Jahrgang XVII. 1911. No. 8.

Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

Begründet unter Mitwirkung von **Bernhard Schwalbe** und **Friedrich Pietzker**,
von diesem geleitet bis 1909, zurzeit herausgegeben von
Prof. Dr. **A. Thaer**,
Direktor der Oberrealschule vor dem Holstentore in Hamburg.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 57.

Redaktion: Alle für die Redaktion bestimmten Mitteilungen und Sendungen werden nur an die Adresse des Dir. Thaer, Hamburg 36, erbeten.

Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (5 Mk. Jahresbeitrag) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Königswortherstraße 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 8 Nummern ist 4 Mark, für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift unentgeltlich; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhdlg. zu beziehen. Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermäßigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Vereins-Angelegenheiten.

Die XXI. Hauptversammlung findet in Halle a. S. vom 27. bis 30. Mai 1912 statt. Den Vorsitz im Ortsausschuß hat Herr Geh. Regierungsrat Prof. Dr. Wangerin übernommen. Dieser und der Unterzeichnete sind bereit, Anmeldungen von Vorträgen entgegenzunehmen.

Dr. A. Thaer, d. Z. Vereinsvorsitzender.

In welcher Beziehung kann der biologische Unterricht fördernd auf die gesamte Geistesbildung der Schüler wirken?

Eigenbericht über einen Vortrag, gehalten auf der Versammlung deutscher Schulmänner zu Posen von Prof. Dr. Höck (Perleberg).

In fast allen amtlichen Schriftstücken, die eine Einzelaufzählung aller Schulfächer unserer höheren Schulen enthalten, wird als letzter wissenschaftlicher Unterrichtsgegenstand unter den Namen Naturkunde, Naturgeschichte oder Naturbeschreibung ein Fach genannt, das hauptsächlich die Lehre von den Lebewesen behandelt. Es ist also gerade die Biologie, welche unserer Sektion dieser Versammlung den Namen verschaffte, das die letzte Rangstellung an unseren höheren Schulen einnehmende Fach. Wodurch mag dies bedingt sein?

Zunächst hängt es unbedingt mit der Einteilung unserer Schulfächer in ethische, fremdsprachliche, realistische und technische zusammen, denn von diesen vier Gruppen war auf den Schulen, aus welchen unsere jetzigen höheren Lehranstalten hervorgingen, fast nur die zweite Gruppe und zwar auch diese nur bezüglich der alten Sprachen vertreten.

Doch kann die Geschichte ihrer Einführung nicht allein die Rangstellung der Fächer an unseren Schulen bedingt haben, denn Deutsch und Mathematik, welche auf allen Arten unserer höheren Schulen als Hauptfächer gelten, sind nicht älter als die Naturwissenschaften als Unterrichtsgegenstände an ihnen, und die neueren

Fremdsprachen, welche an den Realanstalten eine ähnliche Rolle spielen wie die alten an den Gymnasien, sind noch später eingeführt. Dennoch sind alle diese Fächer die tonangebenden auf den höheren Schulen; von den Naturwissenschaften wird aber gerade die Biologie weder in der Abgangsprüfung, noch bei der Versetzung fast je berücksichtigt; es sei denn, es werde einmal, um einen Schüler durchzubringen, darauf hingewiesen, daß er in der Naturkunde ein gutes Urteil vom Fachlehrer erhalten habe. Ist das Gegenteil der Fall, so werden die schlechten Leistungen meist nur auf die Trägheit des Schülers zurückgeführt, da die meisten Amtsgenossen annehmen, unser Fach ließe sich leicht erlernen.

Sicher kann die verächtliche Stellung der Biologie in den Schulen nicht durch ihren Einfluß auf die Kultur bedingt sein. Fassen wir das Wort Kultur in seiner ursprünglichen Bedeutung als gleichbedeutend mit Pflanzenbau, so gibt es kein zweites Fach, das sich an Wert mit dem unseren messen könnte. Zwar ist die künstliche Düngung, welche den Ackerbau in den letzten Jahrzehnten so sehr gehoben hat, durch Liebig eingeführt, der an Stelle der alten Theorie von der Humusernährung der Pflanze seine von der Mineralstoffaufnahme stellte. Aber die Arbeiten der Biologen haben in letzter Zeit diese Ansicht wesentlich abgeändert. Fachgenossen gegenüber brauche ich nur auf jenes Wechselverhältnis zwischen Pilzen und höheren Pflanzen hinzuweisen, das unter dem Namen Mykorrhiza ihnen allgemein bekannt ist. Mit diesem rechnet aber nicht nur der Forstmann bei der Pflanzung der Holzgewächse, sondern vor allem auch der Gärtner bei der Aufzucht der Orchideen. Auch die Prophylaxis, welche in der Menschen- und Tierheilkunde jetzt eine so große Rolle spielt, ist besonders durch Sorauer in die Pflanzenpflege eingeführt. Aber wir schätzen mit Recht ein Fach an unseren höheren Schulen nicht nach seinem Wert für das tägliche Leben. Sonst müßten wir den Rechenunterricht obenan stellen, denn wer gut rechnen gelernt hat, in des Wortes weitester Bedeutung, wird sich am besten durch das Leben durchschlagen.

Wir schätzen ein Fach vor allem nach seinem geistbildenden Wert. In der Beziehung stand es früher aber vielfach mit der Naturkunde schlecht, und darunter haben wir noch heute zu leiden, weil viele unserer Amtsgenossen, und gerade die in leitenden Stellen, oft von ihrer Schulzeit her in dieser Beziehung schlecht beeinflußt sind.

Daß es wirklich traurig in der Beziehung stand, habe auch ich selbst als Schüler erfahren, trotzdem ich in einer wichtigen Hafenstadt Schleswig-Holsteins eine Realschule I O., also eine Schule besuchte, auf der man eine besondere Pflege der Naturwissenschaften erwartet haben sollte. Aber der Unterricht in der Naturgeschichte, wie sie damals genannt wurde, lag ganz in den Händen eines seminaristisch gebildeten und noch dazu ziemlich alten, sonst uns in sittlicher Beziehung gut beeinflussenden Lehrers. Trotzdem damals von VI bis O II einschl. je zwei Wochenstunden dem Fach eingeräumt waren und bei der Versetzung nach I eine Ascensionsprüfung sich mündlich nur auf Geographie und Naturgeschichte erstreckte, waren die Erfolge recht gering. Der Unterricht war rein dozierend, und Anschauungsmittel irgendwelcher Art wurden wenigstens in den mittleren und oberen Klassen, welche ich besucht habe, nie verwendet. Es wurde nur der „Kleine Schilling“ vom einen Ende zum andern durchgesprochen, also wesentlich Systematik betrieben, ein Hauptwert auf die Einprägung der sog. lateinischen Namen gelegt. Diese bereiteten, da sie bekanntlich z. T. aus dem Griechischen stammen, uns Realschülern große Schwierigkeit, da sie uns natürlich auch nicht verständlich erklärt werden konnten. Trotzdem ich damals Naturgegenstände fast jeder Art eifrig sammelte, war selbst mir der Unterricht in der Naturgeschichte vielfach langweilig, und ich muß jetzt als Lehrer dieses Faches sagen, daß eine solche Prüfung, für die nur auswendig gelernt wurde, mir selbst wenig wertvoll erscheint.

Welche Geistesgaben konnten dadurch gefördert werden? Nur das Gedächtnis, und zwar fast nur das Wortgedächtnis, denn auch die Unterschiede der Pflanzen und Tiere mußten auswendig gelernt werden. Das Wortgedächtnis wird aber schon hinreichend in den auf höheren Schulen besonders gepflegten Fremdsprachen gefördert. Solche Ueberlegungen haben wohl neben den anderen allgemein bekannten Gründen dazu geführt, 1882 den Naturgeschichtsunterricht einzuschränken und die erwähnte Prüfung abzuschaffen.

Etwas anders wurde allerdings damals schon stellenweise die Naturkunde betrieben. In meiner Heimatsprovinz wurde schon zu meiner Schülerzeit vielfach „Lennis' Schulnaturgeschichte“ verwendet und mit Hilfe dieses Buchs wurden Bestimmungsübungen vorgenommen, vor allem aber auch soviel wie möglich Anschauungsmaterial verwendet. In diesem Falle konnte der Formensinn gepflegt werden, das Wortgedächtnis durch das Sachgedächtnis gestützt werden. Alles durch Anschauung Aufgenommene haftet aber besser als Auswendiggelerntes. Auch konnte statt der dozierenden Lehrweise die katechetische verwendet werden, was schon ein wesentlicher Fortschritt war. Wenn Blumen oder Kerfe oder andere Naturgegenstände den Schülern zur Untersuchung in die Hand gegeben werden, wird auch die Handfertigkeit, wenn auch nicht in dem Maße gepflegt, wie neuerdings durch physiologische oder mikroskopische Uebungen, die sich aber natürlich nur auf der Oberstufe vornehmen lassen. Das Zahlengedächtnis, das bei der dozierenden Methode stark belastet wurde, wird bei Anschauungsunterricht weit weniger überbürdet. Die Schüler sind meist mit großem Interesse bei solchen Uebungen. Es ist das also schon ein wesentlicher Fortschritt.

Aber heute ist man noch weiter gekommen. Vor allem wird das Leben der Tiere und Pflanzen mehr in den Vordergrund gestellt, als das früher der Fall war. Doch auch diese Methode, die wir heute als die ökologische bezeichnen, war schon zu meiner Schülerzeit angebahnt, wenn sie auch nur wenig geübt wurde.

Schon 1867 hatte Hermann Müller in Lippstadt auf Wunsch des damaligen preußischen Ministers einen Lehrplan der Naturgeschichte entworfen, der den Lehrern der neu in preußische Verwaltung übernommenen höheren Schulen als Muster empfohlen wurde. Dieser baute auf morphologischer Grundlage auf, war aber auf der Oberstufe schon vollkommen ökologisch, wie es bei der wissenschaftlichen Bedeutung H. Müllers für den Ausbau der Oekologie fast selbstverständlich war. Aber diesem Muster folgte man leider wenig, wie aus den oben mitgeteilten Erfahrungen an einer Schule der damals neu erworbenen Provinzen hervorgeht. Mir wurde der Lehrplan aber schon in meiner Studienzeit durch H. Müllers Arbeit „Die Hypothese in der Schule“ bekannt.

Noch von zwei anderen Seiten her wurde ich schon auf der Universität der ökologischen Richtung zugelenkt. In meinem ersten Studiensemester hörte ich bei Engler eine Vorlesung über „Pflanzengeschichte und Pflanzengeographie“. Diese wurde bestimmend für meine eigene Arbeitsrichtung. Immer habe ich seitdem der Pflanzengeographie mein Hauptinteresse zugewandt, besonders mich bestrebt, die Pflanze in ihrer Abhängigkeit von Boden und Klima verstehen zu lernen und ihre Verbreitung mir verständlich zu machen. Es trat also dadurch neben die Frage nach dem „Wie?“ auch die nach dem „Warum?“

Daß die letzte Frage eigentlich die wichtigere sei, wenn sie auch oft schwer mit Bestimmtheit zu beantworten sei, brachte uns Studenten vor allem mein Lehrer der Zoologie, Karl Moebius, bei, mehr noch als in seinen Vorlesungen in den Sitzungen der von ihm ins Leben gerufenen und geleiteten „Biologischen Gesellschaft“. Durch diesen Lehrmeister wurde auch Junge beeinflußt, der in seinem „Dorfteich“ die ökologische Methode zur Geltung brachte, aber etwas einseitig übertrieb.

Der Hauptvorzug des Unterrichts auf ökologischer Grundlage aber besteht darin, daß durch sie der Verstand wesentlich gepflegt wird, denn verstandesmäßiges Wissen haftet besser als rein gedächtnismäßig angeeignetes. Es läßt sich dann auch die Lehrweise vervollkommnen, nämlich die entwickelnde Methode auch in die Biologie einführen, die auf dem Gebiete der Physik und Chemie B. Schwalbe schon vor Jahrzehnten anwandte.

Man braucht nun aber nicht zu fürchten, daß wir Biologen die Schüler zu reinen Verstandesmenschen erziehen wollten. Ganz im Gegenteil, auch die Ethik und Aesthetik werden von uns in der Biologie gepflegt.

Daß der Sinn für das Schöne im biologischen Unterricht geweckt wird, ist fast selbstverständlich, da wir den Formensinn bilden. Aber auch der Farbensinn wird gleichzeitig entwickelt. Was kann man wohl schöneres an Einzelwesen einem Schüler zeigen als die Blüte einer Iris oder Orchis, das Gefieder so manches Vogels, die durch Schüppchen hervorgerufene herrliche Zeichnung der meisten Tagfalter. Ja, die Aesthetik ist z. T. durch die Natureindrücke bedingt. Warum wirkt ein symmetrischer Bau auf unser Auge angenehm, während das Barocke als Kunstverirrung zu betrachten ist? Nur weil wir durch den Bau unseres Körpers und den der meisten höheren Tiere an Symmetrie gewöhnt sind. So kann man ähnlich in der Lehre vom menschlichen Körper den Schülern klar machen, daß die Büsten der alten Griechen mit ihrer Uebertreibung der Größe des Gesichtswinkels deshalb auf unser Auge angenehm wirken, weil der größere Gesichtswinkel den Menschen vom Tier, den Kulturmenschen vom Naturmenschen unterscheidet. Aber schöner als die Betrachtung von Einzelwesen wirkt noch ihre Zusammenstellung im Landschaftsbilde. Es ist aber eine Hauptforderung der Oekologie, daß man die Tiere und Pflanzen in ihrer natürlichen Umgebung betrachtet.

Ausflüge, welche diese Art der Betrachtung im höchsten Grade fördern, wirken aber auch in sittlicher Beziehung günstig auf den Schüler schon dadurch, daß sie Lehrer und Schüler näher bringen und den Zwang des Klassenunterrichtes aufhören lassen. Wir Lehrer können da vor allem die Schüler vor Tierquälerei warnen, auch wenn wir sie zur Betrachtung der Tiere auffordern. Wir können aber dem Tierschutz auch einen Pflanzenschutz zur Seite stellen und dadurch die Naturschutzbewegung fördern helfen. Eine Hypothese kann hier stützend eingreifen. Wir zeigen den Schülern, daß höhere Tiere Schmerzen ähnlich äußern wie wir. Steigen wir in der Tierreihe abwärts, so wird die Aehnlichkeit in dieser wie in anderer Beziehung nur allmählich, nicht plötzlich anders, so daß auch die niedersten Tiere, welche wir in freier Natur beobachten, eine gewisse Empfindung zu besitzen scheinen. Die niederen Tiere sind aber, wie wir den Schülern im biologischen Unterricht zeigen, durch kein einziges Merkmal von den niederen Pflanzen getrennt. Wenn wir jenen seelische Eigenschaften zuschreiben, müssen wir das auch bei diesen tun und um so mehr natürlich auch bei den höheren Pflanzen. Es ist daher recht wahrscheinlich, daß auch die Pflanzen Verletzungen empfinden, wenn sie solche auch nicht so äußern wie wir und die höchsten Tiere.

Aber noch in vielen anderen Hinsichten können wir fördernd auf das Gemüt der Schüler einwirken durch ein Fach, das man vielfach in so schroffen Gegensatz zu den sog. ethischen Wissenschaften stellt.

Vor allem können wir an den gesellig lebenden Tieren zeigen, daß Einigkeit stark macht. Dies zeigen uns schon in Herden, Scharen usw. zusammen lebende Tiere. Viele Krähen vermögen gemeinsam einen Raubvogel zu vertreiben, während sie einzeln ihm zum Opfer fallen. Aber noch viel deutlicher zeigen die staatenbildenden Kerfe, wie die Fügung in allgemeine Gesetze den einzelnen zugleich mit der Allgemeinheit fördert; ein Anarchist im Kerfstaat könnte daher wohl einem Revolutionär im menschlichen Staat als abschreckendes Beispiel dienen.

Wie daher die Staatengesetze als Naturgesetze den Schülern z. T. klargemacht werden können, so vermögen wir ihnen zu zeigen, daß viele sog. Anstandsregeln nur Gesundheitsregeln sind, so vor allem die Vorschriften über Reinlichkeit, die Schutz gegen schädigende Wirkung niederer Lebewesen bieten.

Doch muß die Pflege des W a h r e n der des G u t e n und S c h ö n e n vorangestellt werden. Eine Uebertreibung ist es z. B., wenn man auf die Schönheit der Bilder für den Anschauungsunterricht zu großen Wert legt. Sie müssen in erster Linie naturwahr sein, können sie gleichzeitig den Schönheitssinn fördern, so ist es natürlich um so besser. Die Forderung der W a h r h e i t ist die w e s e n t l i c h s t e.

Daher gehen wir immer von der Anschauung aus, wo diese aber aufhört, muß auch die Ueberlegung eintreten. Deshalb dürfen wir die Hypothese, natürlich wiederum besonders auf der Oberstufe, nicht unbenutzt lassen, wie ich schon an dem Beispiel von der Beseelung der Pflanzen zeigte. Die Hypothese muß nur als solche bezeichnet werden, sogar, wenn es nötig ist, auf ihre Schwächen hingewiesen werden. Auch die in der Chemie als Arbeitshypothesen benutzten Theorien wie die Jonentheorie oder die Lehre vom asymmetrischen Kohlenstoffatom sind sicher nicht unbedingt bewiesen, dennoch aber lassen sie sich mit Vorteil zur Verknüpfung von Einzelheiten verwenden.

Ganz in gleicher Weise läßt sich im Biologieunterricht der oberen Klassen die sicher nicht minder fest begründete Abstammungslehre benutzen. Durch ihre Einführung werden die systematischen Begriffe zu echten Verwandtschaftsbegriffen und dadurch klarer verständlich. Vor allem lernt der Schüler, daß nicht wir Menschen diese Begriffe künstlich bilden, sondern aus der Natur herauszulesen suchen. Werden aber die Einteilungsbegriffe wie Art, Gattung usw. so den Schülern verständlich gemacht, so können sie zur Benutzung von Einteilungsübungen, also zur Anordnung des Stoffes auch in anderen Lehrgegenständen verwendet werden, können den Sprachunterricht, vor allem den in der Muttersprache, fördern helfen. In dieser Hinsicht sind aber auch die schriftlichen Ausarbeitungen von Bedeutung. Doch muß bei solchen, was ich ausdrücklich hervorheben möchte, auf die Sache, nicht auf den sprachlichen Ausdruck der Hauptwert gelegt werden. Aber das muß meines Erachtens bei den deutschen Aufsätzen ebenso sein, wenn diese wirklich die hauptsächlichsten Arbeiten auf der Schule sein sollen; sonst erziehen wir die Schüler zu Phrasenhelden. Umgekehrt dürfen wir aber auch bei den Ausarbeitungen die sprachlichen Fehler nicht unbeachtet lassen, denn wir müssen immer daran denken, daß wir die Schüler nicht für unser Fach, sondern a l l g e m e i n ausbilden sollen.

Daß wir aber auf die G e s a m t b i l d u n g des Geistes fördernd im biologischen Unterrichte einwirken können, hoffe ich gezeigt zu haben. Wir bilden nicht nur das Gedächtnis, wie viele unserer Amtsgenossen, die unserem Fache fern stehen, zu glauben scheinen, sondern ebenfalls, und zwar in hohem Grade, den Verstand. Der Sinn für das Wahre, aber auch der für das Schöne und Gute, wird in der Biologie gepflegt. Wenn wir auch immer von der Anschauung ausgehen, so wird diese doch durch die Ueberlegung noch weiter gefördert. Wenn wir aber die Hypothese auch in die Biologie einführen, so läßt sie sich zur Verständlichmachung der Verwandtschaftsbegriffe verwenden und dann zur Ordnung der Gedanken benutzen. Diese volle Ausnutzung der Biologie zur Geistesförderung ist aber nur möglich, wenn wir sie auf die Oberstufe allgemein einführen. Diese Forderung der „Unterrichtskommission“ muß daher auch von seiten der „Biologischen Sektion“ hervorgehoben werden. Das war der Hauptgrund meiner Darlegungen. Daß ich den Fachgenossen nichts neues bieten könne, erklärte ich sofort dem Obmann unserer Sektion, der mich zu einem Vortrag aufforderte. Daher war mein Bestreben, durch meine Darlegungen den Amtsgenossen, die unserem Fache fernstehen, vor allem denen in leitenden Stellen zu zeigen, daß unser Fach nicht einseitig, sondern allseitig zu bilden vermöchte. Gerade der Ort, an dem Amtsgenossen aus den verschiedensten Fächern zusammenströmen, schien mir dazu geeignet.

Ueber Ortsgedächtnis bei Fischen und seine Bedeutung für die Wanderungen der Fische.

Von Dr. V. Franz (Frankfurt a. M.)

Wenn man Vorstellungen darüber zu gewinnen sucht, wie Wanderungsbewegungen von größerer räumlicher Ausdehnung bei Fischen oder wirbellosen Tieren zustande kommen, so hütet man sich mit Recht vor der berüchtigten Vermenschlichung der Tiere, und man wird die Annahme, daß psychische Faktoren wie z. B. Gedächtnis oder Intelligenz mit im Spiele sind, zunächst vielleicht nur beim Wanderflug der Vögel für diskutabel halten.

Soweit man die Wanderungen der Tiere physiologisch analysiert oder zu analysieren versucht hat, hat man tatsächlich in den meisten Fällen lediglich mit rein reflektorischen Vorgängen beim Tiere gerechnet, d. h. man sieht die Ortsbewegungen als ständig aufeinanderfolgende Beantwortungen der in jedem Falle vorhandenen Reizeinwirkungen an.

Als Beispiele für solche Anschauungen, die ja sicher im Grunde vieles Berechtigte enthalten, könnte man zunächst die phototaktischen Auf- und Niederwanderungen der Planktontiere anführen. So wie man sich dieselben denkt, würden sie tatsächlich rein reflektorisch als ständige Antwort auf den jeweils vorhandenen Lichtreiz erfolgen. — Daß ich aus vielen hier nicht darzulegenden Gründen*) in Zweifel ziehen möchte, ob dieses allgemein angenommene Phänomen in seiner Allgemeinheit und in großem Umfange tatsächlich existiert, ist eine Sache für sich.

Ein anderes vortreffliches Beispiel für eine reflektorisch zustande kommende Wanderung, und zwar bei Fischen, dürfte der jährliche Aufstieg des Lachses sein. Der Reiz, der in jedem Augenblick die Bewegungsrichtung des Fisches dirigiert, ist die Strömung selbst, deren Richtung der Fisch mit den Sinnesorganen der Seitenlinie perzipiert.

Als ein anderes Beispiel könnte man anführen, daß nach Reibischs Annahme*) die Schollen bei der Wanderung nach der Tiefe sich hauptsächlich nach dem Neigungswinkel des Grundes, den sie mit ihren Otolithen perzipieren würden, orientieren.

Rein reflektorisch könnten die Wanderungen der Scholle auch dann sein, wenn man annehmen würde, daß sie im wesentlichen Nahrungswanderungen sind, daß also die Schollen auf reichen Nährgründen verweilen, bis sie dieselben abgeweidet haben und Nahrungsmangel sie planlos weitertreibt.

Indessen gibt es Erscheinungen, die wohl andeuten, daß die Annahme rein reflektorischer Wanderungsbewegungen bei den Fischen kaum ausreicht. Besonders die außerordentlich weit ausgedehnten Wanderungen der Meeresfische, wie wir sie im letzten Jahrzehnt durch die internationale Erforschung der nordischen Meere kennen gelernt haben, gehören hierher. Es hat sich nämlich gezeigt, daß mit großer Wahrscheinlichkeit hydrographische Faktoren, d. i. Temperatur und ganz besonders der Salzgehalt, maßgebend für die Richtung der Wanderungen sind. Wohl mag der Neigungswinkel des Grundes bei der Wanderung der Schollen mitsprechen, aber wir können ihn weder als das ausschließliche, noch auch nur als das hauptsächlichste Moment betrachten, weil wir ein anderes Moment — eben Temperatur und Salzgehalt — vorherrschen sehen, und weil auch die Neigungswinkel am Meeresboden größtenteils außerordentlich gering sind. Wohl mögen temporäre und lokale Anreicherungen des Meeresbodens mit Nährtieren stellenweise die Schollen zum Verweilen veranlassen, wie dies neuerdings Petersen und Jensen**) mir gegenüber für denkbar erklären. Petersens Argumente beziehen sich zunächst auf den Limfjord; daß aber in der Nordsee im allgemeinen die Nährtiere der Scholle zu jeder Jahreszeit in annähernd gleichen Mengen vorhanden sein müssen, habe ich durch den Hinweis auf die Vieljährigkeit der in Frage kommenden Muscheln und Würmer, sowie durch den Nachweis, daß ein Weidegrund, auch wenn ihn die Schollen verlassen, nicht verödet ist, zunächst hinreichend

---

*) Vergleiche meine Arbeiten in der Internationalen Revue für die gesamte Hydrobiologie und Hydrographie 1909—1911. — Ferner Naturwissenschaftliche Wochenschrift 1911, Seite 345—348 und Archiv für Hydrobiologie und Planktonkunde (ein Bericht zurzeit im Druck).

*) J. Reibisch, Biologische Untersuchungen über Gedeihen, Wanderung und Ort der Entstehung der Scholle (Pleuronectes platessa) in der Ostsee. Wissenschaftliche Meeresuntersuchung, Abteilung Kiel, N. F. Band XIII. 1911.

**) C. G. Joh. Petersen und P. Boysen Jensen, Valuation of the Sea. I. Animal Life of the Sea-Bottom, its food and quantity (Quantitative Studies). From The Danish Biological Station XX. 1911. Copenhagen.

wahrscheinlich gemacht*), und Petersen scheint mir das gleichfalls anzunehmen.

Nicht nur bei der Scholle, sondern auch bei anderen Seefischen, nämlich beim Schellfisch, beim Dorsch, bei der Flunder, beim Hering, auch beim Aal mit seinen ungemein ausgedehnten Wanderungen ist sichergestellt, und bei vielen anderen Arten ist wahrscheinlich gemacht, daß das Laichen, die Ablage der im Wasser flottierenden Eier und Spermien in Gebieten von ganz bestimmtem Salzgehalt stattfindet, der in manchen Fällen der höchste ist, der für die Tiere erreichbar wäre, in anderen Fällen der niedrigste. So laichen die Heringe regulär in größerer Küstennähe, wo sie salzärmeres Wasser finden als an ihren sonstigen Aufenthaltsstätten. Die Schollen und Flundern der Nordsee aber laichen hauptsächlich in der südwestlichen Nordsee oder der sogen. „Kanalsee", in welche der Golfstrom mit salzreichem und warmem Wasser eindringt, die Aale unserer Flüsse eilen zum Laichen durch die ganze Ost- und Nordsee bis in den Atlantischen Ozean, in welchem sie erst jenseits von Großbritannien und Irland den geeigneten Salzgehalt finden.

Diese Tatsachen wären, wenn man die Tiere als reine Reflexmaschinen betrachten würde, kaum verständlich. Der Salzgehalt hat keine Kraftlinien, kann also nicht das Tier reflektorisch dirigieren, so daß es wie durch einen „Tropismus" nach dem geeigneten Gebiet hingelenkt würde. Und wollte man vielleicht mit der „Unterschiedsempfindlichkeit" rechnen, d. h. würde man annehmen, daß die Tiere von ungeeigneten Gebieten aus planlos nach allen Richtungen enteilen, bis sie zufällig das fürs Laichen geeignete Wasser finden, so würde man wohl ganz enorme Energieverschwendungen fordern müssen, ja man könnte sich eigentlich kaum vorstellen, daß durch bloße Unterschiedsempfindlichkeit der wandernde Aal von einer Flußmündung aus nach dem offenen Ozean hin gelangt, und wenn es doch so wäre, dann müßte man schon sehr oft festgestellt haben, daß sich die in Frage kommenden Tiere auch häufig hier- und dorthin verirren und das geeignete Laichgebiet keineswegs finden. Solches ist aber nur in ganz vereinzelten Fällen beobachtet worden.

In der Frage: Wie finden die Meeresfische den zum Laichen geeigneten Salzgehalt? liegt also ein Problem. Denn der Salzgehalt ändert sich auf ungemein weite Strecken hin nur um wenige Promille**) und das Wasser ist am Kopfe des Fisches noch nicht salziger als an seinem Schwanz, und der Fisch kann auf rein reflektorische Weise seinen Körper nicht in die Richtung der stärksten Aenderung des Salzgehaltes stellen.

Anders läge die Sache, wenn wir berechtigt wären, den Fischen ein gewisses Maß von Gedächtnis und Assoziationsvermögen, speziell von Ortssinn oder Ortsgedächtnis zuzutrauen. Dann könnte der Fisch nach Durchschwimmung längerer Strecken die Richtung der Weiterwanderung davon abhängig machen, ob sich der Salzgehalt des Wassers in zusagender oder in ungeeigneter Weise geändert hat. Dann würde er nicht auf planloses Suchen angewiesen sein, sondern er würde schon nach verhältnismäßig wenigem suchenden Hin- und Herschwimmen die geeignete Richtung für die Weiterwanderung zu finden und inne zu halten imstande sein, und er käme auf viel ökonomischere und fast schon jetzt wahrscheinlichere Weise zu dem für die Laichablage geeigneten Gebiet.

Daher trat ich der Frage näher, ob wir den Fischen ein hinreichendes Maß von Ortssinn zutrauen dürfen, um die Annahme rein reflektorischer Bewirkung der Wanderungsbewegungen zu überwinden.

Eine geordnete und kritische Literatur über die Frage nach einem etwaigen Ortssinn bei Fischen existiert bisher nicht. Wir können höchstens in Erwähnung bringen, daß Edinger*) vor zwölf Jahren durch eine Umfrage Material gesammelt hat, welches in nicht wenigen Fällen Gedächtnis bei Fischen nachweist und in einigen Fällen auch Ortsgedächtnis, wenigstens in kleinen Gebieten erkennen läßt. Durch eigene Versuche der Frage näher zu treten — es kämen wohl ausschließlich Markierungsversuche in Frage — mußte ich mir infolge vieler anderer Arbeiten versagen, und ich konnte auch auf diese sicher ungemein zeitraubende Arbeit verzichten, wenn ich wiederum den Weg einer Umfrage betrat. Ich veröffentlichte unter der Ueberschrift: „Kennt der Fisch sein Wohngewässer?" in vielen Fischereizeitungen eine Umfrage, die reichliches Material einbrachte. Bedenkt man, daß man auch bei allen Markierungsexperimenten in hohem Grade auf die vernünftige Mitarbeit der Fischer angewiesen ist, da man von diesen doch gewissenhafte Auskünfte über den Ort des Wiederfanges der markierten Fische fordern muß, so können wir auch die mir von zahlreichen Fischern, Fischereibesitzern und Sportsanglern zugegangenen Beobachtungen nach eingehender kritischer Sichtung als ein durchaus brauchbares Tatsachenmaterial zur Beant-

*) V. Franz, Ueber die Ernährungsweise einiger Nordseefische, besonders der Scholle. Wissenschaftliche Meeresuntersuchungen. N. F. Band IX. Abteilung Helgoland. 1910.

**) Ozeanisches Wasser hat etwa 3,5% Salzgehalt, für die Nordsee kann 3,2—3,3% als Norm gelten.

*) L. Edinger, Haben die Fische ein Gedächtnis? Münchener Allgemeine Zeitung vom 21. und 22. Oktober 1899.

wortung von wissenschaftlichen Fragen betrachten.*)

Zunächst einmal ein besonders markantes Beispiel dafür, daß Fische überhaupt ein erstaunliches hohes Maß von Gedächtnis besitzen können. Man kann Fische daran gewöhnen, daß sie — sei es in kleinen Aquarien oder in größeren Gewässern — an die Futterstellen herankommen, oder auch sich von ihrem Pfleger mit der Hand aus dem Wasser fangen lassen. Wird dem Tiere aber dabei nur einmal eine Unbill zugefügt, so bleibt es bestimmt an den folgenden Tagen aus oder läßt sich nicht mehr fangen. Ein solches Beispiel erwähnt Edinger von einer Regenbogenforelle, die einmal am Schwanze emporgehoben wurde, und ich weiß einen ganz analogen Fall von einem Stichling zu berichten, der einmal durch Ungeschicklichkeit in ein am Boden liegendes Tierfell gefallen war und aus ihm nur mit Mühe herausgeholt werden konnte.

Das bekannte Heranschwimmen der Goldfische und anderer Cypriniden an die Futterstelle zur gewohnten Stunde, auch wenn der Fütterer einmal ausbleibt, ist natürlich auch ein Beweis für Ortssinn, wenn auch nicht gerade für sehr weitreichenden.

Der Karpfen (Cyprinus vulgaris) vermag sich vielleicht unter allen Fischen die detaillierteste Ortskenntnis anzueignen. Ein Karpfen, der eine flache Stelle aufgesucht hat, entflieht bei Gefahr sofort auf dem Wege, auf welchem er aus der Tiefe gekommen ist. Beim Aufsuchen der Laichplätze sollen die Karpfen sogar Vorposten aussenden, die das Gelände nach einem passenden Platz absuchen und dann erst ihre Genossen holen. Versperrt man die von dem flachen Laichplatz nach der Tiefe führenden Ausgänge durch Netze, so sucht der Fischschwarm, sobald er beunruhigt wird, einen Ausgang nach dem andern auf, und erst, wenn er alle versperrt findet, bricht Verwirrung und planloses Durcheinandersausen aus; aber selbst innerhalb der Stellnetze orientieren sich die Karpfen noch soweit, daß beim zweiten Antrieb verhältnismäßig viel weniger Fische sich in die Netze verrennen als beim ersten.

Auch andere Cypriniden, z. B. der Goldfisch (Carassius auratus), die Nase (Chondrostoma nasus) und der Aland (Idus melanotus) haben einige Beweise für ihr Ortsgedächtnis gegeben. Es scheint bei diesen Tieren sogar etwas weiter zu reichen als beim Karpfen, aber im einzelnen weniger detailliert zu sein.

Räumlich bedeutend weiter reichende Ortskenntnis ließen manche anderen Gattungen erkennen. Es handelt sich dabei um solche Individuen, die durch Verwundung kenntlich geworden waren und die in weiter Entfernung von ihren gewohnten Standplätzen — viele Fische haben ja einen ganz festen Stammplatz, von welchem aus sie Raubzüge in ihrem Gewässer unternehmen — ausgesetzt oder zufällig den Fischern entsprungen waren, und die dann oft in sehr kurzer Zeit, oft auch auf komplizierten, schwer zu findenden Wegen wieder ihre gewohnte Stelle fanden.

Einzelne alte Hechte (Esox lucius) kehrten in einem Bache auf 600 m hin an ihren Standort zurück, aus einem Teiche, der mit dem Fangplatz des betreffenden Hechtes nur durch einen Graben verbunden ist, sogar auf 2 km. Bachforellen (Trutta tario) auf 150 m, in einem Falle sogar auf 6 km. In einem Bache ist das Wiederfinden zwar verhältnismäßig leicht, aber es liegen auch Beispiele vor, daß die Bachforellen ihren Standort wiederfinden, wenn sie hierzu ein Gewirr von Rieselgräben durchschwimmen müßten. Eine Aesche (Thymallus vulgaris) fand ihren Standplatz aus einer Entfernung von $1^1/_2$ km wieder, ein Kaulbarsch (Acerina cernus) auf 1 km. Ein Huchen (Salmo hucho) suchte bei jedem Hochwasser einen Bacheinlauf auf, der unterhalb seines sonstigen Wohngebietes im Flusse lag, ein anderer einen solchen, der oberhalb des Wohngebietes lag. Dieser letztere Fisch kennt sicher ein Gebiet von 600 $\times$ 30 m.

In manchen ähnlichen Fällen wäre vielleicht daran zu denken, daß der „Stammplatz“ nur deshalb mit Sicherheit wiedergefunden wird, weil im fraglichen Gebiet kein anderer geeigneter Platz zu finden ist, so daß auch völlig planlosem Suchen die alte Stelle wiedergefunden werden muß. Denn es ist eine jedem Fischer bekannte Tatsache, daß, wenn man einen Fisch von seinem Stammplatz wegfischt, diese Stelle alsbald von einem anderen Fische eingenommen wird, offenbar deswegen, weil sie eben besonders geeignet ist. Aber in den meisten der oben erwähnten Fälle sind wir berechtigt, das Wiederfinden des Stammplatzes mit Gewißheit auf genaue Ortskenntnis zurückzuführen, denn auf mehrere hundert oder tausend Meter hätte sich sicher auch eine andere Stelle zum dauernden Aufenthalt gefunden.

Uebrigens sind diese Ortssinnleistungen gar nicht etwas völlig Unerhörtes. Bienen leisten z. B. mutatis mutandis genau dasselbe. Und bei Fischen müssen wir auch nach vielen weiteren Tatsachen mit recht ausgeprägtem Ortssinn rechnen. So wird z. B. immer beobachtet, daß beim Ablaufen eines Gewässers nur die jüngsten und kleinsten Individuen in kleinen zurückbleibenden Seitenlachen gefangen bleiben und in Gefahr geraten, zugrunde zu gehen, alle älteren Individuen „merken“ das Weichen des

*) Die ausführliche Veröffentlichung des Materials wird im Archiv für Hydrobiologie und Planktonkunde erfolgen.

Wassers sicher ganz genau und finden rechtzeitig den Weg in die Tiefe zurück. Die angeführten Leistungen werden sämtlich von älteren Fischen prompter und häufiger vollbracht als von jüngeren. Setzt man Fische in einen ihnen noch unbekannten Teich oder in ein System von Teichen, die untereinander verbunden sind, so suchen sie die ihnen nunmehr zur Verfügung gestellte Umwelt zunächst anscheinend „planmäßig" ab, bevor sie eine geeignete Aufenthaltsstätte wählen. Diese und andere, jedem Kenner der Lebensweise der Fische geläufigen Tatsachen, sowie einige eigene Beobachtungen am Aquarium würden es als gekünstelt erscheinen lassen, wenn man den Fischen nicht Ortssinn in dem Gebiete, welches sie zu durchstreifen pflegen, zuerkennen wollte, und die besonders glücklichen Beobachtungen, die man auch als zufällig angestellte Experimente betrachten darf, lassen uns erkennen, wie weit räumlich diese Fähigkeit reicht.

Interessant ist auch, zu erfahren, wie weit zeitlich das Ortsgedächtnis bei Fischen vorhalten kann. Goldfische, die aus einem ihnen genau bekannten Wasserbehälter auf 4 Monate entfernt und dann wieder zurückgebracht wurden, zeigten sich nach wie vor genau orientiert (Edinger). Auch dafür liegen mir Beweise vor, daß regelmäßige Wanderungen in Binnengewässern von der Ortskenntnis der Fische geleitet werden. Die Fische finden einen als Winterquartier dienenden tiefen See, auch wenn sie, um in ihn zu gelangen, einen ganz flachen, Schwierigkeit bietenden Kanal durchschwimmen müssen. Sie könnten ihn also nicht finden, wenn sie nur der größeren Tiefe nachgingen und nicht aus früheren Streifzügen her „wüßten", wo solche zu finden ist. Sie suchen im Herbste den ihnen bekannten Weg und kommen im Frühjahr auf demselben zurück. Auch diese Erscheinungen sind in Gebieten beobachtet worden, wo es sich um Entfernungen von mehreren Kilometern handelt. Ja, es wird sogar berichtet, daß die Fische vor der Schleuse Halt machen, wenn diese einmal den früher offenen Weg versperrt.

Das wären etwa die wichtigsten Tatsachen, nach denen wir den Fischen innerhalb gewisser räumlicher Grenzen ein hohes Maß von Ortssinn und dem Ortssinn eine hohe Bedeutung für die Wanderungen zuerkennen müssen.

Anders wird es vielleicht in größeren Gewässern liegen.

Der Blaufelchen (Coregonus wantmanni) des Bodensees führt alljährlich eine sehr charakteristische Laichwanderung nach einer bestimmten Stelle im Bodensee aus. Wir haben aber keine Anhaltspunkte dafür, ob die Fische hierbei Ortssinn betätigen, oder ob sie vielleicht die tiefste Stelle des Sees aufsuchen. Im letzteren Falle könnten die sich stets nahe der Oberfläche haltenden Tiere auch rein reflektorisch an die geeignete Laichstelle gelangen, indem sie Schritt für Schritt immer dahin ziehen, wo das Wasser tiefer ist und von unten her weniger Licht reflektiert. In noch größeren Gewässern, also im Meere, z. B. in der Nord- und Ostsee, werden wir zunächst durchaus nicht annehmen dürfen, daß die Fische ihr Gebiet soweit, wie sie es tatsächlich durchschwimmen, auch genau kennen. Denn was auf Strecken von einigen Kilometern erwiesen ist, gilt noch nicht für viele Meilen. Aber wir dürfen die Annahme eines weitreichenden Ortssinnes auch bei den Meeresfischen nun nicht mehr a limine abweisen, und vor allem müssen wir annehmen, daß ein gewisses Maß von Ortssinn den Meeresfischen zum Auffinden der geeigneten Laichstätten in der eingangs angedeuten Weise hilft. Gestützt wird diese Annahme noch dadurch, daß auch ein im Meere weite Wanderungen ausführender Fisch, die Flunder (Pleuronectes flesus), in den Watten der Unterelbe deutliche Anzeichen von Ortssinn gerade so gut wie die oben erwähnten Süßwasserfische erkennen ließ. Es wäre vollkommen gekünstelt, wenn man sich jetzt noch die Wanderungen der Seefische durch bloße Unterschiedsempfindlichkeit, durch planloses Umherschwimmen und rein zufälliges Finden der geeigneten Salzgehaltbedingungen erklären wollte. Ein gewisses Maß von Ortssinn, also von Gedächtnis und Assoziationsvermögen, wird zweifellos mitspielen und die Wanderungsbewegungen ökonomischer gestalten, und nachdem wir diese Fähigkeit bei den Fischen nachgewiesen haben, erscheinen uns auch die weitesten ausgedehnten Wanderungen im Meere physiologisch verständlicher als vorher.

Nach zwei Richtungen hin benötigt das Gesagte vielleicht noch einer kurzen Diskussion.

Zunächst hinsichtlich der psychologischen Seite der Sache. Die Frage, ob die beschriebenen Vorgänge bei den Fischen einen Widerhall im Bewußtsein der Tiere finden, wird sicher aufgeworfen werden. Die moderne Tierpsychologie weist mit Recht darauf hin, daß wir über Psychisches oder Bewußtsein bei Tieren nichts wissen können, und daß man berechtigt ist, diese Frage gänzlich aus der Diskussion zu lassen, da alle beobachtbaren Vorgänge schließlich ihre Erklärung innerhalb des Physiologischen finden müssen; auch die feinsten Reaktionen des Menschen, mögen wir sie auch als Verstands- oder Gemütsausdrücke bezeichnen. Dies ist auch durchaus mein Standpunkt, obschon ich gerne dabei ausdrücklich betone, daß wir psychologische Vorgänge den Tieren nicht nur nicht nachweisen, sondern andererseits auch nicht abstreiten können. Wenn ich in dem Vorstehenden Ausdrücke der Psychologie gebrauchte, so geschah dieses lediglich der bequemeren Sprache wegen. Rein physiologisch aufgefaßt, beruht Ortsgedächtnis darauf, daß Eindrücke, die von der Umgebung auf die Sinnesorgane ausgehen, im Zentralnervensystem zurückbleiben und mit gleichfalls zurückbleibenden Eindrücken von ausgeführten Bewegungen verknüpft werden.

Die Anatomie des Fischgehirns widerspricht nicht der Annahme, daß auch dem Fische ein hohes Maß von Gedächtnis und Assoziationsfähigkeiten eigen wäre. Durch Studien hierüber, die zum Teil in Druck gegeben sind,*) zum Teil noch weiter fortgeführt werden, gewinne ich täglich aufs neue den Eindruck, daß das Gehirn der Knochenfische ungemein kompliziert ist und auch solcher Einrichtungen, wie wir sie mutatis mutandis im Großhirn der Säugetiere vor uns haben, keineswegs ganz entbehrt. Will man von dem Gehirn aus überhaupt Schlüsse auf die Stärke der Gehirnleistungen der Tiere ziehen, was mir aus vielen Gründen allerdings höchst gewagt erscheint, so wäre ein Vergleich der meisten Fische mit den meisten Säugetieren wohl kaum zu kühn. Das Fischgehirn ist nicht so einfach organisiert, wie bisher diejenigen, die es untersucht haben und besonders diejenigen, die es nicht untersucht haben, annehmen.

Die Behandlung des Taylorschen Satzes in der Schule.

Von G. Lony (Hamburg).

Daß der naturgemäße Abschluß des mathematischen Schulunterrichts eine Einführung in den Geist und die Methoden der Infinitesimalrechnung ist, wird heute grundsätzlich kaum mehr bestritten. Ebenso ist allgemein zugestanden, daß es sich dabei nicht um ein einfaches Herübernehmen eines früher der Hochschule vorbehalten gebliebenen Gebietes und noch viel weniger um eine unbesehene Uebertragung der hier üblichen Methoden handeln kann. Solange eine allgemein anerkannte schulmäßige Didaktik dieses Gebietes sich noch nicht herausgebildet hat — und das ist trotz der ansehnlichen Zahl der über diesen Gegenstand erschienenen Schulbücher bis heute nicht der Fall —, ist der einzelne Lehrer darauf angewiesen, sich seine Wege mehr oder weniger selbst zu suchen. Da erscheint es wohl angebracht, daß der einzelne die Erfahrungen, die er dabei gemacht hat, nicht für sich behält, sondern darüber zu Nutz und Frommen der Sache und der mitstrebenden Fachgenossen an passender Stelle Mitteilung macht. Die „Unterrichtsblätter" sind wegen ihrer weiten Verbreitung in den Kreisen der Mathematiklehrer hierzu besonders geeignet. Wenn ich im folgenden berichte, auf welche Weise ich es versucht habe, den Taylorschen Satz in der Prima zu behandeln, so erhebt diese Mitteilung nicht den Anspruch, ein vorbildliches Muster zu sein, sondern sie will nur zeigen, wie man dabei verfahren kann, und vielleicht zur Kritik und zu besseren Vorschlägen anregen.

Die Behandlung der Maclaurinschen Reihe, aus der sich ja die Taylorsche herleiten läßt, erfolgt in der Schule meist etwa in folgender Weise: es wird zunächst gezeigt, daß eine durch eine Kurve gegebene Funktion mit beliebiger Annäherung durch eine ganze Funktion dargestellt werden kann, die (geometrisch gesprochen) durch eine genügend große Zahl auf der Kurve liegender Punkte bestimmt wird. Je größer man die Zahl der Punkte auf dem gegebenen Kurvenstück wählt, um so höher wird der Grad der ganzen „Ersatzfunktion", und um so enger schmiegt sich deren Kurve der gegebenen Kurve an. Wird die Zahl der eingeschalteten Punkte unendlich groß, so geht die ganze Ersatzfunktion in eine unendliche Potenzreihe über, die also wahrscheinlich die gegebene Kurve genau darstellen wird. Nachdem auf diese Weise plausibel gemacht ist, daß eine Funktion im allgemeinen durch eine unendliche Potenzreihe darstellbar ist, wird die Maclaurinsche Reihe zunächst mit unbestimmten Koeffizienten angesetzt, die dann durch Differentiieren und Einsetzen des Wertes $x=0$ bestimmt werden. Ich glaube nicht, daß diese (wissenschaftlich ja unhaltbare) Herleitung für die Schule genügt. Folgender Einwand scheint mir auch von seiten der Schüler nicht ausgeschlossen: Hat man die Funktion $f(x)$ durch eine unendliche Potenzreihe dargestellt

$$f(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n+R_{n+1},$$

und bleibt die den Rest der Reihe zusammenfassende Größe R_{n+1} für alle in Betracht kommenden x unterhalb einer sehr kleinen Zahl, dann heißt das geometrisch, daß die durch die Funktion R_{n+1} dargestellte Kurve sich nur sehr wenig von der x-Achse nach oben oder unten entfernt, also etwa so verläuft:

Fig. 1.

Die Ableitung von $f(x)$ ist dann

$$f'(x)=a_1+2a_2x+\cdots+na_nx^{n-1}+R'_{n+1}.$$

R'_{n+1} bedeutet geometrisch den Richtungsfaktor in dem betrachteten Punkt der durch Fig. 1 dargestellten Kurve. Dieser kann natürlich auch bei noch so kleinen R_{n+1} sehr groß sein, so daß es also keineswegs selbstverständlich ist, daß in der Reihe für $f'(x)$ der Wert R'_{n+1} vernachlässigt werden kann. — Dieser Einwand läuft darauf hinaus, daß der lim einer Summe bei unendlicher Gliederzahl nicht gleich der Summe der lim der einzelnen Glieder zu sein braucht. Wenn der Satz auch in dieser abstrakten Fassung in der Schule nicht ausgesprochen wird, auf die in ihm ausgedrückte Tatsache kommen die Schüler leicht noch bei einer anderen Gelegenheit: Entwickelt man den Ausdruck $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ zunächst für ganze positive n in

$$1+1+\frac{1-\frac{1}{n}}{2}+\frac{\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)}{2\cdot3}+\cdots\cdots+$$
$$+\frac{\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\cdots\left(1-\frac{n-1}{n}\right)}{2\cdot3\cdots n},$$

so sieht auch ein nicht besonders kritischer Schüler, daß, wenn man hier $n=\infty$ werden läßt, das Resultat sich durchaus nicht ohne weiteres als die Summe

*) Erscheinen in den Zoologischen Jahrbüchern, Abteilung für Anatomie.

der Reihe $1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\cdots$ ergibt; denn es kann z. B. im letzten Glied doch nicht $\frac{n-1}{n}$ gegen 1 vernachlässigt werden. Aus diesen und ähnlichen Einwänden folgt, daß es auch für die Schule nicht angezeigt ist, das gliedweise Differentiieren von Summen ohne weiteres auf unendliche Reihen zu übertragen. Daß dieses Verfahren bei unendlichen Potenzreihen tatsächlich erlaubt ist, bedarf eines besonderen Beweises. Falls man den Integralbegriff (am besten ausgehend vom bestimmten Integral) vor den unendlichen Reihen behandelt, läßt sich dieser Beweis so erbringen: Man zeigt zunächst, daß man eine konvergente unendliche Reihe gliedweise integrieren darf: Ist

$$f(x)=\varphi_0(x)+\varphi_1(x)+\cdots+R_n(x),$$

so folgt

$$\int_a^b f(x)\,dx=\int_a^b \varphi_0(x)\,dx+\int_a^b \varphi_1(x)\,dx+\cdots+\int_a^b R_n(x)\,dx.$$

Aus der geometrischen Deutung des Integrals als Fläche folgt, daß, wenn $R_n(x)$ für die in Betracht kommenden x unterhalb einer sehr kleinen Zahl liegt, dasselbe von $\int_a^b R_n(x)\,dx$ gilt. Nun zeigt man, daß das gliedweise Differentiieren einer unendlichen konvergenten Reihe dann gestattet ist, wenn dabei wieder eine konvergente Reihe herauskommt: ist $f(x)=\varphi_0(x)+\varphi_1(x)+\cdots$ eine konvergente Reihe, und bezeichnen wir mit $f_1(x)$ den Wert der durch gliedweise Differentiation entstehenden Reihe

$$f_1(x)=\varphi_0'(x)+\varphi_1'(x)+\cdots.$$

Ist diese Reihe wieder konvergent, so können wir das Integral $\int_a^x f_1(x)\,dx$ gliedweise bilden:

$$\int_a^x f_1(x)\,dx=\int_a^x \varphi_0'(x)\,dx+\int_a^x \varphi_1'(x)\,dx+\cdots=$$

$$=\Big[\varphi_0(x)\Big]_a^x+\Big[\varphi_1(x)\Big]_a^x+\cdots=f(x)-f(a).$$

Differentiiert man beide Seiten der Gleichung

$$\int_a^x f_1(x)\,dx=f(x)-f(a)$$

nach x, so folgt

$$f_1(x)=f'(x).$$

Da nun mit Hilfe des Konvergenzkriteriums

$$\lim_{n=\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}<1$$

leicht zu zeigen ist, daß die durch gliedweise Differentiation aus einer unendlichen Potenzreihe entspringende Reihe stets denselben Konvergenzbereich hat wie ihre Stammreihe, so folgt, daß eine Potenzreihe gliedweise differentiiert werden darf.

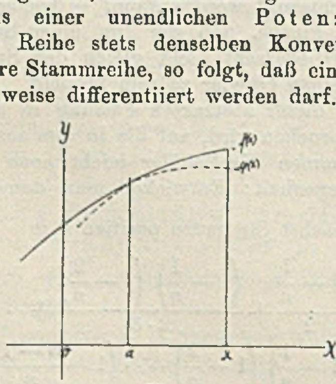


Fig. 2.

Will man Integrale nicht benutzen, so liegt der Gedanke nahe, dem in den elementaren Darstellungen der Differentialrechnung (z. B. in der Aufgabensammlung von Dölp-Netto) gewöhnlich gegebenen Beweis eine anschauliche, für Schüler genießbare Fassung zu geben. Man geht davon aus, daß man eine gegebene Kurve durch ihre $(n-1)^{\text{te}}$ Schmiegungsparabel im Punkt mit der Abszisse a approximiert. Diese $(n-1)^{\text{te}}$ Schmiegungsparabel ergibt sich, wenn man sie zuerst mit unbestimmten Koeffizienten in der Form

$$\varphi(x)=a_0+a_1(x-a)+a_2(x-a)^2+\cdots+a_n(x-a)^n$$

ansetzt, durch wiederholtes Differentiieren und Einsetzen des Wertes $x=a$ zu

$$\varphi(x)=f(a)+\frac{f'(a)}{1!}(x-a)+\cdots+\frac{f^{(n-1)}(a)}{(n-1)!}(x-a)^{n-1}.$$

Sie sei in Fig. 2 durch die punktierte Kurve dargestellt. Nur für $x=a$ stimmt $\varphi(x)$ genau mit $f(x)$ überein. In der Umgebung von a weichen die Ordinaten beider Kurven voneinander ab. Die Größe dieser Abweichung wird gemessen durch die Differenz

$$f(x)-\varphi(x)=f(x)-f(a)-\frac{f'(a)}{1!}(x-a)-\cdots-$$
$$-\frac{f^{(n-1)}(a)}{(n-1)!}(x-a)^{n-1}.$$

Da diese Differenz für $x=a$ verschwindet, so liegt es nahe, zu setzen

1) $$f(x)-\varphi(x)=(x-a)^p\cdot R.$$

Verstehen wir unter p eine beliebige positive Zahl, so wird bei gegebenen x und a die Zahl R durch Gleichung 1) definiert. Betrachten wir nun den Ausdruck

2) $$f(x)-f(a)-\frac{f'(a)}{1!}(x-a)-\cdots-$$
$$-\frac{f^{(n-1)}(a)}{(n-1)!}(x-a)^{n-1}-(x-a)^p\cdot R.$$

Der Wert dieses Ausdruckes ist 0, denn so war ja R gewählt. Halten wir nun den Wert von R, der nach Gleichung 1) zu unserem a und x und dem angenommenen p gehört, fest, ebenso x und p, machen dagegen a variabel, so bleibt Ausdruck 2 nicht 0, sondern wird eine Funktion von a. Bezeichnen wir das variabel gemachte a der Deutlichkeit halber mit u, so hat man die Funktion

$$\psi(u)=f(x)-f(u)-\frac{f'(u)}{1!}(x-u)-\cdots-$$
$$-\frac{f^{(n-1)}(u)}{(n-1)!}(x-u)^{n-1}-(x-u)^p\cdot R.$$

Deren Ableitung ist

$$\psi'(u)=-\frac{f^{(n)}(u)}{(n-1)!}(x-u)^{n-1}+p\cdot(x-u)^{p-1}\cdot R.$$

Diese Ableitung nimmt sowohl für $u=x$ wie für $u=a$ den Wert 0 an. Setzen wir nun ψ und ψ' als stetige Funktionen von u voraus (wozu genügt, daß $f(x)$ mit seinem $(n-1)$ ersten Ableitungen stetig ist), so läßt sich sofort geometrisch veranschaulichen, daß es zwischen a und x mindestens einen Wert x_1 von u gibt, für den ψ' den Wert 0 annimmt:

$$\psi'(x_1)=0=-\frac{f^{(n)}(x_1)}{(n-1)!}(x-x_1)^{n-1}+p\cdot(x-x_1)^{p-1}\cdot R.$$

Daraus folgt: sind a und x beliebige Werte (zwischen denen $f(x)$ mit seinen Ableitungen stetig ist), und ist p eine willkürliche positive Zahl, so gibt es einen zwischen a und x gelegenen Wert x_1 (der natürlich bei festgehaltenem a und x mit p sich ändert), derart, daß

$$R=\frac{f^{(n)}(x_1)}{p\,(n-1)!}(x-x_1)^{n-p}$$

und

$$f(x)=f(a)+\frac{f'(a)}{1!}(x-a)+\cdots\cdots+$$

$$+\frac{f^{(n-1)}(a)}{(n-1)!}(x-a)^{n-1}+\frac{f^{(n)}(x_1)}{p\cdot(n-1)!}\cdot(x-x_1)^{n-p}.$$

Hier kann man durch die speziellen Werte $p=1$ und $p=n$ die beiden üblichen Formen des Restgliedes erhalten.

Ich habe diese Herleitung in diesem Jahre mit gutem Erfolge in der Oberprima unserer Schule durchgenommen. Was die gewöhnliche abstrakte Form dieses Beweises für die Schule unbrauchbar macht, ist (um ein bekanntes, von Schopenhauer auf den Euklidischen Beweis des Pythagoras geprägtes Wort zu gebrauchen) ihr „Mausefallencharakter“: die Schüler geben zwar die Richtigkeit aller einzelnen Schritte eines solchen abstrakten Beweises zu, aber nur widerwillig, weil nicht die Zentralidee des Ganzen für sie daraus hervorleuchtet. Gewöhnlich hört der Lehrer bei solchen Gelegenheiten den Einwand: „Ja, das mag alles stimmen, aber wie kommt nur jemand auf diese Idee?“ Für den Schüler ist ein Beweis nicht schon dann überzeugend, wenn er logisch einwandfrei ist, sondern erst, wenn seine psychologische Entstehungsweise nacherlebt wird. Aufgabe des Lehrers ist es, dem Schüler durch die ganze Art der Behandlung soweit als möglich das Gefühl beizubringen, als ob ein solches Problem von selbst aus den vorhergehenden Betrachtungen hervorwachse, und als ob er (der Schüler) selbst es sei, der die einzelnen Schritte sich suche. Daß dabei, wenigstens bei schwierigeren Betrachtungen, ein auf die geschilderte Weise nicht auflösbarer Rest bleibt, eine Idee, auf die kein Schüler von selbst kommt, und die deswegen einfach mitgeteilt werden muß, liegt in der Natur der Sache · sonst gäbe es überhaupt keine schwierigen Beweise. Bei der obigen Herleitung liegt dieser (in psychologischem Sinne) irrationale Rest in dem Gedanken, den Ausdruck 2) als Funktion von a aufzufassen.

Die an den Taylorschen (und Maclaurinschen Satz) sich anschließenden Betrachtungen und Anwendungen bleiben dann die üblichen: ist $\lim\limits_{n=\infty} R_n=0$, so erhält man die alsdann konvergente Taylorsche Reihe. Die Betrachtung, ob in einem gegebenen Falle $\lim\limits_{n=\infty} R_n=0$ ist, wird sich zwar in der Schule nur in den einfachsten Fällen, etwa den Funktionen e^x, $\sin x$, $\cos x$ durchführen lassen. Ich habe sie mit der obengenannten Klasse (deren Durchschnittsleistungen allerdings außergewöhnlich gut sind) auch für $\lg(1+x)$ und $(1+x)^n$ durchgeführt.

Wenn die vorstehenden Zeilen den einen oder anderen Fachgenossen dazu anregen, den geschilderten Weg auch einmal in seinem Unterricht zu probieren, ev. geeignetere Vorschläge zu machen, dann haben sie ihren Zweck erfüllt.

Ueber Schwingungsbewegungen.

Von Carl Herbst, Diplom-Ingenieur (Bochum).

Eine Bewegung sei durch das in Fig. 1 dargestellte Geschwindigkeitsdiagramm gegeben; dann ist:

1) $v=k\cdot\sin\frac{\pi t}{T}$,

2) $p=\frac{dv}{dt}=\frac{k\cdot\pi}{T}\cos\frac{\pi t}{T}$,

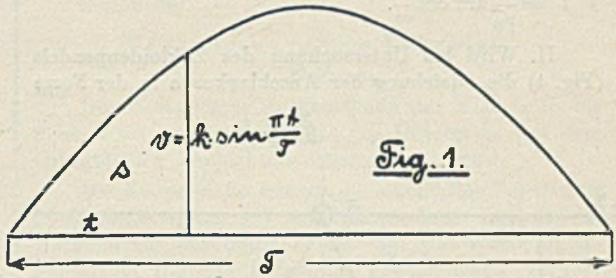
3) $$s=\int v\,dt=k\cdot\frac{T}{\pi}\int_0^t\sin\frac{\pi t}{T}\,d\frac{\pi t}{T}=k\cdot\frac{T}{\pi}\cdot\cos\frac{\pi t}{T}\Big|_t^0=\frac{k\cdot T}{\pi}\left(1-\cos\frac{\pi t}{T}\right).$$

Hieraus erhält man für:

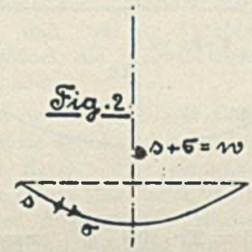
$t=0$: $p_0=\frac{k\cdot\pi}{T}$; $v_0=0$; $s_0=0$.

$t=\frac{T}{2}$: $p_M=0$; $v_M=k$; $s_M=\frac{k\cdot T}{\pi}$.

$t=T$: $p_T=-\frac{k\pi}{T}=-p_0$; $v_T=0$; $s_T=\frac{2kT}{\pi}=2s_M$.



Es handelt sich also um eine symmetrische Schwingungsbewegung, die in irgend einer Kurve vor sich geht.



(Fig. 2). Der anfängliche Ausschlag aus der Mittellage ist dort:

$$w=\frac{k\cdot T}{\pi}\quad\text{folglich}\quad k=\frac{\pi w}{T}.$$

Gleichung 3) läßt sich nun schreiben:

$$s=w\left(1-\cos\frac{\pi t}{T}\right)$$

$$\cos\frac{\pi t}{T}=1-\frac{s}{w}=\frac{\sigma}{w}.$$

Demnach wird aus Gleichung 2):

$$p=w\cdot\left(\frac{\pi}{T}\right)^2\cdot\frac{\sigma}{w}=\left(\frac{\pi}{T}\right)^2\cdot\sigma=\left(\frac{k}{w}\right)^2\cdot\sigma.$$

Die Beschleunigung ist folglich proportional der jeweiligen Ausweichung aus der Mittellage.

Ferner wird mit $\frac{k}{w}=m=\frac{\pi}{T}$

4) $T=\frac{\pi}{m}$

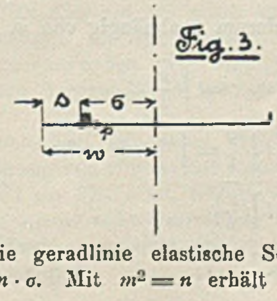
5) $p=m^2\cdot\sigma=m^2 w\cos mt$

6) $v=mw\cdot\sin mt=mw\sqrt{1-\left(\frac{\sigma}{w}\right)^2}=m\sqrt{w^2-\sigma^2}$.

7) $s=w(1-\cos mt)$

8) $t=\frac{1}{m}\cdot\operatorname{arc}\cos\frac{\sigma}{w}$.

9) $v_M=m\cdot w$ (für $\sigma=0$).



I. Für die geradlinie elastische Schwingung ist (Fig. 3) $p=n\cdot\sigma$. Mit $m^2=n$ erhält man also hier

$T = \frac{\pi}{\sqrt{n}}$, unabhängig von w.

$$p = n \cdot \sigma = n w \cos t\sqrt{n}$$

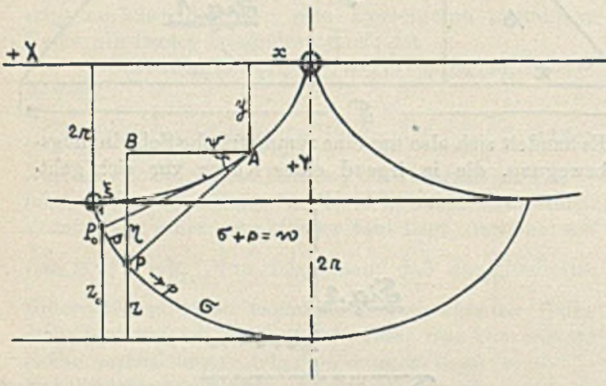
$$v = w\sqrt{n} \cdot \sin t\sqrt{n} = \sqrt{n(w^2 - \sigma^2)} \qquad v_M = w\sqrt{n}.$$

$$s = w(1 - \cos t\sqrt{n})$$

$$t = \frac{1}{\sqrt{n}} \operatorname{arc\,cos} \frac{\sigma}{w}.$$

II. Wird bei Untersuchung des Zykloidenpendels (Fig. 4) die Gleichung der Anschlagkurve in der Form

Fig. 4.



$$y = r(1 - \cos\varphi) = 2r \cdot \sin^2\frac{1}{2}\varphi \qquad x = r \cdot (\varphi - \sin\varphi)$$

zugrunde gelegt, so entsteht:

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{dy}{dx} = \frac{2\sin\frac{1}{2}\varphi \cdot \cos\frac{1}{2}\varphi}{2\sin^2\frac{1}{2}\varphi} = \operatorname{cotg}\frac{1}{2}\varphi.$$

Daher: $\psi = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\varphi \qquad 2\psi = \pi - \varphi.$

Die Fadenlänge ist $l = 4r$. Somit wird:

$$AP = l \cdot \cos\frac{1}{2}\varphi = l \cdot \sin\psi$$

$$\eta = y + BP - 2r = 2r \cdot \sin^2\frac{1}{2}\varphi + l\sin^2\psi - 2r =$$
$$= 2r(\cos^2\psi + 2\sin^2\psi - 1) = 2r \cdot \sin^2\psi.$$

Berechnet man noch:

$$\xi = r\pi - x - AB = r(\pi - \varphi + \sin\varphi - 4\sin\psi\cos\psi) =$$
$$= r(2\psi - \sin 2\psi),$$

so kommt man zu dem bekannten Gesetz, daß P eine kongruente Zykloide beschreibt, deren augenblicklicher Wälzwinkel $\vartheta = 2\psi = \pi - \varphi$ ist. Für diese ist

$\sigma = 4r \cdot \cos\frac{1}{2}\vartheta = l \cdot \cos\psi$; da noch $p = g \cdot \cos\psi = \frac{g}{l} \cdot \sigma$,

so hat man die allgemeinen Formeln 4) bis 9) für $m^2 = \frac{g}{l}$ umzuschreiben, wodurch sich ergibt:

$T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, wiederum unabhängig von w.

$$p = \frac{g}{l} \cdot \sigma = \frac{g}{l} \cdot w \cdot \cos t\sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$v = w\sqrt{\frac{g}{l}} \cdot \sin t\sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{\frac{g}{l}(w^2 - \sigma^2)}; \qquad v_M = w\sqrt{\frac{g}{l}}.$$

$$s = w\left(1 - \cos t\sqrt{\frac{g}{l}}\right)$$

$$t = \sqrt{\frac{l}{g}} \operatorname{arc\,cos}\frac{\sigma}{w}.$$

Für das Sekundenpendel ($T = 1$) muß sein

$$l_1 = 4r_1 = \frac{g}{\pi^2} \qquad r_1 = \frac{g}{4\pi^2}.$$

Geht man von gewünschten Höhenlagen aus, so folgt:

$$z_0 = 2r - \eta_0 = 2r - r(1 - \cos\vartheta_0) = 2r \cdot \cos^2\frac{1}{2}\vartheta_0$$

$w = 4r \cdot \cos\frac{1}{2}\vartheta_0 = l\sqrt{\frac{z_0}{2r}} = \sqrt{2lz_0}$; und entsprechend

$$\sigma = \sqrt{2lz}.$$

$$p = \frac{g}{l} \cdot \sqrt{2lz} = g\sqrt{\frac{2z}{l}} = g\sqrt{\frac{2z_0}{l}} \cdot \cos t\sqrt{\frac{g}{l}}.$$

$v = \sqrt{2gz_0} \cdot \sin t\sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{2g(z_0 - z)}$, wie bekannt.

$$s = \sqrt{2lz_0}\left(1 - \cos t\sqrt{\frac{g}{l}}\right)$$

$$t = \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \operatorname{arc\,cos}\sqrt{\frac{z}{z_0}} \qquad v_M = \sqrt{2gz_0}.$$

III. Beim Kreispendel (Fig. 5) wird für kleine Ausschlagwinkel $p = g\sin\tau \sim g \cdot \tau$. Mit $\sigma = l \cdot \tau$ wird

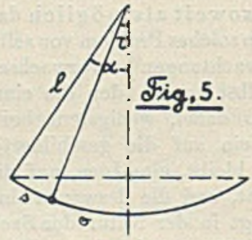


Fig. 5.

$p \sim \frac{g}{l} \cdot \sigma$. Setzt man in den allgemeinen Formeln $m^2 = \frac{g}{l}$, so wird, bei $w = l \cdot \alpha$:

$$T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$p = \frac{g}{l} \cdot \sigma = g \cdot \tau = g \cdot \alpha \cdot \cos t \cdot \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$v = \alpha\sqrt{gl}\sin t\sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{gl(\alpha^2 - \tau^2)} \qquad [v_M = \alpha\sqrt{gl};$$
$$\text{genau: } v_M = 2\sin\frac{1}{2}\alpha\sqrt{gl}]$$

$$s = l\alpha\left(1 - \cos t\sqrt{\frac{g}{l}}\right)$$

$$t = \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \operatorname{arc\,cos}\frac{\tau}{\alpha}.$$

$T = 1$ gibt das bekannte Resultat: $l_1 = \frac{g}{\pi^2}$.

Als weitere Beispiele für die hier behandelte Bewegung führe ich an: Längsschwingungen eines elastischen Stabes; Querschwingungen eines einerseits eingespannten Stabes; Schwingungen des Torsionspendels; Schwingungen eines elastischen Mittels usw. (Vergleiche Autenheimer, Differential- und Integralrechnung.)

Neue Vorschläge zur Umgestaltung des Rechenunterrichts an den höheren Mädchenschulen.

Von Dir. E. Meyer in Mühlheim a. Ruhr.

Ein jeder, der den Rechen- und Mathematikunterricht an höheren Mädchenschulen kennen gelernt hat, wird auf den ersten Blick gefunden haben, daß ein großes Mißverhältnis besteht zwischen dem durchzunehmenden Stoff und den dafür vorhandenen Unterrichtsstunden (drei auf allen Stufen). In vielen Versammlungen und durch manche Aufsätze und Vorträge ist für eine Abhilfe geworben worden. Die Stundenzahl ist für den durchzunehmenden Stoff zu gering. Wenn die neuen Lehrpläne den Mädchen endlich das zur allgemeinen Bildung nötige Maß von mathematischen Kenntnissen vermitteln wollen und wenn damit, wie in der Einleitung der Neuordnung des höheren Mädchenschulwesens gesagt wurde, die Verstandesbildung sowie die Erziehung zu selbsttätiger und selbständiger Beurteilung gefördert werden sollen, so war die festgesetzte Menge des Stoffes sicherlich nicht zu groß. Um das bestehende Mißverhältnis zu beseitigen, bleibt nur die Einführung einer vierten Rechen- bezw. Mathematikstunde übrig. Alle höheren Schulen für die männliche Jugend haben mindestens vier derartige Stunden und ebenso die außerpreußischen höheren Schulen für die weibliche Jugend. Da ich lange an allen möglichen Schulgattungen und besonders an der höheren Mädchenschule tätig war und mir wohl ein Urteil erlauben darf, so will ich hier einige Vorschläge knapp zusammenfassen, die nach Lage der Verhältnisse Abhilfe schaffen können. Dabei gehe ich aus von dem allgemein gehegten Wunsche, die Stundenzahl unserer Schulart möglichst nicht zu erhöhen.

Veränderungen der Stundentafel.

Klasse 10. Deutsch gibt eine Stunde dem Rechnen ab.
In den jetzigen 10 deutschen Stunden ist auch die Uebung im Schreiben einbegriffen. Ich glaube nicht, daß die Verminderung dem deutschen Unterricht hier wesentlich schaden wird.

Klasse 9. Schreiben gibt eine Stunde dem Rechnen ab.
In der Regel wird die Lehrerin des Deutschen hier auch den Schreibunterricht erteilen, somit werden gar 12 Stunden gegen 10 in Klasse 10 für denselben Zweck zur Verfügung stehen. Eine vierte Rechenstunde wird der Verstandesbildung hier sicher mehr nutzen als eine der 12 vorhergenannten Unterrichtsstunden.

Klasse 8. Rechnen erhält eine Stunde mehr.
Die Gesamtstundenzahl wächst auf 23, eine Vermehrung, die bei dieser Stufe unbedenklich erscheint.

Klasse 7. Französisch gibt eine Stunde dem Rechnen ab.
Sehr oft ist darauf hingewiesen worden, daß Französisch erst in Klasse 6 anfangen möge, damit in 7 sich der Unterricht in der Muttersprache in Ruhe festigen könne. Deutsch hat nun in den betreffenden Klassen gegen früher schon eine Stunde mehr bekommen. Daß dies auch im Französischen geschehen ist, war wirklich unnötig. Wir können uns mit fünf Stunden Französisch begnügen.

Klasse 6 und 5. Hier will ich dem Religionsunterricht je eine Stunde zugunsten des Rechenunterrichtes nehmen, so daß damit die Klassen 1 bis 6 je zwei und die Klassen 6 bis 10 je drei Religionsstunden hätten. Es dürften zwei Religionsstunden vollauf genug sein. Der Memorierstoff kann auf das allernötigste beschränkt werden, denn in diesem Unterricht kommt es hauptsächlich auf Herzensbildung und wahre Frömmigkeit an, die durch eine charaktervolle Persönlichkeit auch in zwei Unterrichtsstunden vermittelt werden kann.

Klasse 4 bis 1. Hier schlage ich vor, die dritte Turnstunde fakultativ als Spielstunde einzurichten und dafür eine Rechenstunde in Klasse 4 und je eine Mathematikstunde in den Klassen 3 bis 1 einzuführen. Es liegt dann in den Händen der Eltern, je nach den körperlichen Verhältnissen ihrer Kinder, die Unterrichtszeit derselben wieder auf 31 zu beschränken.

Veränderungen im Lehrplan.

A. Rechnen.

Durch die vierte Rechenstunde der Klassen 10 bis 8 ist es zu erreichen, daß in der Unterstufe mit dem unbegrenzten Zahlenkreis abgeschlossen wird.

Die Körpermaße können in einfachster Form statt in Klasse 6 schon in 7 erledigt werden. Dort ist das Rechnen mit benannten Zahlen auf alle Werte zu beschränken, die das Leben im gewöhnlichen Verkehr bietet.

Im Gegensatz zu den neuen und alten Plänen empfehle ich die Dezimalbrüche vollständig in Klasse 7 durchzunehmen und zwar im Anschluß an das dekadische Zahlensystem, die dezimale Schreibung und die dezimale Anschauung.

Dann wird in der 6. Klasse das Gebiet der gewöhnlichen Brüche erledigt werden können. Daneben gehe in beiden Klassen eine sinngemäße Anwendung des Bruchsatzes (nicht Regeldetri usw.). Er ist in den Mittelpunkt des angewandten Rechenunterrichts zu stellen und möglichst gemischt durchzunehmen, damit es dem Verstande überlassen bleibt, zwischen geradem und umgekehrtem usw. Bruchsatz zu entscheiden.

So wird der Rechenunterricht der Klasse 5 frei sein für eine gute Behandlung der bürgerlichen Rechnungsarten.

Ausscheiden möchte ich die Berechnungen aus dem Versicherungswesen. Dort, wo sie behandelt werden sollen, haben die Kinder noch kein Verständnis für die Sache. Der Lehrer wird viel Zeit auf Sacherklärungen verwenden müssen, und rechnerisch ist der Wert dieser Aufgaben gering. Für obere Klassen ist der Rechenwert gleich Null. Das Versicherungswesen möge bei den Unterweisungen über Bürgerkunde seinen Platz finden.

Auszuscheiden wäre auch die mechanische Flächen- und Körperberechnung. Durch unsere ganze Neuordnung geht ein Ruf nach Verstandesbildung, was soll also hier die mechanische Behandlung einer solchen Frage?

Aller Rechenunterricht muß rein algebraisch sein und ein möglichst tiefes Verständnis der Zahlenbegriffe vermitteln. Die mechanischen Formen sind zu vermeiden, oder nur solche Formen zu wählen, die Verständnis voraussetzen.

In diesem Sinne schlage ich vor, die beantragte Rechenstunde in Klasse 4 vor allem zur Wiederholung der Bruchrechnung als sinngemäßer Grundlage der Mathematik zu verwenden. Die anderen bürgerlichen Rechnungsarten kehren ja so wie so in der Algebra wieder.

Hervorheben will ich dabei, daß auch die frühzeitige Einführung von allgemeinen Zahlen (Buchstabenwerten) nur da am Platze ist, wo sie das Verständnis erhöht. Eine mechanische Umwertung von allgemeinen in besondere Zahlen entspricht nicht dem Geiste unserer neuen Bestimmungen.

B. Mathematik.

Zunächst ist es gut, am Anfang des Schuljahres mit der Algebra zu beginnen, denn gerade hier spielt eine gewisse Fertigkeit bei der Lösung der Aufgaben eine große Rolle. Hier muß geübt werden, und wenn damit in der zweiten Hälfte des Schuljahres begonnen wird, reicht das nicht aus. Einsichtsvolle Schul- und Klassenleiter werden bemerken, daß die für die häuslichen Arbeiten verwandte Zeit in Mathematik sehr oft verschwindend gering ist gegenüber der Zeit für die sprachlichen Fächer. Es kommt in der Mathematik eben häufig vor, daß man in einer Unterrichtsstunde mit dem Verständnis des durchzunehmenden Stoffes nicht soweit gekommen ist, wie vorgesehen war, um eine häusliche Arbeit daran anzuknüpfen. Da sollte man immer algebraische Uebungsstoffe zur Hand haben und so die Arbeitskraft der Schülerin für Mathematik als Hauptfach in gleicher Weise heranziehen wie in den anderen Hauptfächern.

Um unseren Schülerinnen weitere Freude an dem Unterrichte zu machen, müßte noch mehr wie bisher bei Behandlung geometrischer Stoffe von der Anschauung ausgegangen werden. Die Heranziehung der Farbe wird das außerordentlich fördern. Man lasse erst schauen, überlegen, selbst erleben, und man wird sehen, wie das Interesse wächst. Die Benutzung der Buchstaben zur Bezeichnung von räumlichen Größen setze erst da ein, wo eine andere Ausdrucksweise nicht ausreicht. Schülerinnen, die in Farbe das ausdrücken können, was sie geschaut, werden den Sinn richtig verstanden haben, während man bei Buchstabenbezeichnung nicht absolut darauf schließen kann. Ich lasse bei der Wiederholung der Geometrie ein geometrisches Bilderheft anfertigen, worin sich weder ein Lehrsatz in Worten, noch irgend ein Buchstabe befindet. Da sind die Stoffe in Gruppen zusammengestellt, und die Mädchen haben Gelegenheit, sich in freier Rede über das Geschaute auszusprechen und ihrer persönlichen Meinung Ausdruck zu verleihen. Da steht die Mathematik dann im Dienste des Deutschen und hat einen so klärenden Einfluß auf die Gedanken und deren Folgerichtigkeit, daß sie den deutschen Aufsatzunterricht außerordentlich günstig beeinflußt, und von einer gedankenlosen Nachahmung mechanisch aufgenommener Stoffe abhält. (Nebenbei bemerkt, kann es in der Physik in ähnlicher Weise gemacht werden.)

Im besonderen habe ich bezüglich des Lehrplanes zu bemerken:

1. Die graphische Darstellung der Funktion ersten Grades gehört schon nach Klasse 3 statt 2. Es ist irrig zu glauben, daß die graphische Darstellung erst bei linearen Gleichungen mit zwei Unbekannten fruchtbar werde.*)
2. Bei der Inhaltslehre Klasse 2 ist eine Trennung „erst Gleichheit, dann Ausmessung" pädagogisch ganz überflüssig und unzweckmäßig. Diese Trennung ist für den Unterricht ein Zopf aus der Zeit engen Anschlusses an Euklid. Die moderne Axiomatik hat die Trennung zwar fortgeführt und noch verfeinert (vergl. Hilberts Grundl.), aber das betrifft die reine abstrakte Wissenschaft und nicht den Unterricht.*)
3. Da wir darauf sehen müssen, den Mädchen ein Verständnis für Anwendung der Mathematik im bürgerlichen Leben zu vermitteln, so müssen sie auch diejenigen mathematischen Werte kennen lernen, welche das Vermessungsgebiet betreffen. Ich empfehle im Anschluß an die Funktionsbegriffe in den Klassen 3 und 2 die ersten trigonometrischen Funktionen in anschaulicher und einfachster Weise zu bringen, dann in der ersten Klasse zu einer Berechnung des rechtwinkligen Dreiecks zu erweitern und diese Unterweisung trigonometrische Propädeutik zu nennen. Kleine zweistellige Tafeln der vier hauptsächlichsten trigonometrischen Funktionen werden Verwendung finden können. Von Logarithmen kann abgesehen werden.

*) Vergl. auch R. Schimmack, Die Entwickelung der mathematischen Unterrichtsreform in Deutschland, Leipzig 1911, besonders den Lehrplanentwurf für Oberrealschulen im Anhang.

Prof. Dr. Theodor Harmuth †.

Theodor Harmuth wurde am 1. März 1854 zu Ahrensfelde bei Berlin geboren und besuchte das Königliche Friedrich-Wilhelms-Gymnasium in Berlin. Er hatte also das Glück, schon als Schüler Schellbach kennen zu lernen und ein früh entwickelter Scharfblick für die Kunst des Unterrichtens befähigte ihn, die unvergleichliche Mäeutik dieses Meisters nicht nur zu erkennen, sondern als die natürliche Form der Darbietung mathematischen Lehrstoffes in sich aufzunehmen. In Berlin und Göttingen studierte er Mathematik und Naturwissenschaften und wurde auf Grund seiner Dissertation „Beiträge zur Theorie der Funktion $E(x)$" zum Dr. phil. promoviert. Nachdem er die Staatsprüfung absolviert und seiner Militärpflicht genügt, war er am Gymnasium in Landsberg a. W. als Probekandidat und Hilfslehrer tätig. Ostern 1878 wurde er am Kgl. Wilhelmsgymnasium in Berlin angestellt und hat an dieser Anstalt ein Menschenalter lang mit Erfolg gewirkt. Dankbar gedenkt der Schreiber dieser Zeilen, mit welcher Freundlichkeit, ja Herzlichkeit der „ord. Lehrer" Harmuth damals dem Probandus behilflich war, in die Geheimnisse der Unterrichtskunst einzudringen. Selbst noch ein Suchender, war er dazu besonders befähigt, zumal er damit geradezu ein Bedürfnis verband, über Unterrichtsweise und Unterrichtserfolge nicht nur zu sprechen, sondern auch zu hören. Lebhaft und freundlich, energisch und fleißig, wußte er seine Schüler anzufassen und in flottem Tempo fortzuführen. Gefördert wurde er ja wesentlich in der Freudigkeit an seinem Beruf durch die Wertschätzung, die Mathematik und Naturwissenschaften im Lehrerkollegium, besonders aber bei dem hochverehrten Direktor Kübler fanden, trotz oder vielleicht richtiger wegen der Glanzleistungen in den klassischen Sprachen, die dies Gymnasium aufweisen konnte.

Wissenschaftlich beschäftigte Harmuth sich mit der Zahlentheorie und von dieser Tätigkeit geben drei Abhandlungen und einige kleinere Notizen in Grunerts Archiv Kunde. Der Schwerpunkt seines Sinnens lag aber in der Schulmathematik und diesem verdanken wir ein kleines, aber wertvolles Büchlein „Textgleichungen geometrischen Inhalts". Wohl lag der Gedanke damals in der Luft, aber auskristallisiert hat ihn in seiner Form zuerst Harmuth: die vielfach öde algebraische Rechnerei durch geometrische Einkleidung zu beleben und den manchmal etwas verschwommenen geometrischen Vorstellungen der Schüler statt der doch nicht für alle gleich zugänglichen Konstruktionsaufgaben durch Zahlenrechnungen einen Prüfstein und ein leicht verständliches Gerippe zu geben. Nicht ganz ist ihm für dies auch heute noch trefflich brauchbare Buch und seinen Grundgedanken die Ehre des Autors zuteil geworden. In seiner bescheidenen Weise geizte er auch nicht danach, sondern freute sich, daß er etwas hatte bieten können, was der lernenden Jugend zugute gekommen ist, nicht bloß direkt durch sein Buch, sondern noch mehr indirekt dadurch, daß seitdem die algebraischen Aufgabensammlungen unverhältnismäßig mehr Textgleichungen geometrischen Inhalts bieten. In manchen derselben wird ausdrücklich auf Harmuths Aufgaben als Quelle verwiesen, in anderen glaubt man seinen Einfluß zu spüren. So ist er nicht nur ein langjähriges treues Vereinsmitglied, sondern als Lehrer und Schriftsteller ein wirklicher Förderer des mathematischen Unterrichts gewesen, dem wir ein treues Gedenken bewahren werden, besonders die, welche näher mit der liebenswürdigen Persönlichkeit in Berührung kamen. A. T.

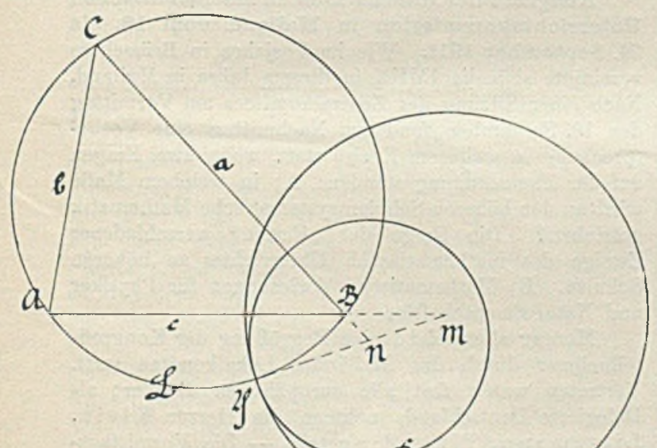
Kleinere Mitteilungen.

Umkehrung des Ptolemäus-Satzes.

Von Dr. H. Böttcher (Leipzig).

Um $\triangle ABC$ sei der Kreis gelegt. Der von A bis B reichende Bogen desselben, der C nicht enthält, heiße $\mathfrak{B}$. X sei ein Punkt irgendwo im Raume.

Dann ist, sofern nur X nicht auf $\mathfrak{B}$ liegt, stets $a \cdot AX + b \cdot BX > c \cdot CX$.



Zum Beweise lege man diejenige Kugelfläche ($\mathfrak{K}_1$), deren Punkte P die Bedingung $\frac{AP}{BP} = \frac{AX}{BX}$ erfüllen („Apollonius-Kugel"). Ihr Mittelpunkt M liegt entweder in der Verlängerung von AB oder in der Verlängerung von BA. Es werde zunächst der erste Fall angenommen.

Die Kugelfläche, auf der auch X selbst liegt, schneidet sicher $\mathfrak{B}$, und zwar nach bekanntem Satze rechtwinklig; der Schnittpunkt heiße Y. Es werde nun diejenige Kugelfläche ($\mathfrak{K}_2$) gelegt, deren Punkte Q die Bedingung $\frac{BQ}{CQ} = \frac{BY}{CY}$ erfüllen. Sie geht durch Y und schneidet dort $\mathfrak{B}$ rechtwinklig; also berührt sie in Y die erste Kugel. Ihr Mittelpunkt N liegt mit Y und M, aber auch mit B und C auf einer Geraden. N liegt also sicher zwischen M und Y. Also berührt die zweite Kugel die erste von innen. X liegt außerhalb der zweiten Kugel; also ist $\frac{CY}{BY} > \frac{CX}{BX}$. Für den Punkt Y ist nach dem Ptolemäus-Satz

$$a \cdot AY + b \cdot BY = c \cdot CY$$

oder

$$a \cdot \frac{AY}{BY} + b \quad = c \cdot \frac{CY}{BY}.$$

Nun ist $\frac{AY}{BY} = \frac{AX}{BX}$ (1. Apollonius-Kugel!), dagegen $\frac{CY}{BY} > \frac{CX}{BX}$, wie eben abgeleitet, also:

$$a \cdot \frac{AX}{BX} + b \quad > c \cdot \frac{CX}{BX}$$

oder $a \cdot AX + b \cdot BX > c \cdot CX$, w. z. b. w.

Liegt M auf der Verlängerung von BA, so ist der Beweis ganz entsprechend zu führen. Nur ist dann die zu CA gehörige Apollonius-Kugel durch Y zu benutzen.

* * *

Noch eine geometrische Ableitung für $\sin\alpha \pm \sin\beta$, $\cos\beta \pm \cos\alpha$. (Vergl. Nr. 1 und 4 dieses Jahrgangs).

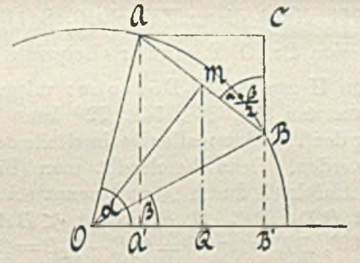
Von Dr. H. Böttcher (Leipzig).

In der nebenstehenden Figur ist

$$\sphericalangle MOQ = \frac{1}{2}(\alpha + \beta),$$

$$\sphericalangle MOA = \sphericalangle MOB = \frac{1}{2}(\alpha - \beta),$$

$$\sphericalangle ABC = \frac{1}{2}(\alpha + \beta).$$



Alles werde in Radiuslängen (R.-L.) gemessen.

1. QM ist einerseits $= \frac{1}{2}(A'A + B'B) = \frac{1}{2}(\sin\alpha + \sin\beta)$ R.-L., andrerseits $= OM \cdot \sin \sphericalangle MOQ = \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ R.-L. $\cdot \sin\frac{\alpha+\beta}{2}$.

2. OQ ist einerseits $= \frac{1}{2}(OA' + OB') = \frac{1}{2}(\cos\alpha + \cos\beta)$ R.-L., andrerseits $= OM \cdot \cos \sphericalangle MOQ = \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ R.-L. $\cdot \cos\frac{\alpha+\beta}{2}$.

3. BC ist einerseits $= A'A - B'B = (\sin\alpha - \sin\beta)$ R.-L., andrerseits $= 2\,AM \cdot \cos \sphericalangle ABC = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$ R.-L. $\cdot \cos\frac{\alpha+\beta}{2}$.

4. AC ist einerseits $= OB' - OA' = (\cos\beta - \cos\alpha)$ R.-L., andrerseits $= 2\,AM \cdot \sin \sphericalangle ABC = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$ R.-L. $\cdot \sin\frac{\alpha+\beta}{2}$.

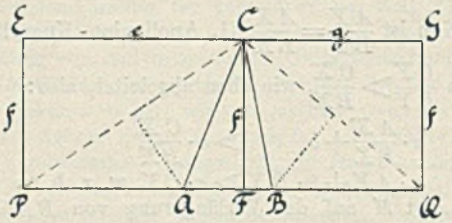
* * *

Zur Herstellung „heronischer“ Dreiecke.

Von Dr. H. Böttcher (Leipzig.)

In der Figur seien $EPFC$ und $CFQG$ gleichhohe Rechtecke mit den rationalen Seiten e, f bezw. g, f. Auf den Diagonalen PC und QC seien die Mittellote errichtet.

Dann ist $\triangle ABC$ ein „heronisches“ Dreieck, d. h. ein solches, bei dem Seiten und Inhalt rational sind.



Es wird (einschließlich der Vorzeichen):

$$AC = \frac{e^2 + f^2}{2e}, \quad BC = \frac{g^2 + f^2}{2g},$$

$$AF = \frac{e^2 - f^2}{2e}, \quad FB = \frac{g^2 - f^2}{2g},$$

$$AB = \frac{(eg - f^2)(e + g)}{2eg}, \quad h_c = f,$$

$$\triangle ABC = \frac{(eg - f^2)(e + g) \cdot f}{eg}.$$

* * *

Bemerkung zu der Berechnung der trigonometrischen Tangenten.

(1911, Nr. 6 dieser Zeitschrift, S. 113).

Von Dr. O. Richter (Leipzig).

Die von Herrn Dr. H. Böttcher mitgeteilte Berechnung von tan 18°, 36°, 54°, 72° kann leicht zur Aufstellung der Tangenten aller Dezimalteile des Rechten erweitert werden. Denn beschreibt man (Fig. S. 113) um C_2 den Halbkreis durch A und nennt seine Schnittpunkte mit BD_2, BC_4 E, F, so ist $\sphericalangle BAE = 27^0$, $\sphericalangle BAF = 63^0$, $BE = \tan 27^0 = C_2E - C_2B = C_2A - C_2B$, $BF = \tan 63^0 = C_2A + C_2B$, dabei $C_2A = \sqrt{1 + x_2^2} = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 1$, also $\tan 27^0 = (\sqrt{5} - 1) - \sqrt{5 - 2\sqrt{5}}$, $\tan 63^0 = (\sqrt{5} - 1) + \sqrt{5 - 2\sqrt{5}}$. Ebenso findet man mittels des um C_4 durch A gelegten Halbkreises $\tan 9^0 = (\sqrt{5} + 1) - \sqrt{5 + 2\sqrt{5}}$, $\tan 81^0 = (\sqrt{5} + 1) + \sqrt{5 + 2\sqrt{5}}$. Fügt man $\tan 0^0 = 0$, $\tan 45^0 = 1$, $\tan 90^0 = \infty$ hinzu, so hat man eine Tafel von $\tan\left(\frac{n}{10} \cdot R\right)$ für $n = 0, 1, 2 \ldots$ bis $n = 10$.

* * *

Ueber abgekürzte Multiplikation.

Von Direktor Bosse (Dahme, Mark).

Im verflossenen Sommer*), wie auch jüngst wieder in den „Unterrichtsblättern“, Heft 7 finde ich Artikel über abgekürzte Multiplikation. Dies veranlaßt mich auf eine andere Methode aufmerksam zu machen, die mir verschiedene Vorzüge zu haben scheint, insbesondere den, daß die Berechnung an jeder Stelle unterbrochen werden kann.

Bekanntlich ist das Produkt aus
$a \cdot 10^n + b \cdot 10^{n-1} + c \cdot 10^{n-2} + d \cdot 10^{n-3} + \cdots$ und
$a_1 \cdot 10^m + b_1 \cdot 10^{m-1} + c_1 \cdot 10^{m-2} + d_1 \cdot 10^{m-3} + \cdots$ gleich

$$a \cdot a_1 \cdot 10^{m+n} + (ab_1 + a_1b)\, 10^{m+n-1} + \\ + (ac_1 + a_1c + bb_1) \cdot 10^{m+n-2} + \cdots.$$

Hiernach findet man die Stellen des Produkts von links nach rechts, wie folgendes Beispiel zeigt:

823561
437903

8·4	= 32
8·3+4·2	= 32
8·7+4·3+2·3	= 74
8·9+4·5+2·7+3·3	= 115
8·0+4·6+2·9+3·5+3·7	= 78
8·3+4·1+2·0+3·6+3·9+5·7	= 108
2·3+3·1+3·0+7·6+5·9	= 96
3·3+7·1+5·0+9·6	= 70
5·3+9·1+6·0	= 24
6·3+1·0	= 18
1·3	= .3
	360639832583

oder einfacher in zwei Reihen geschrieben

327478962403
3215087018
360639832583.

Vereine und Versammlungen.

Kongress der Internationalen Mathematischen Unterrichtskommission in Mailand vom 18. bis 21. September 1911. Wie im Vorjahre in Brüssel, so vereinigte sich die IMUK in diesem Jahre in Mailand. Nach einer Sitzung des Zentralkomitees am Vormittag des 18. September fand am Nachmittag eine Vorbesprechung in weiterem Kreise statt, wobei zwei Fragen auf der Tagesordnung standen: A) in welchem Maße wird an den höheren Schulen systematische Mathematik getrieben? Die Frage der „Fusion“ verschiedener Zweige des mathematischen Unterrichtes an höheren Schulen. B) Mathematische Vorlesungen für Physiker und Naturwissenschaftler.

Montag abend fand eine Begrüßung der Kongreßteilnehmer durch das Mailänder Lokalkomitee statt. Vertreten waren fast alle europäischen Länder; als Delegierte Deutschlands nahmen die Herren Klein, Lietzmann, Timerding teil. — Die Vormittagssitzung am Dienstag war der Ueberreichung der Berichte der einzelnen Unterkommissionen vorbehalten. Fertiggestellt sind die Berichte von Schweden (1 Band), Holland (1 Band) und Frankreich (5 Bände). Von Deutschland lagen 16, von Oesterreich 9, von Italien 5, von England 7, von Rußland 5, von der Schweiz 3 Hefte vor. — In der Nachmittagssitzung erstatteten auf Grund der Vorbesprechung am Vortage Herr Castelnuovo einen Bericht über die Strenge, Herr Bioche einen Bericht über die Fusion im mathematischen Unterricht der höheren Schulen. Daran schloß sich eine lebhafte Diskussion. — Am Abend gab die Stadt Mailand den Kongreßteilnehmern einen Empfang im Stadthause. — Mittwoch vormittag erstattete zunächst Herr Timerding einen Bericht über die Frage B. Nach reger Diskussion wurden die Vorbereitungen für den 5. internationalen Mathematikerkongreß in Cambridge besprochen. Es wurde u. a. beschlossen, den Kongreß um die Verlängerung des Mandates der IMUK bis zu dem nächsten Mathematikerkongreß in Stockholm an-

*) Dr. Neuendorf, Prakt. Mathematik I, S. 59 ff. (Aus Natur und Geisteswelt, Sammlung wiss.-gemeinverständlicher Darstellungen, Heft 341, Verlag von B. G. Teubner in Leipzig, 1911.

zugehen. — Die Sitzung am Nachmittag war eine öffentliche. Nach den Begrüßungsansprachen des Vertreters des Ministeriums, der Stadt, der Technischen Hochschule, in deren Räumen der Kongreß stattfand, nach den Berichten des Vorsitzenden der IMUK, Herrn Klein, und des Generalsekretärs, Herrn Fehr, über Ziel und gegenwärtigen Stand der Arbeiten, hielt Herr Enriques einen Vortrag über die Beziehungen zwischen der Mathematik und der Erkenntnistheorie.

Den Schluß der Veranstaltungen bildete ein Ausflug an den Lago maggiore und auf den Mottarone am Donnerstag. — Ueber die Verhandlungen des Kongresses wird ein ausführlicher Bericht im „Enseignement mathématique" und in den „Berichten und Mitteilungen, veranlaßt durch die IMUK", erscheinen.

Bücher-Besprechungen.

König, Edmund, Die Materie (Wege zur Philosophie, Schriften zur Einführung in das philosophische Denken 2). IV und 108 S. Göttingen 1911, Vandenhoeck & Ruprecht. Pr. M 1,50.

Nach einer kurzen Einleitung, durch die das in dem Begriff der Materie liegende Problem klargelegt wird, folgen sechs Abschnitte (Das körperliche Ding, Die Materie als Objekt der Sinne, Die Materie der mechanischen Naturlehre, Das Wesen der Materie, Fortgang zur metaphysischen Substanz oder Rückgang zum rein Tatsächlichen?, Kritischer Begriff der Materie), ein kurzer zusammenfassender Rückblick bildet den Schluß. Dem Inhaltsverzeichnis ist ein Sachregister angefügt, an das sich eine Angabe der vom Verfasser vorzugsweise benutzten Fachliteratur anschließt, diese wird gelegentlich durch Fußnoten im Text noch ergänzt.

In eingehender, den Leser ganz von selbst mit sich führender, auch die Resultate der neuesten Naturforschung berücksichtigender Darlegung werden die mit dem Begriff der Materie zusammenhängenden, tatsächlich damit auch vielfach verwechselten Begriffe der Substanz, der Masse usw. nach der Auffassung, die sie bei dem ungeschulten natürlichen Verstande, wie bei den verschiedenen philosophischen Schulen gefunden haben, verfolgt, die metaphysische, die mechanistische Naturauffassung, der Positivismus wie der Agnostizismus werden in der Stellungnahme zu der behandelten Frage gewürdigt; in dem sechsten Abschnitt faßt dann der Verfasser das Ergebnis seiner Betrachtungen dahin zusammen, daß der Begriff der Materie kein feststehender sei und ein solcher auch nicht sein könne, er sei lediglich ein geforderter Begriff, durch den das Bedürfnis eines die Merkmale der Einheitlichkeit und Beständigkeit aufweisenden Trägers der Naturerscheinungen befriedigt werde. Dieser Forderung könne nicht durch eine ein für alle Male feststehende Definition des Begriffs der Materie genügt werden, vielmehr müsse dieser Begriff sich mit der fortschreitenden Erfahrung von selbst fortwährend wandeln. Damit solle nicht bestritten werden, daß es feste und unverrückbare Normen für den Aufbau der wissenschaftlichen Naturauffassung und damit ein Endziel gebe, dem alle Theorie zustreben müssen, auf die Versuche zur Aufstellung dieser Normen geht der Verfasser indessen nicht ein. Die dabei von ihm aufgestellte Analogie, zwischen der fortdauernden Anpassung der sich wandelnden Auffassung an die Wirklichkeit und der Bildung der irrationalen Zahlen (z. B. $\sqrt{2}$), die ja auch nur geforderte Begriffe seien, hält Ref. allerdings für sehr anfechtbar, aber man kann davon völlig absehen, die Schlüssigkeit der Ausführungen des Verfassers ist davon nicht abhängig.

Die kleine Schrift ist ein Muster einer von aller Pedanterie freien, sehr gut lesbaren Einführung in die wissenschaftlicheDurchdringung eines schwierigen Stoffes, sie wird namentlich auch allen den Lehrern der exakten Disziplinen willkommen sein, die aus eigenem Bedürfnis oder auch durch Fragen aus der Mitte ihrer Schüler veranlaßt, ihren Unterricht philosophisch zu vertiefen wünschen. Man darf annehmen, daß die Darlegungen des Verfassers, der selbst Gymnasiallehrer (in Sondershausen) ist, auch auf eigener Lehrerfahrung beruhen.

Wenn alle Hefte der „Wege zur Philosophie" der in diesem Titel zum Ausdruck kommenden Aufgabe ebenso gerecht werden wie die vorliegende kleine Schrift, so darf man das neue literarische Unternehmen mit Freude begrüßen. F. Pietzker (Nordhausen).

* * *

Hoppe, Edmund, Mathematik und Astronomie im klassischen Altertum. Bd. 1 der Bibliothek der klassischen Altertumswissenschaft, herausgegeben von J. Geffcken. XI und 444 S. Heidelberg 1911, Carl Winter. Pr. geh. M 6.—.

Wenn der erste Band einer Bibliothek der klassischen Altertumswissenschaften der Mathematik gewidmet ist, so kann man sich dieser Wertschätzung freuen, man wird auch ohne weiteres zugeben, daß in diesem Sammelwerk eine Geschichte der Mathematik nicht fehlen durfte. Eine andere Frage ist es, ob das vorliegende Buch auch abgesehen von diesem Zusammenhang einem Bedürfnis entspricht. An Geschichten der Mathematik gerade des Altertums ist kein Mangel. Neben den bekannten erstklassigen Werken Deutschlands sowohl wie des Auslandes haben wir eine Reihe brauchbarer kürzerer oder umfangreicher Geschichten der Mathematik, die sogar in der Regel auf Kosten von Mittelalter und Neuzeit das Altertum besonders eingehend behandeln. Eine neue Zusammenstellung aus den schon vorhandenen Büchern und selbst neueren Schriften wäre also wirklich nicht nötig. Das ist aber auch Hoppes Werk nicht, sondern der Niederschlag selbständiger jahrzehntelanger Forschung, von der wohl hier und da einzelnes bekanntgegeben worden ist — speziell in der Hamburger mathematischen Gesellschaft — die aber doch auch nach einer Veröffentlichung als Ganzes drängte, da es sich darum handelte, gewisse grundlegende neue Gedanken einmal vollständig besonders durch das Jahrtausend der griechischen Mathematik durchzuführen. Es handelt sich hierbei einerseits um die Frage nach den Quellen der Mathematik, nach den Beziehungen zu Aegypten und Babylon, andererseits um eine ausführlichere und eingehendere Berücksichtigung der Astronomie speziell der Griechen. „Wo der Babylonier beobachtet, rechnet und praktische Anwendung sucht, wünscht der Grieche eine Konstruktion, eine Theorie, die mathematisch formulierbar sein soll".

Die Entstehung des Buches aus selbständigen Forschungen in den Quellenschriften geben ihm eine Lebendigkeit und Frische, die neben stellenweise temperamentvolle Auseinandersetzungen mit entgegenstehenden Ansichten auf den Leser höchst anziehend wirkt. Man verfolgt mit wirklichem Genuß die eindringenden Erörterungen, die alte brennende Fragen zu einer Lösung führen. Ob diese die endgültige ist, darüber wird sich vielfach streiten lassen; aber die Ueberzeugung des Verfassers wirkt geradezu suggestiv. Trotzdem z. B. die Hypothese über die Entstehung des Sexagesimalsystems ganz entschieden kühn ist, kann man sich den angeführten Gründen nicht entziehen. Die energische Stellungnahme dafür, daß Pythagoras selbst das geozentrische System mit ruhender Erde gelehrt habe, wird besonders dadurch gestützt, daß der Verfasser für des Philolaos System mit dem Zentralfeuer als wahrscheinliche Quelle auf Hippasos, einem Schüler Heraklids, hinweist. Wünschenswert wäre vielleicht gewesen, daß der Verfasser auf die ganz eigenartige Stellung des Mondes in dem System des Philolaos noch etwas näher eingegangen wäre. Die übliche Darstellung ist insofern lückenhaft, daß, wenn der Mond einfach das Licht des Zentralfeuers reflektiert, die richtige Folge der Phasen unerklärlich bleibt. Wenn die sog. pythagoreische Ansicht auch schon bei Platon ins Wanken geraten ist und später von Aristarch vollkommen überwunden wird, so muß doch einmal eine, wenn auch vielleicht recht phantasievolle Erklärung der Phasen innerhalb des Philolaosschen Systems existiert haben, ehe man darauf kam, das Mondlicht als reflektiertes Sonnenlicht zu erkennen.

Es wäre verlockend, würde aber zu weit führen, auf eine Reihe von gut fundierten neuen Annahmen einzugehen. Der Verfasser wird hierdurch manchen Widerspruch und auch manche Zustimmung hervorrufen. Einige als Plagiatoren Verschriene werden gerettet, bei anderen wird mit dem Zweifel über ihre Selbständigkeit nicht zurückgehalten. Was anzieht, ist daß der Verfasser Partei ergreift, natürlich auf Grund sorgfältiger Prüfung, dann aber mit Wärme.

Das Buch ist für Studierende geschrieben, zu diesen werden sich aber auf dem Gebiet der Geschichte der Mathematik und Astronomie auch die Mehrzahl der Lehrer rechnen. Je mehr einer sich schon mit diesem Gebiet beschäftigt hat, desto anziehender wird es wirken; aber auch zur ersten Einführung ist es geeignet. Die nötigen Zeichnungen sind gegeben; hier und da wird man allerdings gut tun, selbst den Bleistift in die Hand zu nehmen. Auch diese und jene Rechnung bedarf der Ergänzung von Zwischengliedern. Doch soll damit nicht gesagt sein, daß sie in dem Buche fehlen; die Einfügung hätte nur auf Kosten der Uebersichtlichkeit geschehen können und die Handlichkeit des Werkes ist ein nicht zu unterschätzender Vorteil. Ein Wort sei noch gesagt über die Einfügung griechischer Stellen. Der Verfasser hat damit nicht geprunkt, überflüssig ist keine. Daß er öfter die griechischen Kunstausdrücke direkt in griechischer Sprache anführt, ist ebenfalls nötig und mit den Buchstaben ist ja jeder Mathematiker hinreichend vertraut. Sehr wertvoll ist aber, daß der Verfasser an entscheidender Stelle die Uebersetzung hinzufügt; dadurch wird es auch dem des Griechischen Unkundigen möglich, überall zu folgen, nur darf er die erste Einführung von Begriffen nicht überschlagen haben. Letzteres könnte allerdings selbst Philologen zu Irrtümern verleiten.

Möge das schöne Buch die verdiente Beachtung finden, auch in der Form ehrlichen Angriffs. *Πόλεμος πατὴρ πάντων.* A. T.

* * *

Löwenhardt, Prof. Dr. **Emil**, Leitfaden für die chemischen Schülerübungen zur praktischen Einführung in die Chemie. Leipzig und Berlin 1909. Druck und Verlag von B. G. Teubner.

Wie der chemische Schulunterricht früher nur eine verkürzte Wiederholung von Hochschulvorlesungen war, so waren auch die chemischen Schülerübungen aufgezogen wie die Hochschulpraktika für Anfänger, d. h. sie pflegten, wie diese das heute noch tun, ausschließlich die qualitative Analyse. Hie und da wandte sich eine Stimme gegen diesen einseitigen Betrieb der chemischen Schülerübungen, aber ohne rechten Erfolg, denn es fehlte an einer durchgreifenden Begründung der neuen auf die Pflege präparativer Versuche gerichteten Ideen. Löwenhardt gebührt im wesentlichen das Verdienst, durch seine Veröffentlichungen die ganze Frage wieder in Fluß gebracht und die Wege für eine Umgestaltung der chemischen Schülerübungen geebnet zu haben. Die qualitative Analyse betont nur eine einzige Seite der Chemie, sie verfährt zu schematisch und setzt daher den Geist der Schüler zu wenig in Nahrung, und vor allem steht sie viel zu wenig im Zusammenhang mit dem Klassenunterricht. Die Alleinherrschaft der Analyse muß daher ein Ende nehmen, einfache Forschungsversuche und präparative Uebungen müssen an ihre Seite treten und so den theoretischen Unterricht fortgesetzt ergänzen und vertiefen. Die Versuche, die Löwenhardt in dem vorliegenden Leitfaden zusammenstellt, sollen denn auch die Grundlage für den Klassenunterricht bilden, sie sollen diesem also vorausgehen. An Bildungsgehalt und an erziehlichem Wert steht dieses heuristisch-praktische Lehrverfahren weit über dem reinen Demonstrationsunterricht, und es müssen alle Hebel in Bewegung gesetzt werden, um die äußeren Hemmnisse, die seiner Durchführung vielfach noch im Wege stehen, zu überwinden.

Löwenhardt gibt in seinem Leitfaden eine sorgfältig durchdachte, praktisch wohlerprobte Zusammenstellung von Versuchen für den vierjährigen Lehrgang der Chemie an der Oberrealschule unter Zugrundelegung der preußischen Lehrpläne. Die Versuche sind aber so ausgewählt, daß ihre Reihenfolge beliebig geändert werden kann, je nach den dem Unterricht zugrunde gelegten Lehrbüchern. Der erste Teil behandelt den Lehrstoff für den propädeutischen Unterricht der Untersekunda, der zweite umfaßt besonders die Nichtmetalle, der dritte die Metalle und der vierte die wichtigsten Gruppen der organischen Verbindungen. Die Uebungen beginnen mit dem Studium des Bunsenbrenners; darauf folgen Uebungen im Dekantieren, Filtrieren, Auflösen und Kristallisieren. Hieran schließen sich Versuche mit Sauerstoff, Wasserstoff, Wasser, Salzsäure, Chlor, Schwefel, Schwefelsäure, Salzbildung, Kochsalz, Zersetzung der Salze u. a. m. Im zweiten und dritten Abschnitt findet sich auch eine angemessene Zahl quantitativer Versuche, ohne die der chemische Unterricht die chemischen Grundgesetze nicht anschaulich zu begründen und ein klares Verständnis für die chemischen Formeln und Gleichungen nicht zu erzielen vermag. Im dritten Abschnitt sind hie und da Analysen eingestreut, die sich unmittelbar aus den voraufgehenden Praktikumsversuchen ergeben und die unter Benutzung eines im Anhange gegebenen einfachen Ganges der qualitativen Analyse ausgeführt werden können. Wie dieser sollen auch die Tabellen zur Lötrohranalyse von Mineralien zur Einführung fortgeschrittener Schüler in die qualitative Analyse dienen. Der Verfasser unterschätzt somit keineswegs den bildenden Wert der qualitativen Analyse, noch ihre Bedeutung für ein umfassendes Verständnis der chemischen Grundtatsachen; aber er weist ihr die für den Schulunterricht einzig richtige Stellung zu, die es nicht auf Fertigkeit im Analysieren absieht. Geeignete Versuche aus der organischen Chemie für ein Schülerpraktikum zu finden, ist gar nicht ganz einfach. Löwenhardt, der sich mit der organischen Schulchemie schon vor vielen Jahren eingehend beschäftigt hat, gibt hier aus seiner langjährigen Erfahrung eine ansehnliche Zahl sorgfältig ausgewählter Versuche dieser Art, die vielen Kollegen sehr willkommen sein wird.

Durch die eingehende und geschickte Art der Fragestellung und die zahlreichen Angaben der anzuwendenden Stoffmengen erleichtert der Löwenhardtsche Leitfaden erheblich die bei dieser Art der Uebungen besonders schwierige Arbeit des Lehrers. Referent, der den ausgezeichneten Leitfaden seit seinem Erscheinen mit großem Vergnügen im Unterricht benutzt, gibt ihm vor allen ähnlichen Anleitungen den Vorzug und empfiehlt seine Einführung aufs Wärmste.

L. Doermer (Hamburg).

* * *

Franz Richarz, Professor der Physik an der Universität Marburg, Anfangsgründe der Maxwellschen Theorie verknüpft mit der Jonentheorie. Leipzig und Berlin 1909, B. G. Teubner.

Wie schon der Titel sagt, enthält das Buch keine vollständige Darstellung der Maxwellschen Theorie in allen ihren Folgerungen, es soll vielmehr mit den Grundbegriffen dieser Theorie und mit ihren fundamentalen Gleichungen vertraut machen. Es sind in jedem Gebiete die experimentell gefundenen wichtigsten Einzelgesetze abgeleitet. Das Buch ist klar und anschaulich geschrieben. Die Anschaulichkeit wird dadurch erhöht, daß von vornherein die Elektronentheorie benutzt wird. Das Buch ist sehr zu empfehlen.

H. W. E. Jung (Hamburg).

* * *

V. Kommerell, Rektor Dr., und **K. Kommerell**, Prof. Dr., Analytische Geometrie für den Schulgebrauch bearbeitet. I. Teil. Tübingen 1911, H. Lauppsche Buchhandlung.

Dieser erste Teil enthält die analytische Geometrie der Ebene bis zur allgemeinen Gleichung zweiten Grades. Der behandelte Stoff ist der üblicherweise in den Schulen durchzunehmende. Es ist Wert darauf gelegt, Rechnungen und Resultate auch synthetisch zu deuten, was anzuerkennen ist. Denn die analytische Geometrie ist für die Geometrie ja schließlich nur Mittel zum Zweck. Es fehlen die Linienkoordinaten, die freilich auf der Schule übergangen zu werden pflegen. Aber warum? — Die Anordnung des Stoffes ist übersichtlich. Die beigegebenen 66 Figuren sind sehr schön. H. W. E. Jung (Hamburg).

* * *

E. A. Goeldi, Prof. Dr., Der Ameisenstaat, seine Entstehung und seine Einrichtung, die Organisation der Arbeit und die Naturwunder seines Haushaltes. Akademische Vorträge von Prof. Dr. E. A. Goeldi (Bern) 1909—10. XXIII. Jahrgang der Illustr. Naturw. Monatsschrift „Himmel und Erde". Leipzig und Berlin 1911, B. G. Teubner. 48 Seiten. Geheftet 0,80 M.

In der ersten Hälfte der vorliegenden Arbeit gibt Verfasser durch Gegenüberstellung der dem Individualismus huldigenden freien Insekten und den dem Sozialismus anhangenden staatenbildenden Hautflüglern uns ein Bild von den Verschiedenheiten, die im Reiche der niederen, chitinpanzertragenden Tiere herrscht. Ganz besondere Beachtung findet die Aufhebung der Sexualität bei den sogenannten Arbeitern und das deswegen entstehende „sexuelle Prokuraverhältnis". Das Bindeglied, welches alle Individuen dieser hier besonders behandelten Ameisenstaaten miteinander verknüpft, ist die Arbeit, die in Bauarbeit, Brutpflege und Nahrungszufuhr zerfällt. Wir haben in der Natur keinen zweiten Fall, wo die Nachkommen derselben Eltern so different sind, und so den einzelnen Aufgaben durch die Entwickelung ihrer Organe angepaßt sind. Die Arbeiter sind, nach Verfassers Ansicht, nicht degenerierte Weibchen, sondern eine spezielle Kaste weiblich veranlagter Individuen, die sich nach einem gewissen, partiell unfertigen Larvenzustand bereits in einem vereinfachten Imago-Habitus präsentieren.

Im weiteren Verlauf der Abhandlungen wird auf die „Kultur" der Ameisen näher eingegangen. Der Bau und die Architektur der Behausungen, die Landwirtschaft und Gärtnerei, die Viehzucht und die unterirdische „Champignonkultur" und schließlich die Spinnerei mittels der von der eigenen Larve ausgeschiedenen Fäden wird besprochen. Auf Grund eigener umfangreicher Forschungen konnte Verfasser besonders viel Einzelheiten aus dem Leben der Blattschneiderameise, von ihrer schädlichen Arbeit an Baum und Strauch und ihrer so interessanten Pilzkultur erzählen und durch Momentphotographien demonstrieren.

Dr. W. Thaer (Hann.-Münden).

* * *

Hoppe, Hans. Die Kosmogonie Emanuel Swedenborgs und die Kantsche und Laplacesche Theorie. Sp.-Abdruck aus dem Archiv für Geschichte der Philosophie.

Der Verfasser weist in dem kleinen Aufsatz, der aber in gedrängtester Form einen sehr reichen Inhalt hat, auf eine weitgehende Uebereinstimmung der Swedenborgschen Kosmogonie einerseits mit der Kantschen, anderseits mit der Laplaceschen hin. In der Erfassung der Schwierigkeit des Problems ist der Vorläufer sogar vielleicht seinen Nachfolgern überlegen. Dadurch wird seine Arbeit allerdings auch sehr viel weniger populär und es ist verständlich, daß sie über den leichter zugänglichen von Kant und Laplace vergessen worden ist, um so mehr als Swedenborg später als Theologe und Mystiker den Naturforschern nicht als wahrscheinliche Quelle naturwissenschaftlich brauchbarer Theorien erschien. Die Frage, ob und wie Kant und Laplace durch Swedenborg beeinflußt sind, bleibt allerdings zum großen Teil offen. Kant hat viel von Swedenborg gelesen, eine mindestens unbewußte Anregung ist höchst wahrscheinlich. Der allerdings tiefgehende Unterschied, daß Swedenborg die Fernwirkung ausschließt, kann sehr wohl Kant bewogen haben, weit mehr den Gegensatz als das Gemeinsame herauszufühlen. Trotz einiger bei Kant scheinbar unvermittelt auftretender Swedenborgscher Gedanken, die bei diesem durchaus in den Zusammenhang passen, ist der Nachweis, daß Kant die Swedenborgsche Theorie gekannt hat, noch nicht zwingend erbracht. Vielleicht gibt die vorliegende Arbeit nicht nur dem Verfasser, sondern auch anderen Anlaß zu weiteren Forschungen in dieser Richtung. A. T.

* * *

Der Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin veröffentlicht in seinem Jubiläumsjahr noch eine neue Ausgabe seines **Schulkataloges**, der eine übersichtliche Zusammenstellung der im Teubnerschen Verlage erschienenen Lehr- und Hilfsbücher für die höheren Lehranstalten bietet. Auch dieser neue Katalog legt Zeugnis davon ab, wie die Firma B. G. Teubner fortgesetzt bestrebt gewesen ist, ihren ausgedehnten Schulbücherverlag weiter auszubauen, teils durch zeitgemäße Umgestaltung weit verbreiteter, bewährter Lehrbücher, teils durch Erwerbung neuer, allen Forderungen des Unterrichts entsprechender Werke. Interessenten wird der Katalog auf Wunsch umsonst und postfrei vom Verlage übersandt.

* * *

Für Schulgeographen wird die Nachricht von Interesse sein, daß von Oktober dieses Jahres an die „Zeitschrift für Schulgeographie" aus dem Verlag von Alfred Hölder in Wien in den von Justus Perthes in Gotha übergegangen ist, um mit dem „Geographischen Anzeiger" verschmolzen zu werden. Die Zeitschrift wurde 1879 von Prof. A. Seibert gegründet und 20 Jahre geleitet; ihm folgte in der Redaktion Prof. Dr. Anton Becker und zuletzt Prof. Gustav Rusch. Der „Geographische Anzeiger" steht jetzt im 12. Jahrgang und wird von Dr. Hermann Haack und Direktor Prof. Heinrich Fischer herausgegeben. Nach der Verschmelzung mit der „Zeitschrift" ist er das einzige Fachblatt, das sich die Vertretung der Gesamtinteressen des geographischen Unterrichtes an den deutschen Schulen jeder Richtung und allerorten zur ausschließlichen Aufgabe gemacht hat. Der „Geographische Anzeiger" erscheint zum Jahrespreis von 6 M in inhaltreichen, mit vielen Karten und Tafeln ausgestatteten Monatsheften im Verlag von Justus Perthes in Gotha.

Zur Besprechung eingetroffene Bücher.

(Besprechung geeigneter Bücher vorbehalten.)

Lietzmann, Dr. W., Die Organisation des mathem. Unterrichts a. d. höheren Knabenschulen in Preußen. Abh. d. IMUK I, 2. Ebenda. M 2.—.

Löwenhardt, Prof. Dr. E., Ltfd. f. d. chem. Schülerübungen. Leipzig 1909, B. G. Teubner.

Lorenz, Prof. Dr. H., Einführung in die Elemente der höh. Mathematik und Mechanik. München 1910, R. Oldenbourg.

Mikrokosmos, Zeitschr. für praktische Betätigung aller Naturfreunde. Herausgeg. von A. Reitz. Jahrg. III, 11 u. 12; IV, 1. Stuttgart, Franckh. 12 Hefte M 4.—.

Milarch, Obl. E., Die Luftschiffahrt. Godesberg 1910, Keplerbund.

Müller, H., u. Mahlert, A., Geometrie für Studienanstalten. Ausg. B: für Oberrealschul- und realgymnasiale Kurse. Teil II. Leipzig 1910, B. G. Teubner. geb. M 3,20.

—„— Mathematisches Lehr- und Uebungsbuch f. das Lyzeum. Teil III: Methodik des Unterrichts, Fachliteratur, Analytische Geometrie der Ebene. Ebenda. geb. M 1.50.

Müller, H., u. Plath, J., Sammlung von Aufgaben zur Vorbereitung auf die Mittelschullehrerprüfung und auf das Abiturientenexamen a. Realgymnasium. Ebenda. geb. M 4.—.

Natur, Zeitschr. d. deutschen naturwiss. Gesellsch. Herausg. von R. H. Francé. Heft 8. Leipzig 1910.

Offermann, Osw., Lehrbuch der mathem. kaufmännischen Volkswirtschaftslehre. Dresden 1911, Bleyl & Kaemmate. geb. M 2.50.

Otto — Petri — Ziegler, Mathematik für Lyzeen in drei Teilen. Erster Teil: für Klasse III und II, bearbeitet von Seminaroberlehrer W. Petri und Oberlehrer J. Ziegler. Leipzig 1910. Ferdinand Hirt & Sohn. geb. M 4.—.

Petzold, Ernst, Naturkunde für höhere Mädchenschulen. Leipzig 1911, A. Pichlers Wwe. & Sohn. geb. M 1.20.

Petzold, J., Die Einwände gegen Sonderschulen für hervorragend Befähigte. Leipzig 1911, B. G. Teubner. M 0.80.

Poincaré, Henri, Der Wert der Wissenschaft. Deutsch von E. u. H. Weber. 2. Aufl. Ebenda. M 3.—.

—„— Die neue Mechanik. Ebenda. M 0.60.

Rebenstorff, Prof. H., Physikalisches Experimentierbuch. Ebenda. M 3.—.

Reitz, Dr. A., Nahrungsmittel und Fälscherkünste. Stuttgart 1910, Franckhsche Verlagshandl. M 0.75.

La Revue de l'Enseignement des Sciences, rédigé par Marotte. 1910, IV, No. 31—40; 1911, V, No. 41—43. Paris, H. Le Soudier.

Roemer, Th., Variabilitätsstudien. Leipzig 1910, B. G. Teubner.

Roßmanith — Schober, Grundriß der Geometrie für Gymnasien. Wien 1911, A. Pichlers Wwe. & Sohn. K 1.60.

Rudolph, Dr. H., Ergebnisse und fernere Ziele der wissenschaftlichen Drachen- und Ballonaufstiege. Jena 1910, Gust. Fischer.

Rusca, Prof. J., Wirbeltiere. 3. Aufl. Leipzig 1910, Nägele. M 0.80.

Sajó, Prof. K., Unsere Honigbiene. Stuttgart, Franckh. M 1.—.

Schimmack, Dr. R., Die Entwickelung der mathem. Unterrichtsreform in Deutschland. IMUK III, 1. Leipzig 1911, B. G. Teubner. M 3.60.

Schmitt, Prof. Dr. A., Die Eiszeit und ihr Mensch. Godesberg 1910, Keplerbund. M 0.20.

Schneider, Prof. J., Zur Methodik der Elementarmathematik. Winke für Lehramtskandidaten und jüngere Lehrer. Stuttgart 1908, Fr. Grub. M 1.40.

Schnell, Prof. Dr. H., Der mathem. Unterricht im Großh. Hessen. IMUK II, 5. Leipzig 1910, B. G. Teubner. M 1.60.

Schoenichen, Dr. W., Das biologische Schullaboratorium. Leipzig 1910, Quelle & Meyer.

Schotten, Dir. Dr. H., Die „Meraner Vorschläge" und die neuere mathematische Schulliteratur. Pg. Nr. 369. Städt. Oberrealschule zu Halle a. S. 1910.

Schrader, Dr. E., Aus dem Liebesleben der Tiere. Stuttgart, Franckh. M 1.40.

Schule und Elternhaus, Halbmonatsschrift. Herausg. von Hugo C. Jüngst. I, 1—6. Dresden 1910, Alexander Neuner & Co. M 7.20.

Schulgesundheitspflege, Zeitschrift für. 1909, Nr. 10. Hamburg, Leopold Voß.

Schulte — Tigges — Mehler, Elementarmathematik. Unterstufe. Ausg. B. 2. Aufl. Berlin 1910, Gg. Reimer. M 2.—.

Schulwart, Zentralorgan für Lehr- und Lernmittel. 1911. IX. Jahrg., Heft 1 und 2.

Schwabe, Oswald, Die biologische Richtung in der neueren Erkenntnistheorie. Pg. 1002. Hamburg 1910, Oberrealschule v. d. Holstentore.

Schwarze, Prof. Dr. W., Vorschule der Chemie. Hamburg 1911, Leopold Voß. geb. M 1.80.

Siebert, Prof. Dr. A., Grundriß der Physik. 2. Aufl. Berlin 1910, E. S. Mittler & Sohn.

Simon, Prof. Max, Historische Bemerkungen über das Continuum, den Punkt u. die gerade Linie. Atti matematici III, 4. Roma 1909.

Speck, J., Die wissensch. Fortbildung des deutschen Oberlehrerstandes. Leipzig, Quelle & Meyer.

Stäckel, Geh.-R. Prof. Dr. P., Allgemeine Schulen und Fachschulen. Leipzig 1910, B. G. Teubner.

—„— Geltung und Wirksamkeit der Mathematik. Rektoratsrede. Karlsruhe 1910.

Stiegelmann, Adolf, Altamira, ein Kunsttempel des Urmenschen. Godesberg 1910, Keplerbund. M 1.—.

Thaer, A., u. Rouwolf, R., Rechenbuch für höh. Schulen. Heft 1: für Sexta. Heft 2: für Quinta. Heft 3: für Quarta und Untertertia. Ergänzungsheft für Obertertia u. Untersekunda. Breslau 1911, Ferdinand Hirt. Je M 1.—; Auflösungen je M 0.50.

Thaer, F., Analytische Beiträge zur Lehre vom Kegelschnittsystem (3p, 1l). Inauguraldissertation Gießen. Leipzig 1911, B. G. Teubner.

Thaer, W., Der Einfluß von Kalk und Humus auf die mechanische, physikalische und chemische Beschaffenheit von Ton-, Lehm- und Sandboden. Preisschrift. Göttingen 1910, Dietrichsche Universitätsdruckerei.

Timerding, Prof. Dr. H. E., Die Mathematik in den physikalischen Lehrbüchern. IMUK III, 2. Leipzig 1910. B. G. Teubner. M 2.80.

Teichmann, Bernhard, Beweis für das Dasein des Schöpfers des Weltalls. Erfurt 1910, Selbstverlag. M 0.60.

B. G. Teubner, 1811—1911. Geschichte der Firma, herausg. von Friedrich Schulze. Leipzig 1911.

—„— Verlagskatalog 1811—1911. Ebenda.

Friedrich Vieweg & Sohn, Verlagskatalog 1786—1911. Braunschweig 1911.

Uhlich, Dr. R., Grundlagen zu einer allgemeinen physikalischen Theorie. Leipzig 1910, Otto Wiegand.

—„— Entwurf zu einer Gastheorie mit ruhenden Körpermolekülen. Döbeln 1909, Thallnitz.

Volkskultur, Blätter für, Halbmonatsschrift. Herausg. von Paul Samuleit. 1911. Heft 1—4. Schöneberg-Berlin Verlag Fortschritt.

Walther — Jensen, Die Mathematik auf dem Lyzeum u. der Studienanstalt. Leipzig 1910, F. Brandstetter. M 4.60.

Das Weltall, Illustr. Zeitschr. f. Astronomie und verwandte Gebiete. Herausg. von Dr. F. S. Archenbold. X, 15. Berlin-Treptow 1910, Treptow-Sternwarte.

Wieleitner, Prof. Dr. H., Der mathem. Unterricht im Königreich Bayern. IMUK II, 1. Leipzig 1910, B. G. Teubner. M 2.40.

Witting, Prof. Dr. A., Der mathem. Unterricht im Königreich Sachsen. IMUK II, 2. Ebenda. M 2.20.

Wurm, Dr. W., Waldgeheimnisse. 3. Aufl. Stuttgart, Kosmos-Verlag.