

Unterrichtsblätter

für

Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

Begründet unter Mitwirkung von **Bernhard Schwalbe** und **Friedrich Pietzker**,
von diesem geleitet bis 1909, zurzeit herausgegeben von

Prof. Dr. A. Thaer,

Direktor der Oberrealschule vor dem Holstentore in Hamburg.

Verlag von **Otto Salle** in Berlin W. 57.

Redaktion: Alle für die Redaktion bestimmten Mitteilungen und Sendungen werden nur an die Adresse des Dir. Thaer, Hamburg 36, erbeten.

Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (6 Mk. Jahresbeitrag) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Königswortherstraße 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 8 Nummern ist 4 Mark, für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift unentgeltlich; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhdlg. zu beziehen. Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermäßigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Nachdruck der einzelnen Artikel ist, wenn überhaupt nicht besonders ausgenommen, nur mit genauer Angabe der Quelle und mit der Verpflichtung der Einsendung eines Belegexemplars an den Verlag gestattet.

Inhalt: Vereins-Angelegenheiten (S. 21). — Die biologischen Reaktionen und ihre Bedeutung für die Naturwissenschaften. Von Prof. Dr. H. Mießner in Bromberg (S. 22). — Ueber die Behandlung des Planktons im Schulunterricht und die Stoffauswahl der Biologie in den oberen Klassen der Oberrealschulen. Von E. Krüger in Hamburg (S. 25). — Allgemeines Verfahren zur Ermittlung von Parallelperspektiven. Von Dipl.-Ing. Carl Herbst in Bochum (S. 34). — Zur Gleichung $x^y = y^x$. Von R. Schimmack in Göttingen (S. 34). — Kleinere Mitteilungen [Ableitung und Stammfunktion einer Potenz. Von A. Thaer in Hamburg (S. 35); — Nachtrag zu meiner Note über den Taylorsche Satz. Von G. Lony in Hamburg (S. 35); — Redaktionelle Bemerkung zur Teilbarkeit von $x^n - x$ durch n (S. 35)]. — Vereine und Versammlungen [Ortsgruppe Groß Berlin] (S. 36). — Lehrmittelbesprechungen (S. 36). — Bücherbesprechungen (S. 39). — Zur Besprechung eingetroffene Bücher (S. 40). — Anzeigen.

Vereins-Angelegenheiten.

Die XXI. Hauptversammlung des Vereins zur Förderung des mathem. und naturwissenschaftl. Unterrichts
findet vom 27. bis 30. Mai in Halle a. S. statt.

1. Angemeldete Vorträge:

Dr. Bungers, Zur Reform des Rechenunterrichts.

Dr. Doermer-Hamburg, Demonstration von synthetischen Edelsteinen der deutschen Edelsteingesellschaft.

Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. Dorn, Die Radioaktivität.

Prof. Dr. Gebhardt, Anwendung mathematischer Betrachtungen in der Biologie.

Dir. Prof. Grimsehl-Hamburg, Neuere Versuche zur Elektrolyse. (Experimentalvortrag).

Prof. Dr. Heyne-Berlin, Ueber einheitliche Bezeichnungen in der Physik.

Prof. Dr. Karsten, Vortrag gelegentlich der Besichtigung des botanischen Gartens.

Prof. Dr. Krüger, Psychologisches Thema.

Dr. Lietzmann-Barmen, Ueber Vereinheitlichung der Bezeichnungen in der Mathematik.

Prof. Dr. Löwenhardt, Der chemische Unterricht in den Realanstalten (Mitberichterstatte: Dr. Doermer).

Dir. Dr. Möhle-Hagen, Der math.-naturwissenschaftl. Unterricht an höheren Mädchenschulen.

Geh. Schulrat Dir. Dr. Münch-Darmstadt, Demonstrationsvortrag über die Verwendung des Kinematographen im geometrischen Unterricht.

Prof. Dr. Oels, Material für die biologischen Schülerübungen.

Prof. Dr. K. Schmidt, Elektrische Resonanzvorgänge (mit Demonstrationen).

Dr. Schoenichen-Berlin, Biomechanische Modelle (mit Lichtbildern).

Dir. Dr. Schotten, Die Tätigkeit der IMUK.

Prof. Dr. Schrader, Synthetische und analytische Behandlung der Kegelschnitte.

Prof. Dr. Spies-Posen, Ueber elektrische Schwebungen (Experimentalvortrag).

Prof. Dr. A. Wagner, Der Schulgarten der Franckeschen Stiftungen.

Prof. Dr. Walther, Die algonkischen Urwästen (mit Lichtbildern).

Prof. Dr. Vorländer, Ueber die Chemie der Kolloide (Experimentalvortrag).

2. **Fortbildungskurse.** 31. Mai und 1. Juni. Anmeldungen dazu bis 8 Tage vor Pfingsten erbeten.
 Prof. Dr. K. Schmidt, Demonstration neuerer Apparate und Methoden für die Untersuchung physikalischer Fragen.
 Prof. Dr. Ruhl and, Regierungsrat, Die Stoffaufnahme durch die lebende Zelle (mit Demonstrationen). Beansprucht etwa 2 Stunden.
 Prof. Dr. Scupin, Ueber Entwerfen geologischer Karten; Anleitung zu geologischen Beobachtungen im Gelände. Beansprucht einen ganzen Tag (1. Juni).
 Dr. W. Thiem, Ueber neuere Methoden der Photographie.

3. **Exkursionen, Besichtigungen** usw.

a) in Halle:

Zoologischer Garten (gemeinsam mit dem Zoologenkongreß). Führung in kleinen Gruppen unter dem Gesichtspunkt: Der zoologische Garten als Unterrichtsmittel.
 Botanischer Garten (gemeinsam mit dem Zoologenkongreß) mit Vortrag von Prof. Dr. Karsten.
 Schulgarten der Franckeschen Stiftungen mit Vortrag von Prof. Dr. Wagner.
 Städtisches Museum.
 Zuckerraffinerie.
 Elektrizitätswerk.
 Station für drahtlose Telegraphie unter Führung des Erbauers Prof. Dr. K. Schmidt.

b) nach auswärts:

Besichtigung des Werschen-Weißenfelder Braunkohlenwerks Köpsen.
 Ausflug nach Kösen.
 Mit dem Fortbildungskursus von Prof. Dr. Scupin wird ein Besuch der Littiner Porzellanfabrik verbunden.
 Weitere Mitteilungen erfolgen im nächsten Heft.

Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. Wangerin
 Vorsitzender des Ortsausschusses.

Dr. A. Thaer
 d. z. Vorsitzender des Vereins.

Die biologischen Reaktionen und ihre Bedeutung für die Naturwissenschaften.

Von Prof. Dr. H. Mießner (Bromberg).
 (Vortrag auf der Philologen-Versammlung in Posen.)

Es wird wohl den meisten von Ihnen bekannt sein, daß wir unsere Immunitätsreaktionen aufbauen auf der von Ehrlich inaugurierten sogenannten Seitenkettentheorie. Wenn diese Theorie auch in neuerer Zeit von manchen Seiten eine gewisse Anfechtung erfahren hat, so bleibt sie doch eine hervorragende Arbeitshypothese, welche dazu beigetragen hat, das Dunkel von unseren biologischen Reaktionen zu nehmen. Den Anstoß zu diesen fundamentalen Entdeckungen gab seinerzeit Exzellenz von Behring, welchem es gelang, durch Einspritzung von Diphtheriebazillen im Organismus des Pferdes einen Körper zu erzeugen, welcher imstande ist, diphtheriekranken Kinder zu heilen. Die Entstehung eines solchen Stoffes in dem Serum des Pferdes denkt man sich im Sinne der Ehrlichschen Seitenkettentheorie heute in folgender Weise:

Wird das Toxin der Diphtheriebazillen, welches hierfür hauptsächlich in Frage kommt, einem Pferde eingespritzt, so können sich die Diphtherietoxine nur dann mit den Körperzellen vereinigen, wenn in den Zellen gewissermaßen Empfangsstationen (Seitenketten) vorhanden sind, wenn also wie Ehrlich sich ausdrückt, das

Toxin auf die Empfangsstation der Zelle wie der Schlüssel zu dem Schloß paßt. Es wird dadurch die Zelle gereizt und wenn viele Körperzellen gereizt werden, so kann dies den Tod des Tieres zur Folge haben. Im andern Falle überwindet der Organismus diesen Vorgang und sucht sich gleichzeitig gegen weiteres Eindringen dadurch zu schützen, daß er sich eine Menge von solchen Empfangsstationen bildet und dieselben in das Serum absondert. Durch diese fängt er die Toxine auf, bevor sie an die Zellen herantreten. Diese abgestoßenen Seitenketten sind diejenigen Stoffe, welche das Gift neutralisieren und wir bezeichnen sie deswegen als Antitoxine.

Das Serum des Pferdes ist mithin mit einer Menge von solchen Antitoxinen ausgestattet und diese sind die Veranlassung dafür, daß ein mit solchem Serum behandeltes diphtheriekrankes Kind gesundet, denn die mit dem Pferdeserum eingespritzten Antitoxine binden die von den Diphtheriebazillen gebildeten und den Organismus zugrunde richtenden Toxine.

In ähnlicher Weise, wenn sich der Vorgang auch etwas komplizierter gestaltet, worauf an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden soll, bilden sich die Antikörper nach Einspritzung von Bakterien, und darauf beruht die heilwirkende Kraft des Serums bei manchen Krankheiten, so beim Typhus, Rotlauf u. a.

Aber die Bildung von solchen Antikörpern folgt nicht allein der Einspritzung von Giften oder Bakterien, nein, es bilden sich auch in dem Organismus eines Tieres Antistoffe, wenn ich ihm Eiweißsubstanzen der verschiedensten Art injiziere. Es ist das Verdienst von Bordet, auf diese Tatsache zuerst hingewiesen zu haben. Man kann die Bildung von solchen Antikörpern sehr schön im Reagensglase durch die sogenannte Präzipitinreaktion veranschaulichen.

Wenn man beispielsweise, und so gestaltete sich der erste diesbezügliche Versuch, einem Kaninchen Kuhmilch einspritzt, so vollzieht sich ein ähnlicher Vorgang wie er vorher bei dem mit Diphtherietoxin behandelten Pferde geschildert ist. Es bilden sich auch hier gegen die Kuhmilch gewissermaßen zum Schutze des Kaninchenkörpers gegen das artfremde Eiweiß Antistoffe; sobald man jetzt das Serum einem solchen Kaninchen, dem in gewissen Intervallen Kuhmilch eingespritzt worden ist, mit der Kuhmilch vermischt, kommt es zu einer Reaktion, die sich im Reagensglase durch einen Niederschlag bzw. durch einen trüben Ring an der Begrenzungsstelle der beiden Flüssigkeiten deutlich ausprägt. Wir bezeichnen diese Reaktion als Präzipitation. Diese Präzipitation ist völlig spezifisch, d. h. nur die Kuhmilch gibt mit dem Serum eines mit Kuhmilch vorbehandelten Tieres die bezeichnete Reaktion. Verwendet man das Serum eines nicht vorbehandelten Tieres oder statt Kuhmilch beispielsweise Eselsmilch, so bleibt die Reaktion aus.

Wegen dieser Spezifität hat man im größeren Maßstabe die Präzipitation zum Nachweis von tierischem und in neuerer Zeit auch von pflanzlichem Eiweiß angewandt und Sie werden sich nach dem Gesagten von selbst klar machen können, von welcher weittragenden allgemeinen Bedeutung die Präzipitation ist, besonders zum biologischen Nachweis von Eiweißkörpern, welche der chemischen Untersuchung und der chemischen Differenzierung noch den allergrößten Widerstand entgegengesetzt.

Die erste praktische Nutzenanwendung aus der Präzipitation haben Uhlenhuth und unabhängig von ihm Wassermann und Schütze gemacht. Sie benutzten zum Nachweis der verschiedenen tierischen Eiweißkörper, wie des Hühnereiwisses, der Kuhmilch, Ziegenmilch usw., mit den betr. Eiweißarten vorbehandelte Kaninchen und prüften nach, ob sie bei Verwendung des Serums dieser Tiere mit den zu untersuchenden Eiweißkörpern die spezifische Reaktion bekamen. Ganz besonders hat dann Uhlenhuth die Präzipitation bei der Blutuntersuchung verwendet, einmal zur Unterscheidung des Blutes bzw. des Eiweißes der verschiedenen Tierarten, woraus

praktisch die Nutzenanwendung gezogen wurde, diese Eiweißunterscheidung auch in der forensischen Medizin zur Aufdeckung von Morden und ähnlichen kriminalistischen Fällen zu benutzen. Es hatte sich ergeben, daß nicht nur das frische Eiweiß, sondern auch das angetrocknete und häufig schon Jahre alte Eiweiß noch die Präzipitinreaktion gab, sobald man es mit einem Serum zusammenbrachte, welches von einem mit dem gleichen Eiweiß vorbehandelten Tiere stammte. Sollte beispielsweise der Nachweis geführt werden, ob an einem Beile oder an einem Kleidungsstücke angetroffene Blutflecke vom Menschen oder vom Tiere stammten, so wurde der Blutfleck in Kochsalzlösung aufgelöst und mit dem Serum eines Tieres zusammengebracht, dem vorher Menschenblut eingespritzt worden war. Für den Fall, daß tatsächlich die genannten Gegenstände mit Menschenblut besudelt waren, trat hier eine deutliche Ausfällung ein. Diese Methode arbeitet so sicher, daß man auf Grund des Ergebnisses mit ruhigem Gewissen zur eventl. Verurteilung des Mörders schreiten kann.

Auch bei Wilddiebereien spielt die Eiweißreaktion eine große Rolle, wenn es sich beispielsweise darum handelt, das am Kleidungsstück, Schuhwerk usw. haftende Blut zu identifizieren, insbesondere ob es vom Wilde stammt oder von einem unserer gewöhnlichen Haustiere. Ich selbst habe mich seinerzeit mit Erfolg bemüht, die Präzipitinreaktion zum Nachweis von Fleischverfälschungen zu verwenden, im Hackfleisch bzw. in Würsten. Wenn beispielsweise in der Wurst oder im Hackfleisch, welche als Rind- bzw. Schweinefleisch deklariert sind, sich infolge von betrügerischen Manipulationen seitens des Händlers Pferdefleisch befindet, so ist es verhältnismäßig leicht, hier den Nachweis zu führen. Man stellt sich einen Extrakt aus der betr. Ware her und mischt diesen Extrakt mit dem Serum eines Kaninchens, dem Pferdeblut eingespritzt worden ist. Befand sich in der fraglichen Ware tatsächlich Pferdefleisch, so wurde dies durch die Präzipitinreaktion deutlich zum Ausdruck gebracht.

Endlich hat die Präzipitinreaktion auf dem Gebiete der Anthropologie und der Tierzucht ein nicht unbedeutendes Interesse insofern, als es mit ihr gelingt, die nahe Verwandtschaft gewisser Tiergattungen zu beweisen. So hat sich beispielsweise ergeben, daß das Serum eines mit Pferdeeiweiß vorbehandelten Kaninchens gleichzeitig auch Eseiweiß präzipitiert, ebenso zeigen Schaf und Ziege, Kaninchen und Hase, Wolf und Hund gleiche Präzipitinreaktion. Ferner konnte festgestellt werden, daß unter Berücksichtigung der Ergebnisse der Präzipitinreaktion eine Blutsverwandtschaft zwischen dem Menschen und dem Affen besteht und auch das

Eiweiß des Affen auf ein Serum, welches von einem mit Menschenblut vorbehandelten Kaninchen stammt, reagiert. Es findet also die Deszendenzlehre, wie sie von einem Lamarck, Darwin und Haeckel begründet ist, in der biologischen Reaktion eine weitere Stütze, und besonders dürfte die Präzipitinreaktion für den Tierzüchter nicht ohne Interesse sein, da durch sie die Verwandtschaft von gewissen Tierarten bewiesen wird und damit auch eine Basis für etwaige Kreuzungsversuche für solche Tiere geschaffen wird. Sie sehen daraus, meine Herren, daß die Präzipitinreaktion nicht bloß Interesse für den Mediziner, sondern ein allgemeines großes Interesse für jeden Biologen erheischt.

Mit den genannten Ergebnissen ist aber die Präzipitation noch lange nicht abgeschlossen und es sind noch viele Fragen zu lösen, wenn wir das tierische Eiweiß verlassen und uns dem Pflanzeneiweiß zuwenden. Seltsamerweise ist die biologische Reaktion für den Nachweis von Pflanzeneiweiß erst in neuerer Zeit in Anwendung gelangt und ich selbst habe sie als einer der ersten zum Nachweis von Rizinus-samen benutzt. Es lassen sich die Versuche mit tierischem Eiweiß ohne weiteres auf das Pflanzeneiweiß übertragen und man ist ähnlich wie durch Einspritzung von tierischem Eiweiß auch durch Injektion des pflanzlichen Eiweißes imstande, ein Serum zu erzeugen, welches nur mit diesem pflanzlichen Eiweiß eine Reaktion, die sogenannte Präzipitation, gibt und man kann diese pflanzliche Eiweißreaktion in ähnlicher Weise wie die tierische zu den verschiedensten praktischen und wissenschaftlichen Zwecken ausnutzen.

Vom praktischen Standpunkte aus kehrt häufig an uns die Frage heran, beispielsweise in einem Futtermittel minderwertige oder schädliche Verfälschungen nachzuweisen. Dies stößt oft auf größte Schwierigkeiten, sobald man sich auf die chemischen und physikalischen Untersuchungsmethoden beschränkt, und deswegen wird die biologische Reaktion besonders zum Nachweis von Rizinus-samen in Futtermitteln verwendet. Gerade die Rizinusverfälschungen spielen unter den Futtermittelverfälschungen eine ziemlich große Rolle und bei der Giftigkeit der Rizinus-samen war es nicht ohne Belang, sicher arbeitende Methoden zum Nachweis der Rizinus-samen zu besitzen. Nun bot sich bei den Rizinus-samen insofern eine gewisse Schwierigkeit, als das in den Rizinus-samen enthaltene Rizin auch für die Tiere, die als Serumspender verwendet werden sollten, ein starkes Gift darstellte. Man war deswegen gezwungen, die Tiere erst ganz allmählich, indem man mit allerkleinsten Dosen von $\frac{1}{1000}$ mgr anfang, gegen die giftige Wirkung des Rizins zu immunisieren in ähnlicher Weise,

wie es am Anfang meines Vortrages geschildert ist. So gelang es denn, ein hochwertiges Serum zu erzielen, welches mit einem Extrakt von Rizinus-samen zusammengebracht die Reaktion gab. Handelte es sich nicht um Rizinus-samen, sondern um Rizinus-samenverfälschungen mit Erdnußmehl oder anderen Futtermitteln, so trat auch hier, sobald ich mir einen Extrakt des betr. Futtermittels herstellte, die betr. Reaktion ein. Ich wollte Ihnen auf diese Weise nur zeigen, welchen praktischen Wert auch die Präzipitinreaktion für den Botaniker hat.

Aber auch des wissenschaftlichen Interesses entbehrt diese Reaktion nicht, wenn es sich ähnlich wie beim Tiereiweiß um die verwandtschaftlichen Beziehungen von nahestehenden Pflanzen handelt. Die diesbezüglichen Versuche sind noch im Anfange. Ich selbst hatte gehofft, zum heutigen Tage dieselben zum Abschluß bringen zu können, es haben sich leider auf diesem Gebiete größere Schwierigkeiten eingestellt, als man erwarten durfte. Die Schwierigkeiten liegen vor allen Dingen darin, daß die Pflanzeneiweißsubstanzen in viel größerem Maße als die tierischen Eiweißsubstanzen nicht spezifische Reaktionen geben. So kann es vorkommen, daß ein mit Roggenextrakt vorbehandeltes Kaninchen ein Serum liefert, welches gleichzeitig mit Erbsenextrakt die Präzipitinreaktion ergibt. Ob man tatsächlich annehmen muß, daß die pflanzlichen Eiweißmoleküle sich verwandtschaftlich näherstehen, wie man aus den Reaktionen entnehmen könnte, oder ob hier noch unaufgedeckte Versuchsfehler vorliegen, soll erst die weitere Forschung ergeben, jedenfalls wollte ich nicht versäumt haben, auf diesen Gegenstand an dieser Stelle hingewiesen zu haben.

Mit der Präzipitation sind unsere biologischen Untersuchungsmethoden noch keineswegs erschöpft, im Gegenteil, wir haben in neuerer Zeit noch viel feinere Methoden in Anwendung. Ich erinnere Sie beispielsweise an die Komplementbindungsmethode, welche bei der Syphilis und bei der Diagnose des Rotzes eine hervorragende Rolle spielt. Auf die Methodik möchte ich an dieser Stelle nicht eingehen wegen der vorgerückten Zeit. Wir selbst sind bemüht, die Komplementbindung in ähnlicher Weise wie die Präzipitinreaktion zur Unterscheidung tierischer und pflanzlicher Eiweißstoffe zu benutzen. Auch hier scheinen sich bei den pflanzlichen Eiweißsubstanzen dieselben Schwierigkeiten zu ergeben, wie bei der Verwendung der Präzipitinmethode.

Verhältnismäßig gute Resultate erzielt man mit der Ueberempfindlichkeit. Wir verstehen darunter die Eigenschaft eines Tieres, auf Einspritzung eines Eiweißkörpers, mit welchem dieses Tier bereits einmal vorbehandelt ist, unter heftigen nervösen Krankheitserschei-

nungen, die in der Regel zum Tode führen, zu antworten. Die Reaktion wird in der Weise ausgeführt, daß man einem Meerschwein das Eiweiß einspritzt und nach 4 Wochen demselben Tiere das gleichartige Eiweiß. Das Tier reagiert mit heftigen, krampfartigen, konvulsivischen Zuckungen, welche meist innerhalb weniger Minuten den Tod des Tieres zur Folge haben. Diese Reaktion bleibt aus, wenn man bei der Zweitinjektion ein dem ersten Eiweiß nicht artgleiches verwendet.

Fassen wir die vorstehenden Ergebnisse zusammen, so sehen wir, daß die biologischen Reaktionen ein weites Arbeitsgebiet für den Biologen darstellen und für den Naturwissenschaftler von allergrößtem Interesse sind. Es wäre zu wünschen, daß dieselben möglichst Allgemeingut aller beteiligten Kreise würden und daß dies Veranlassung dazu gäbe, die Untersuchungen im größeren Umfange als bisher zur Ausführung zu bringen.

Ueber die Behandlung des Planktons im Schulunterricht und die Stoffauswahl der Biologie in den oberen Klassen der Oberrealschulen.

Von E. Krüger (Hamburg).

Im vorigen Jahre wurde im Novemberheft dieser Zeitschrift ein Vortrag veröffentlicht über die Behandlung des Planktons in der Schule, den Herr v. Hanstein in der XX. Hauptversammlung zu Münster gehalten hatte. Auf diese Weise ist allen, die sich lebhaft für das behandelte Thema interessieren, aber selbst nicht der Tagung beiwohnen konnten, die Möglichkeit gewährt, von dem Inhalt des Vortrages Kenntnis zu nehmen. Es muß betont werden, daß es für die Entwicklung des biologischen Unterrichtes außerordentlich förderlich ist, wenn solche Fragen möglichst eingehend und sachlich diskutiert werden. Ich glaube, daß der Vortrag, der von einem starken Gefühl für die Bedeutung unseres Faches getragen ist, dieser Forderung durchaus gerecht wird, und daß die Leser reiche Anregung daraus empfangen haben.

Ehe ich nun auf das Thema selbst eingehe, sei hervorgehoben, daß Herr v. Hanstein im allgemeinen die Ansicht von Herrn Zacharias teilt, welcher letzter mit mir das Plankton als sehr bedeutungsvoll für die biologischen Unterweisungen der Schule erklärt. Nur in einem allerdings nicht unwesentlichen Punkte weichen unsere Meinungen von derjenigen Herrn v. Hansteins ab, insofern dieser die Behandlung der Biozönose nicht gerade am Plankton als dem typischen Beispiele einer Lebensgemeinschaft schulmäßig durchgeführt sehen möchte. Ob-

gleich ich schon einmal an anderer Stelle*) Gelegenheit genommen habe, meine (davon abweichende) Auffassung zu begründen, möchte ich in dieser Zeitschrift erneut und in erweitertem Umfange meine Gründe den Fachgenossen zur Beurteilung darlegen, welche es mir geboten erscheinen lassen, gerade das Plankton als bestes Beispiel unserer Lebensgemeinschaften zu bevorzugen.

Zur näheren Verständigung werde ich einen genaueren Grundplan voranstellen von dem, was unsere Schüler über das Plankton eigentlich wissen sollen. Ich habe es immer für praktisch gefunden, im Pensum des Sommersemesters einer Obersekunda mit der Kleinlebewelt des süßen Wassers, mit den einzelligen Lebewesen, also den Urtieren und den einzelligen Pflanzen zu beginnen. Ein Wasserlauf, ein Tümpel liefert uns neben den leicht anzusetzenden Heuaufgüssen Material in Hülle und Fülle, das auch praktisch von den Schülern bearbeitet werden kann. So gewinnen die Schüler anschauliche Vorstellungen von den Amöben, den freilebenden und den festsitzenden, koloniebildenden Infusorien. Sie lernen die einfachen Organoide, aber auch die verhältnismäßig hohe Differenzierung der einzelligen Lebewesen kennen; sie beobachten den Kern, die Teilung und vielleicht auch die Konjugationserscheinungen. Versuche, welche die Frage der Urzeugung zum Gegenstande haben, Versuche, die das Verhalten der Infusorien gegen Licht, Wärme, den Bedarf an Sauerstoff betreffen, werden für das tiefere Verständnis förderlich sein. Daran würde sich die Behandlung der einzelligen Algen anschließen. Diatomeen, die ohne Schwierigkeit zu bekommen sind, müssen an größeren Formen in den biologischen Übungen untersucht werden. Das Gleiche gilt für die prächtigen Formen der Desmidiaceen und anderer einzelliger Algen. Doch würde man wohl auch mehrzellige Süßwasser-algen, wie die Zyanophyceen, Spirogyra, hier nicht unbeachtet lassen dürfen. So vorbereitet, könnte man die Schüler in das Studium des Planktons einführen. Ich denke mir diese ganze vorbereitende Unterweisung in den Frühling verlegt, so daß das einleitende Pensum etwa um Pfingsten erledigt ist. Dann setzt ja aber zu Anfang des Sommers die Hochflut des Planktons ein, so daß wir reichlich Material zur Verfügung haben.**)

Es würde sich zunächst darum handeln, mit seinen Schülern etwa in einem größeren Teiche Plankton zu fischen und es möglichst frisch

*) E. Krüger, Ueber das Plankton und seine Verwendung im naturkundlichen Unterricht. Archiv für Hydrobiologie und Planktonkunde 1909, Bd. IV.

**) Vergl. auch Dr. O. Rabes, „Der biologische Lehrstoff für die Oberklassen“. Monatshefte für den naturwissenschaftlichen Unterricht, 1909, Heft 11.

untersuchen zu lassen. Zuerst werden die Schüler wohl auf diejenigen Formengruppen achten, die ihnen aus dem vorhergehenden Unterricht geläufig sind. Sie werden diese Formen zeichnen und eventl. auch bestimmen. Sind so die niederen Organismen in ihrer äußeren Gestalt und soweit möglich auch in ihrem inneren Bau studiert worden, so werden sich die Schüler an die größeren Formen heranmachen, also hauptsächlich an die Krebse und Rädertiere. Dabei wird es von Vorteil sein, wenn die Schüler ein Rädertierchen genauer kennen lernen, ebenso eine Daphnie und einen Kopepoden. Besonders die Daphnien geben ein überaus dankbares Objekt für die Uebungen. Dabei werden die Schüler zahlreiche Beobachtungen machen, welche sich ökologisch verwerten lassen, so z. B. über die Nahrung, welche die Tiere zu sich nehmen. Sehr großen Eindruck macht es immer, wenn die Schüler sehen, wie z. B. der Magen bei allen Individuen einer Art vollgepropft ist von den grünen Zellen einer bestimmten einzelligen Pflanzenart, welche sie auch frei im Plankton massenhaft gefunden haben. Ein solcher Befund ist mindestens ebenso wertvoll wie die Beobachtung blätterfressender Raupen, selbst dann, wenn man den Freßakt des betreffenden Planktontieres nicht direkt beobachten kann. Ferner wird man auch Versuche über das Verhalten der Planktonkrebse zum Lichte anstellen, wird die Schwebvorrichtungen und die Fortbewegungsorgane der gefangenen Organismen besonders würdigen können. Ganz von selbst wird sich der Uebergang von einer rein qualitativen zu einer quantitativen Besprechung des Planktons ergeben, ohne daß damit gesagt sein soll, quantitative Planktonfänge anzustellen. Unbedingt nötig, wie auch Herr v. Hanstein betont, ist es aber, den Schülern klar zu machen, daß das Plankton nicht in der Dichte vorkommt, in der man es nach der Konzentration durch das Seidennetz unter dem Mikroskop beobachtet. Wenn nun auch keine quantitativen Planktonfänge angestellt werden sollen, wäre es doch immerhin wünschenswert, dem Schüler einen Einblick in die Methode quantitativer Planktonfänge zu gewähren, um ihm dann auf Grund statistischen Materials zeigen zu können, welche gewaltige Fülle lebender Wesen ein Gewässer zu fassen vermag. Besonders eindringlich zeigt das Vorkommen einer einzigen Diatomeenart, einer *Melosira*, im großen Plöner See, wie zahlreich die Pflanzen im Plankton vorhanden sein können. Auf Grund quantitativer Versuche wurden in 1 bis 15 m Tiefe des genannten Sees im ganzen 55 469 Zentner dieser Art berechnet. Ähnliche Berechnungen wurden von C. Schröter für das Züricher Seenplankton angestellt. Eine sehr eingehende quantitative Untersuchung des Elbplanktons ver-

danken wir dem verdienstvollen Planktonforscher Richard Volk und seinem Mitarbeiter H. Selk. Darnach waren in der Oberelbe in einem Kubikmeter Wasser 92 819 200 000 Algen enthalten. Dagegen waren an Planktontieren bedeutend weniger im Raummeter vorhanden. Die Höchstziffer (gezählt waren nur die Rotatorien und Krebse, da die übrigen Planktontiere vernachlässigt werden konnten) betrug 7 543 200, der Mittelwert in den Jahren 1904 und 1905 ca. 3 000 000. Daraus kann der Schüler nicht nur entnehmen, welche geradezu ungeheure Mengen Plankton im Wasser vorkommen können, sondern auch, daß das Phytoplankton an Individuenzahl weit überwiegt. Daß dies der Fall ist, wird der Schüler leicht durch seine eigenen Untersuchungen bestätigen können. Besonderen Wert erhalten solche Zahlen aber erst dann, wenn daraus das Trockengewicht einer in einem Wasserbecken vorhandenen Tierart berechnet wird. Am 10. Oktober 1905 wurden von R. Volk 11 040 000 Bosminen im Kubikmeter Wasser des Hamburger Indiahafens festgestellt. Da der Indiahafen 315 000 Raummeter Wasser und das Gewicht der 11 040 000 Tiere 94,944 g beträgt, so ergibt sich das Gewicht aller zu dieser Zeit im Hafenbecken vorhanden gewesenen Bosminen zu 29 907 kg oder 5341 kg Trockengewicht. Noch größer war der Bestand eines Krebschens, der *Eurytemora*, unterhalb Hamburg-Altonas. Auf dieselbe Wassermenge berechnet, betrug hier das Trockengewicht 14 175 kg. Da nun das Phytoplankton nicht allein an Individuenzahl, sondern auch an Masse das Zooplankton übertrifft, so scheint darnach das „Überwiegen der Pflanzenwelt eine fundamentale Einrichtung im Haushalte der Natur“ zu sein. Wie einleuchtend ist dieses Resultat, wenn man bedenkt, daß ja schließlich alle Tiere letzten Endes auf Pflanzennahrung angewiesen sind, und wie schön und einfach kann es beim Plankton unmittelbar zahlenmäßig belegt werden! Daß die Zyklopiden einzellige Algen, namentlich Diatomeen, vertilgen, läßt sich nicht selten durch vorsichtiges Zerquetschen der Krebschen nachweisen, wobei die zarten Kieselpanzer dieser Algen im Darminhalt sichtbar werden. Die noch zarteren grünen Algen werden dagegen vornehmlich von den oft geradezu massenhaft auftretenden Nauplien und vielen Kladozern gefressen, was man aus der Farbe des Darminhaltes mittelbar erschließen kann.

Gleich wichtig, wenn nicht noch wichtiger, ist eine Besprechung des Gasaustausches zwischen Tieren und Pflanzen. Daß das Sauerstoffbedürfnis der Tiere im allgemeinen nicht durch die Diffusion des Gases aus der Luft in das Wasser befriedigt werden kann, ist eine bekannte Tatsache, denn die Diffusion des Sauerstoffs erfolgt viel zu langsam, als daß in größeren

Tiefen immer schnell genug der verbrauchte Sauerstoff ersetzt werden kann. Chemische Analysen des Gasgehaltes an O_2 , N_2 mittels des Tenaxapparates, Bestimmungen des Gehaltes an CO_2 könnten von den Schülern leicht angestellt werden.*) Sie würden zeigen, daß sich in einem Liter Wasser durch Schütteln mit Luft etwa 7 cm^3 Sauerstoff auflösen, daß sich aber im Wasser, das reich an Phytoplankton ist, sehr viel beträchtlichere Mengen Sauerstoffs, im Maximum 24 cm^3 , befinden. Die grundlegenden Versuche über Assimilation, welche in der Untersekunda vorgenommen worden sind und nun eventl. wiederholt werden können, zeigen den Schülern, auf welchen Ursachen die Erscheinung des hohen Sauerstoffgehaltes beruht, und daß wir also berechtigt sind, zwischen Sauerstoffproduzenten und Konsumenten zu unterscheiden. Wenn nun R. Volk sagt: „Der Gehalt eines Gewässers an freiem Sauerstoff ist das Produkt aus dem Zusammenwirken von Luftdruck und Wassertemperatur in Gemeinschaft mit den im Wasser sich abspielenden Lebensvorgängen seiner Bewohner, so ist damit allerdings noch auf andere äußere Faktoren hingewiesen, welche nicht vernachlässigt werden dürfen, aber die Hauptsache bleibt doch die fundamentale Wechselbeziehung zwischen Tier und Pflanze in Produktion und Verbrauch von Sauerstoff. Wie hier lassen sich auch über das verschiedene Verhalten der Planktonorganismen gegen das Licht verhältnismäßig einfache Versuche an ganz frischem Plankton anstellen. Die durch ihr Verhalten zum Licht bedingten aktiven Wanderungen vieler Planktonformen, speziell der Krebse, wären wohl einer Würdigung wert.

Wir wissen, daß das Plankton jahreszeitlich in seiner Zusammensetzung großen Aenderungen unterworfen ist; und es ist wünschenswert, diese Aenderungen von den Schülern von Zeit zu Zeit beobachten zu lassen. Dazu ist erforderlich, daß die Schüler an derselben Oertlichkeit mehrmals im Jahre, etwa viermal: im Frühling, im Sommer, im Herbst und im Winter Planktonfänge ausführen. Nicht erforderlich dagegen sind Untersuchungen, die das oft in kurzer Zeit erfolgende, riesenhafte Anschwellen einer bestimmten Art betreffen. Untersuchungen im Winter werden die Erwartung des Schülers, daß dann keine schwebenden Lebewesen im Wasser vorhanden sind, nicht ganz bestätigen. Sie werden überrascht sein von der verhältnismäßig reichen Ausbeute, die allerdings gegen die der Sommermonate recht abfällt. Die Ursache dafür werden die Schüler in der Abnahme der Wassertemperatur vermuten. Hier ergibt sich die Gelegen-

heit, wo gesagt werden muß, daß die Einwirkung der Kälte gar nicht die bedeutende Rolle spielt, welche man ihr nur zu leicht geneigt ist, zuzuschreiben, daß vielmehr die geringste Entfaltung des Planktons nicht etwa in die kältesten Monate Januar und Februar (noch im März kann das Wasser eine Temperatur von $+0,5$ bis $+0,7^\circ\text{C}$ haben), sondern in die lichtärmsten Monate November und Dezember mit einer Wasserwärme von 4 bis 5°C fällt. So ist es bei den großen Seen, bei den kleineren Wasserbecken liegen die Verhältnisse zuweilen ganz anders. Hier kann das Leben und Gedeihen der Planktonorganismen in den Monaten November und Dezember mitunter fast üppig genannt werden. Die Vermutung, daß also die Lichtarmut in den großen Seen das Schwinden des lebendigen Auftriebes allein bewirkt, ist nicht aufrecht zu erhalten. Richtig ist, daß in größeren und kleineren Seen die assimilatorische Tätigkeit der Planktonalgen wesentlich herabgesetzt ist. Wenn wir nun trotzdem in kleineren Seebecken im Dezember eine verhältnismäßig reiche Flora an Diatomeen antreffen, so liegt der Schluß nahe, daß diese und andere Algen imstande sind, ihr Nahrungsbedürfnis noch in anderer Weise zu befriedigen. Das ist in der Tat der Fall: die genannten Organismen können die im Wasser befindlichen gelösten organischen Stoffe unmittelbar aufnehmen und für das Wachstum ihrer Körper nutzbar machen. Diese organischen Stoffe rühren im wesentlichen von im Wasser vermoderten Resten von Uferpflanzen her. In größeren Seen verteilen sich solche gelösten Stoffe stark; das Wasser kleinerer Becken mit dichter Uferflora dagegen ist reicher daran und ermöglicht selbst im Winter noch die Existenz zahlreicher Organismen. Sind so die Algen in lebhafter Vermehrung begriffen, wird das auch einer starken Entwicklung von Planktontieren Vorschub leisten, was durch die Beobachtung bestätigt wird. Der Schüler wird so auf eine Fülle hochinteressanter Wechselbeziehungen hingewiesen und ist nun auch imstande, den Wert der Teichdüngung, welche die Fischzüchter mit großem Erfolge in ihren Teichen ausüben, zu verstehen.

Nachdem die Selbsterhaltung und der erhaltungsmäßige Bau der Planktonorganismen möglichst im Anschluß an eigene Beobachtungen der Schüler klargelegt und durch die speziellen und ausbauenden Erörterungen des Lehrers erweitert worden ist, würden die Fragen der Arterhaltung zu besprechen sein. Für die einzelligen Lebewesen ist das schon im vorbereitenden Teile geschehen. Es wird also hier vor allem auf die Metazoen, auf die Rädertiere und Krebse, ankommen. Bereits bei der Durchsicht der Planktonorganismen sind die Schüler auf die Geschlechtsorgane und die Eier der

*) Siehe auch Dr. M. Voigt, Das Plankton unserer Binnengewässer und die Behandlung dieser Biozönose im biologischen Unterrichte in: Monatshefte für den naturwissenschaftlichen Unterricht 1907, 1. und 2. Heft.

größeren Rotatorien, auf die am Hinterleib der Kopepoden hängenden paarigen Eiertrauben, auf die Naupliusformen, auf den Brutraum der Daphniden und die darin enthaltenen Eier resp. Embryonen aufmerksam geworden. Wichtig ist ferner die Bekanntschaft mit der eigentümlichen Zeugung der Daphnien und Bosminen, welche aus sog. Sommeriern nur Weibchen hervorbringen, die sich parthenogenetisch entwickelt haben, während am Ende des Sommers Männchen auftreten und alsdann nach vorheriger Befruchtung die Dauereier erzeugt werden. Dann wird man auch wohl auf die merkwürdige Asymmetrie der Fühler achten, wie sie bei den männlichen Zyklopiden vorkommt. Notwendig ist ferner, daß auf die passiven Wanderungen der Planktonorganismen als eine wichtige Art ihrer Verbreitung hingewiesen wird.

Wenn wir vom Plankton gesprochen haben, so haben wir bisher immer nur das Plankton von Seen, Teichen und Tümpeln im Auge gehabt. Man wird nicht umhin können, auch vom Plankton des Meeres mit seinen Schülern zu sprechen. Da aber im Binnenlande zur Beobachtung von marinem Plankton die Gelegenheit fehlt, wird man im allgemeinen keinen großen Nachdruck darauf legen dürfen; anders in der Seestadt. Die Schüler unserer Seestädte haben in der Beobachtung des Meeresplanktons ein weites Feld vor sich. Kein Lehrer sollte hier die Gelegenheit zu dankbarer Betätigung und reicher Anregung der Schüler versäumen. Aber wir haben noch andere Gewässer, welche unter Umständen sehr reich an Planktonorganismen sind, das sind unsere Flüsse und Ströme. Man spricht von einem Flußplankton oder Potamoplankton im Gegensatz zum Seenplankton oder Limnoplankton. Wie rechtfertigt sich die stillschweigende Bevorzugung des Seenplanktons? Abgesehen vom Meeresplankton tritt uns die Schwebewelt nirgends so rein und einheitlich entgegen wie in unseren Seen und Teichen. Im einheitlichen Charakter des Limnoplanktons liegt gerade das didaktisch besonders Wertvolle, das mich wesentlich mitbewogen hat, das Plankton überhaupt allen Biozönosen vorzuziehen. Doch davon weiter unten. Das Potamoplankton hat keine spezifischen Schweformen, wohl aber die in den anderen süßen Gewässern vorkommenden Arten. Ferner aber ist festgestellt worden, daß das Plankton fließender Gewässer zahlreiche Formen der Grund- und Uferfauna und -flora enthält, so z. B. in starkem Maße bei uns im Elbstrom. Das Plankton eines Stromes steht so unter dem Zeichen des wechselnden Zufalls; aber noch mehr: die Entstehung dieses Flußplanktons bewirkt eine Mannigfaltigkeit der Formen, welche es geraten erscheinen läßt, von dieser Biozönose wenigstens dort abzusehen, wo Seen- und Teich-

plankton zur Verfügung steht*). Nun könnten wir ja vielleicht auf alle jene zahlreichen Arten, welche im Flußplankton nur vereinzelt vorkommen, auf die heimatlos gewordenen „Reisegenossen“ der Uferflora und Uferfauna verzichten und nur diejenigen Arten berücksichtigen, welche im Flußplankton so häufig sind, daß sie seinen Charakter bedingen. Trotzdem aber, glaube ich, sind doch die oben angeführten Gründe gegen eine eingehendere Behandlung des Flußplanktons maßgebend. Daß ich nun aber doch nicht ganz auf die Besprechung des Flußplanktons verzichten möchte, liegt darin, daß man m. E. an der wichtigen Vorstellungsreihe, die sich aus der Betrachtung der Selbstreinigung der Flüsse ergibt, nicht vorübergehen darf. Nur unter diesem Gesichtspunkte würde ich eine Besprechung des Flußplanktons befürworten. Nun muß zugestanden werden, daß das Problem der Selbstreinigung der Gewässer sich nicht überall so augenfällig präsentiert wie in Hamburg, daß man mit seinen Schülern nicht überall durch unmittelbare Beobachtung der Frage nähertreten kann. Daher wird man dort, wo die Verhältnisse ungünstiger liegen, von einer eingehenderen Würdigung dieser Fragen absehen dürfen. Ganz wird man sie aber auch hier nicht umgehen können. Die Selbstreinigung der Flüsse, der Gesichtspunkt, unter dem das Plankton der Flüsse behandelt werden soll, ist besonders noch dadurch wertvoll, als uns einmal gezeigt wird, von welchen Folgen die Störung einer Lebensgemeinschaft begleitet ist, wie diese Störung einsetzt und wie sie überwunden wird.**)

Unter Selbstreinigung eines Stromes (oder irgend eines anderen Gewässers) versteht man bekanntlich die Erscheinung, daß organische, fäulnisfähige Stoffe wieder aus dem verschmutzten Wasser entfernt werden. Es ist bekannt, daß sowohl physikalisch-chemische, als auch biologische Ursachen dabei mitwirken. Besonders sind es freilebende Bakterien, welche die Selbstreinigung vollführen, die sich allerdings der direkten Beobachtung durch die Schüler entziehen. Eine große Rolle spielen aber auch die größeren Lebewesen des Planktons, die einzelligen Algen und Urtierchen, die Algenfäden und organischen Detritus fressenden Metazoen. Diejenigen Protophyten, welche sowohl assimilieren, als auch fäulnisfähige Lösungen mit ihrem Zelleib auf-

*) In der Elbe sind bei Hamburg 1584 Planktonpflanzen und Planktontiere mit den Abarten festgestellt worden.

**) Während der Drucklegung dieser Arbeit wird mir ein Aufsatz „Parasitismus. Ein geschlossener Leergang für das biologische Praktikum“ von Rudolf Loeser in: Monatshefte für den naturwissenschaftlichen Unterricht, IV. Bd., 12. Heft, bekannt, in dem der Verf. in ganz ähnlicher Weise auf die didaktische Bedeutung hinweist, welche die Behandlung des Planktons speziell der Selbstreinigung der Gewässer hat.

nehmen können, wirken hier besonders stark mit. Nun wird dem Schüler klar, daß dieser besondere Vorgang der Ernährung und Selbstreinigung ebenso in den unverschmutzten stehenden Gewässern unbedingt vor sich gehen muß, wenn nicht die Ansammlung von fäulnisfähigen Stoffen das Tier- und Pflanzenleben schädigen oder gar vernichten soll. Nur ist der Vorgang der Selbstreinigung in diesen Teichen und Seen nicht so auffällig. Während die Protophyten die organische Lösung durch Osmose aufnehmen und dann weiter verarbeiten, fressen die Infusorien hauptsächlich die Bakterien, daneben auch Algen, Geißeltierchen, andere Protozoen, sogar Rädertiere durch Einstrudeln in ihre Mundöffnung auf. Ebenso verhalten sich die Rädertiere, die aber auch ungelöste organische Substanz aufnehmen können. An der Selbstreinigung sind ferner die Würmer und Mollusken, die Larven von Wasserkäfern, Mücken, Köcherfliegen und anderer Insekten beteiligt. Die Fäkalien, also tote organische Stoffe, bringen so eine Vermehrung lebender Tiere und Pflanzen hervor. Man kann geradezu, wie sich R. Volk ausdrückt, von einer Inkarnation organischer Auswurfstoffe sprechen. Schließlich dienen die Planktonkruster, die Würmer und Mollusken, welche allerdings der Bodenfauna angehören, den Fischen zur Speise. Welcher wirtschaftliche Wert den bei der Selbstreinigung der Flüsse sich entwickelnden Krebsen innewohnt, zeigt auch die schon oben zitierte Berechnung, die genannter Forscher angestellt hat. Darnach beträgt die Trockensubstanz aller im Indiahafen (am 10. Oktober 1905) vorhandenen Krebse (*Bosmina*) 5341 kg. Daß diese gewaltige Menge aber auf die Abwässer der großen Stadt zurückzuführen ist, darauf deutet der Vergleich zwischen dem „im Sielwasserverteilungsgebiet gelegenen Indiahafen und dem Reinwasser der Oberelbe hin“. Hier ist das Wasser sehr arm an Krustern, der reichste Fang ergab 10 000 Individuen im Kubikmeter, was einem Gesamtgewicht von 0,086 g gegen 95 g im Indiahafen entspricht. Was also im Indiahafen an lebenden Bosminen in einem Raummeter, das ist im Gebiet oberhalb Hamburgs in 1104 Raummetern vorhanden. Ich glaube, daß diese Ergebnisse so lehrreich sind, daß sie auch unseren Schülern zugute kommen sollten. Ich könnte noch auf andere interessante Beziehungen hinweisen, glaube aber, daß die gegebenen Beispiele genügen werden. So muß ich es mir versagen, auf die Periodizität des Flußplanktons, auf die hydrochemischen Untersuchungen einzugehen, ebenso auf den Einfluß, den Flut und Ebbe auf die Mineralisation der organischen Substanz ausüben.

Aber eine Frage, die Herr v. Hanstein in seinem Vortrage berührte, muß hier wenigstens noch kurz besprochen werden. Wie weit ist es möglich, das Wissen über das Plankton durch

die Schüler selbst erarbeiten zu lassen? Herr v. Hanstein meint, daß die Beobachtung der biozönostischen Beziehungen zwischen den Planktonorganismen und dem — wenn ich mich so ausdrücken darf — Gesamtstoffwechsel des Planktons sich schlechter beobachten läßt als entsprechende Beziehungen bei anderen Lebensgemeinschaften. Daß sich eine Biozönose als Ganzes von Schülern überhaupt nicht erarbeiten läßt, werde ich noch erörtern. Zum wenigsten aber glaube ich schon jetzt gezeigt zu haben, daß sich die Lehre vom Plankton sehr wohl auf eigenen Beobachtungen der Schüler aufbauen läßt und zwar genau so gut wie irgendeine andere Biozönose. Daß wir unmöglich alles praktisch finden lassen können, was wir den Schülern an wertvollen Kenntnissen mitgeben wollen, ist doch wohl klar. Ich selbst habe, wie viele andere Autoren, oft darauf hingewiesen, die Schüler die Tatsachen durch Übungen und eigenes Nachdenken erarbeiten zu lassen, aber ich möchte davor warnen, diese m. E. vorzügliche Methode nicht zu übertreiben, sonst verkehrt sie sich ins Gegenteil. Also auch auf unserem Gebiet, bei der Behandlung des Planktons, müssen die Übungen mit dem eigentlichen Unterricht abwechseln, bald herrscht das eine, bald das andere vor. Kein Unterricht ohne Übungen, aber auch keine Übungen ohne Unterricht!

In den bisherigen Erörterungen habe ich nur die Oberklassen unserer Oberrealschulen im Auge gehabt. Es ist seinerzeit von mir darauf hingewiesen worden, daß auch auf der Mittelstufe eine Einführung in die Planktonkunde stattfinden soll, daß aber auf dieser Stufe die Planktontiere und Planktonpflanzen nur in einigen häufigeren Vertretern besprochen werden können, daß auf Exkursionen gelegentlich Planktonfänge angestellt werden und daß das gefangene Plankton, soweit es auf dieser Stufe möglich ist, nachträglich mikroskopisch untersucht werden kann. Ich bin aber nicht der Ansicht, daß das Plankton auf der Mittelstufe als Lebensgemeinschaft zusammenhängend erörtert werden soll; vielmehr wäre es wohl besser, die planktonischen Lebewesen bei den einzelnen Tiertypen unter besonderem Hinweis auf ihre Natur gesondert zu beschreiben und erst zum Schluß eine knappe propädeutische Behandlung derjenigen ökologischen Beziehungen zu geben, welche für die Lebensgemeinschaft des Planktons bezeichnend sind. Es ist m. E. wohl klar, daß darnach von einer eingehenden Würdigung des Planktons auf der Mittelstufe nicht die Rede sein kann. Der Grund, der mich zu dieser Stellungnahme veranlaßt, liegt in der großen Schwierigkeit oder, sagen wir, in der Unmöglichkeit, die Schüler der Mittelstufe in das Verständnis irgendeiner Biozönose einzuführen. Ich glaube, daß

ich mich soweit in erfreulicher Uebereinstimmung mit Herrn v. Hanstein befinde. Damit ist auch nicht gesagt, daß gewisse leichter verständliche ökologische Beziehungen, wie sie Feld, Wald oder Wiese und das Plankton uns bieten, keine Berücksichtigung finden sollen. Dem steht durchaus nichts im Wege; nur meine ich, von einer zusammenfassenden Behandlung einer dieser Biozönosen auf der Mittelstufe dringend abratzen zu müssen. Eine eingehendere Beschäftigung mit dem Plankton, vor allem mit der Anatomie der einzelnen Planktonorganismen und ihren gegenseitigen ökologischen Beziehungen können wir nur Schülern der Oberstufe zumuten und zwar nicht allein deshalb, weil sie reifer sind, sondern auch, weil nur auf Grund biologischer Uebungen ein wirkliches, eindringendes Verständnis erzielt werden kann. Da wir nun aber den didaktischen Wert des Planktons vornehmlich in den Beziehungen sehen, welche die Planktonlebewesen zu einer Einheit, zu einer Lebensgemeinschaft zusammenschweißen, so dürfen wir uns auf der Oberstufe nicht mit einzelnen ökologischen Hinweisen und gelegentlicher Berücksichtigung begnügen, dürfen den Stoff nicht auseinanderreißen, sondern müssen das Plankton als das, was es ist, als eine Einheit zusammenhängend behandeln. So lautet die prinzipielle Forderung, aber die Praxis wird uns doch zu manchen Konzessionen drängen. Es liegt in der Natur der Sache, daß die Beobachtungen, welche die Schüler anstellen, nicht immer dem Unterrichte parallel laufen können. So werden manche Beobachtungen dem eigentlichen Unterricht vorseilen, manche folgen. Aber diese Schwierigkeit scheint mir nicht so sehr ins Gewicht zu fallen.

Noch auf einen andern Punkt, in dem ich derselben Meinung bin wie Herr v. Hanstein, möchte ich in diesem Zusammenhange eingehen. Nie darf der Schüler (hier der Oberstufe) das Gefühl haben, das haben wir genau ebenso schon in einer der unteren Klassen gehabt. Das hieße allerdings das Interesse ertöten. Der Lehrer der Mittelklasse darf nicht versuchen, mit unzureichenden Mitteln, d. h. Mitteln, welche auf dieser Stufe ad hoc mühsam zusammengestoppelt sind, Dinge zu erklären, für die die Grundlage noch nicht geschaffen war, und für die erst der reifere Schüler die Grundlage zum eindringenden Verständnis mitbringt, dagegen wird leider recht oft, besonders von den jüngeren Herren, gefehlt. Andererseits aber muß auch der Lehrer der Oberklassen sein besonderes Augenmerk darauf richten, daß dem reiferen Schüler in seinem weitergehenden Streben nach Erkenntnis Genüge geschieht.

Es muß hervorgehoben werden und ist auch von Herrn v. Hanstein betont worden, daß die Schüler durch das Studium der Planktonorga-

nismen nicht zu eigenem selbständigen Beobachten im Freien angeleitet werden können, wie dies in den anderen Biozönosen der Fall ist. Ich glaube, daß man v. Hanstein darin beipflichten muß und daß auch niemand ihm darin widersprechen wird. Man beachte aber dabei als sehr charakteristisch das Wörtchen „in“. Es handelt sich nämlich gar nicht um die erschöpfende selbständige Beobachtung der einheitlichen Lebensgemeinschaften, sondern nur um gelegentliche Beobachtung ökologischer Beziehungen, die in dem Umfang, wie sie von Schülern angestellt werden, niemals zum Verständnis der betreffenden Lebensgemeinschaft ausreichen. Ich meine, daß der von Herrn v. Hanstein erhobene Einwand nicht von solcher Tragweite ist, daß dadurch die didaktische Bedeutung des Planktons — wohlverstanden als Biozönose — geschmälert wird. Vorausgesetzt einmal, daß die anderen Biozönosen wie Feld und Wald und Wiese, Heide und Moor nicht so leicht zu überschauen, nicht so klar und einfach alle bionomischen Beziehungen erkennen lassen, sind wir dann nicht berechtigt, dem Plankton im Hinblick darauf, daß wir unseren Schülern den Begriff der Lebensgemeinschaft an einem typischen Beispiel erläutern wollen und müssen, den Vorzug zu geben? Dann bliebe von dem Einwand Herrn v. Hansteins nur die Forderung zu Recht bestehen, dem Schüler die Gelegenheit zu geben und ihn dazu anzuleiten, Beobachtungen in Feld, Wald und Wiese selbständig anzustellen. Auch ich halte es wie alle unsere Fachgenossen für äußerst wünschenswert, mit seinen Schülern hinauszuziehen in die freie Natur, um ihnen die Augen zu öffnen für die Fülle eigenartiger Beziehungen zwischen Tier und Pflanze und ihrer Umwelt, für den reichen Beobachtungsstoff, der offen vor ihnen liegt. Wir brauchen und dürfen nicht auf das Pflanzen- und Tierleben der größeren Vereine verzichten, wenn wir auch das Plankton als relativ einfache Biozönose mit unseren Schülern vorwiegend studieren wollen. Jeder denkende Fachmann wird auch auf Exkursionen, die speziell dem Plankton gewidmet sind, und auf denen das Untersuchungsmaterial für die Uebungen gesammelt wird, der übrigen Lebewelt sein volles Augenmerk schenken und die Schüler z. B. auf die Fauna und Flora der Ufer, auf die reiche Vogelwelt, auf das lebhaftes Insektenleben hinweisen, besonders auf die vielfach verschlungenen Beziehungen zwischen diesen Organismen, soweit sie beobachtet werden können. Also die Hauptsache, daß in unserer Jugend der Sinn für die Natur geweckt und ihr Beobachtungsvermögen geschärft wird, braucht auf diesen Ausflügen nicht zu kurz zu kommen. Die Schwierigkeiten, welche verhindern, daß unsere Exkursionen im allgemeinen nicht das leisten, was

man von ihnen erwarten darf, und daß unsere Pädagogen ihnen so oft nur eine bedingte platonische Liebe entgegenbringen, liegen auf einem anderen Gebiete und können hier nicht einmal gestreift werden.

Der Einwand, daß das Plankton nur mikroskopisch studiert werden kann, scheint mir nicht einleuchtend. Ich will ganz davon absehen, daß sich beim Plankton auch mancherlei makroskopisch beobachten läßt. Es ist von vielen Seiten darauf hingewiesen worden, wie wichtig es ist, daß der Schüler einen Einblick in die Arbeitsmethoden der Biologen erhält. Wenn der Lehrer der Chemie es heutzutage als selbstverständlich voraussetzt, daß sein Schüler mit einer genaueren chemischen Wage umzugehen lernt, müssen wir Biologen dann nicht ebenso von unseren Schülern verlangen, daß sie mit dem technisch wichtigsten Rüstzeug unserer Wissenschaft, dem Mikroskop, vertraut sind? Wenn wir aber unsere Schüler in den Gebrauch des Mikroskops einführen wollen, so gibt es m. E. kaum einen geeigneteren Tummelplatz erster Versuche, kein ästhetisch wirksameres, kein wissenschaftlich fesselnderes Gebiet, als die Kleinlebewelt, den Mikrokosmos unserer Gewässer, der auch bei längerer Beschäftigung stets reizvoll bleibt. Der Nachteil, der also darin liegen soll, daß das Plankton mikroskopisch beobachtet werden muß, verkehrt sich mir unter diesen Gesichtspunkten in das gerade Gegenteil, in einen nicht hoch genug zu schätzenden Vorteil.

Schon durch unsere bisherigen Ausführungen glaube ich erhärtet zu haben, warum die Behandlung des Planktons auf der Schule von großem didaktischen Werte ist und warum ihm als Lebensgemeinschaft sogar der Vorrang gewährt werden soll. Trotzdem halte ich es für notwendig, noch auf einige weitere Punkte einzugehen, welche die ausgesprochene Ansicht vertiefen und stützen sollen. An dieser Stelle möchte ich einem möglichen Mißverständnis begegnen. Es könnte mir gar zu leicht vorgeworfen werden, ich meinte, daß vor der Natur, wenn ich mich so ausdrücken darf, die Lebensgemeinschaften ungleichwertig seien. Das ist natürlich nicht der Fall. Sie sind selbstverständlich in sich gleich harmonisch ausgebildet, wo sie sich ungestört und unberührt entwickeln können. Also daraus erklärt sich der Vorzug nicht. Die Vorliebe, die wir dem Plankton entgegenbringen, beruht vorwiegend auf didaktischen Gründen, welche allerdings aus der spezifischen Natur der Planktongemeinschaft hervorgehen. Wesentlich ist für mich zunächst die fast vollständige Abgeschlossenheit des Planktons. Wohl grenzt das Plankton an die Lebensgemeinschaft der Uferformen und Grundformen; aber die Organismen, welche das Plankton zusammensetzen, sind doch immer andere als die

der beiden übrigen Lebensgemeinschaften. So abgegrenzt in ihrem Formenbestande sind Feld und Wald und Wiese nicht; d. h. mit anderen Worten, daß die Pflanzen- und Tierformen, die mehreren Lebensgemeinschaften gleichzeitig angehören, nicht den weitgehenden Grad spezieller Anpassung bekunden wie die Planktonorganismen. Man hat dementsprechend im Plankton den Eindruck größeren Zwanges. Weiterhin ist für mich die relativ größere Unberührtheit der Planktongemeinschaft maßgebend, vorausgesetzt, daß wir es mit einem reinen Gewässer zu tun haben. Man wird mir einwerfen können, daß dadurch, daß der Mensch auf bestimmte Lebensgemeinschaften dauernd einwirkt, diese nicht aufhören, Lebensgemeinschaften zu sein. Aber erstens wollen wir unsere Schüler zunächst doch gerne mit der möglichst unberührten Natur vertraut machen, nicht mit künstlichen Lebensgemeinschaften; zweitens aber werden die einfacheren Verhältnisse einer natürlichen Biozönose durch den Eingriff des Menschen verwirrt und kompliziert. Wenn wir also die künstlichen Biozönosen des Feldes, Waldes, der Wiese — und sie sind bei uns fast immer künstlich — wirklich als Ganzes, eben als Lebensgemeinschaft mit den Schülern besprechen und in einigen Teilen von ihnen erarbeiten lassen wollen, so muß immer die Bekanntschaft mit einer natürlichen Lebensgemeinschaft vorausgesetzt werden. Als solche kommen neben dem eigentlichen Walde, dem Urwalde, der aber wegen seiner Seltenheit ausscheidet, nur noch von größeren Lebensgemeinschaften Moor und Heide in Betracht. Und auch diese sind ganz unberührt kaum noch anzutreffen.

Feld, Wald und Wiese haben den Vorzug der größeren Unmittelbarkeit der Anschauung. Wir sehen klar und deutlich das Nebeneinander der Dinge, aber nicht so deutlich den Zusammenhang und die Wechselwirkung der Erscheinungen, nicht leicht die Wechselwirkung der Organismen untereinander und ihre Beziehungen zur organischen Natur. Das liegt nicht daran, daß sie nicht vorhanden sind; sie sind zu sehr vorhanden, möchte ich sagen. Wenn wir uns nur einmal vergegenwärtigen, wie kompliziert die Anpassungserscheinungen eines Baumes an seine Umgebung sind. Wie vielseitig und zahlreich sind die Anpassungen, welche das Licht schafft; da ist die Stellung, die Form, der Farbton der Blätter zu berücksichtigen, da ist, um ein wirkliches Verständnis der Bedeutung des Blattes zu erlangen, ein Eingehen auf den inneren Bau des Blattes nötig, da ist also wie beim Plankton das Mikroskop heranzuziehen, da sind Experimente anzustellen; auch die Einwirkungen der Feuchtigkeit, der Temperatur müssen erwähnt werden. Zum vollen Verständnis für die Ernährung eines Baumes gehört ferner die Kennt-

nis der eigenartigen Beziehungen gewisser Pilze zu den Wurzeln des Baumes und vieles andere mehr. Läßt sich das alles draußen in der Natur beobachten? Angeführt wird, wie vielfach wir im Walde die Ernährung von Raupen, Käfern, Vögeln, mancher Säugetiere beobachten können. Gewiß können wir das alles unmittelbar sehen, weit unmittelbarer als im Plankton, aber mit derartigen Beobachtungen haben wir doch noch keine Lebensgemeinschaft. Ich muß immer wieder darauf aufmerksam machen, daß es zweierlei ist, ob wir hinausgehen, um eine Gemeinschaft als Ganzes zu studieren, oder ob wir nur gelegentliche Beobachtungen machen wollen. Ich gehe konsequenterweise so weit, das erste, soweit es die Schule angeht, überhaupt für unmöglich zu erklären, auch was das Plankton betrifft. Die Befunde, die draußen in der Natur gemacht werden, müssen mit den mikroskopischen Untersuchungen im Laboratorium durch geeignete Darstellung des Lehrers so zusammengefaßt werden, daß der Schüler den Eindruck der Lebensgemeinschaft erhält. Nun glaube ich, durch die obigen Ausführungen gezeigt zu haben, wie kompliziert und wechselvoll die Biozöosen des Waldes sind, so daß wir berechtigt sind, die einfacheren und gleichförmigen Verhältnisse des Planktons vorzuziehen. Nicht allein, daß man von einem wechselnden Einfluß der Feuchtigkeit nicht sprechen kann, daß der Einfluß des Lichtes nicht so mannigfaltige Anpassungserscheinungen hervorruft, daß die Schwankungen der Temperatur, im Wasser geringer als in der Luft, bei weitem nicht so große jahreszeitliche Differenzen im Plankton hervorbringen wie in den Biozöosen des Landes; auch die Zusammensetzung des Planktons ist viel gleichmäßiger als die irgend einer anderen Biozönose. Im allgemeinen können wir erwarten, daß das Plankton der süßen Gewässer, wo wir es auch untersuchen, uns, wenn auch nicht immer die gleichen Arten, doch verwandte Formen bietet. Außerordentlich leicht ist bei der Untersuchung des Planktons das Sammeln der Tier- und Pflanzenwelt. Einige Züge mit dem Seidennetz und wir haben alles beisammen. Auch der Transport des gesammelten Materials macht sich sehr einfach. In dieser Einfachheit liegt doch unstreitig ein großer Vorzug.

Nun will auch Herr v. Hanstein bei der Besprechung von Lebensgemeinschaften vom Einfacheren zum Schwierigen fortschreiten. So benutzt er zur Einführung in den Begriff der Biozönose ein sich selbst überlassenes Aquarium. Aus dem Vorigen geht m. E. klar hervor, daß wir uns mit aller Entschiedenheit gegen eine derartige Einführung wenden müssen. Zunächst möchte ich dagegen sagen, daß wir es hier gar

nicht mit natürlichen, sondern mit künstlichen, ja beinahe mit widernatürlichen Verhältnissen zu tun haben. Nach meinen Erfahrungen sieht ein solches sich selbst überlassenes, also ungepflegtes Aquarium, selbst wenn das Wasser stets erneuert wird, nach kurzer Zeit recht ärmlisch und wenig anmutend aus. Die größeren Arten sterben, nur einige kleinere Pflanzen und Tierchen bleiben am Leben. Die Algen nehmen zuweilen ganz wunderliche pathologische Formen an. — Und schließlich muß ja doch wieder hier notgedrungen das Mikroskop, dessen Anwendung Herr v. Hanstein als einen Mangel ansieht, zur Beobachtung dieser sog. Biozönose herangezogen werden. Auch kann ich nicht in der Kleinheit dieser Lebensgemeinschaft einen Vorteil erblicken. Das Verständnis der wechselseitigen Beziehungen zwischen Tier- und Pflanzenwelt wird dadurch nicht gefördert; das ist überhaupt unabhängig von der Größe einer Lebensgemeinschaft, abhängig nur von der Art der wechselseitigen Beziehungen. Ich glaube, daß die Äußerungen Herrn v. Hansteins über das Aquarium konsequent weitergedacht und interpretiert zu der gleichen Auffassung führen, wie Herr Zacharias und ich sie seinerzeit ausgesprochen haben. Ich möchte nach wie vor daran festhalten, daß das Plankton als die einfachere Lebensgemeinschaft allen anderen vorzuziehen ist.

So wichtig uns auch die bisher besprochenen Gründe für die Bevorzugung des Planktons erscheinen, so sind sie doch noch nicht die wichtigsten. Als der Hauptpunkt, der auch schon von Herrn Zacharias hervorgehoben worden ist, gilt mir, daß das Plankton als Lebensgemeinschaft ein Analogon der belebten Gesamtnatur darstellt. Deswegen können wir das Plankton auch gewissermaßen als Mikrokosmos bezeichnen. Es ist z. B. als eine fundamentale Tatsache hervorzuheben, daß die Abhängigkeit der Tierwelt von der Pflanzenwelt gerade im Plankton sich mit großer Eindringlichkeit geltend macht, daß der Gesamtstoffwechsel der Planktonorganismen in sich abgeschlossen ist, daß die Sauerstoffproduktion der Wasserpflanzen in ihrer allgemeinen Bedeutung besonders klar erkannt werden kann. Der eben angedeutete Standpunkt ist m. E. von der Gegenseite als Hauptmotiv für die starke Bevorzugung des Planktons nicht genügend berücksichtigt und gewürdigt, daß daneben noch das Plankton als Lebensgemeinschaft auf kleinstem Raume besonders bequem der Untersuchung zugänglich ist, daß es von Vertretern der hauptsächlichsten Organisationsstufen gebildet wird, daß es ästhetisch so anziehend wirkt, das sind alles Argumente, welche durch ihre Vereinigung besonders wertvoll werden.

Doch genug, wir erörtern das Für und Wider, aber schließlich ist doch die Frage, ob und wie

wir das Plankton in den Oberklassen der Oberrealschule besprechen wollen, abhängig von dem Gesamtlehrplan der Oberstufe. Ohne diesen zu berücksichtigen, läßt sich die Frage gar nicht entscheiden; denn es wäre sehr wohl denkbar, daß jemand auf den Gedanken käme, neben dem Plankton noch eine andere Biozönose, z. B. den Wald, zu erörtern. Ja, es könnte nach unseren bisherigen Darlegungen so scheinen, als ob die Oekologie zu kurz kommen soll. Das ist aber durchaus nicht der Fall. An dieser Stelle sei auf einen Aufsatz*) hingewiesen, in dem ich zu zeigen versucht habe, daß der Mensch, um eine wahrhaft humanistische Bildung unserer Schüler zu erzielen, in den Mittelpunkt des biologischen Unterrichts der Primen gestellt werden muß. Ich kann hier unmöglich alles erörtern, was zugunsten meiner Ansicht spricht. Es sei auch daran erinnert, daß seinerzeit in den Hamburger Thesen die besondere Berücksichtigung der Lehre von den Einrichtungen des menschlichen Körpers und der Funktionen seiner Organe, einschließlich der wichtigsten Punkte der allgemeinen Gesundheitslehre, empfohlen und daß eine warnende Belehrung über die Hygiene des Geschlechtslebens für die Primaner damals als notwendig angesehen wurde. Ich freue mich, hier konstatieren zu können, daß meine Ansicht vom Unterrichte der Biologie in den Oberklassen, was die Stoffauswahl betrifft, in Übereinstimmung steht mit der Rede Prof. v. Hertwigs, die er anlässlich des Stiftungsfestes der Universität München hielt. Man wende mir nicht ein, daß dadurch, daß der Mensch in den Mittelpunkt der Unterweisung tritt, einer anthropozentrischen Naturauffassung Vorschub geleistet wird. Daß das nicht eintreten kann noch darf, dafür läßt sich leicht sorgen.

Wenn das Sommerhalbjahr der Obersekunda für die Lehre der einzelligen Organismen und das Plankton als Lebensgemeinschaft vorbehalten werden soll, so würde ich es als praktisch empfehlen, im Winterhalbjahr den anatomischen Bau der wirbellosen Tiere mit Ausschluß der Protozoen zu besprechen, und zwar hätte sich diese Besprechung unmittelbar an die anatomische Zerlegung bestimmter typischer Vertreter der einzelnen Tierklassen durch die Schüler selbst anzuschließen. Das würde eine vorzügliche Grundlage für das Verständnis der Organfunktionen mit Rücksicht auf die äußeren Lebensbedingungen abgeben. Ich möchte auch an dieser Stelle wieder betonen, daß ich die Kenntnis der anatomischen Verhältnisse eines Tieres und seiner Organe für durchaus nötig halte, ehe eine Darstellung der Funktionen verstanden

werden kann. Ohne Anatomie schwebt die Physiologie und Oekologie in der Luft. Es ist überhaupt ein Unding, so zu tun, als ob die ökologischen Verhältnisse, die Beziehungen der Organismen untereinander und zur anorganischen Natur als ein in sich geschlossenes Erfahrungsgebiet zu betrachten sind. So wie ich die Physiologie verstehe, schließt sie die Oekologie mit ein. Es würde sich also im Pensum der Obersekunda weiterhin darum handeln, die Funktionen der Organe und die Anpassungen der Organismen untereinander und zur Umwelt zu behandeln. So z. B. die Brutpflege, die Staatenbildung, wobei ich besonders an eine eingehendere Behandlung des Ameisenstaates denke. Ich kann hier natürlich nicht alles anführen, was mir als wichtig erscheint. Das Sommerhalbjahr der Unterprima würde ausschließlich der Botanik zu widmen sein. Gerade hier, glaube ich, ließe sich die Physiologie auf das innigste mit Anatomie und Oekologie verflechten. Es gibt wohl kein Gebiet, wo der Gegenstand zu einer solchen Behandlung derart herausfordert wie hier. Aber immer muß den physiologischen und ökologischen Erörterungen die Behandlung der Anatomie vorausgehen. Das Winterhalbjahr könnte dagegen der vergleichenden Anatomie und Entwicklungsgeschichte der Wirbeltiere und des Menschen zugewiesen werden. In der Oberprima würden sich dann die theoretische Biologie, z. B. die Erbllichkeit und Variabilität, die Theorien der Artbildung und andere allgemeine Probleme der Biologie anschließen. Zum Schluß würden Physiologie in Verbindung mit dem histologischen Aufbau der Organe, Gebiete aus der Pathologie und Hygiene, verbunden mit Bakteriologie, zu berücksichtigen sein. Mag man sich nun für oder gegen diesen von mir aufgestellten Lehrplan entscheiden, man wird nicht behaupten können, daß die Oekologie schlecht dabei wegkommt und daß Unwesentliches geboten werden soll. Deshalb glaube ich auch, daß wir nur eine Biozönose auf der Oberstufe besprechen können, falls der Stoff nicht zu gewaltig anschwellen soll. Daß aber der Biozönose des Planktons der Vorzug gebührt, hoffe ich im Verlauf meiner Ausführungen gezeigt zu haben. Und noch etwas anderes möchte ich hervorheben, worauf auch Herr v. Hanstein neben vielen anderen Autoren aufmerksam gemacht hat, und was, wie ich glaube, ebenfalls meine Ausführungen beweisen, daß nämlich noch außerordentlich bildende Werte in der Biologie schlummern und nur darauf warten, geweckt zu werden. Was ich hier als konzentriertes Pensum der Oberstufe kurz umrissen habe, kann nie und nimmer in einer Stunde wöchentlich erledigt werden, dazu bedarf es der doppelten Zeit. Es wird so viel von der Bedeutung der Biologie

*) Der biologische Unterricht in den Oberklassen von E. Krüger in Zeitschrift für Jugendwohlfahrt. Der Säemann, Jahrg. 1911, Heft 4.

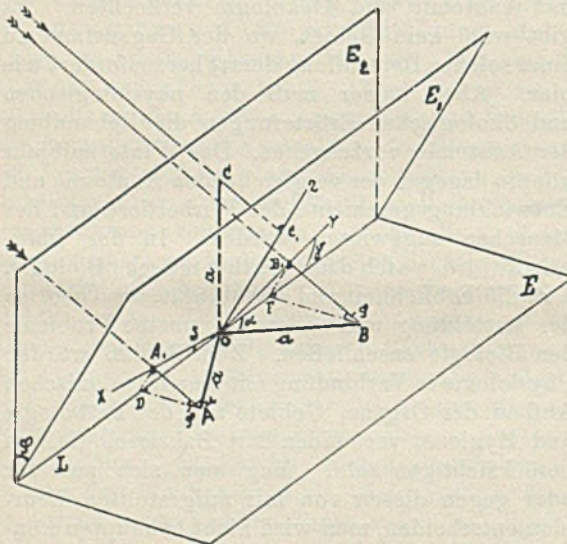
gesprochen, zahllose populär-wissenschaftliche Bücher werden für diejenigen geschrieben, die auf der Schule nur dürftige Kenntnisse dieser Wissenschaft erwerben konnten. Und wie steht es mit dem Fortgang unserer Bewegung, der Biologie zu ihrem Rechte auf der Schule zu verhelfen: sie stagniert! Wann werden wir zum Nutzen unserer Jugend der Biologie die Stellung erobern, die ihr gebührt?

Allgemeines

Verfahren zur Ermittlung von Parallelperspektiven.

Von Dipl.-Ing. Carl Herbst (Bochum).

In der Figur seien $OA = OB = OC = a$ Kanten eines Würfels. Sie werden in rechtwinkliger Projektion auf die Bildebene E_1 geworfen, die unter dem Winkel φ gegen die Vertikalebene E_2 geneigt ist; E_1 und E_2 haben mit der Horizontalebene E die Schnittlinie L , gegen welche OB um den Winkel α gedreht ist.



A_1, B_1 und C_1 in Ebene E_1 sind die Durchstoßpunkte der nach A, B und C gehenden Strahlen; OX, OY und $OZ \perp L$ stellen daher in der Bildebene die Richtungen der drei Würfelkanten dar. Zieht man noch AD und BF senkrecht zu L , so findet man:

$$OD = a \cdot \sin \alpha, \quad DA_1 = a \cdot \cos \alpha, \quad DA_1 = a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \varphi,$$

$$\frac{OA_1^2}{a^2} = \frac{OD^2 + DA_1^2}{a^2} = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \varphi = 1 - \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \varphi,$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{DA_1}{OD} = \frac{\sin \varphi}{\operatorname{tg} \alpha} \tag{1}$$

Ferner:

$$OF = a \cdot \cos \alpha, \quad FB = a \cdot \sin \alpha, \quad FB_1 = a \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi,$$

$$\frac{OB_1^2}{a^2} = \frac{OF^2 + FB_1^2}{a^2} = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \varphi = 1 - \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \varphi,$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{FB_1}{OF} = \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \varphi \tag{2}$$

und $OC_1 = a \cdot \cos \varphi$.

Die Verhältnisse sollen in der Figur so gewählt werden, daß allgemein

$$OA_1 = n_1 \cdot OC_1 = a \cdot n_1 \cdot \cos \varphi,$$

$$OB_1 = n_2 \cdot OC_1 = a \cdot n_2 \cdot \cos \varphi. \quad (n_1 \text{ und } n_2 \leq 1.)$$

Also muß sein:

$$1 - \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \varphi = n_1^2 \cdot \cos^2 \varphi \tag{3}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 - n_1^2 \cdot \cos^2 \varphi}{\cos^2 \varphi} = \frac{1}{\cos^2 \varphi} - n_1^2 = \operatorname{tg}^2 \varphi + 1 - n_1^2$$

$$1 - \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \varphi = n_2^2 \cdot \cos^2 \varphi. \tag{4}$$

Durch Addition von (3) und (4) erhält man:

$$2 - \cos^2 \varphi = (n_1^2 + n_2^2) \cdot \cos^2 \varphi$$

$$\frac{2}{\cos^2 \varphi} = 2(\operatorname{tg}^2 \varphi + 1) = n_1^2 + n_2^2 + 1$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{2} \sqrt{2(n_1^2 + n_2^2 - 1)} \tag{5}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{n_1^2 + n_2^2 - 1}{2} + 1 - n_1^2 = \frac{n_2^2 - n_1^2 + 1}{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{2} \sqrt{2(n_2^2 - n_1^2 + 1)} \tag{6}$$

(5) und (6) liefern φ und α ; die Neigungswinkel der Achsen OX und OY folgen dann aus (1) und (2).

Würde man in der Bildebene auf OZ die wahre Länge abtragen, so würde die Perspektive die lineare Vergrößerung

$$f = \frac{1}{\cos \varphi} = \sqrt{n_1^2 + \cos^2 \alpha} = \frac{1}{2} \sqrt{2(n_1^2 + n_2^2 + 1)}$$

aufweisen.

Gebräuchliche trimetrische Projektionen folgen

hieraus mit $n_1 = \frac{5}{6}, n_2 = \frac{2}{3}$ und mit $n_1 = \frac{9}{10}, n_2 = \frac{1}{2}$.

Dimetrische Perspektiven ergeben sich mit $n_1 = 1, n_2 = n$ aus den Formeln:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{n}{2} \sqrt{2}; \quad \cos \alpha = \frac{n}{2} \sqrt{2}.$$

Hier wird $f = \frac{1}{2} \sqrt{2(2 + n^2)}$. Die weitaus gebräuchlichste Perspektive dieser Art hat

$$n = \frac{1}{2}, \quad \alpha = 69^\circ 17' 43'', \quad \varphi = 19^\circ 28' 16'',$$

$$\operatorname{tg} \delta = 0,12599 \sim \frac{1}{8}, \quad \operatorname{tg} \gamma = 0,88192 \sim \frac{7}{8}, \quad f \sim 1,06.$$

Für die Figur erwies sich die Perspektive mit $n = 0,75$ ($\alpha = 57^\circ 58' 20'', \varphi = 27^\circ 56' 18'', \operatorname{tg} \delta = 0,293, \operatorname{tg} \gamma = 0,749$) als die brauchbarste.

Zur Gleichung $x^y = y^x$.

Nachdem neuerdings in diesen Blättern mehrfach von der Gleichung $x^y = y^x$ die Rede war¹⁾, seien einige kurze geschichtliche Bemerkungen hierzu gestattet. Man sieht an dem Beispiel, wie unverwüßlich mathematische Wahrheiten immer wieder auftauchen, mag auch die Anregung eines einzelnen zunächst verloren sein. Schon 1845 hat Th. Wittstein²⁾ die reellen Lösungen

$$x = \frac{1}{1+a}, \quad y = \frac{1+a}{a}$$

arithmetisch abgeleitet und hat unter ihnen die ganzzahligen und auch die übrigen rationalen bestimmt (bei den letzteren wird freilich eine Stelle der Ueberlegung nicht näher begründet); hernach folgen noch geometrische Betrachtungen an den Kurven

$$z = a^x, \quad z = x^a \quad \text{und} \quad z = x^{\frac{1}{x}},$$

¹⁾ C. Herbst, Bestimmung der ganzen Zahlen, für welche die Beziehung gilt: $x^y = y^x$, 15 (1909), Seite 62 f.; A. Fleichsenhaar, Ueber die Gleichung $x^y = y^x$, 17 (1911), Seite 70–73.

²⁾ Auflösung der Gleichung $x^y = y^x$ in reellen Zahlen, (Grunerts) Archiv der Mathematik und Physik, 6 (1845), Seite 154–163.

die zu denselben Ergebnissen führen. Offenbar ohne Kenntnis dieses Vorgängers hat M. Cantor auf der Philologenversammlung von 1877³⁾ einen Vortrag über die Lösung der genannten Gleichung gehalten. Er leitet ebenfalls zunächst arithmetisch die reellen Lösungen ab, die er so schreibt:

$$x = \sqrt[k]{k}, \quad y = k \cdot \sqrt[k]{k},$$

und im besonderen die ganzzahligen unter ihnen; dann folgt hierzu noch ein anschaulicher geometrischer Beweis mittels Betrachtung der Kurve $z = \frac{\log x}{x}$ ⁴⁾. Gleich-

zeitig damit und ohne Zweifel wiederum unabhängig hat V. Schlegel in einer beiläufigen Anmerkung seines früher mehr als heute bekannten Lehrbuches⁵⁾ die ganzzahligen Lösungen aufgesucht; er schließt aus der Form der ganzen Zahlen

$$x = \sqrt[m]{m}, \quad y = m \cdot \sqrt[m]{m},$$

daß $m - 1 = 1$ sein müsse (dies freilich mit Unrecht, denn es könnte hier ebensogut $m - 1 = -\frac{1}{2}$ sein).

Schlegels Buch ist anscheinend das einzige geblieben, das auf die Bedeutung der besagten Gleichung hinweist! Doch findet sich in Schülkes bekannter Aufgabensammlung von 1906 immerhin die gelegentliche Angabe (Abschnitt 20, Nr. 13), daß die Zahlen

$$x = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n, \quad y = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$$

die Eigenschaft $x^y = y^x$ besitzen.

R. Schimmac k (Göttingen.)

Kleinere Mitteilungen.

Ableitung und Stammfunktion einer Potenz.

Von A. Th a e r (Hamburg).

In der Bibliotheca Mathematica, Dritte Folge, XII. Bd., 1. Heft, teilt Herr Witting aus einem noch nicht veröffentlichten Manuskript Newtons mit dem Titel „A fragment concerning fluxions“ den Satz mit: Fluxio Potestatis est ad fluxionem radiceis suae, ut Potestas multiplicata per indicem suam ad radicem.

Diese Stelle ist vielleicht nicht bloß historisch interessant, weil sie zuerst (1666?) den Ausdruck fluxio statt des älteren motio enthält, sondern auch pädagogisch brauchbar, weil die Regel

$$\frac{(z^n)'}{z^n} = \frac{n \cdot z^{n-1}}{z^n},$$

wobei z eine beliebige Funktion von x ist, sich leicht dem Gedächtnis einprägt. Die Ueberleitung von der üblichen Form könnte folgendermaßen gemacht werden:

Ist $f(x) = x^n$, so ist die Ableitung

$$f'(x) = n \cdot x^{n-1} = \frac{n \cdot x^n}{x},$$

die Stammfunktion (Integral), abgesehen von einer Konstanten

$$F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} = \frac{x^n \cdot x}{n+1}.$$

Danach kann man die Regel für die Bildung der Ableitung und der Stammfunktion folgendermaßen in Worte fassen.

³⁾ Verhandlungen der 32. Versammlung Deutscher Philologen und Schulmänner in Wiesbaden 1877, Leipzig (Teubner) 1878, Seite 179–180.

⁴⁾ Vergl. Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, 42 (1911), Seite 579.

⁵⁾ Lehrbuch der elementaren Mathematik, Wolfenbüttel (Zwiefler), 1878–80, Teil 1, Seite 26.

Die Ableitung einer Potenz wird dadurch gebildet, daß man die Potenz mit dem Exponenten multipliziert und durch die Basis dividiert.

Die Stammfunktion einer Potenz wird dadurch gebildet, daß man die Potenz mit der Basis multipliziert, die neu entstandene Potenz durch ihren Exponenten dividiert und eine beliebige Konstante hinzufügt.

Ist die Funktion eine Konstante $f(x) = a$, so muß man $f(x) = a \cdot x^0$ schreiben.

Diese Form der Regel, die auch für negative und gebrochene Exponenten gilt, hat für die letzten den Vorzug, daß der Nenner rational ist

$$f(x) = \sqrt[n]{x}, \quad f'(x) = \frac{\sqrt[n]{x}}{n x}.$$

Ist die Basis selbst eine Funktion von x , so gilt die obige Regel für die Ableitung, sobald man diese noch mit der Ableitung der Basis multipliziert. Es sei

$$z = g(x), \quad z' = g'(x), \quad f(x) = z^n, \quad f'(x) = \frac{n \cdot z^{n-1}}{z} \cdot z'.$$

Sie gilt in diesem Fall für die Stammfunktion (Integral) nur dann, wenn die ursprüngliche Funktion ein Produkt aus der Potenz einer Funktion und der Ableitung dieser Funktion ist

$$f(x) = z^n \cdot z', \quad F(x) = \frac{z^n \cdot z}{n+1} + C.$$

* * *

Nachtrag

zu meiner Note über den Taylorschen Satz.

Von G. L o u y (Hamburg.)

Herr Dr. Schimmac k (Göttingen) hatte die Freundlichkeit, mich darauf aufmerksam zu machen, daß in meiner Note über die Behandlung des Taylorschen Satzes in der Schule (diese Blätter, Jahrg. XVII, S. 149 ff.) zwei Fehler stehen geblieben sind, die ich hiermit richtig stellen möchte:

1. S. 150, Spalte II, Zeile 17, von unten muß es heißen „die Funktion $\psi(u)$ selbst“ statt „diese Abteilung.“
2. S. 151, Zeile 1, fehlt im Restglied der Faktor $(x-a)^n$.

Ferner glaubt Herr Dr. Schimmac k, daß die an den Ausdruck 2) (S. 150, II. Spalte Mitte) anschließende Erörterung noch mißverstanden werden könne, weil nicht scharf genug betont sei, daß an den Variabelwerden des a das in R stehende a nicht teilnimmt. (R soll ja konstant bleiben.) Wenn ich auch diese Besorgnis nicht teile, so sei auf die Konstanz des R hier nochmals hingewiesen.

Zum Schluß noch einige Literatur zur schulmäßigen Behandlung des Taylorschen Satzes, auf die mich ebenfalls Herr Dr. Schimmac k aufmerksam gemacht hat:

Zeitschrift für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht Bd. 39 (1908), S. 361 ff. und S. 513 ff., Bd. 40 (1909), S. 330 ff.

Schriften der Internat. Math. Unterr.-Kommission Bd. III, Heft 1, S. 114 ff.

* * *

Zur Teilbarkeit von $x^n - x$.

Ein redaktioneller Hinweis, daß es sich nur um den etwas veränderten Dirichletschen Beweis des kleinen Fermatschen Satzes in dem Aufsatz Heft 1, S. 15, handelte, hätte nicht fehlen dürfen. Den Herren, die darauf aufmerksam gemacht haben, sei verbindlicher Dank ausgesprochen.

Vereine und Versammlungen.

Die Ortsgruppe Groß Berlin des Vereins zur Förderung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts hat in ihrer Sitzung am 24. Januar 1912 beschlossen, mit Beginn dieses Jahres den Namen: „Vereinigung für biologischen, chemischen und erdkundlichen Unterricht“ anzunehmen, und ihren Satzungen dem § 3 hinzuzufügen: „Die Vereinigung bildet gleichzeitig eine Ortsgruppe des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts, in dessen Ausschuß sie durch einen Delegierten vertreten ist. Es ist wünschenswert, daß die Mitglieder der Vereinigung auch dem genannten Verein als Mitglieder beitreten.“

Der bisherige Vorstand sowie der bisherige Vertreter im Ausschuß wurden wiedergewählt.

Lehrmittel-Besprechungen.

Ein Modell zur Veranschaulichung des Peripheriewinkelsatzes und die Uebertragung dieses Satzes auf die gleichseitige Hyperbel.

Von W. Rottsieper (Göttingen.)

Die Lehre von den geometrischen Oertern ist gut dazu geeignet, die räumliche Anschauung zu beleben. Man darf diese Linien (oder Flächen) dann allerdings nicht nur als starre Träger irgend einer mehr oder weniger abstrakten geometrischen Eigenschaft behandeln, man muß sie vielmehr auch als die Ergebnisse gewisser

her auch die Bahn eines Punktes, der bei seiner Bewegung von der Geraden immer gleich weit entfernt bleibt. Solche Bahnen beschreiben z. B. alle Punkte eines Schlittens, der auf der Geraden gleitet, der Mittelpunkt eines auf ihr rollenden Rades und alle Punkte eines Wagens, der mit den Mittelpunkten solcher Räder fest verbunden ist. In ähnlicher Weise sollte man überhaupt auf die kinematische Erfahrung der Schüler zurückgreifen oder ihnen Modelle vorführen, welche die besprochene Bewegung in reiner Form, d. h. ungetrübt durch alles Beiwerk, vorzumachen gestatten. Vielfach werden solche Modelle aber zu verwickelt ausfallen, dann wird man sich an die durch Erfahrung gesteigerte räumliche Vorstellungskraft wenden. Verfolgt man in Gedanken z. B. den Weg des Mittelpunktes eines veränderlichen Kreises, der einen festen Kreis in einem festen Punkte berührt, so wird der Gewinn an räumlicher Vorstellungskraft, wenn man häufiger so verfährt, kein geringer sein. Der Schüler muß mit seinem geistigen Auge sehen, wie der von außen berührende Kreis allmählich zusammenschrumpft und dabei der Mittelpunkt geradlinig auf den Berührungspunkt losgeht, wie der Kreis als Punkt durch den Berührungspunkt wie durch eine feine Oeffnung in den festen Kreis hincinschlüpft, wieder wächst, den festen Kreis ganz ausfüllt, ihn überschreitet und, ihn umschließend, immer größer wird, während sein Mittelpunkt auf derselben Geraden ins Unendliche hineingeht; wie der Kreis immer mehr zur Geraden wird, wie durch einen kühnen Sprung der Mittelpunkt auf der anderen Seite in der Ferne wieder erscheint und die Gerade sich nach der anderen Seite krümmt und schließlich der Kreis wieder in seine alte Verfassung zurückkehrt. Ein solches Vorstellen ist natürlich nur auf Grund vieler konkreter sinnlicher Wahrnehmungen möglich. Diese zu vermitteln sollen eben die beweglichen Modelle dienen.

Von den elementaren geometrischen Oertern ist jedenfalls der Kreis als Ort aller der Punkte, von denen aus die Endpunkte einer festen Sehne unter demselben Winkel erscheinen, einer der interessantesten. Das einfachste Modell dafür ist, wie wohl allgemein bekannt sein dürfte, ein starrer Winkel, dessen Schenkel gezwungen sind, durch zwei feste Punkte zu gehen. Bei der dann noch möglichen Bewegung beschreibt der Scheitelpunkt einen Kreisbogen. Das im folgenden beschriebene Modell dürfte diese Erzeugung des Kreises, wenn auch begrifflich nicht so einfach, so doch etwas glatter zur Darstellung bringen (Fig. 1). Die beiden gleich großen Rollen R_1 und R_2 drehen sich wegen der beide umschlingenden Treibsnur gleich schnell im selben Sinne. Sie tragen je einen Strahl s_1 und s_2 . Bei der Drehung der Strahlen beschreibt der Schnittpunkt S einen durch die Drehpunkte gehenden Kreis, da der Schnittwinkel der beiden Strahlen nach dem Außenwinkelsatz gleich dem kon-

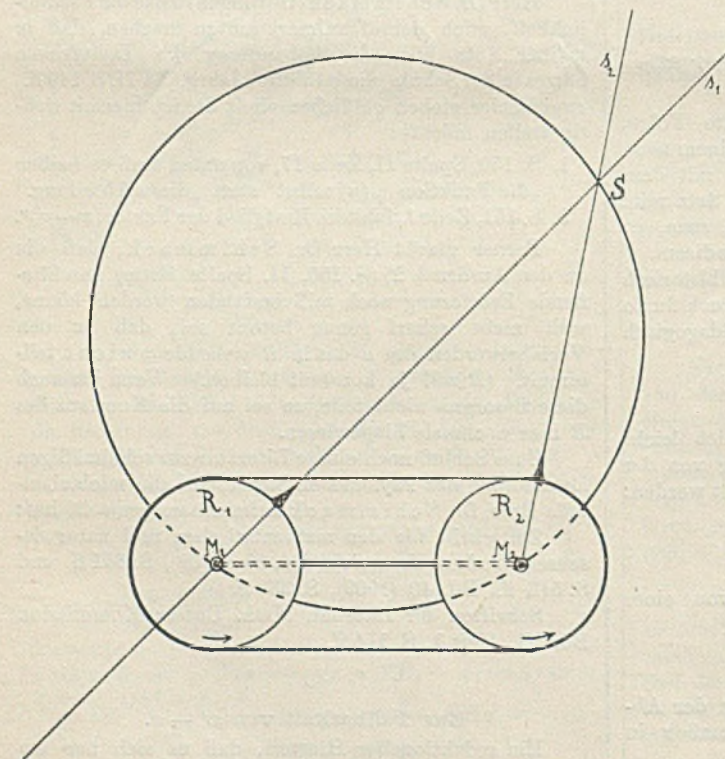


Fig. 1.

gesetzmäßiger Bewegungen oder allgemeinerer Aenderungen der Figuren vorführen. So enthält z. B. die Parallele zu einer Geraden alle diejenigen Punkte, die von der Geraden denselben Abstand haben; sie ist da-

stanten Unterschied der Drehungswinkel der Strahlen ist. Analytisch ergibt sich das so (Fig. 2):

$$\frac{y}{x+a} = \operatorname{tg} \varphi_1.$$

$$\frac{y}{x-a} = \operatorname{tg} \varphi_2 = \operatorname{tg}(\alpha + \varphi_1) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \varphi_1}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varphi_1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \frac{y}{x+a}}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{y}{x+a}}$$

Daraus findet man $x^2 + y^2 - 2a \operatorname{ctg} \alpha \cdot y = a^2$ oder $x^2 + (y - a \operatorname{ctg} \alpha)^2 = \frac{a^2}{\sin^2 \alpha}$. Das ist die Gleichung eines

Kreises um $\{0/a \operatorname{ctg} \alpha$ mit $r = \frac{a}{\sin \alpha}$. In letzterem liegt der Satz vom Zentriwinkel enthalten.

Legen wir nun die Schnur bei unseren Rollen kreuzweise (Fig. 3), so drehen sie sich gleich schnell, aber im entgegengesetzten Sinne, also so, daß die Summe der Winkel, welche die Strahlen mit der Verbindungslinie der Drehpunkte bilden, konstant bleibt. Es ist dann eben $\varphi_2 = \alpha - \varphi_1$ und deshalb auch $\frac{y}{x-a} = \operatorname{tg} \varphi_2 = \operatorname{tg}(\alpha - \varphi_1) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \varphi_1}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varphi_1}$

$$= \frac{\operatorname{tg} \alpha - \frac{y}{x+a}}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{y}{x+a}}. \text{ Daraus bekommt man}$$

$$x^2 - y^2 - 2 \operatorname{ctg} \alpha \cdot x y = a^2.$$

Nach der Drehung um $\frac{\alpha}{2} - 45^\circ$ wird daraus

$$x'^2 - y'^2 = a^2 \sin \alpha.$$

Das ist die Gleichung einer gleichseitigen Hyperbel durch $\{\pm a/0$, deren Achsen von der Länge $a|\sin \alpha$ und um $\frac{\alpha}{2} - 45^\circ$ gedreht sind.

Wenn mithin bei dem Kreise die Differenz der Winkel konstant ist, welche zwei von einem beliebigen Kreispunkte nach den Endpunkten einer festen Sehne gehende Strahlen mit dieser Sehne bilden, ist bei der gleichseitigen Hyperbel die Summe der Win-

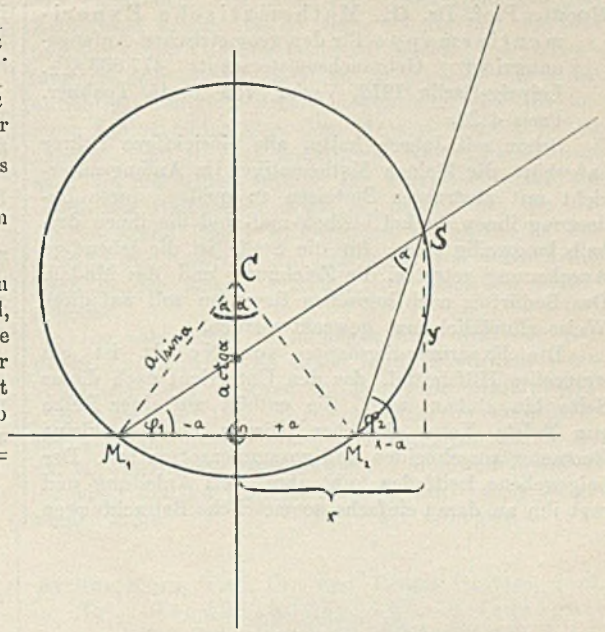


Fig. 2.

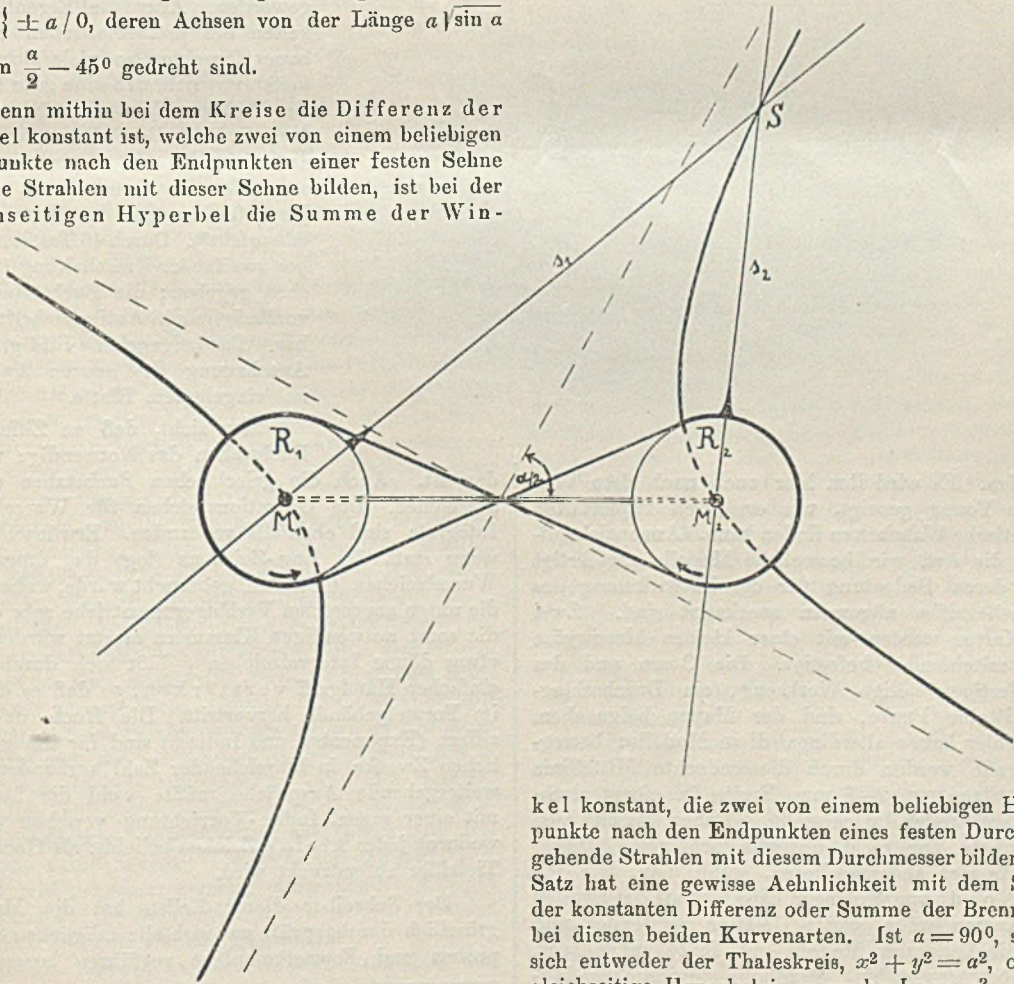


Fig. 3.

kel konstant, die zwei von einem beliebigen Hyperbelpunkte nach den Endpunkten eines festen Durchmessers gehende Strahlen mit diesem Durchmesser bilden. Dieser Satz hat eine gewisse Aehnlichkeit mit dem Satz von der konstanten Differenz oder Summe der Brennstrahlen bei diesen beiden Kurvenarten. Ist $\alpha = 90^\circ$, so ergibt sich entweder der Thaleskreis, $x^2 + y^2 = a^2$, oder eine gleichseitige Hyperbel in normaler Lage, $x^2 - y^2 = a^2$.

Noodt, Prof. Dr. G., Mathematische Experimentiermappe für den geometrischen Anfangsunterricht. Gebrauchsmusterschutz 477 833 42n. Leipzig-Berlin 1912, Verlag von B. G. Teubner. Preis 4 M.

Schon seit Jahren haben alle einsichtigen Lehrer aufgehört, die kleinen Mathematiker im Anfangsunterricht mit abstrakten Beweisen zu quälen, deren Bedeutung ihnen dunkel bleiben muß und die ihnen deshalb langweilig sind. An die Stelle ist die lebendige Anschauung getreten, die Zeichnung und das Modell. Das Bedürfnis nach logischen Beweisen soll auf diese Weise allmählich erst geweckt werden.

Die Experimentiermappe von Noodt ist ein wertvolles Hilfsmittel, das den Unterricht nach dieser Seite hin stützen will. Sie enthält auf einer Reihe von Tafeln Netze einfacher Körper, die der kleine Geometer ausschneiden und zusammensetzen soll. Der beigegebene Leitfaden gibt ihm dazu Anleitung und regt ihn an, daran einfache geometrische Betrachtungen



zu knüpfen. Es wird ihm hier auch nach dem Vorgang von Young gezeigt, wie er durch Papierfalten mathematische Wahrheiten finden kann. Am anziehendsten ist die Art, wie bewegliche Modelle angefertigt werden, deren Bedeutung für die Entwicklung des Funktionsbegriffes allgemein anerkannt sind. Zwei Stücke Karton werden mit einer kleinen Messingöse drehbar miteinander befestigt. Die Oesen und das zum Befestigen nötige Werkzeug, ein Durchschlag-eisen und eine Punze, sind der Mappe beigegeben. Einen Fehler haben allerdings diese Modelle: bewegliche Gerade werden durch die gedachte Mittellinie eines Schlitzes von 2—3 mm Breite in einem drehbaren Pappstreifen dargestellt. Daher lassen sich Schnittpunkte nur recht ungenau schätzen. Dieser Fehler läßt sich aber beseitigen, wenn man, wie ich es Prof. Noodt vorgeschlagen habe, anstatt des zweiten Stücks Karton weiße, glatte Gelatine verwendet und auf ihr die Teile des Modells mit Tinte aufzeichnet, die sich bewegen sollen. Sämtliche beweglichen Modelle werden bei Benutzung dieser Gelatine, die man

in größeren Papiergeschäften bekommen kann, gefälliger und zur genauen Messung überhaupt erst brauchbar.

Schulen, die eine kleine Schülerzahl, bis 20 in der Klasse, haben, können im Anfangsunterricht die Experimentiermappe geradezu zugrunde legen. Lehrer und Schüler — auch Schülerinnen — werden lebhaft Freude und reichen Gewinn davon haben.

An Schulen mit größerer Schülerzahl ist ein solcher mathematischer Handfertigkeitunterricht in der Klasse wohl kaum möglich. Ich möchte aber allen Lehrern, die mathematischen Anfangsunterricht geben, dringend empfehlen, von der Experimentiermappe Kenntnis zu nehmen, zum Nutzen für ihren Unterricht. Die Benutzung der Mappe selbst muß dann der häuslichen Beschäftigung der Jungen überlassen bleiben, man wird aber gern Gelegenheit nehmen, sie darauf hinzuweisen.

W. Büchel (Hamburg).

* * *

Eine Schreibmaschine mit mathematischer Tastatur.

Von Prof. Dr. C. H. Müller
(Frankfurt a. M.).

Der Wunsch nach einer Schreibmaschine für Mathematiker, Ingenieure u. dergl. ist schon ziemlich früh laut geworden. Aber die Eigentümlichkeiten des mathematischen Formelbaues brachten so viele Schwierigkeiten mit sich, daß eine gute Lösung des Problems immer noch ausstand. Nun haben die Adlerwerke (vorm. Heinrich Kleyer A.-G.) zu Frankfurt a. M. eine Maschine gebaut, die den Hauptforderungen der Mathematiker entspricht*). Durch 46 Tasten werden bei zweifacher Umschaltung 138 Zeichen gegeben; die Buchstaben sind vorläufig nur in Antiquaschrift lieferbar. Das beigegebene Bild gibt eine Anschauung des ganzen Apparates mit eingelegtem Blatte.

Man sieht, daß an Ziffern und Buchstaben das Notwendige vorhanden ist. Auch die griechischen Buchstaben dürften ausreichen. Die Operationszeichen für Wurzeln und Integrale sind ebenfalls vorhanden. Erwünscht wäre, wenn statt des Log.-Zeichens (log) das umgekehrte Wurzelzeichen $\sqrt{\quad}$ gebraucht würde, wobei durch die unten angesetzten Verlängerungstriche sehr einfach die sonst notwendigen Klammern ersetzt würden. Das etwas dünne Integralzeichen \int läßt sich durch einen einfachen Handgriff verstärken, so daß es deutlich im Formelgebäude hervortritt. Die Hoch- und Tiefziffern (Exponenten und Indizes) sind für die gewöhnlichen Zwecke in hinreichender Zahl vorhanden. Für weitergehende Ansprüche müßte wohl die Maschine mit einer sogen. Index-Vorrichtung versehen werden, wodurch jedes kleine Zeichen beliebig als Hoch- oder Tiefziffer aufgedruckt wird.

Der Schreiber dieser Zeilen hat die Maschine gründlich durchgeprüft und sich alle möglichen Schriftproben und Formelkomplexe vorführen lassen. Die

*) Modell Nr. 19: Preis 550 M.

Resultate waren durchaus befriedigend. Für besondere Zwecke kann das eine oder andere Zeichen (\mathcal{M} , \square/\square , \dots) durch passendere ersetzt werden, z. B. durch griechische. Durch Anwendung des Indexsystems lassen sich auch bei den Exponenten und Indizes einige Ersparnisse machen, so daß auch in dieser Hinsicht noch mancher Wunsch erfüllt werden kann.

Bücher-Besprechungen.

Davis, W. M., und Braun, G., Grundzüge der Physiogeographie, mit 126 Abbildungen im Text und auf einer Tafel. Leipzig und Berlin 1911, B. G. Teubner.

Das Buch interessiert besonders, weil auch Lehrer und Schüler höherer Anstalten als Benutzer gedacht sind. Von diesem Gesichtspunkt aus ist es zu prüfen.

Die Hauptbedeutung der „Grundzüge der Physiogeographie“ liegt in der Wiedergabe der neueren und neuesten geomorphologischen Anschauungen über die Abtragung. Langsam hat sich im 19. Jahrhundert die Lehre von der Veränderlichkeit der Landformen entwickelt. Das Endziel der Abtragung und Ablagerung ist die Einebnung, die aber nur im Laufe sehr langer Zeiten erreicht werden kann, und zudem in ihrer vielfach verschiedenen, aber doch gesetzmäßigen Entwicklung häufig unterbrochen wird. So wie Menschen, obwohl jeder bestimmten Altersstufen zugeteilt werden kann, doch infolge verschiedener Abstammung und Entwicklung sehr verschieden sind, so sind auch die charakteristischen Züge eines Landes verschieden. Struktur der gehobenen Maße, Art der abtragenden Vorgänge und abgelaufenen Zeit bestimmen die gegenwärtige Gestalt, die ihrerseits wieder Rückschlüsse erlaubt.

Die Zusammenfassung und systematische Weiterentwicklung dieser Gedanken, die jetzt unter dem Begriff „Geographischer Zyklus“ Gemeingut geworden sind, stellt das Lebenswerk von W. M. Davis vor, der in den Vereinigten Staaten an der Harvard Universität wirkt. Das vorliegende Buch ist eine Uebersetzung, Umarbeitung und auch Ergänzung der Davis'schen „Physical Geography“ durch den Berliner Privatdozenten Braun. Als solche ist sie bei der erschöpfenden Behandlung und systematischen Darstellung allen Lehrern, die tiefer in das Verständnis dieser Fragen eindringen wollen, zu empfehlen. Allerdings darf nicht übersehen werden, daß manche Folgerungen, die sich auf die unbestrittenen Grundgedanken aufbauen, angreifbar sind und von Berufenen scharf angegriffen werden.

So entstehen schon Bedenken, ob das Buch auch Schülern zur Selbstbenutzung in die Hände zu geben ist. Und diese Bedenken werden verstärkt durch die Gefahr, in der Fülle des auf engem Raum Gebotenen, besonders der vielfach einseitig theoretischen Klassifikationen zu ertrinken. Gerade die Geographie auf den höheren Schulen kann so viele einfachere Aufgaben nicht erledigen, daß — um ein Beispiel anzuführen — eine differenzierende Betrachtung aller der jungen, reifen, alten, ausgeglichenen, verwilderten, wiederbelebten, epigenetischen, antecedenten, aufgepfropften, konsequenten, subsequenten, verkümmerten Flüssen verwirrend wirkt. Einer derartig weitgehenden Analyse natürlicher Erscheinungen stehen selbst Primaner einer Oberrealschule zweifelnd gegenüber.

Direkt zu warnen ist aber vor der Benutzung der ersten vier Kapitel des Buches, die 70 Seiten von rund

310 einnehmen. So sehr die Geomorphologie das Arbeitsfeld Brauns ist, so wenig scheint ihm die Meteorologie und Ozeanographie zu liegen. Die Darstellung ist sehr oberflächlich, häufig ungenau und selbst unrichtig. Einige Beispiele mögen genügen. Die unteren Luftschichten über dem Meer sind nicht immer nahezu gesättigt; der äquatoriale Kalmengürtel liegt auch im nördlichen Winter zur Hauptsache auf der nördlichen Halbkugel; Kalk ist nicht Gips; die irrümliche und längst aufgegebene Newton'sche Erklärung der Nadirflut, die sich leider von einem Lehrbuch in das andere vererbt, wird auch hier weitergegeben.

Die zahlreichen Abbildungen sind wertvolle Beigaben des Buches. Es findet sich neben dem Wertvollen aber auch manches, das man gern vermifft hätte; z. B. Abbildung 15 a. Komisch wirkt im Verzeichnis der Abbildungen bei einzelnen Nummern, wie 5, 10, 36, 39 die Angabe eines Autors. Literatur und andere Angaben sind gut; die Ausstattung des Buches ist geschmackvoll.

Dr. Rud. Lütgens.

* * *

Arthur Korn, Prof. Dr., und Bruno Glatzel, Prof. Dr., Handbuch der Phototelegraphie und Telautographie. XVI und 488 Seiten. Leipzig 1911, Verlag Otto Nemnich. Preis 28 M.

Das vorliegende Werk ist die erste kritisch sichtende, übersichtliche Darstellung aller bisher veröffentlichten Methoden der Bildtelegraphie. Sein Erscheinen ist deshalb mit besonderer Freude zu begrüßen, weil es auf Grund der bis jetzt vorhandenen Literatur über dieses Gebiet unmöglich war, sich ein nur einigermaßen richtiges Bild zu machen von der Vielseitigkeit der vorgeschlagenen Methoden einerseits und von dem augenblicklichen Stand der praktischen Ausführung andererseits.

Die Verfasser schicken dem eigentlichen Hauptteil ihres Buches eine „geschichtliche Einführung“ (S. 1 bis 41) voraus, in welcher sie die Entwicklung der einzelnen Gruppen von Methoden in ihren wichtigsten Zügen aufzeichnen. Diese Einführung ist für uns Lehrer besonders wertvoll, denn sie ermöglicht es demjenigen, der in die technischen Einzelheiten der Methoden nicht weiter einzudringen beabsichtigt, das gesamte Gebiet in seinen Hauptzügen zu überschauen. In der dann folgenden ausführlichen Darstellung behandeln die Verfasser zunächst die Telautographie (Uebertragung eines Schwarz-Weißbildes); hier unterscheiden sie zwei Gruppen von Methoden: Kopiertelegraphen und Fernschreiber, je nachdem die Apparate das Bild in eng-anliegenden Zeilen übermitteln oder im Empfänger die Schreibbewegungen des Geberstiftes wiederholen. Im zweiten Teile werden dann die Methoden zur Uebertragung einer Photographie (Phototelegraphie) eingehend erörtert. Da die wichtigsten dieser Methoden auf der Eigenschaft des Selens beruhen, seine elektrische Leitfähigkeit mit der Belichtung zu ändern, so beginnen die Verfasser diesen Teil mit einer ausführlichen Darstellung der lichtelektrischen Erscheinungen. Den Abschluß dieses Teils bildet eine kritische Abhandlung zum Problem des Fernsehens.

Fr. A. Jungblut (Bonn).

* * *

Schule und Elternhaus, Halbmonatsschrift. Herausg. von Hugo C. Jungst. I, 1—6. Dresden 1910, Alexander Nenner & Co. M 7,20.

Schule und Elternhaus! Ein ernstes Problem, dessen Lösung nach der Ansicht aller einsichtigen Eltern und Erzieher manchen ernststen Schaden unseres Schulwesens mit einem Schlage beseitigen würde. Die klarste Methode und der beste Lehrplan werden so lange nicht zu voller Wirkung kommen können, wie sich diese beiden Erziehungsmächte fremd oder sogar feindlich gegenüberstehen.

Daß aber die Zahl der Einsichtigen noch sehr klein ist, zeigt das Schicksal der Zeitschrift, von der mir die ersten sechs Nummern zur Verfügung stehen. Sie wollte die Eltern und Lehrer zu gegenseitig belehrender und aufklärender Arbeit sammeln. Aber der Mahnruf an die Männer von der Schule von Adolf Matthias in Nr. 1, an die Öffentlichkeit zu treten und aufklärend zu wirken über die wichtigsten und innerlichsten Fragen unseres Schullebens, scheint doch seine Wirkung verfehlt zu haben; vielleicht sind auch die Eltern den vielen unberufenen, einseitigen Reformern lieber gefolgt, die ihren Interessen scheinbar besser dienen. Jedenfalls hat die Zeitschrift am 1. April 1911 ihr Erscheinen wieder eingestellt. Diese Tatsache berichte ich mit größtem Bedauern, denn der Herausgeber schien nach meinem Urteil auf dem richtigen Wege zu sein, das Gefühl für die gemeinsamen Interessen zwischen Schule und Haus zu wecken und wachzuhalten.

Die einzelnen Hefte sind erstaunlich vielseitig. In einer einzigen Nummer werden nacheinander folgende Fragen behandelt: Schule und Haus, körperliche Züchtigung, das Kind als Plastiker, Kind und Buch, Schulkrankheiten, Alkoholfrage. Nirgends findet man einseitig übertriebene Forderungen, dafür bürgen schon die Namen der Mitarbeiter, unter denen unsere Radikalen Ostwald, Gurliitt u. a. fehlen. — Es bleibt bedauerlich, daß das Unternehmen so schnell mit einem Mißerfolge endigte. A. Schneller (Leunep).

* *

Günther, Hanns, Telegraphie und Telephonie.

Der elektrische Strom. Bd. II.

In einem Kosmos-Bändchen zu 1 Mark plaudert der Verfasser mit uns eingehend über Magnetismus, die Kraftlinientheorie, den Elektromagnetismus, die Telegraphie, die elektrische Klingel, den Typendrucker von Hughes, Kabeltelegraphie, die Erfindung des Telephons, des Mikrophons und die jetzt gebräuchlichen Telephoneinrichtungen. Viele Abbildungen erläutern den Text. Das Büchlein ist für eine bequeme Einführung denen zu empfehlen, die von der vielseitigen Anregung des heutigen täglichen Lebens her das Bedürfnis fühlen, in die Erkenntnis jener Naturvorgänge einzudringen, deren wir uns so häufig bedienen. Die Darstellung ist anschaulich, populär im besten Sinne und anregend. Dr. Hillers (Hamburg).

Zur Besprechung eingetragene Bücher.

(Besprechung geeigneter Bücher vorbehalten.)

- Righi, Kometen und Elektronen. Leipzig 1910, Akadem. Verlagsges. m. b. H.
- Rutherford, Radiumnormalmaße. Mit 3 Abbild. Ebenda. M 1.50.
- Schäff, Ernst, Die wildlebenden Säugetiere Deutschlands. Mit 76 Abbild. Neudamm 1911, Neumann. M 3.50.
- Scheel, K., Grundlagen d. prakt. Metronomie. Mit 39 Abbild. Braunschweig 1911, Vieweg & Sohn. M 5.20.
- Scheffers, G., Lehrbuch der Mathematik für Studierende der Naturwissenschaften und der Technik. 2. verb. Aufl. Mit 413 Fig. Leipzig 1911, Veit & Comp. M 18.—
- Schleip, W., Anleitung zum praktischen Studium niederer Tiere (Bibliothek für naturwiss. Praxis 2). Berlin 1911, Borntraeger. geb. M 3.50.

- Schlotke, Lehrbuch der darstellenden Geometrie. 1. Teil. Mit 200 Fig. Leipzig, Degener. M 3.60.
- Schmehl, Chr., Lehrbuch der ebenen Geometrie für höhere Lehranstalten. Mit 325 Fig. und einer Aufgabensammlung. Gießen 1911, Roth. M 2.50.
- Schmidt, Josef, Lehrbuch der Elementarmathematik. Ausg. für Realschulen: 1. Band, mit 210 Abbild., geb. M 3.30; II. Band, mit 145 Abbild., geb. M 2.70. Ausg. für Gymnasien: 1. Band, mit 210 Abbild., geb. M 2.80. Wien 1910, Hölder.
- Arithmetik und Geometrie. Heft 1: 44 Fig., geb. M 1.60. Heft II: 94 Fig., geb. M 1.70. Heft III: 90 Fig., geb. M 1.90. Ebenda.
- Schrader, O., Die Indogermanen. Mit 6 Tafeln. Leipzig 1911, Quelle & Meyer. M 1.25.
- Schrutka, Dr., Theorie u. Praxis des logarithmischen Rechenschiebers. Leipzig-Wien 1911, Deuticke. M 3.—
- Der Schulfreund, Monatsschrift zur Förderung des Volksschulwesens und der Jugenderziehung, begründet von H. Schmitz, fortges. von Lorenz Kellner. 66. Jahrg. 1. Heft. Hamm (Westf.) 1911, Breer & Thiemann. Preis des Jahrg. (12 Hefte) M 6.—
- Schütte, F., Ebene Kurven II, 2A. Leipzig 1911, Teubner. M 12.50.
- Schwab, Karl, Lehr- u. Übungsbuch der Geometrie. Teil I: Für die Unterstufe der Gymnasien, bearb. von Carl Heine Müller, mit 193 Fig.; geb. M 2.50. II. Teil: Für die Oberstufe der Gymnasien, mit 118 Fig.; geb. M 3.— Leipzig 1911, Freytag.
- Lehr- u. Übungsbuch der Geometrie. II. Teil, Ausg. A: Für die oberen Klassen der Realanstalten, mit 99 Fig.; geb. M 2.— III. Teil, Ausg. A: Für die oberen Klassen der Realanstalten, mit 38 Fig.; geb. M 2.— Ebenda.
- Schwering, Sammlung von Aufgaben aus der Arithmetik. 1. Lehrgang: 3. verb. Aufl., mit 4 Fig.; geb. M 1.90. 2. Lehrgang: 3. verb. Aufl., mit 4 Fig.; geb. M 1.90. Freiburg 1911, Herder.
- Schwering und Krimphoff, Ebene Geometrie. 7. Aufl. Mit 162 Fig. Ebenda. geb. M 2.30.
- Smalian, K., Grundzüge d. Tierkunde f. höh. Lehranstalten. Ausg. B 1. Teil: Wirbeltiere; geb. M 2.50. 2. Teil: Wirbellose — Körperbau d. Menschen; geb. M 2.— Leipzig 1911, Freytag.
- Smalian-Bernau, Naturwissenschaftliches Unterrichtswerk für höhere Mädchenschulen. V. Teil. Mit 96 Abbild. und 8 Farbentafeln. Ebenda. geb. M 2.—
- Smolik-Heller, Raumlehre und darstellende Geometrie. Für die IV. bis VII. Klasse der Realschulen. Bearb. von Karl Hahndel. Mit 440 Aufgaben und 250 Fig. im Text. 4. Aufl. Wien 1911, Tempsky. geb. M 3.60.
- Speter, M., Die chemischen Grundstoffe. 8. Band. Leipzig, Reclam jun.
- Suppantchitsch, R., Leitfaden der darstellenden Geometrie I. d. V.—VII. Kl. d. Realschulen. Wien 1911, Tempsky.
- Surya, G. W., Okkulte Astrophysik oder kann die Wissenschaft den Lauf der Gestirne erklären? Leipzig 1910, Altmann. M 1.50.
- Verlagskatalog von Friedr. Vieweg & Sohn in Braunschweig 1786—1911.
- Verworn, Max, Die Erforschung des Lebens. Jena 1911, Fischer. M 0.80.
- Voigt, A., Theorie der Zahlenreihen u. d. Reihengleichungen. Leipzig 1911, Göschen. M 4.—
- Unsere Singvögel. Mit 15 Textabbild. u. 4 Tafeln. Leipzig 1911, Quelle & Meyer.
- Waals, von der, Die Zustands-Gleichung. Leipzig 1911, Akadem. Verlagsges. m. b. H. M 1.50.
- Weber, Karl, Lehrbuch der Trigonometrie. Wolfenbüttel 1910, Zwißler. M 0.75.
- Lehrbuch der Planimetrie für höhere Schulen und zum Selbstunterricht. Ebenda. M 2.50.
- Lehrbuch der Stereometrie. Ebenda. M 0.75.
- Weber-Wellstein, Encyclopädie der Elementarmathematik. Ein Handbuch für Lehrer u. Studierende. 3. Band: Angewandte Elementarmathematik. 2. Aufl. 1. Teil: Mathematische Physik. Bearb. von Rudolf H. Weber. 2. Aufl. Mit 254 Fig. Leipzig u. Berlin 1910, Teubner. geb. M 12.—
- Weill, Sammlung graphischer Aufgaben. 2. verm. u. verb. Aufl. Gebweiler 1911, Boltze. M 2.70.
- Wettstein, Richard v., Leitfaden der Botanik. Für die oberen Klassen der Mittelschulen. Mit 6 Farbendrucktafeln u. 1024 Figuren in 213 Textabbild. Wien 1910, Tempsky. geb. M 3.90.
- Wöbling, H., Lehrbuch der analytischen Chemie. Mit 83 Textfig. u. 1 Löslichkeitstab. Berlin 1911, Springer. M 8.—
- Zahn, F., Unser Garten. Mit 28 Abbild. Leipzig 1911, Quelle & Meyer.
- Zeitschrift für Lehrmittelwesen und pädagog. Literatur, herausgeg. von Franz Frisch. VI. Jahrg., 1910, Heft 8; VII. Jahrg., 1911, Heft 1—7. Wien 1910/1911, A. Pichlers Wwe & Sohn.