebersetzung hauptsächlich aus dem Grunde, weil zahlreiche Mathematiker des Lateinischen nicht mehr mächtig sind, und ein großer, oder vielmehr der größte Teil der Eulerschen Arbeiten lateinisch geschrieben sind. Allein Ahrens würde nicht die Freude erleben, daß nun alle Mathematiker Eulers Werke studierten, wenn sie deutsch vor ihnen lägen. Allerdings wird auch von den wissenschaftlich Arbeitenden das Latein wohl nicht allgemein und nicht ohne Beschwerde gelesen. Trotzdem ist ihnen mit einer Uebersetzung wenig gedient, denn auch die beste Uebersetzung hat stets die individuelle Note des Uebersetzers. Es kommt bei wissenschaftlichen Fragen aber oft, wie jeder, der historische Studien gemacht hat, weiß, auf ein einzelnes Wort oder eine bestimmte Kombination an, welche die Uebersetzung gar nicht oder nur unvollständig wiedergeben kann. Darum wird jeder, auch wenn er eine Uebersetzung zur Hand hat, zum Original greifen müssen, ehe er sich ein Urteil über den Inhalt erlauben darf. Gerade diesem Bedürfnis will die Gesamtausgabe aber dienen. Denn ungefähr weiß man ja aus den fraglichen Lehrbüchern, was Euler in den einzelnen Disziplinen geleistet hat. Die Originale aber sind z. T. sehr wenig zugänglich und darum freuen wir uns, daß nun endlich die Ausgabe zustande kommt. Wir bedauern aber aufrichtig, daß Ahrens gezwungen wurde, seine Dissonanz gegen die Originalausgabe erst durch eine Broschüre zur Kenntnis zu bringen. Es würde wohl möglich gewesen sein, durch Rede und Gegenrede zu einer Verständigung zu gelangen, die Ahrens Mitarbeit ermöglicht hätte. Hoppe (Niendorf).

* * *

Natur und Kultur, Schriftleiter und Herausgeber Frz. Jos. Völler. Jahrg. 8. Monatlich 2 Hefte. Vierteljährlich 2 M. München 1910/11, Isaria-Verlag.

Von der nun bereits sieben Jahre bestehenden Zeitschrift liegen dem Referenten die drei ersten Hefte des achten Jahrgangs vor, der in der äußeren Ausstattung gegenüber den früheren Jahrgängen mehrfache Verbesserungen aufweist.

Neben einer Reihe kleinerer Notizen bringen diese drei Hefte an größeren Artikeln: Seb. Killermann, Albrecht Dürer als Tier- und Pflanzen-Zeichner — H. Löns, Auto und Flora — Hugo Kühl, Die Bedeutung des Stickstoffs und seine Gewinnung aus der Luft — F. Münichsdorfer, Die Eisenerzvorräte der Erde — Pudor, Zur Farbenästhetik des Waldes — A. Czepa, Der Tod — Franz Otto Koch, Die Spinnen — G. Auerbach, Ein Ausflug ins Reich der Wohlgerüche — Dr. Rosenberg, Von der Erforschung des Universums — H. Kühl, Der Pelz und seine Geschichte — W. Krebs, Neues aus der meteorologischen Höhenforschung — C. Schenkling, Der Sauerwurm und seine Bekämpfung — D. Winter, Der Reis.

Wie schon die Titel dieser Artikel zeigen, sucht die Zeitschrift ihre Sonderaufgabe darin, die Beziehungen zwischen der Natur und den sonstigen für unsere Bildung in Betracht kommenden Interessenkreisen zu pflegen, als ein Beispiel dafür sei der zweite der oben genannte Artikel angeführt, der von der Verbreitung und Verschleppung der Flora durch die Ausdehnung des Automobilismus handelt.

Es ist klar, daß diese Aufgabe nur gelöst werden kann durch eine wissenschaftlich einwandfreie, zugleich aber auch die Gefälligkeit der Darstellung stets im Auge behaltende Stoffbehandlung, wie sie in der Tat bei allen den vorgenannten, großenteils durch gute Abbildungen nach photographischen Aufnahmen ausgestatteten Artikeln zu konstatieren ist.

Auch die sonstigen Rubriken der Zeitschrift bieten vielerlei Interessantes, so finden sich z. B. sehr lehrreiche Einzelheiten verschiedenster Art in der Rubrik: Die Natur in Monatsbildern.

Die Zeitschrift darf jedem Naturfreund empfohlen werden, besonders auch scheint sie geeignet, das Naturverständnis der bisher den Naturvorgängen gleichgültig gegenüberstehenden Kreise von ausschließlich literarischer Bildung dadurch zu erwecken, daß sie die Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Seiten der Bildung so energisch betont.

F. Pietzker (Nordhausen).

* * *

Dr. Wilh. R. Eckardt, Paläoklimatologie. Sammlung Göschen Nr. 482. Leipzig 1910.

Die Paläoklimatologie ist aus dem im Vorjahre erschienenen größeren Werke: Das Klimaproblem der geologischen Vergangenheit und historischen Gegenwart hervorgegangen. Es gilt infolgedessen für dieses Buch dasselbe, was Referent seinerzeit in den Annalen der Hydrographie über die Hauptarbeit ausführte. An Stelle tatsächlicher Kenntnis muß sehr häufig die Hypothese treten.

Im einzelnen wird in der Paläoklimatologie im ersten Teil die rein geologisch-meteorologische Seite des Problems stärker, die biologische schwächer betont, worauf im zweiten Teil die Ursachen der Klimaänderungen untersucht werden. Wesentlich ist immer die Verteilung von Land und Wasser, sonst aber steht bei allen Erklärungsversuchen Hypothese gegen Hypothese.

Dr. R. Lütgens.

* * *

Jäger, Gustav, Prof. Dr., Theoretische Physik II. Sammlung Göschen.

Das Büchlein behandelt in gedrängter Darstellung die wesentlichsten analytischen Entwickelungen aus der geometrischen Optik, der Interferenz, Polarisation und Doppelbrechung des Lichtes; aus der Wärmelehre die Gleichungen der Wärmeleitung mit Anwendung auf einige Beispiele (Stab, Ring, Kugel, Temperaturgefälle und Abkühlung der Erde), sowie die Grundlehren der mechanischen Wärmetheorie und der kinetischen Gastheorie. Bei der außerordentlich knappen Darstellung setzt es bei dem Leser Gewandtheit im physikalischen Interpretieren der Gleichungen sowie die Fähigkeit voraus, sich die teilweise nur angedeuteten physikalischen Voraussetzungen im einzelnen selbst zurecht zu legen. Zur ersten Einführung scheint es mir daher nicht geeignet. Wohl aber dürfte es als handliches Nachschlagebüchlein sowie zum Zweck der schnellen Orientierung dem physikalisch (und mathematisch) Gebildeten gute Dienste leisten.

Lony (Hamburg).

Zur Besprechung eingetroffene Bücher.

(Besprechung geeigneter Bücher vorbehalten.)

Abbe, E., Die Lehre von der Bildentstehung im Mikroskop. Braunschweig 1910, Vieweg & Sohn. M 5.—.

Ahrens, W., Latein oder Deutsch. Die Sprachenfrage bei der Herausgabe der Werke Leonhard Eulers. Magdeburg 1910, Kommissionsverlag von K. Peters. M 1.60.

Alt, H., Die Kälte, ihr Wesen, ihre Erzeugung u. Verwertung. Mit 45 Abbild. u. 2 Taf. Leipzig 1910, Teubner. geb. M 1.25.

—„— Schülerübungen zur Einführung in die Physik. Mit 53 Fig. Leipzig 1910, Teubner. M 2.20, geb. M 2.60.

Arendt-Doermer, Grundzüge der Chemie und Mineralogie. 10. Aufl. Hamburg 1910, Leopold Voß.

—„— Technik der anorganischen Experimentalchemie. 4. Aufl. Ebenda. M 24.—.

Auerbach, F., Die Grundbegriffe der modernen Naturlehre. 3. Aufl. Mit 79 Fig. Leipzig 1910, Teubner. geb. M 1.25.

Baltin u. Maiwald, Lehrbuch der Mathematik f. Seminare u. Präparandenanstalten. 3. Aufl. Leipzig 1910, Teubner. M 2.60.

Bendt, F., Grundzüge der Differential- u. Integralrechnung. 4. verb. Aufl. Mit 39 Abbild. Leipzig 1910, Weber. geb. M 3.–.

Beutel, E., Algebraische Kurven. Sammlung Göschen. Leipzig 1909. M 0.80.

Boehm, K., Elliptische Funktionen. 2. Teil: Theorie der elliptischen Integrale. Umkehrproblem. Mit 28 Figuren. Leipzig 1910, Göschen. geb. M 5.—.

Bokorny, Th., Lehrbuch der Botanik f. Realschulen u. Gymnasien. 3. Aufl. Mit 181 Fig. Leipzig 1910, Engelmann. geb. M 3.–.

Boode, E., Feuchte Musikanten. Godesberg 1910, Keplerbund. M 1.80.

Brandstetter, Dr. J. L., Die Dezimalbruchperioden. Pg. 1908. Luzern.

Braun, O., Das Zeichnen im naturgeschichtl. Unterrichte. Mit 3 Taf. Leipzig 1910, Teubner. M 1.—.

Bruck, Dr. W. F., Wie studiert man Biologie? Stuttgart 1910, Wilhelm Violet. M 2.50.

Bützberger, Prof. Dr. F., Ebene Trigonometrie. 4. Aufl. Zürich 1909, Orell Füßli. M 2.—.

Claßen, Prof. Dr., Das Entropiegesetz. Godesberg 1910, Keplerbund. M 0.60.

Claußen, P., Pflanzenphysiologische Versuche und Demonstrationen f. d. Schule. 2. Aufl. Mit 43 Abbild. Leipzig 1910, Teubner. M 1.—.

Cramer, Prof. H., Der mathem. Unterricht im Großh. Baden. Ebenda.

Crüger, Dr. Joh., Grundzüge der Physik. 33. Aufl., bearb. von R. Hildebrand. Ausg. B. Leipzig 1910, C. F. Amelang. M 2.50.

Dahl, F., Anleitung zu zoologischen Beobachtungen. Leipzig 1910, Quelle & Meyer. M 1.—, geb. M 1.25.

Dannemann, F., Die Naturwissenschaften in ihrer Entwickelung und in ihrem Zusammenhang. 1. Bd. Leipzig 1910, Wilhelm Engelmann.

Dekker, Dr. H., Auf Vorposten im Lebenskampf. Stuttgart, Kosmos.

Dittrich, G., Ausgewählte Kapitel der Biologie. Leipzig 1910, Quelle & Meyer. M 0.80.

Dolinski, M., Lehrbuch d. Physik. Mit 196 Fig. u. 1 Tafel. Wien 1910, Fromme. geb. M 3.50.

—„— Algebra und politische Arithmetik. 2. Aufl. Ebenda.

Ebeling, M., Lehrbuch der Chemie u. Mineralogie für höh. Lehranstalten. 1. Teil: Anorganische Chemie. Mit 4 Bildnissen u. 386 Abbild. 3. verbess. Aufl. Berlin 1910, Weidmann. geb. M 4.—.

Emden, R., Grundlagen der Ballonführung. Mit 6 Abbild., 3 Taf. und 60 Uebungsbeispielen. Leipzig 1910, Teubner. geb. M 2.80.

Endemann, K., Die wichtigsten Grundregeln gesunder Lebensführung f. d. Jugend. Leipzig 1910, Quelle & Meyer. M 0.80.

L'Enseignement Mathématique, Revue Internationale dirigée par C. A. Laisant et H. Fehr. XIIme Année. No. 3. Paris 1910, Gauthier-Villars et Genève, Georg & Cie.

Ernecke, F., Projektionen m. d. Universal-Schulprojektionsapparat Type Nor. 5. Aufl. 150 Abbild. Im Selbstverlage.

Floericke, Dr. K., Kriechtiere und Lurche Deutschlands. Stuttgart, Kosmos. M 1.—.

Frenzel, Prof. C., Fundamente der Differential- u. Integralrechnung. Leipzig 1910, Teubner.

Freund, A., Technische Elementarmechanik fester Körper f. gewerbliche Lehranstalten u. z. Selbststudium. 2., erweit. Aufl. Leipzig 1910, Brandstetter. geb. M 1.—.

Geck, Prof. Dr. E., Der mathematische Unterricht im Königreich Württemberg. Ebenda.

Geistbeck, M., Leitfaden d. mathematischen u. physikalischen Geographie f. höhere Lehranstalten. 32. u. 33. Aufl. Mit 126 Abbild. Freiburg i. B. 1910, Herder. geb. M 2.20.

Graebner, P., Lehrbuch der allgemeinen Pflanzengeographie. Mit 150 Abbild. Leipzig 1910, Quelle & Meyer. M 8.—.

Grimsehl, E., Didaktik und Methodik der Physik. München 1911, Beck. M 3.—.

—„— Lehrbuch d. Physik f. höh. Mädchenschulen. Unter Mitarbeit von H. Redlich. Leipzig 1910, Teubner. geb. M 2.80.

Grünbaum, Dr. H., Der mathem. Unterricht a. d. deutschen mittl. Fachschulen der Maschinenindustrie. Ebenda.

Gruner, Prof. Dr., Probleme der modernen Physik. Godesberg 1910, Keplerbund. M 0.60.

Gubler, Dr. S. E., Aufgaben aus der allgem. Arithmetik für Mittelschulen. Zürich, Orell Füßli. M 1.20.