Jahrgang XVIII. 1912. No. 4.

Unterrichtsblätter
für
Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

Begründet unter Mitwirkung von **Bernhard Schwalbe** und **Friedrich Pietzker**,
von diesem geleitet bis 1909, zurzeit herausgegeben von
Prof. Dr. **A. Thaer**,
Direktor der Oberrealschule vor dem Holstentore in Hamburg.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 57.

Redaktion: Alle für die Redaktion bestimmten Mitteilungen und Sendungen werden nur an die Adresse des Dir. Thaer, Hamburg 36, erbeten.

Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (5 Mk. Jahresbeitrag) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Königswortherstraße 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 8 Nummern ist 4 Mark, für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift unentgeltlich; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhdlg. zu beziehen. Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermäßigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Nachdruck der einzelnen Artikel ist, wenn überhaupt nicht besonders ausgenommen, nur mit genauer Angabe der Quelle und mit der Verpflichtung der Einsendung eines Belegexemplars an den Verlag gestattet.

Inhalt: Ueber Vereinheitlichung der Bezeichnungsweisen in der Mathematik. Von Dr. W. Lietzmann in Barmen (S. 61). — Ueber einige Ergebnisse des Studiums der modernen Erdbebendiagramme. Von Dr. E. Tams in Hamburg (S. 64). — Elementare Ableitung der Leibnizschen Reihe für $\frac{\pi}{4}$. Von Prof. Milarch in Bonn (S. 71). — Kleinere Mitteilungen [Zur graphischen Diskussion der quadratischen Gleichung auf der Mittelstufe. Von Dr. W. Büchel in Hamburg (S. 72). — Nachtrag zu meiner Mitteilung in Nr. 1 d. Jahrg. Von B. Kerst in Zwickau (S. 72). — Zum großen Fermatschen Satz. Von Br. Nagel in Wilhelmshaven (S. 72)]. — Vereine und Versammlungen [Bericht über die 21. Hauptversammlung des Vereins in Halle a. S. Von Prof. Dr. A. Witting in Dresden (S. 72). — Teilnehmerliste (S. 77)]. — Bücherbesprechungen (S. 78). — Zur Besprechung eingetroffene Bücher (S. 80). — Anzeigen.

Ueber Vereinheitlichung der Bezeichnungsweisen in der Mathematik.

Von W. Lietzmann (Barmen).

Vortrag auf der 21. Hauptversammlung des Vereins in Halle a. d. S.

Wenn ich heute hier einer Aufforderung des Herrn Vorsitzenden unseres Vereins folgend über Vereinheitlichung der mathematischen Bezeichnungsweise spreche, so werde ich vielleicht einer großen Anzahl von Ihnen mit meinen Ausführungen eine kleine Enttäuschung bereiten. Viele werden Vorschläge erwarten, welche Zeichen, welche Abkürzungen, welche Schreibweisen zu benutzen sind, und welche nicht. Ich fürchte aber, daß, ganz gleichgültig, welche Wahl ich treffe, eine etwa dem Vortrage nachfolgende Diskussion darüber, ob Tangens mit tan, tg oder tang abgekürzt werden soll, oder ob man die Mittellinie im Dreieck m_a oder t_a nennen soll, vollkommen uferlos werden würde.

Ich möchte daher heute nur auf die Frage eingehen, in welchem Umfange man eine Vereinheitlichung der mathematischen Bezeichnungsweise im Unterrichte fordern kann und soll, und dann, welche Gründe für eine Wahl zwischen verschiedenen Vorschlägen in Betracht kommen möchten.

Zunächst aber eine Vorfrage! Ist es denn tatsächlich nötig, daß wir uns in den Schulen neue von manchen unliebsam empfundene Fesseln schaffen, daß wir möglicherweise sogar Reglementierungen das Wort reden. — An und für sich kann der freie Mathematiker Begriffe und Symbole definieren wie er will, unbekümmert um die Gewohnheiten seiner Mitmathematiker. Aber andererseits liegt es im Wesen wie jeder so auch der mathematischen Sprache, daß nicht jedermann seine eigene Sprache, ja auch nur seinen eigenen Dialekt spricht. Das Ideal ist ein mathematisches Esperanto, darin sind sich wohl alle Mathematiker einig. — Wenn jemand die Summe von a und b in der Form a^b schreiben wollte, so ist ihm mit logischen Gründen nicht beizukommen, man würde ihn aber nicht ernst nehmen — und wenn in einer Programmarbeit über die Differentialrechnung vom Jahre 1907 der Differentialquotient der Funktion $f(x)$ systematisch mit $df(x)$ geschrieben wird, so kann man eigentlich nur mit dem Kopf schütteln. — Ein Buch, das nur bei ganz wenigen Symbolen von der dem Leser vertrauten Schreibweise abweicht, liest sich schwer, man

muß sich erst „einlesen“ — das geht einem schon mit englischen Schulbüchern so. Es gibt ja Fälle genug, in denen die Verschiedenartigkeit der Schreibweise keine Schwierigkeiten für das Verständnis mit sich führt — wohin man auch die Basis b setzt, man versteht doch gleich, was mit $\log^b a$, $\overset{b}{\log} a$, ${}^b\log a$, ${}^{(b)}\log a$, ${}_b\log a$, $\log_{(b)} a$, $\log a_{(b)}$ gemeint ist. Aber es gibt andere Fälle, bei denen Mißverständnisse an der Tagesordnung sind, also wenn z. B. die alte, aber noch immer nicht ausgestorbene Inrechnung 24 : 480 schrieb und damit das meinte, was wir mit 480 : 24 ausdrücken.

Aus alledem — und ich könnte, zumal wenn ich auf die pädagogische Seite der Frage eingehen wollte, leicht mehr Gründe beibringen — geht hervor, daß eine Regelung der Frage geboten erscheint. Es schadet nichts, wenn die natürliche Zuchtwahl durch die künstliche ein wenig beschleunigt wird. — Ansätze dazu sind da. Bekanntlich sind in Deutschland durch Reichsgesetz die Maße und Gewichte festgesetzt und eine Verfügung des Unterrichtsministers ordnet in Preußen die Schreibung der Abkürzungen genau an. Wichtig sind besonders die allgemeinen Bestimmungen, daß der Abkürzungspunkt wegfällt, und daß als Dezimalzeichen das Komma gilt — in Oesterreich ist es bekanntlich ein Punkt in halber Zeilenhöhe.

Viel weiter als diese Festsetzungen gehen die Vorschläge des seit 1907 arbeitenden sog. AEF. Es ist das ein Ausschuß für Einheiten und Formelgrößen, der von etwa einem Dutzend großer meist technischer Vereine Deutschlands, Oesterreichs und der Schweiz eingesetzt ist. Unter seinen im Entwurf befindlichen Vorschlägen finden sich auch zwei umfangreiche Listen: die eine zählt die in physikalischen Formeln üblichen Buchstabenbezeichnungen auf, also z. B. l für Länge, m für Masse, t für Zeit, die andere stellt 42 mathematische Zeichen und Operationssymbole zusammen.

Es handelt sich hierbei, rein äußerlich gesprochen, um die Typen, die der Drucker im mathematischen Satz brauchen soll, und die beim Schreiben mathematischer Ausdrücke nachgeahmt werden. Es werden also die Typen δ, d, ∂ und $\triangle$ bei Variationen, Differentiationen und Differenzen, $=$ und $\equiv$ bei Gleichheitszeichen und dergl. aufgeführt. Meistens herrscht ja Einstimmigkeit bei der Wahl des Zeichens. Aber manchmal gilt es doch auch schon hier eine Entscheidung treffen. Für »angenähert gleich« sind zwei Zeichen üblich $\sim$ und $\approx$. Soll man für ähnlich und kongruent $\sim$ und $\cong$ oder $\backsim$ und $\backsimeq$ schreiben — im letzten Fall ist das liegende S nicht wie im ersten Fall in Spiegelschrift geschrieben. Als Zeichen für »folglich« ist bei uns ein langer Strich quer unter die bisherige Ausführung üblich; ist nicht die Einführung des englischen $\therefore$ erwägenswert?

Hier schließt sich auch die Frage an, wann soll man die Symbole schreiben und wann nicht. Ist der Satz »die $\triangle\triangle$ sind $\cong$« gestattet? Darf man — was manche ablehnen — auch im Text $\triangle ABC$ schreiben?

Ich wende mich nun der Bezeichnung gewisser Größen und Größenarten durch ganz bestimmte Buchstaben und Buchstabenarten zu. Punkte werden mit großen lateinischen, Strecken mit kleinen lateinischen, Winkel mit kleinen griechischen Buchstaben bezeichnet — daneben noch in bestimmter anderer Weise. Solche Dinge gehören hierher. Nicht wenig ist hier zu berücksichtigen; wird man doch z. B. auch die Bezeichnungsweise in der darstellenden Geometrie hier mitnehmen müssen.

Weiter sind dann stereotype Bezeichnungen gewisser konstanter Werte wie π, e, i usf. zu nennen; gewisse mathematische Größengattungen wie r, p (Parabelparameter), a und b (bei Ellipse und Hyperbel) und vieles mehr.

Freilich ist gerade hier eine Warnung vor dem Zuviel am Platze. Wenn immer die unabhängige Variable mit x, die abhängige mit y bezeichnet wird, dann ist der Schüler zunächst sprachlos, wenn er den Weg s nach der Zeit t differenzieren soll.

Ein drittes großes Gebiet sind die Rechenschemata. Wie schreibt man ein Multiplikationsexempel, erst den Multiplikandus oder erst den Multiplikator? Werden die untereinander gereihten Teilsummen nach rechts oder nach links eingerückt? Wir betreten da ein sehr umstrittenes Gebiet. Die Frage, ob sog. norddeutsche oder sog. süddeutsche oder österreichische Subtraktion und Division vorzuziehen sei, gehört hierher — eine Rundfrage an deutschen Seminaren vor einem Jahre hat fast genau ein Stimmenverhältnis 1 : 1 ergeben.

Auch hier wieder sollte man meiner Meinung nach in der Schematisierung nicht zu weit gehen — von der allgemeinen Festlegung der Rechenschemata beim logarithmischen oder trigonometrischen Rechnen würde ich dringend abraten.

Schließlich kommt für die Bezeichnungsweisen noch ein viertes Gebiet in Frage: die Namen für die arithmetischen, algebraischen, geometrischen Gebilde. Hier spielt die Hauptrolle der Gesichtspunkt der Verdeutschung von Fremdwörtern.

Wir haben die verschiedenen Aufgaben kennen gelernt, mit denen sich die Vereinheitlichung der mathematischen Bezeichnungsweise auseinander zu setzen hätte. Es ist ein Wort darüber hinzuzufügen, welche Gebiete der Mathematik in Betracht zu ziehen sind. Es

erscheint aussichtslos, die Hochschulmathematik mit einzubeziehen. Die Dinge sind da zu sehr in Entwicklung, Umbildung und Neubildung begriffen. Der Versuch, die Vektorschreibweise festzulegen, zeigt die Schwierigkeiten.

Es wird also durchaus Beschränkung auf die Elementarmathematik geboten sein, darunter diejenigen Teile der Mathematik verstanden, die für die allgemeinbildenden Schulen in Betracht kommen können.

Ich möchte den Begriff ausdrücklich so weit fassen. Man sollte sich nicht mit den Gebieten begnügen, die heute unumschränktes Bürgerrecht in den höheren Schulen haben, sondern auch solche hinzunehmen, bei denen die Zustimmung aller noch zweifelhaft, vielleicht sogar sehr zweifelhaft ist. Also sicher gehören hierher die Grundlehren der Infinitesimalrechnung, aber auch die einfachsten Dinge aus der Geometrie der Lage, oder die Schreibung der Determinanten usf. Ueberhaupt wird die Hochschulmathematik insoweit zu berücksichtigen sein, als Namen und Bezeichnungen der Elementarmathematik nicht mit solchen der rein wissenschaftlichen Mathematik in Widerspruch stehen dürfen. Ein bekanntes Beispiel sind die »algebraischen« Zahlen, die in der Wissenschaft Wurzeln einer algebraischen Gleichung, in der Schulmathematik »relative« Zahlen bedeuten.

Dann aber noch eins, was mir außerordentlich wichtig erscheint. Wir sollten die Vereinheitlichung nicht auf die höheren Schulen beschränken. Die Volksschule muß mit. Diese Unterschiede zwischen der mathematischen Sprache der Volksschule und der höheren Schule — ich erinnere nur an das Multiplikationszeichen — müssen verschwinden.

Nun zu dem schwierigsten und doch eigentlich wichtigsten Problem, nach welchen Grundsätzen soll man die Entscheidung bei der Wahl der Bezeichnungsweisen treffen. Zunächst muß natürlich oberstes Gesetz sein: überall da, wo die Gewohnheit bereits eine eindeutige Entscheidung getroffen hat, ist ihr Rechnung zu tragen. Versuche, individuelle Eigenheiten zur Geltung zu bringen, sind abzulehnen. — Aber trotzdem wird eine Fülle strittiger Bezeichnungen bleiben. Wonach soll man sich da richten?

Ein Vorschlag, der zunächst sehr plausibel klingt, ist der, die Entscheidung durch die Statistik herbeizuführen. Aber welche Grundlagen soll man nehmen? Soll man nach der Zahl der Lehrbücher gehen, die der einen oder anderen Schreibart folgen? Soll man eine Rundfrage veranstalten? Aber es kommt doch auf das Gewicht der Stimmen an?

Man untersucht die Frage einfach historisch, sagt mir ein anderer; welche Bezeichnung hat die Priorität? Aber soll man wirklich sich für $\dot{x}$ oder $\frac{dy}{dx}$ entscheiden, je nach dem Alter der Bezeichnung? Und wenn Euler in seiner für die Symbolik der Trigonometrie wichtigen Arbeit vom Jahre 1729 für den Tangens nebeneinander tang, tag, tg, tng gebraucht, was soll man nun da wählen?

Auch wenn man nach den für Abkürzungen allgemein in der deutschen Sprache geltenden Regeln sich richten wollte, ist das Ergebnis ein negatives. Es gibt da zwar eine Reihe von Gewohnheiten — im Buchdrucker-Duden und in den Abkürzungsbestimmungen der Behörden sind sie gesammelt — aber keine allgemein verbindlichen Regeln wie etwa für Rechtschreibung und Zeichensetzung. Und das eine Gesetz, was da ist, nach der Abkürzung einen Punkt zu setzen, gerade das befolgen wir in der mathematischen Symbolik nicht.

Gewisse Bedingungen für die Wahl der Bezeichnungen ergeben sich aus drucktechnischen Grundsätzen. Wenn in $\log a$ die Basis b unter das l oder o geschrieben werden soll, so macht das dem Setzer Schwierigkeiten. In manchen Fällen spielt die Augenhygiene eine Rolle. Will man ein Halb mit wagerechtem Bruchstrich schreiben, so muß man entweder kleinere Lettern wählen, oder man muß bei Lettern von üblicher Größe weitere Zwischenräume zwischen den Zeilen lassen. Aus diesem Grunde wird in nicht rein-mathematischen Werken, aber auch fast durchweg in Volksschulrechenbüchern der schräge Bruchstrich dem wagerechten vorgezogen. Zu den drucktechnischen Bedingungen ist auch das Streben nach einer gewissen Aesthetik der Zeichen zu rechnen.

Die wichtigste Forderung, die an die Bezeichnungsweise gestellt werden muß, ist die Eindeutigkeit. Mißverständnisse dürfen nicht möglich sein. Freilich wird dieser Grundsatz heute mehrfach durchbrochen. t bedeutet die Zeit und die Temperatur, für die imaginäre Einheit hat der Elektrotechniker j vorgeschlagen, weil bei ihm i die Stromstärke bedeutet. Bedenklicher für den Mathematiker ist z. B. die zweifache Bedeutung des Begriffes »Wurzel«, Wurzel einer Gleichung und Wurzelausdruck; daß $+$ und $-$ Operationszeichen sind und außerdem die positiven und negativen Zahlen charakterisieren, hat schon manchem Schüler Kopfschmerzen gemacht. — Aber das sind Ausnahmen, die durch die Gewohnheit so sehr geheiligt sind, daß eine neue Festlegung der Bezeichnungen kaum dagegen an könnte. —

Dagegen möchte ich, auf die Gefahr hin, Widerspruch zu begegnen, eine andere Forderung aus dem Eindeutigkeitsprinzip herleiten. tg läßt sich mit $t \cdot g$, lg mit $l \cdot g$ zu leicht verwechseln, deshalb möchte ich für Funktionsabkürzungen stets möglichst drei Buchstaben wählen.

Uebrigens wird man meist auch mit drei Buchstaben auskommen, soweit es sich nicht um Zusammensetzungen von Bezeichnungen handelt, bei denen man dann zweimal drei Buchstaben nötig hat, wenn nicht etwa noch weitere Abkürzungen Platz greifen. Es läßt sich sogar für die Elementarmathematik die weitere Festsetzung, jeweilig die drei ersten Buchstaben zu wählen, fast vollständig durchführen. Also sin, cos, tan, cot, log, num, lim und weiter arc sin, log nat usf., soweit man nicht häufig gebrauchte Funktionsbezeichnungen noch mehr abkürzt. Ich bin eigentlich nur auf ein Gegenbeispiel gestoßen, nämlich den cosec, aber der ist ja sowieso fast von der Bildfläche verschwunden.

Ich habe mit diesen Schlußbemerkungen schon meinen Vorsatz vergessen, Ihnen nicht mit Einzelvorschlägen zu kommen. Ich darf Ihnen wohl mitteilen, daß der Deutsche Ausschuß für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht mit der Ausarbeitung von Vorschlägen zur Vereinheitlichung der mathematischen Bezeichnungsweise für das preußische Unterrichtsministerium beschäftigt ist. Der Deutsche Ausschuß hat eine Kommission eingesetzt, die morgen hier in Halle eine Sitzung hat. Wenn Sie also in eine kurze Erörterung der Frage eintreten wollten, so würde das den Arbeiten der Kommission nur förderlich sein.

Ueber einige Ergebnisse des Studiums der modernen Erdbebendiagramme.

Von Dr. E. Tams (Hamburg).

Unter einem Erdbebendiagramm oder Seismogramm kann man allgemein die auf ein Erdbeben zurückzuführende Aufzeichnung eines auf die horizontale oder vertikale Komponente der Bodenbewegung reagierenden Pendelapparates verstehen. Zusammenfassend bezeichnet man die für die Registrierung der horizontalen Komponente konstruierten Apparate als Horizontalseismographen und stellt diesen die für die vertikale Komponente bestimmten Vertikalseismographen gegenüber. Ohne hier im einzelnen auf die instrumentelle Seite eingehen zu wollen, sei indessen einleitend zur Orientierung über den Vorgang und die Art der Aufzeichnung noch das Folgende bemerkt.

Die wichtigsten Typen der Horizontalseismographen werden vertreten durch das Vertikalpendel (Drehungsachse horizontal, Schwingungsebene vertikal), das Horizontalpendel (Drehungsachse fast vertikal, Schwingungsebene fast horizontal) und das umgekehrte, astatische Pendel, bei dem der Schwerpunkt über dem Unterstützungspunkt liegt und die bei Abwesenheit von Störungen im labilen Gleichgewicht befindliche Pendelmasse durch Druck bezw. Zug elastischer, mit dem Gerüst verbundener Federn astasiert wird.

Allgemein kann bei horizontalen Bodenschwingungen von Perioden, die gegenüber der Eigenperiode des Apparates sehr kurz sind, der Schwingungsmittelpunkt, dessen Abstand von der Drehungsachse gleich der dem Seismographen als Vertikalpendel entsprechenden äquivalenten Pendellänge ist, als stationär betrachtet werden; und es kommen die Bewegungen des Registrierwerks, dessen Verbindung mit der Erde als starr anzusehen ist, gegenüber diesem in Ruhe verharrenden Punkt zur Aufzeichnung. Da es sich um Bodenverschiebungen handelt, welche der Größenordnung nach vielfach nur $^1/_{1000}$ bis $^1/_{10}$ Millimeter betragen und einige Millimeter selten erreichen, so muß naturgemäß eine starke Vergrößerung angewandt werden. Wachsen die Perioden, so gerät auch die Pendelmasse in Bewegung, und den durch die Verschiebungen des Erdbodens erzwungenen Schwingungen superponieren sich die Eigenschwingungen des Apparates. Theorie und Erfahrung haben aber gezeigt, daß durch die Eigenschwingungen das eigentliche Seismogramm völlig verwischt werden kann, indem der Apparat vorzugsweise auf die in der Nachbarschaft seiner Eigenperiode liegenden Perioden der Bodenschwingungen reagiert. Diesem Uebelstand ist nun durch Anbringung einer Dämpfungsvorrichtung (Luftdämpfung, magnetische Dämpfung u. a.) abzuhelfen; dadurch wird die Eigenbewegung des Pendels bald unterdrückt und eine gleichmäßigere Vergrößerung für die verschiedenen Perioden im Seismogramm erzielt. Trägt man gleichzeitig Sorge, die dabei beeinträchtigte Empfindlichkeit wieder auf andere Weise zu erhöhen, so kann man mit großem Nutzen die Dämpfung sogar bis zur Grenze der Aperiodizität treiben.

Bei einem Vertikalseismographen ist die Pendelmasse so anzubringen, daß sie in vertikaler Richtung schwingt; zu diesem Zwecke muß die Wirkung der Schwerkraft irgendwie durch elastische Federn aufgehoben werden. Ueber die Wirkungsweise dieser Apparate gelten Betrachtungen, die den soeben bei den Horizontalseismographen angestellten Ueberlegungen ganz analog sind.

Eine strenge Theorie hat neben den Parallelverschiebungen auch die Neigungsänderungen des Bodens zu berücksichtigen. Für die Praxis der Auswertung von Fernbebendiagrammen ergibt sich aber, daß die Neigungen vernachlässigt werden können.

Die Aufzeichnung kann auf zweifache Weise, mechanisch oder optisch, erfolgen. Da bei der ersten Art infolge mehrfacher Hebelübertragungen und der Schreibung in Ruß oder mit Tinte merkliche Reibungswiderstände auftreten, so müssen zur Ueberwindung derselben große Pendelmassen angewandt werden. Bei der optischen Registrierung ist dies nicht er-

forderlich. Hier fällt von einer feststehenden Lichtquelle ein Lichtstrahl auf den am Pendel angebrachten Spiegel, der ihn durch Reflexion auf photographisches Papier wirft; die Vergrößerung hängt in diesem Falle von der Länge des reibungslos arbeitenden Lichtzeigers ab. Von besonderem Interesse ist die sogenannte galvanometrische Registriermethode: die Pendelbewegungen werden dadurch, daß am Pendelarm befestigte Induktionsspulen zwischen den Polen zweier permanenter, hufeisenförmiger Magnete schwingen, in elektrische Ströme umgesetzt, die dann durch ein Galvanometer optisch zur Aufzeichnung gelangen. Es sind dabei in der Tat die Bewegungen des Galvanometers nur die Folge der Pendelschwingungen, und die wirklich erfolgte Bodenbewegung kann wie bei den anderen Methoden unter Annahme periodischen Verlaufs exakt berechnet werden. Dieses Verfahren läßt eine besonders hohe Vergrößerung zu und wird daher auch in Verbindung mit stark gedämpften (aperiodisch gemachten) Seismographen gebraucht.

Um die Zeit zu erhalten, können z. B. bei der mechanischen Registrierung die Schreibarme etwa jede Minute automatisch von dem mit konstanter Geschwindigkeit durch ein Uhrwerk bewegten Papier abgehoben werden, so daß „Minutenlücken" entstehen, die abzuzählen sind. Bei der Lichtschreibung werden diese Lücken durch Abblendung der Lichtquelle hervorgerufen.

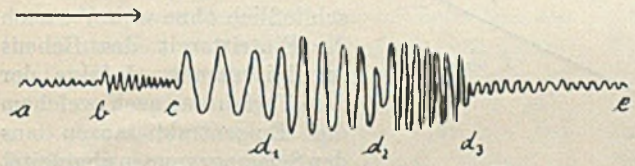


Fig. 1. Typisches Seismogramm nach Omori.

Aus dem in Figur 1 abgebildeten Schema eines Seismogramms von Omori erkennt man das Auftreten verschiedener Phasen im Laufe der Aufzeichnung. Die Teile $a\,b$ und $b\,c$ des bei a einsetzenden Seismogramms werden als erste und zweite Vorphase bezeichnet; bei c beginnt die bis d_3 reichende Hauptphase mit dem Maximum der Bewegung und in dem Teil $d_3\,e$, der Endphase, klingen die Bodenschwingungen allmählich aus. Die Hauptphase kann nach der Periode ihrer Wellen vielfach noch, wie angedeutet, in Unterabteilungen zerlegt werden.

In Uebereinstimmung mit den Lehren der Elastizitätstheorie wurde man nun bald dazu geführt, die kurzperiodischen Wellen der beiden Vorphasen, die ersten und zweiten Vorläufer, im wesentlichen als longitudinale und transversale Wellen, welche ihren Weg unabhängig voneinander durch den Erdkörper nehmen, zu deuten. Die voraneilenden Longitudinalwellen bilden die erste Vorphase, und das Eintreffen der eine geringere Geschwindigkeit besitzenden Transversalwellen zeigt den Beginn der zweiten Vorphase an. In der Hauptphase handelt es sich dagegen namentlich um langperiodische Wellen, welche an der Oberfläche entstehen und auf ihr entlang eilen. Die Wellen der Maximalbewegung besitzen eine konstante Geschwindigkeit von etwa 3,4 km sec^{-1}. Bezüglich der Vorläufer ergab sich, daß ihre „Oberflächengeschwindigkeit", welche man erhält, wenn man die Zeit von ihrer Auslösung im Erdbebenherd bis zu ihrem Eintreffen an einem Observatorium in die längs der Oberfläche gemessene Entfernung dieses Observatoriums vom Herd teilt, mit dieser Entfernung wächst. Das kann nur dadurch erklärt werden, daß die Wellen der Vorphasen sich nicht an der Oberfläche entlang fortpflanzen, sondern durch das Erdinnere gehen auf Strahlen, welche ihre konvexe Seite dem Erdmittelpunkt zuwenden. Ihre wirkliche Geschwindigkeit auf dem von ihnen eingeschlagenen Wege ist eine Funktion der Tiefe und wächst mit dieser entsprechend der Aenderung der Dichte- und Elastizitätsverhältnisse innerhalb der Erde. Die Vorläufer gelangen durch um so tiefere Schichten, je weiter der Punkt der Erdoberfläche, an dem sie wieder hervortreten, vom Bebenherd entfernt ist; die von ihnen beschriebenen „Erdbebenstrahlen" sind nichts anderes als durch das Brechungsgesetz beschriebene Brachystochronen. Auf Grund dieser Sachlage gewinnen die Laufzeiten, d. h. eben diejenigen Zeiten, welche die Wellen benötigen, um vom Herd zu irgendeinem Punkt der Erdoberfläche zu gelangen, besondere Bedeutung, und es ist gegenwärtig noch eine wichtige Aufgabe, die Abhängigkeit der Laufzeit von der Entfernung für die verschiedenen Phasen oder die Laufzeitfunktionen möglichst genau zu ermitteln.

Zur Lösung dieser Aufgabe ist es nötig, in geeigneten Fällen Ausgangspunkt und Eintrittszeit eines Bebens zu bestimmen und die an den einzelnen Stationen gewonnenen Seismogramme hinsichtlich ihrer Phasen zu analysieren. Was den letzten Punkt betrifft, so setzt er einwandsfrei funktionierende Apparate und einen exakten Zeitdienst voraus; bei gut ausgeprägten Aufzeichnungen wird Sekundengenauigkeit durchaus verlangt. An Stelle des Herdes, des Hypozentrums, kann man, da die Herdtiefe im allgemeinen vernachlässigt werden darf, den senkrecht über dem Herd an der Oberfläche gelegenen Mittelpunkt des Schüttergebietes, das Epizentrum, setzen, dessen Lage vielfach hinreichend genau aus den direkten Wahrnehmungen über die Intensität der Erschütterung zu erschließen ist. Größere Schwierigkeiten bereitet die Ermittlung der Eintrittszeit des Bebens im Epizentrum aus unmittelbaren Zeitbeobachtungen. Man gelangt im allgemeinen schon jetzt zu besseren Resultaten, wenn man

von den Registrierungen der Erdbebenstationen ausgeht unter Benutzung der bisher gewonnenen Kenntnisse über die Ausbreitungsgeschwindigkeit der einzelnen Wellenarten. Wir werden weiter unten von den Methoden hören, welche eine rechnerische Bestimmung des Epizentrums aus den Seismogrammen gestatten und gleichzeitig auch die Eintrittszeit des Bebens ergeben. Bezüglich des Epizentrums darf freilich nicht übersehen werden, daß die Fiktion eines Punktes eine in der Wirklichkeit nicht ganz zutreffende Voraussetzung ist, da es sich hier immer um ein mehr oder weniger ausgedehntes und verschieden gestaltetes Epizentralgebiet handeln wird.

Um die Laufzeitfunktion abzuleiten, kann man nun rechnerisch oder graphisch vorgehen. Man nimmt an, daß in erster Annäherung die Laufzeiten T und die Entfernungen $\triangle$ durch eine Gleichung zweiten Grades $T = a + b\triangle + c\triangle^2$ miteinander verbunden sind und sucht die noch unbekannten Koeffizienten a, b, c aus solchen Gleichungen zu bestimmen, für welche die zusammengehörigen Werte von T und $\triangle$ bereits bekannt sind; oder man trägt diese Werte T und $\triangle$ in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein und zeichnet die resultierende Kurve. In Figur 2 sind in verkleinertem Maßstab die von

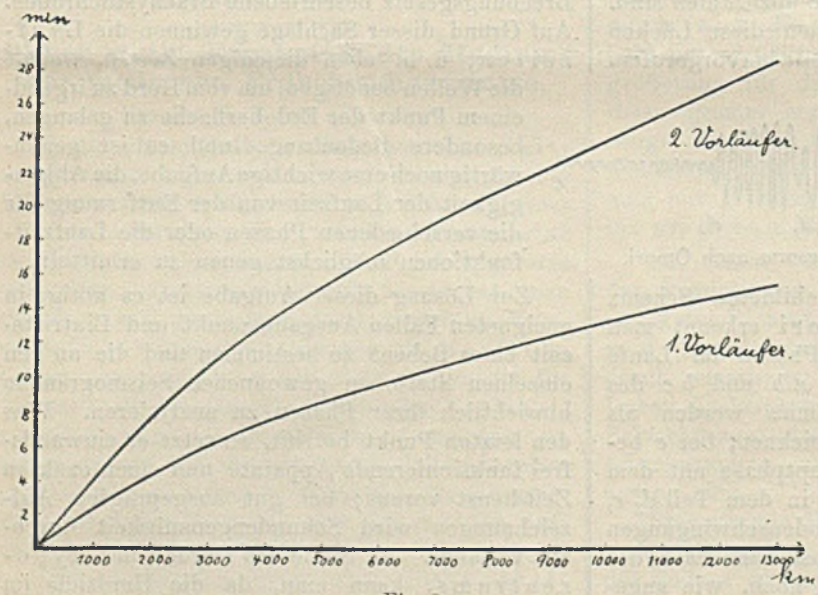


Fig. 2.
Laufzeitkurven der ersten und zweiten Vorläufer nach Wiechert-Zoeppritz.

Wiechert-Zoeppritz entworfenen Laufzeitkurven für die ersten und zweiten Vorläufer wiedergegeben; sie wurden auf Grund der Beobachtungen über das indische Beben vom 4. April 1905, das kalabrische Beben vom 8. September 1905 und das kalifornische Beben vom 18. April 1906 konstruiert, tragen aber noch vorläufigen Charakter, wie gerade neuere Untersuchungen wieder gezeigt haben. Es sind zurzeit noch nicht alle theoretischen und praktischen Schwierigkeiten überwunden, um im einzelnen exakte Laufzeitkurven entwerfen zu können; doch stellen die abgebildeten Kurven immerhin eine sehr gute Annäherung an die wirklichen Verhältnisse dar.

Da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Longitudinalwellen größer ist als die der Transversalwellen, so muß umgekehrt die Laufzeit der ersten Vorläufer stets kleiner sein als die der zweiten Vorläufer, und die Differenz ist wie die Laufzeiten selbst eine Funktion der Entfernung. Hierauf beruht die Möglichkeit, nach einem Seismogramm anzugeben, wie weit das Epizentralgebiet des Bebens von der betreffenden Station entfernt liegt, oder die Epizentraldistanz zu ermitteln. Man hat zu diesem Zwecke nur die Dauer der ersten Vorphase, d. h. die Zeit, um welche die zweiten Vorläufer später als die ersten Vorläufer eintreffen, zu bestimmen und aus den Laufzeitkurven die zu dieser Zeitdifferenz gehörige Entfernung abzulesen; beide Größen wachsen miteinander. So kann man mit Hilfe von wenigstens drei Stationen unter Benutzung der sphärisch-trigonometrischen Formel für die Entfernung zweier Erdorte die geographischen Koordinaten des Epizentrums berechnen. Durch Subtraktion der Laufzeit der ersten Vorläufer von der Zeit des Beginns der Aufzeichnung ergibt sich schließlich ohne weiteres auch die Eintrittszeit des Bebens im Epizentrum. Infolge der dem Verfahren, nach welchem die Epizentraldistanzen aus den Seismogrammen abgeleitet werden, sowie den Beobachtungen selbst anhaftenden Fehler wird man indessen in der Praxis mehr als das zur Lösung erforderliche Minimum von Daten verwenden und die Gleichungen dann nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate behandeln. Eine graphische Methode (E. Rosenthal, O. Klotz) führt schneller zum Ziel. Man bedient sich dabei der stereographischen Projektion, die eine einfache Lösung dadurch ermöglicht, daß durch sie jeder Kreis auf der Erde wieder als Kreis (bezw. Gerade) abgebildet wird.

Die Fortschritte in der Konstruktion der Seismographen und in der Ausarbeitung der Registriermethoden ermöglichen es aber auch, bei markanten Seismogrammen aus einem Vergleich der Größe der ersten Ausschläge in der Ostwest- und in der Nordsüd-Komponente der

Horizontalbewegung die Richtung, aus der die Wellen angekommen sind, also das Azimut des Epizentrums in bezug auf die Erdbebenstation, recht genau zu bestimmen (Fürst B. Galitzin). Die noch übrigbleibende Zweideutigkeit, ob es sich bei dem ersten Einsatz der Longitudinalwellen um einen Stoß vom Herde her (Kondensation) oder um einen Zug nach dem Herde hin (Dilatation) handelt, kann, da die Wellen infolge ihres Weges durch den Erdkörper auch immer eine mehr oder weniger ausgeprägte vertikale Komponente besitzen, durch die gleichzeitige Aufzeichnung eines Vertikalseismographen behoben werden. Handelt es sich nämlich um eine Kondensation, so wird der Stoß von unten nach oben gerichtet sein, liegt dagegen eine Dilatation vor, so wird die erste Bewegung von oben nach unten erfolgen. Auf diese Weise ist es somit möglich, die Bestimmung des Epizentrums nach den Aufzeichnungen einer einzigen Station vorzunehmen.

Für die drei bisher besprochenen Methoden ist wesentlich, daß sie der Ableitung der Epizentraldistanz aus der Dauer der ersten Vorphase bedürfen. Hierin liegt aber ihr Nachteil; denn, wenn auch bei gut ausgeprägten Aufzeichnungen die Zeit der Ankunft der ersten Vorläufer mit der zu fordernden Genauigkeit festgestellt werden kann, so gilt das Gleiche durchaus nicht immer von dem Einsatz der zweiten Vorläufer, da diese die Wellen der ersten Vorphase überlagern, so daß Interferenzen ihr Eintreffen verwischen können. Eine Ungenauigkeit in der Bestimmung des Beginns der zweiten Vorphase um etwa 10 sec hat aber z. B. bei einer Entfernung von 5000 km eine Unsicherheit von 200 km zur Folge. Daher ist zur Berechnung des Epizentrums noch eine andere Methode (L. Geiger) vorzuziehen, die sich zur Hauptsache auf die Ankunftszeiten der ersten Vorläufer allein stützt. Man nimmt zunächst für die Lage des Epizentrums und die Eintrittszeit des Bebens Näherungswerte an, die man sich entweder aus den über das Erdbeben vorliegenden direkten Nachrichten oder nach einer der oben besprochenen Methoden verschafft, und berechnet dann auf Grund zuverlässig beobachteter Anfangszeiten der ersten Vorphase an verschiedenen Stationen und der Laufzeiten der ersten Vorläufer mit Hilfe des Taylorschen Satzes die an der geographischen Länge und Breite sowie an der Zeit anzubringenden Korrektionen. Dabei werden diese Korrektionen als so klein vorausgesetzt, daß schon ihre zweiten Potenzen vernachlässigt werden können. Liegen die Daten von mehr als drei Stationen vor, so hat man wieder nach dem Ausgleichungsverfahren der kleinsten Quadrate vorzugehen. Ein mit dieser Methode verwandtes graphisches Verfahren, das rasch und bei genügendem Material auch genau zum Ziel führt, rührt von C. Zeißig her.

Der Wert solcher Berechnungen ist in der durch sie ermöglichten Vervollständigung unserer Kenntnisse über die geographische Verbreitung der Erdbeben, besonders auf dem Meeresboden, als auch namentlich darin zu sehen, daß durch sie neues Material zur Verbesserung der bisher entworfenen Laufzeitkurven gewonnen wird.

Ein Beispiel möge die Leistungsfähigkeit der einzelnen Methoden erläutern. Am 22. Januar 1910 wurde, hauptsächlich von den europäischen Stationen, ein heftiges Beben registriert, das nach einer vorläufigen Orientierung von einem Herd auf Island oder in der Nähe dieser Insel ausgegangen sein mußte. Der Verfasser wandte zur genaueren Festlegung des Epizentrums zunächst die an erster Stelle genannte Methode an, indem er die Beobachtungen der Erdbebenstationen in Pulkowa (St. Petersburg), Wien, Hamburg, Straßburg, Parc Saint Maur (Paris) und Ottawa (Kanada) benutzte. Als Resultat ergab sich für die geographischen Koordinaten des Epizentrums 67,9° nördl. Br., 17,1° westl. Gr. und für die Eintrittszeit im Epizentrum $8^h\ 48^m\ 14^{sec}$ M.-Gr.-Z. O. Klotz erhielt mit Hilfe der stereographischen Projektion unter Zugrundelegung teilweise anderen Materials in praktisch völliger Uebereinstimmung: 67° 56′ nördl. Br. und 16° 45′ westl. Gr.; und Fürst Galitzin fand aus den Beobachtungen von Pulkowa allein: 68° nördl. Br. und 17° westl. Gr. Um zu untersuchen, wie weit bei dieser Uebereinstimmung namentlich des ersten und dritten Ergebnisses der Zufall mitspielen könnte, führte der Verfasser nun auch noch mit demselben, zuerst von ihm benutzten Material die Rechnung nach dem Geigerschen Verfahren durch und erhielt als Koordinaten: 67,3° nördl. Br., 19,3° westl. Gr., sowie als Zeit: $8^h\ 48^m\ 11^{sec}$ M.-Gr.-Z. Auch dieses Ergebnis, dem unter allen das größte Gewicht beizulegen ist, weicht von den anderen Angaben nicht beträchtlich ab, und die über das Erdbeben auf Island selbst bekannt gewordenen Nachrichten stimmen mit der so ermittelten Lage des Epizentrums in reichlich 100 km Entfernung nördlich von Island sehr gut überein.

Betrachtet man ein Erdbebendiagramm genauer, so erkennt man aber vielfach außer dem scharfen Einsatz (impetus) oder dem allmählichen Auftauchen (emersio) der ersten und zweiten Vorläufer (undae primae und undae secundae) sowie der langperiodischen Hauptwellen (undae longae) und der Maximalbewegung (undae maximae) auch noch andere bemerkenswerte Stellen in der Aufzeichnung, nämlich das Eintreffen der an der Erdoberfläche als an einer Grenzfläche zwischen zwei verschiedenen Medien reflektierten longitudinalen und transversalen Wellenzüge. Figur 3 gibt einen Einblick in diese Verhältnisse. Der Kreis um C als Mittelpunkt sei ein durch Epizentrum (E)

und Station (*St*) gehender größter Kugelkreis und der nach dem Mittelpunkt zu konvexe Bogen (1) stelle etwa den Weg der direkt ankommenden longitudinalen Wellen dar. Wellen, welche auf dem Wege (2) schon in *B* wieder an der Oberfläche hervorkommen, können nun auch noch durch Reflexion auf dem Wege (2′) nach *St* gelangen. Es müssen dann die Wege (2) und (2′) einander gleich sein; und diese einmal

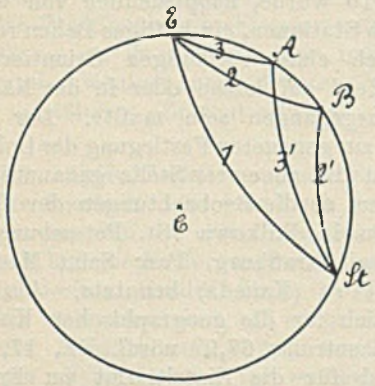


Fig. 3. Wege direkter und reflektierter Vorläuferwellen.

reflektierten Wellen werden bis zur Erreichung der Station das Doppelte derjenigen Laufzeit gebrauchen, welche die direkten Wellen nötig haben, um zu einem um die halbe Epizentraldistanz ($^1/_2\, ESt = EB = BSt$) vom Epizentrum entfernten Ort zu gelangen. Analoges gilt für Reflexionen höherer Ordnung. Von besonderem Interesse ist aber noch der Umstand, daß bei einer Reflexion immer Wellenzüge beider Arten entstehen, so daß z. B. bei Reflexion eines longitudinalen Wellenzuges neben longitudinalen gleichzeitig auch transversale Wellen weitergesandt werden. So wird der in *A* zusammengesetzte Wellenzug (3) und (3′) aus direkt vom Herd ausgegangenen Longitudinalwellen (3) und bei der Reflexion in *A* entstandenen Transversalwellen (3′) gebildet. Auch die Laufzeit dieser „Wechselwellen“ läßt sich aus den Laufzeiten der direkten Wellen ableiten, nur ist dabei zu bedenken, daß nun infolge der verschiedenen Fortpflanzungsgeschwindigkeit der beiden Wellenarten der Reflexionswinkel nicht mehr gleich dem Einfallswinkel ist und daher die beiden Wege (3) und (3′) wesentlich voneinander abweichen.

Die in den Figuren 4, 5 und 6 wiedergegebenen Hamburger Diagramme, welche in der Ost-West-Komponente von Wiecherts astatischem Pendelseismometer bei dem mexikanischen Erdbeben am 26. März 1908, dem kalabrisch-sizilianischen Erdbeben am 28. Dezember 1908 und dem turkestanischen Erdbeben am 3./4. Januar 1911 gewonnen wurden, geben klare Beispiele für die einzelnen Phasen. Das Seismogramm vom 28. Dezember 1908 zeigt sehr einfache Verhältnisse: um $4^h\, 24^m\, 16^{sec}$ (M.-Gr.-Z.) setzen bei *i P* die ersten Vorläufer sehr scharf ein; ihnen folgen nach 3 min 1 sec, entsprechend einer Epizentraldistanz von 1760 km (gleich der Entfernung Hamburg-Messina), ebenfalls mit deutlichem Einsatz bei *i S*, die zweiten Vorläufer, und um $4^h\, 28{,}2^m$ zeigen sich bei *L* die langperiodischen Wellen der Hauptphase mit dem Maximum der Bewegung bei *M* um $4^h\, 29{,}3^m$ (Periode 26 sec; Amplitude der wirklichen Bodenverrückung in Hamburg in ostwestlicher Richtung größer als 3 mm, gemessen von einem Umkehrpunkt zum andern).

Das Epizentralgebiet des turkestanischen Bebens vom 3./4. Januar 1911 lag zwischen dem Issyk-kul und der Stadt Wjernyi in etwa 4900—5000 km Entfernung von Hamburg. Die ersten Vorläufer tauchen bei *e P* um $23^h\, 33^m\, 59^{sec}$ (M.-Gr.-Z.) am 3. Januar auf, und die zweiten Vorläufer sind sicher bei *i S* um $23^h\, 40^m\, 50^{sec}$ zu erkennen. Zu der hieraus folgenden Dauer der ersten Vorphase von 6 min 51 sec gehört aber eine Epizentraldistanz von 5160 km, die mit den aus dem Schüttergebiet vorliegenden direkten Nachrichten nicht befriedigend in Einklang zu bringen ist. Soweit nicht auch Fehler bei den zur Ableitung der Entfernung benutzten Laufzeitkurven von Bedeutung sind, bestätigt somit gerade dieses Seismogramm die bereits oben gemachte Bemerkung, daß es nicht immer möglich ist, das erste Eintreffen der zweiten Vorläufer exakt zu ermitteln. Würde man die zweite Vorphase schon 10 sec früher bei (*i S*) beginnen lassen, wozu jedoch nach der Aufzeichnung eine besondere Veranlassung nicht vorliegt, so würde sich eine Epizentraldistanz von 4970 km ergeben. Der in der ersten Vorphase deutlich bei $i\,PR_1$ um $23^h\, 36^m\, 08^{sec}$ in die Augen fallende Einsatz ist durch die Ankunft der einmal an der Oberfläche reflektierten Longitudinalwellen hervorgerufen. Das Eintreffen der langen Wellen der Hauptphase läßt sich nicht genau feststellen.

Das Seismogramm vom 26. März 1908 deutet schon durch seine große Ausdehnung auf ein sehr fernes Beben hin. Die Dauer der ersten Vorphase beläuft sich hier von dem Beginn der Aufzeichnung bei *i P* um $23^h\, 16^m\, 12^{sec}$ (M.-Gr.-Z.) bis zum Beginn der zweiten Vorphase bei *i S* um $23^h\, 26^m\, 54^{sec}$ auf 10 min 42 sec und entspricht damit einer Epizentraldistanz von 9650 km. Dies steht in Uebereinstimmung mit dem Umstande, daß durch das Beben der Ort Chilapa in der mexikanischen Provinz Guerrero zerstört wurde, denn Chilapa ist von Hamburg 9650 km entfernt. Der Anfang der Hauptphase liegt bei *L* ($23^h\, 48{,}0^m$). Außerdem aber ist klar bei $i\,PR_1$ ($23^h\, 19^m\, 43^{sec}$), *PS* ($23^h\, 27^m\, 59^{sec}$) und $i\,SR_1$ ($23^h\, 32^m\, 42^{sec}$) das Eintreffen der einmal reflektierten Longitudinalwellen, bezw. der Wechselwellen, bezw.

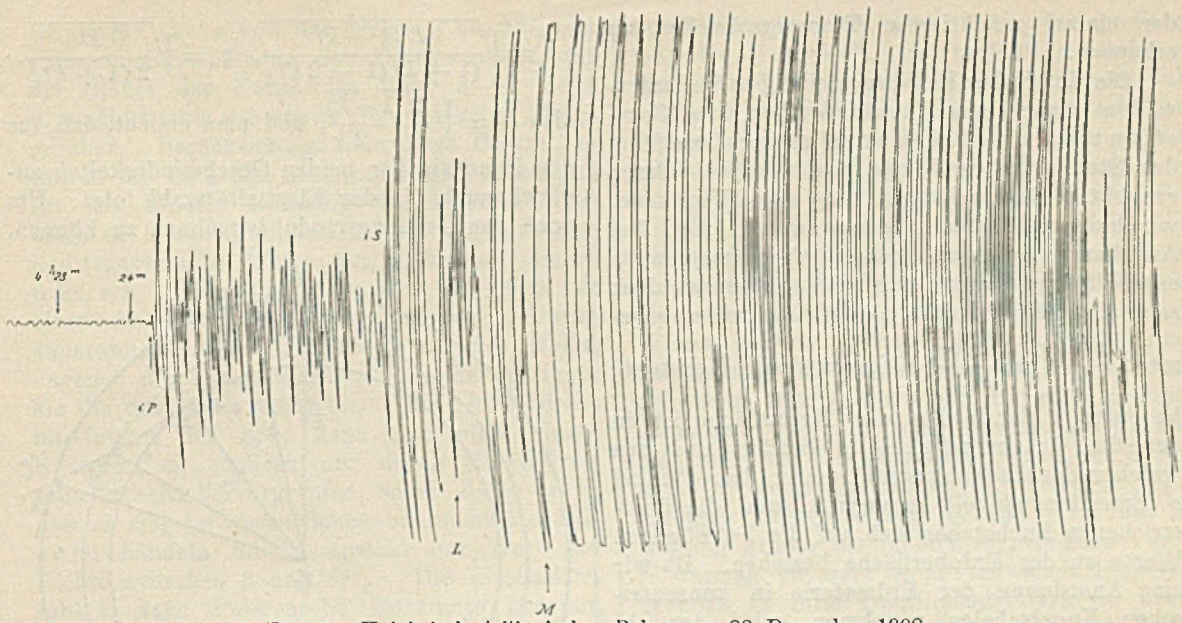


Fig. 4. Kalabrisch-sizilianisches Beben am 28. Dezember 1908.

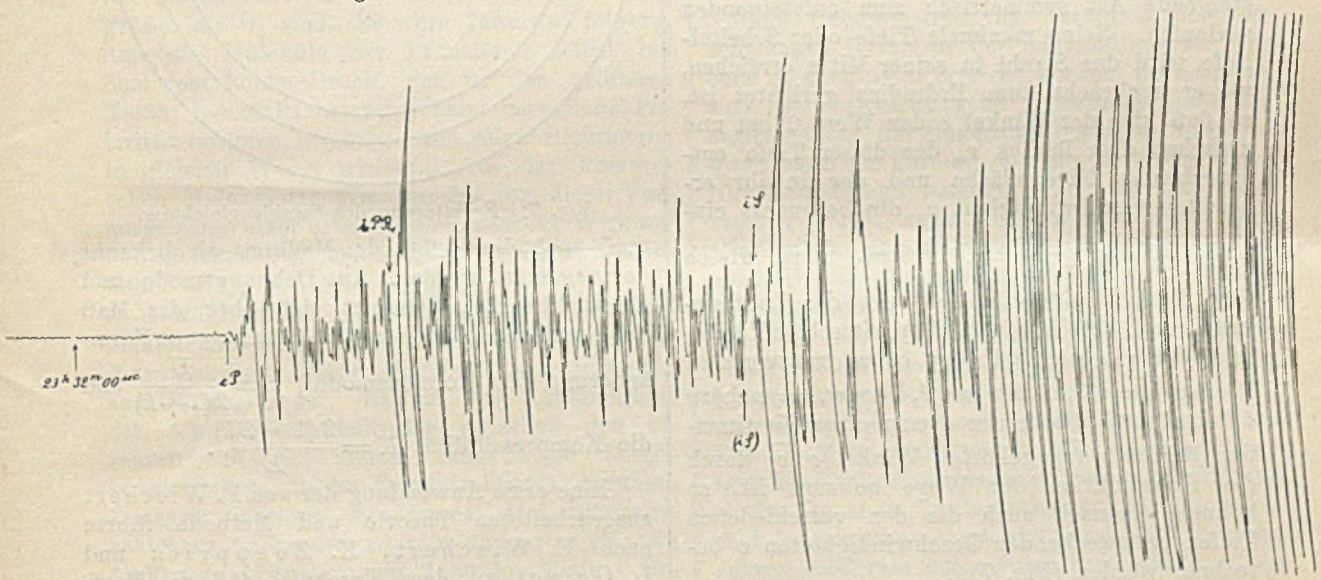


Fig. 5. Beben in Turkestan (Provinz Semirjetschensk) am 3./4. Januar 1911.

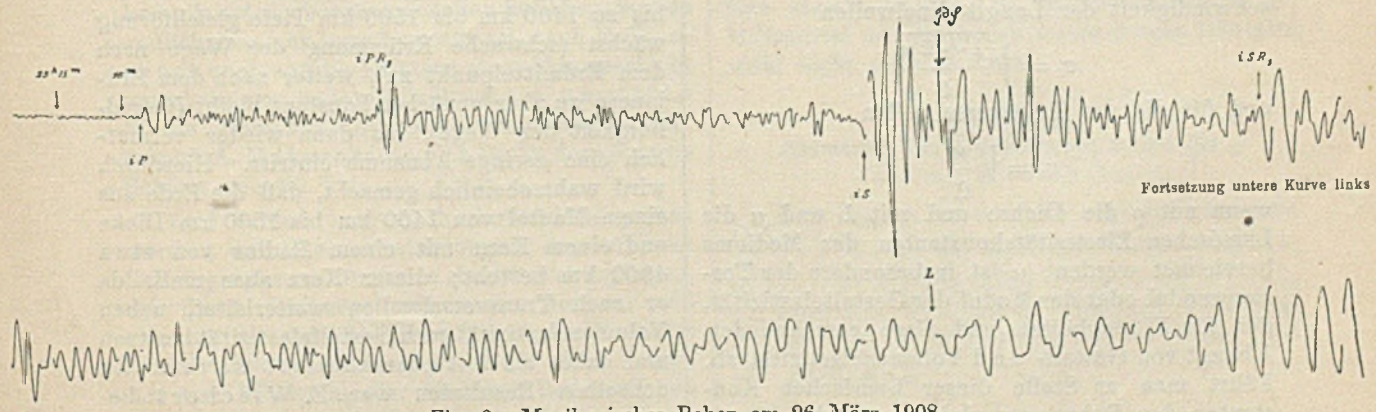


Fig. 6. Mexikanisches Beben am 26. März 1908.

Hamburger Seismogramme des astatischen Pendelseismometers von Wiechert (Masse = 1000 kg). Ost-West-Komponente.

Die eingetragene Zeit ist unkorrigierte mittlere Greenwicher Zeit, gezählt von Mitternacht bis Mitternacht.
Uhrkorrektion: am 28. Dezember 1908 0 sec; am 3./4. Januar 1911 0 sec; am 26. März 1908 — 3 sec. Minutenlücken von der 57. bis 60. Sekunde.
Verkleinerter Maßstab.

der einmal reflektierten Transversalwellen zu erkennen.

Die durch den Erdkörper eilenden Vorläuferwellen können nun Aufschluß über die Konstitution des Erdinnern geben; dazu führt das Studium ihrer Wege und der auf diesen erreichten Geschwindigkeiten. Der Weg kann, wie hier nicht näher gezeigt werden soll, bei Annahme einiger vereinfachender Voraussetzungen mit Hilfe der Laufzeitkurve konstruiert werden; seine Gleichung lautet nach dem Brechungsgesetz: $\frac{r \cos e}{v} = \frac{\overline{r} \cos \overline{e}}{\overline{v}} = C$, wo C eine Konstante bedeutet, r der Radius der Niveaufläche ist, in der die Geschwindigkeit v beträgt und aus welcher der Erdbebenstrahl unter dem Winkel e (Emersionswinkel) heraustritt, und die überstrichenen Buchstaben sich auf die betreffenden Werte an der Erdoberfläche beziehen. Da wir eine Anordnung der Erdmaterie in konzentrischen Kugelschalen annehmen, wird der absteigende Ast symmetrisch zum aufsteigenden verlaufen. Seine maximale Tiefe oder Scheiteltiefe wird der Strahl in seiner Mitte erreichen, wo er senkrecht zum Erdradius gerichtet ist, so daß hier der Winkel e den Wert 0 hat und zwischen dem Radius r_m der dieser Tiefe entsprechenden Niveaufläche und der in ihr erreichten Geschwindigkeit v_m die besonders einfache Gleichung $\frac{r_m}{v_m} = C$ besteht. $\overline{r}$ ist gleich 6370 km und $\overline{v}$ ergibt sich aus der Laufzeitkurve; aus den Wiechert-Zoeppritzschen Kurven folgt für die longitudinalen bezw. transversalen Wellen $\overline{v} = 7{,}17$ km sec^{-1}, bezw. = nahezu 4,0 km sec^{-1}. Da ferner der zu einem bestimmten Radius r ($\overline{r}$) gehörige Winkel e ($\overline{e}$) durch die Konstruktion der Wege bekannt ist, so können demnach auch die den verschiedenen Tiefen entsprechenden Geschwindigkeiten v berechnet werden (Fig. 7).

Die Elastizitätstheorie liefert für die Geschwindigkeit der Longitudinalwellen

$$v_l = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\varrho}}$$

und für die der Transversalwellen

$$v_t = \sqrt{\frac{\mu}{\varrho}},$$

wenn mit ϱ die Dichte und mit λ und μ die Laméschen Elastizitätskonstanten des Mediums bezeichnet werden; μ ist insbesondere der Torsionsmodul oder der Modul der Gestaltelastizität, der für Flüssigkeiten und Gase verschwindet, λ hängt von Gestalt- und Volumenelastizität ab. Führt man an Stelle dieser Laméschen Konstanten den Dehnungsmodul E und die Elastizitätszahl k, das Verhältnis von Querkontraktion zu Längsdilatation, ein, so ergibt sich:

$$v_l = \sqrt{\frac{E(1-k)}{(1+k)(1-2k)\varrho}}, \quad v_t = \sqrt{\frac{E}{2(1+k)\varrho}},$$

also $\frac{v_l}{v_t} = \sqrt{\frac{2(1-k)}{1-2k}}$, und man ersieht, daß aus der Kenntnis der beiden Geschwindigkeiten zugleich auch die der Elastizitätszahl folgt. Um noch den Dehnungsmodul berechnen zu können,

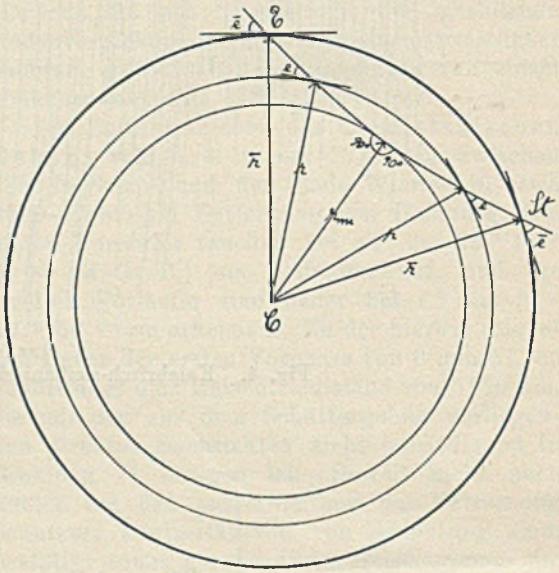


Fig. 7. Erläuterung der Strahlengleichung.

muß auch die Dichte des Mediums als bekannt vorausgesetzt werden. Aus Dehnungsmodul und Elastizitätszahl berechnet sich aber das Maß der elastischen Widerstandsfähigkeit gegen Formänderung (der Torsionsmodul) $\mu = \frac{E}{2(1+k)}$ und die Kompressibilität $K = \frac{3(1-2k)}{E}$.

Eine erste Anwendung der von E. Wiechert ausgearbeiteten Theorie und Methode führte nach E. Wiechert, K. Zoeppritz und L. Geiger zu dem Ergebnis, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der beiden Vorläufer bis zu 1400 km bis 1500 km Tiefe gleichförmig wächst (schwache Krümmung der Wege nach dem Erdmittelpunkt zu), weiter nach dem Erdinnern zu aber zunächst konstant bleibt (Geradlinigkeit der Wege), bis dann wieder vermutlich eine geringe Abnahme eintritt. Hierdurch wird wahrscheinlich gemacht, daß die Erde aus einem Mantel von 1400 km bis 1500 km Dicke und einem Kern mit einem Radius von etwa 4900 km besteht; dieser Kern aber muß, da er auch Transversalwellen weiterleitet, neben Volumenelastizität auch Gestaltelastizität besitzen und daher als fest charakterisiert werden. Zu denselben Resultaten war E. Wiechert bereits 1897 durch ganz andere, allgemeinere Erwägungen über die Massenverteilung innerhalb der Erde gelangt, die ferner bei Annahme eines

Steinmantels von der Dichte 3 bis $3\frac{1}{2}$ und einer mittleren Dichte der Erde von $5\frac{1}{2}$ für die Dichte des Kerns den Wert 8 bis $8\frac{1}{2}$, d. h. die Dichte des etwas komprimierten Eisens ergaben. Berücksichtigt man diese Dichte, so führen die nach den seismischen Beobachtungen für das tiefere Erdinnere wahrscheinlich gemachten Geschwindigkeiten der longitudinalen und transversalen Wellen von 11 km sec^{-1} bezw. 6 km sec^{-1} schließlich dazu, für den Kern die elastische Widerstandsfähigkeit gegen Formänderungen viermal größer als die des Stahls, dagegen die Kompressibilität $4\frac{1}{2}$mal geringer als die des Stahls anzusetzen. Die große Dichte im Innern der Erde kann also nicht durch Kompression, sondern nur durch Materialverschiedenheit hervorgerufen sein; dafür aber, daß es sich im wesentlichen um einen Metallkern handeln dürfte, spricht der Wert der Dichte zwischen 8 und $8\frac{1}{2}$. Die Elastizitätszahl k, auch Poissonsche Konstante genannt, hat bis zu 1400 km Tiefe Werte, die nur wenig größer als $\frac{1}{4}$ sind. Es wäre daraus zu folgern, daß die Moleküle der Erdmaterie selbst bei dem sehr hohen Druck, der in den größeren Tiefen jedenfalls herrscht, keine merkliche Polarität besitzen, sondern nach allen Richtungen in gleicher Weise wirken. Aus der Poissonschen Molekulartheorie, welche von dieser Voraussetzung einer allseitig gleichstarken Wirkung der kleinsten Teilchen ausgeht, ergibt sich nämlich $k = \frac{1}{4}$.

Bezüglich der Unstetigkeitsfläche zwischen Mantel und Kern liegen nun allerdings aus der jüngsten Zeit wieder neuere Untersuchungen aus Göttingen vor, die auf der Abhängigkeit der Amplitudenverhältnisse zwischen den direkten und den einmal reflektierten Longitudinalwellen von der Epizentraldistanz beruhen. Darnach scheinen mindestens drei Störungsschichten vorhanden zu sein und zwar in etwa 1200 km, 1700 km und 2450 km Tiefe. Beobachtungen anderer Art, die sich auf die sehr komplizierten Oberflächenwellen beziehen, weisen endlich, wie nur kurz bemerkt sei, nach E. Wiechert noch auf die Existenz einer Magmaschicht unterhalb der äußeren Erdkruste in ungefähr 30 km Tiefe hin. Aus Nahbebenaufzeichnungen folgert A. Mohorovičić eine Dicke der obersten Schicht von 50 km.

Zum Schluß mag noch darauf hingewiesen werden, daß die Aufzeichnungen empfindlicher Seismographen außer den Bodenschwingungen, die durch Erdbeben verursacht werden, und solchen, die auf künstliche Störungen (Verkehr) zurückzuführen sind, auch noch eine andere Art von Bewegung der kleinsten Bodenteilchen anzeigen, die namentlich mit der Brandung der See an Steilküsten und meteorologischen Faktoren (Luftdruckänderungen, Winden usw.) zusammenhängt; man nennt sie „mikroseismische Unruhe". Sie besteht in stärkerem oder geringerem Grade fast das ganze Jahr hindurch, ist aber nicht mit den menschlichen Sinnen unmittelbar wahrnehmbar. Die vorherrschende Gattung dieser Bodenschwingungen besitzt Perioden von etwa 4 sec bis 8 sec; ihre Amplituden pflegen im Winterhalbjahr größer als im Sommerhalbjahr zu sein und sich im Maximum für Hamburg auf wenige Hundertstel Millimeter zu belaufen. Andere Gattungen weisen Wellen mit einer Periode von ungefähr $\frac{1}{2}$ min und darüber auf. Alle drei in den Fig. 4—6 abgebildeten Diagramme bieten Beispiele der erstgenannten Art der mikroseismischen Unruhe: man sieht die Registrierlinie bereits vor Beginn der Erdbebenaufzeichnung mit ziemlich regelmäßigen kleinen Wellen besetzt. Ist die Bewegung größer als in den vorliegenden Fällen, so vermag sie sehr wohl schwache Bebendiagramme in ihrer Deutlichkeit stark zu beeinträchtigen oder gar ganz unerkennbar zu machen. Völlige Uebereinstimmung bezüglich der verschiedenen Ursachen der mikroseismischen Unruhe ist noch nicht erreicht worden; doch scheint sich die Wiechertsche Hypothese eines Zusammenhangs der Bodenschwingungen von etwa 4 sec bis 8 sec Periode mit der Meeresbrandung (für Deutschland namentlich an der skandinavischen Küste) mehr und mehr zu bestätigen. Hier mögen diese Andeutungen genügen. Eine ausführlichere Erörterung würde von dem Kern der Abhandlung zu weit abführen.

Wie aber zur ausreichenden Beantwortung dieser zuletzt berührten Fragen die Studien fortgesetzt werden müssen, so erfordert besonders auch das im Vordergrund der seismischen Untersuchungen stehende Problem der Beschaffenheit des Erdinnern eine noch weitere Vertiefung in die Dynamik der Erdbebenwellen. Immerhin sind jedoch schon jetzt in den reichlich zwanzig Jahren moderner seismologischer Forschung auf physikalischer Grundlage beachtenswerte Resultate erzielt worden, zu denen man ohne die Hilfsmittel und Methoden dieser jungen Disziplin wohl nicht gelangt wäre.

Elementare Ableitung der Leibnizschen Reihe für $\frac{\pi}{4}$.

Von Prof. Milarch (Bonn).

Zur Figur: $\widehat{CP} = a$; die zugehörige Tangente $AP = a$; $\widehat{CQ} = \beta$; die zugehörige Tangente $BQ = b$; $\widehat{QP} = a - \beta$; die zugehörige Tangente $GP = t$. Aus der Kongruenz der Dreiecke OQB und DEA folgt $AE = b$; und aus der Aehnlichkeit der Dreiecke OPA und AEF $EF = \frac{ab}{r}$.

$$(1) \qquad \frac{a-b}{t} = \frac{r + \frac{ab}{r}}{r} = 1 + \frac{ab}{r^2}$$

für $r = 1$

(2) $$\frac{a-b}{t} = 1 + a\,b.$$

Unter Zuhilfenahme unbestimmter Koeffizienten sei:

(3) $$\alpha = a - x\,a^3 + y\,a^5 - z\,a^7 + \cdots,$$

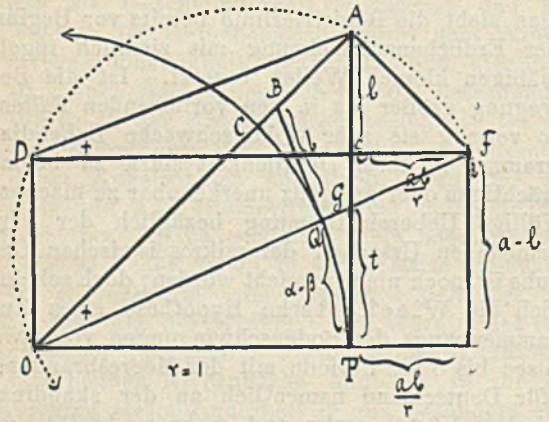
und, weil die Reihe allgemeine Gültigkeit haben soll:

(4) $$\beta = b - x\,b^3 + y\,b^5 - z\,b^7 + \cdots$$

(5) $$\frac{\alpha-\beta}{a-b} = 1 - x\,(a^2 + a\,b + b^2) + \\ + y\,(a^4 + a^3 b + a\,b^2 + a\,b^3 + b^4) - \\ - z\,(a^6 + a^5 b + a^4 b^2 + a^3 b^3 + a^2 b^4 + a\,b^5 + b^6) + \cdots$$

(2) $$\frac{a-b}{t} = 1 + a\,b$$

(6) $$\frac{\alpha-\beta}{t} = (1 + a\,b)\,(1 - x\{a^2 + \cdots\} + y\{a^4 + \cdots\} \\ - z\{a^6 + \cdots\} + \cdots)$$



Rückt nun Q nach P, so nähert sich b unendlich a und $\frac{\alpha-\beta}{t}$ unendlich dem Wert 1; also beim Uebergang zur Grenze:

(7) $$1 = (1 + a^2)\,(1 - 3\,a^2 x + 5\,a^4 y - 7\,a^6 z + \cdots)$$

(8) $$1 = 1 - 3\,a^2 x + 5\,a^4 y - 7\,a^6 z \\ + a^2 - 3\,a^4 x + 5\,a^6 y - 7\,a^8 z + \cdots$$

(9) $$0 = a^2(1 - 3x) + a^4(5y - 3x) + a^6(5y - 7z) + \cdots.$$

Daraus

$$3\,x = 1; \quad 5\,y = 3\,x = 1; \quad 7\,z = 5\,y = 1;$$
$$x = 1/3; \quad y = 1/5; \quad z = 1/7 \quad \text{usw.}$$

(3) $$\alpha = a - \frac{a^3}{3} + \frac{a^5}{5} - \frac{a^7}{7} + \cdots;$$

für $a = 1$ wird $\alpha = \frac{\pi}{4}$

(10) $$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots.$$

Kleinere Mitteilungen.

Zur graphischen Diskussion der quadratischen Gleichung auf der Mittelstufe.

Von Dr. W. Büchel (Hamburg).

Wenn man bei der Lösung der quadratischen Gleichung mit Hilfe der graphischen Darstellung auf der Mittelstufe auch die Bedingungen für die verschiedenen Anzahlen reeller Wurzeln aufstellen will, so kann man anstatt des gewöhnlichen Verfahrens (s. Borel oder Behrendsen-Götting) auch auf folgendem Wege, den ich bisher in der Literatur nicht gefunden habe, zum Ziele kommen.

Sind ξ und η die Wurzeln der Gleichung

$$x^2 + p\,x + q = 0,$$

so ist $$p = -(\xi + \eta), \quad q = \xi\,\eta.$$

Stellt man diese Gleichungen in einem $\xi\,\eta$-System dar, so ist $\xi\,\eta = q$ eine auf die Asymptoten als Achsen bezogene Hyperbel, je nach dem Vorzeichen von q im ersten und dritten oder im zweiten und vierten Quadranten. $\xi + \eta = -p$ ist eine Gerade mit der Neigung 135^0 und den Achsenabschnitten $-p$. Der Abstand d des Scheitels der Hyperbel vom Nullpunkt ist leicht zu berechnen: Die Koordinaten des Scheitels sind $\sqrt{q}$, $\sqrt{q}$; daher $d = \sqrt{2\,q}$. Soll die Gerade also Tangente sein, so ist $p^2 = 4\,q$. So findet man leicht die verschiedenen Möglichkeiten.

* * *

Nachtrag zu meiner Mitteilung in Nr. 1 d. Jahrg.

Von B. Kerst (Zwickau).

Der zweite Teil meiner Bemerkung gilt auch allgemeiner, wenn statt des rechtwinkligen Dreiecks ABC ein beliebiges Dreieck zugrunde gelegt wird.

Ferner kann der Beweis auch auf den Fall ausgedehnt werden, daß man jedes der gleichseitigen Dreiecke nach innen umklappt um die Seite des ursprünglichen Dreiecks, so daß dieses von den gleichseitigen Dreiecken überdeckt wird.

* * *

Zum grossen Fermatschen Satz.

Es besteht die Absicht, eine periodisch erscheinende Zeitschrift für die Beweise des Fermatschen Satzes zu gründen. Interessenten, denen an der Drucklegung ihres Beweises gelegen ist, wollen sich behufs näherer Bedingungen wenden an Oberlehrer Br. Nagel, Wilhelmshaven, Roonstr. 101.

Vereine und Versammlungen.

21. Hauptversammlung des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts in Halle a. S. vom 27. bis 30. Mai 1912.

Wer einmal eine Hauptversammlung des „Förderungsvereins“ besucht hat, wird nur ungern künftig fernbleiben, dieses oft gehörte Urteil konnte man auch während der Tagung in Halle öfters vernehmen. Wie bisher immer, so hatte der Ortsausschuß, an dessen Spitze Herr Geheimrat Wangerin stand, alles auf das Beste vorbereitet. Ein gemütlicher Begrüßungsabend am Pfingstmontag; eine Wanderung über die Peißnitz bis zur Moritzburg, der sich eine Führung durch das dort befindliche höchst sehenswerte Museum anschloß, am Dienstag morgen; Besichtigungen des städtischen Elektrizitätswerkes, der Zuckerraffinerie und des Schulgartens der Franckeschen Stiftungen am Spätnachmittag, abends ein animiertes Festmahl, das war der Rahmen des Dienstag. Am Mittwoch war nach den Sitzungen Gelegenheit, die städtische Oberrealschule zu besichtigen, dann erfolgten Führungen in kleinen Gruppen durch den zoologischen Garten, woran sich ein gemeinschaftliches Abendessen schloß; nachher war ein Teil des Gartens bengalisch erleuchtet und ein Feuerwerk bildete den glänzenden Abschluß dieses Tages. Nach den Sitzungen des Donnerstag Vormittag konnte der botanische Garten, das mineralogische Institut oder das Braunkohlenwerk Köpsen bei Webau besichtigt werden. Der Nachmittag war einem Ausflug nach Kösen gewidmet. Angegliedert waren der Versammlung noch am Freitag und Sonnabend Fortbildungskurse. Ein reichhaltiges Programm war diesmal auch zur Unterhaltung der Damen, die sich erfreu-

licherweise recht zahlreich eingefunden hatten, aufgestellt worden. Allseitig herrschte frohe Laune, hohe Befriedigung und aufrichtige Gefühle herzlichsten Dankes gegen die Veranstalter dieser Versammlung.

Die Eröffnung der Versammlung erfolgte durch den Vorsitzenden, Herrn Direktor Thaer, im Physikalischen Institut der Universität, deren Rektor, Herr Geh.-R. Dr. Veit, sodann zur Begrüßung das Wort nahm; er erwähnte, daß eine These bei seiner Doktorpromotion gewesen sei: „Der Unterricht in der Mathematik ist für den Mediziner viel wichtiger als der Unterricht in den Naturwissenschaften", denn, so führte er aus, der mathematische Unterricht gibt Klarheit und Schärfe. Se. Magnifizenz schloß mit der Versicherung, daß der Verein der Universität sehr sympathisch sei.

Der Oberbürgermeister von Halle, Herr Dr. Rive, erklärte, daß es für eine Stadtgemeinde immer eine große Freude sei, wenn Männer der Wissenschaft aus allen Teilen Deutschlands zu ernster Arbeit zusammentreten. Die Bestrebungen des Vereins, die der Förderung des Unterrichts gewidmet seien, fänden volles Verständnis bei der Stadtverwaltung, die nicht kargen dürfe mit den Mitteln, wenn dadurch der Unterricht verbessert werden könne; materielle Opfer würden zu diesem Zwecke von der Stadtgemeinde gern und freudig getragen. Schon die Jugend solle empfinden, daß in der Mathematik und den Naturwissenschaften Wissen Macht ist. Die Losung des Vereins sei die Grundlage für das Gedeihen der Städte. Ein altes Wort laute: „Es ist Gottes Ehre, eine Sache zu verbergen, es ist die Ehre der Könige, eine Sache zu ergründen"; möge Ihnen, die Sie die Ergründung der Natur betreiben, die Ehre der Könige zuteil werden.

Herr Oberingenieur Thieme sprach im Namen des Thüringer Bezirksvereins deutscher Ingenieure mit warmen Worten über das gute Verhältnis zwischen der Technik und der Universität, in deren gastlichen Räumen die Tagung des Vereins stattfand. Herr Geheimrat Wangerin richtete namens des Ortsausschusses herzliche Worte der Begrüßung an die Versammlung. Der mathematische Unterricht, so führte er aus, stehe in Deutschland in höchster Blüte. Der Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts habe seit 22 Jahren unermüdlich an der weiteren Ausbildung der Methoden gearbeitet, habe den Stoff allenthalben gesichtet, er habe in dieser Beziehung mehr geleistet als die Naturforscherversammlung. Das sei eine wahre Kulturarbeit und daher habe auch der Ortsausschuß freudig mitgearbeitet, daß diese Tagung vorzüglich ausfalle und der guten Sache förderlich sei.

Allen diesen Begrüßungen antwortete der Vorsitzende des Vereins, Herr Direktor Thaer aus Hamburg, mit Worten tiefempfundenen Dankes. Besonderen Dank spendete er auch der hingebenden Arbeit des Ortsausschusses. Zum dritten Male öffne Halle seine Tore, trotzdem der Verein nicht mit blendenden Schlagworten komme, sondern vornehmlich stille Arbeit leiste. Wohl fehle es nicht an Männern in seiner Mitte, die neue Ideen kraftvoll vertreten und anregend wirken; aber der Verein habe sich stets daneben der Pflege des historisch Gewordenen angenommen und den Gedanken zu fördern gesucht, daß seine Fächer nicht nur Kenntnisse vermitteln, nicht nur formal bilden, sondern erziehend und veredelnd wirken. Möge eine reiche Frucht auch der diesjährigen Tagung Lohn sein.

Das Gedächtnis der verstorbenen Vereinsmitglieder, der Herren Professoren Ahrendt-Magdeburg, Bußmann-Münster, Coester-Gr. Lichterfelde, Hagen-Crefeld, Harmuth-Berlin, Jackwitz-Bromberg, Krüger-Hannover, Mitscherlich-Bremen, Nitschke-Perleberg, Richter-Quedlinburg, Schmidt-Hamburg, Schubring-Erfurt, Sumpff-Breslau ehrte die Versammlung durch Erheben von den Sitzen.

In der Geschäftssitzung erstattete der Kassenführer, Herr Prof. Presler Bericht. Auf Antrag der Herren Rechnungsprüfer wurde dem Vorstand Entlastung erteilt und dem Herrn Kassenführer der Dank der Versammlung ausgesprochen. Die ausscheidenden Vorstandsmitglieder, die Herren Bode, Presler und Thaer wurden wiedergewählt. Auf die von Herrn Prof. Dr. Fischer überbrachte Einladung hin wurde München als Versammlungsort für 1913 gewählt. Der Beitrag, den die Kasse für jedes Vereinsmitglied für die Lieferung der Unterrichtsblätter an den Verleger, Herrn Dr. Salle, abzuführen hat, wurde auf M 2.80 festgesetzt und zwar rückwirkend vom Beginn des Jahres 1912 an. Dem um die Förderung des Vereins hochverdienten Herrn Verleger wurde der besondere Dank und Glückwunsch zu seinem 25jähr. Geschäftsjubiläum ausgesprochen. Der Berliner Verein für den physikalischen Unterricht wurde als Ortsgruppe anerkannt. Dem leider durch einen schweren Unfall am Erscheinen verhinderten Vorstandsmitglied Herrn Prof. Dr. Poske wurden die besten Wünsche durch ein Telegramm übermittelt. Ein Beschluß über den Eintritt in den Bund für Schulreform wurde auf die nächste Hauptversammlung vertagt.

Die mathematisch-physikalischen Vorträge.

In der ersten allgemeinen Sitzung, der Herr Geheimrat Wangerin präsidierte, sprach

Herr Geheimrat Dorn: über Radioaktivität. Er gab zuerst die seit dem ersten Funde Becquerels 1896 rasch sich folgenden bahnbrechenden Entdeckungen, die eine völlig neue Welt eröffneten. Nach Rutherfordert wandelt sich von N radioaktiven Teilchen ein bestimmter Bruchteil während des Zeitelements dt um, was durch die Gleichung

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

analytisch ausgedrückt wird. Hieraus folgt die Gleichung $N_t = N_0 e^{-\lambda t}$, wobei λ die Abklingungskonstante genannt wird. Daneben gibt man noch die sogenannte Halbierungszahl

$$\frac{\log \text{nat}\, 2}{\lambda}$$

an. Ein Teil der radioaktiven Substanzen schleudert sogenannte α-Teilchen aus, die sich unzweideutig als Helium erwiesen haben. Man hat berechnet, daß 1 g Radium in der Sekunde $3{,}4 \cdot 10^{10}$ α-Teilchen abgibt und im Jahre 135 ccm Helium entwickelt. Die β-Strahlen, die mit einer Geschwindigkeit von 2,36 bis $2{,}85 \cdot 10^{10}\, cm\, sec^{-1}$ ausgesendet werden, sind negative Elektronen und endlich sind die γ-Strahlen Stoßwellen im Aether analog den Röntgenstrahlen.

An einer Reihe von Tabellen wurden die Umwandlungsprodukte der radioaktiven Substanzen mit ihren charakteristischen Konstanten und den von ihnen ausgehenden Strahlen besprochen. Ein höchst einfacher und überzeugender Versuch machte den Begriff der begrenzten Reichweite der α-Strahlen anschaulich. Danach ging der Vortragende auf die neueren Ergeb-

nisse über den Rückstoß bei *Ra*-Emanation, *Ra A*, *Ra C* und *Ra F* ein, auf die Spaltung in zwei Umwandlungsprodukte bei *Ra B* und *Ur* und auf die interessanten Rechnungen von Strutt über das aus dem Uran- und Heliumgehalt der Gesteine folgende Alter:

Oligozän .	8,4	Mill. Jahre
Eozän . .	31,0	„ „
Kohle . .	150	„ „
Sphen . .	710	„ „

Endlich wurde noch die neu festgesetzte *Ra*-Normale, das „Curie“ und die von Schweidlerschen Schwankungen besprochen.

Den zweiten Vortrag hielt das Ehrenmitglied des Vereins, Herr Oberrealschuldirektor Dr. Schotten, der die bisher erschienenen Hefte der Internationalen mathematischen Unterrichtskommission (IMUK) besprach und mit dem Lessingschen Worte schloß: „Wir wollen weniger erhoben, doch fleißiger gelesen sein“!

Die mathematisch-physikalische Abteilung am Nachmittag befaßte sich mit pädagogischen Dingen. Zunächst gab Herr Direktor Dr. Möhle-Hagen einen Ueberblick über den mathematischen Unterricht an höheren Mädchenschulen Preußens. Dieser Unterricht an den Lyzeen bedarf noch sehr der Mitarbeit der Lehrer auch an den Knabenschulen. Vergleicht man den tatsächlichen Zustand mit den neuesten Bestimmungen, so findet man einen großen Unterschied. In der alten Mädchenschule (1894—1908) war Rechnen Nebenfach, ein algebraischer Unterricht war vollständig ausgeschlossen. Nicht einmal Rechenfertigkeit wurde erreicht und das Fach wurde den Schülerinnen geradezu unleidlich gemacht. Mechanisch wurden immer wieder die bürgerlichen Rechnungsarten durchgenommen und im Seminar trat nur noch die Körperberechnung dazu. Die neuen Bestimmungen vom 18. August 1908 stellten als Grundsatz auf, daß ein Ueberwuchern der Phantasie verhütet werden müsse, daß die Verstandesbildung nicht zurückstehen dürfe und daher die Mathematik als notwendiger Gegenstand des Unterrichts Hauptfach sei, „doch soll die weibliche Eigenart dadurch nicht beeinträchtigt werden“. Folgerichtiges Denken, kurze und treffende Ausdrucksweise soll erzielt werden. Die wöchentliche Stundenzahl wird von 15 bis 17 auf 21 erhöht. Im Pensum entsprechen die 4. bis 1. Klasse etwa der IV bis III a der Realschulen. Im Oberlyzeum sind wöchentlich 4 Stunden vorgeschrieben. Die wichtigste Aufgabe ist Schulung des Geistes. Die Einführung in die Buchstabenrechnung erfolgt anschaulich unter möglichster Verwendung der graphischen Darstellung; der erste Geometrieunterricht ist induktiv mit reichlichem Zeichnen. Ueberall Anwendung auf konkrete Beispiele, möglichst überall funktionales Denken! Nach den bisherigen Erfahrungen kann man nur sagen, daß die Stundenzahl viel zu gering, daß also die Reform unzureichend ist. Die Klassen 6, 5, 4 sollen in drei wöchentlichen Stunden dasselbe Pensum verarbeiten, das die Knaben in den Realschulen in vier bis fünf Stunden wöchentlich bewältigen. Man braucht nur die Lehrordnung zu betrachten, um einzusehen, daß es unmöglich ist, das Ziel zu erreichen, nämlich sicheres Rechnen, Sachkenntnis zu vermitteln, eine Vorbereitung für den mathematischen Unterricht zu sein. Daher treten die Schülerinnen schlecht vorbereitet in den mathematischen Unterricht ein. Die vierte Rechenstunde ist also unbedingt nötig. Was den mathematischen Unterricht anlangt, so stützt sich der Vortragende bei seinen Darlegungen außer auf seine eigenen Beobachtungen auf die Antworten, die ihm auf Grund einer Rundfrage von 120 Lyzeen zugegangen sind. Wünsche sind auch hier zahlreich. Es sollen die formalen Operationen der Algebra eingeschränkt, die Anschauung, das funktionale Denken und die praktischen Anwendungen mehr betont werden. Weitere Wünsche beziehen sich auf stereometrisches Zeichnen. Der propädeutische Unterricht darf nicht zu weit getrieben werden, sonst haben die Mädchen kein Bedürfnis mehr nach strengen Beweisen. Um ein Gegengewicht gegen die bisher über Gebühr vorwiegende ästhetische Bildung zu bieten, muß das logische Element unbedingt mehr betont werden als bei den Knaben. Auch Funktionsbetrachtungen sind zur logischen Bildung nötig, wobei aber die graphische Darstellung durchaus nicht das einzige Mittel ist. In den Vorschriften ist tatsächlich eine einseitige Ueberschätzung der graphischen Darstellung zu finden. Nebenbei wurde bemerkt, daß ein Provinzialschulkollegium ein Lehrbuch nur deshalb abgelehnt habe, weil in ihm zu wenig graphische Darstellungen und keine bunten Figuren seien. Die methodisch und breit angelegten Lehrbücher sind nicht zum Unterricht geeignet; nicht die Methode macht den Lehrer, sondern der Lehrer macht die Methode. Sollen nicht alle guten Absichten der Reform auf dem Papiere stehen bleiben, so muß auch hier die vierte Wochenstunde, die übrigens erst zwei Tage vor der Veröffentlichung gestrichen sein soll, gefordert und bewilligt werden.

Noch viel trostloser sieht es im naturwissenschaftlichen Unterricht aus. Die Physik ist auf zwei Lehrgänge verteilt, die Chemie dient als Stütze für die Biologie, die sehr erweitert ist. Früher waren es im ganzen 14 Stunden, jetzt sind es nur drei Stunden mehr, also 17 Stunden. Die Verteilung des Stoffes auf die einzelnen Schuljahre muß als unausführbar bezeichnet werden. Jedenfalls ist auch hier kein Gegengewicht gegen die Phantasiewelt der Mädchen erreicht.

Endlich geht der Vortragende noch auf die Begabung der Mädchen für Mathematik und Naturwissenschaft ein. Von den Antworten stellen 74 % die gleiche Veranlagung von Mädchen und Knaben fest, 70 % dasselbe Interesse dafür und 10 % stellen ein größeres Interesse bei Mädchen wie bei Knaben fest. Von allen deutschen Abiturientinnen vorigen Jahres haben sich ebensoviel dem Studium der Mathematik und Naturwissenschaften zugewendet, wie allen übrigen Fächern zusammen.

Eine der beschränkten Zeit wegen kurze, aber lebhafte Debatte schloß sich dem anregenden Vortrage an.

Kurz mußte sich auch der nächste Redner fassen, Herr Oberlehrer Bungers, der zur Reform des Rechenunterrichts sprach. Er stellte die bekannten Forderungen auf, daß der Rechenunterricht für das praktische Leben und für den mathematischen Unterricht vorbereiten müsse und bemerkte als Tatsache, daß es heute noch Leute gäbe, die die Unmöglichkeit der zweiten Forderung behaupteten. Früher war eine starke Kluft zwischen dem mathematischen und dem Rechenunterricht, der Sprung über diese Kluft gelang nur wenigen Schülern, und so bildete sich die Meinung, daß die Ausführung dieses Sprunges an eine besondere Begabung gebunden sei. Es hat lange gedauert, bis man einsah, daß die Kluft beseitigt werden müsse und könne. Einerseits muß die mathematische Strenge vorsichtig gegeben werden, andererseits muß sich der Rechenunterricht dem mathematischen angleichen. Korrekter Ausdruck, Klammern, die richtige

Verwendung des Gleichheitszeichens muß schon von Anfang an gefordert werden. Schon von V an kann man allmählich, namentlich in der Bruchrechnung, Buchstaben einführen; der Schüler muß aber dabei das Gefühl haben, daß damit ein Fortschritt gegeben ist. Nur darf man das nicht systematisch machen, sondern zum Abschluß, als kurzen Ausdruck. Auch der propädeutische Geometrieunterricht gibt dazu Veranlassung; beim n-seitigen Prisma mit seinen $3n$ Kanten, $n+2$ Flächen, $2n$ Ecken usw. Das muß dann im Geometrieunterricht fortgesetzt werden: Winkelsumme im n-Eck, Zahl der Schnittpunkte von n Geraden, Anzahl der Diagonalen des n-Ecks usw. Aber immer erst in bestimmten Zahlen ermittelt, dann als Schluß die Formel, die nun für bestimmte Zahlen ausgewertet wird.

Ein großer Teil der Aufgaben vieler Rechenbücher überschreitet das Maß dessen, was fruchtbar ist. Statt dessen kann man dem Schüler zeigen, daß viele Aufgaben durch Einführung von Buchstaben einfacher hingeschrieben werden können und daß damit das Gedächtnis entlastet wird. Durch diese vorbereitende Einführung in ein neues Gebiet soll das Kopfrechnen ja nicht eingeschränkt werden. Der Rechenunterricht ist neben dem Geschichtsunterricht am meisten geeignet für die staatsbürgerliche Erziehung, und die Schule erfüllt durch die Ausbildung des Unterrichts nach dieser Seite hin nur eine ihr zukommende Pflicht! (Vergl. den Vortrag von Lilienthal bei der vorigen Jahresversammlung in Münster). Aber die Aufgabenbücher, auch z. T. die für die Gymnasialquarta, enthalten das ganze kaufmännische Rechnen, sogar Zinseszinsrechnung findet sich vor. Der Schüler hat aber keine Erfahrung und es fehlt ihm bei den Rechnungen des bürgerlichen Geldverkehrs die dazu nötige Denkfähigkeit, sobald die einfachsten Verhältnisse verlassen werden. Für die Stoffe der bürgerlichen Rechnung muß eine spätere Jahresstufe gewählt werden, damit mit einem Minimum von Arbeit ein Maximum von Leistung erreicht wird; jetzt ist es gerade umgekehrt. Was man von einem gebildeten Erwachsenen erwartet, das darf erst am Schluß der Schule verlangt werden und nicht schon in IV! Man hat es versäumt, den Stoff der IV dem kindlichen Anschauungskreise anzupassen. Aber auch die Ausdrucksweise paßt nicht nach IV. Die Darstellung darf weder die des Kaufmanns noch die des Mathematikers sein. Dazu kommt noch erschwerend die Kürze der Zeit. Die Fortsetzung der bürgerlichen Rechnungsarten muß auf der Oberstufe erfolgen, wo man nicht immer bloß dieselben Rechenaufgaben behandeln darf. Zum Schluß stellte der Vortragende folgende vier Leitsätze auf:

1. die Vorbereitung des mathematischen Unterrichts beginnt in V;
2. die bürgerlichen Rechnungsarten betreffen in den Unterklassen nur die einfachsten Prozentaufgaben;
3. die Darstellung muß dem Knabengeiste angepaßt sein;
4. der Abschluß der bürgerlichen Rechnungen erfolgt auf der Oberstufe.

Zum Schluß legte noch Direktor Lorey-Leipzig vier Bändchen der bei B. G. Teubner neu erschienenen Mathematischen Bibliothek (herausgegeben von W. Lietzmann und A. Witting) mit warmen Worten der Empfehlung vor.

In der zweiten allgemeinen Sitzung, der Herr Direktor Schotten präsidierte, hielt Herr Prof. Walther von der Universität Halle einen durch Lichtbilder erläuterten glänzenden Vortrag über die algonkischen Urwüsten. Man kennt, so führte der Redner etwa aus, in Deutschland 8000 bis 9000 m der Erdrinde und zwar wegen der Verwerfungen und Verschiebungen, die nach den Ablagerungen eingetreten sind. Mehr als 100 Jahre exakter Forschung hat zur Feststellung aller Schichten geführt, fast jeder Meter hat seinen Namen. Geht man aber durch die 9000 m hindurch, so kommt man auf das Grundgebirge, das Murchison und Sedgwick enträtselt haben; auch das Grundgebirge läßt sich gliedern, man kann ältere und jüngere Gebirge überschauen und man würde, wenn man alles glatt untereinander schichtete, weitere 6000 m in die Tiefe kommen. Die ältesten, Versteinerung führenden Schichten sind Silur und Kambrium, unter dem Kambrium liegt das Algonkium, das man zuerst am Colorado-Cañon, dann auch in Schottland und Skandinavien entdeckte. Es sind Wüsten mit Dünen, wo man natürlich keine Wassertiere finden kann. Im obersten Silur lebten schon luftatmende Skorpione, alle anderen Tiere sind Wassertiere, die Pflanzen nur Wasserpflanzen. Während der Devonzeit entsteht in Europa etwas merkwürdiges: man findet Zähne von Fischen, die neben den Kiemen auch Lungen besitzen. In der Devon- und Karbonzeit erfolgte wohl die Einwanderung von Tieren und Pflanzen aus dem Wasser auf das Land. Vorher also hatte die Erde wahrscheinlich keine schützende Pflanzendecke, die mit ihrem Wurzelfilz das Erdreich festhalten, den Bergschutt festigen konnte. Damit wird es aber auch klar, daß damals die atmosphärischen Einflüsse freies Spiel hatten. Regen und Sonnenschein wirkten auf die ungeschützte Erde und das Festland war eine Wüste. Auch die Winde fanden damals keinen Widerstand, da Bäume fehlten. Man kann daher für etwa 4000 m der algonkischen Schuttmassen nicht dieselbe Zeitberechnung ansetzen wie für die Meeresablagerungen, da die Atmosphärilien mit ungeheuerer Intensität an der Ansammlung von Schutt arbeiten konnten. Vielleicht sind während dieser Zeit im Meere nur 10 m abgelagert worden. Als sicheres Resultat ergibt sich uns nur: die alte Erde war wüst und leer!

Den nächsten Vortrag hielt Geheimrat Münch-Darmstadt über die Verwendung der Kinematographie im geometrischen Unterricht. Er führte dabei einen 350 m langen Film mit 12000 Einzelbildern vor und erläuterte die Verwendungsfähigkeit des Kinematogrammes an 10 Bilderreihen in vier Gruppen.

I. Gruppe: Anwendung im elementaren Unterricht zur Verdeutlichung der Beweisführung.

Beispiel: Der Euklidische Beweis des Pythagoreischen Lehrsatzes.

II. Gruppe: Unterstützung des funktionalen Denkens durch Bewegungsvorgänge.

Beispiel: Tangenten an einen und an zwei Kreise.

III. Gruppe: Entstehung geometrischer Oerter.

Beispiele: Kreise, die einen festen Kreis berühren und durch einen festen Punkt gehen; Krümmungskreise der Ellipse; Kreise, die zwei feste Kreise berühren.

IV. Gruppe: Büschel von Kurven dritter Ordnung durch neun gegebene Punkte.

Bewegungen im Sonnensystem nach Ptolemäus und nach Kopernikus.

Zum Schlusse machte der Vortragende noch darauf aufmerksam, daß man auch mit dem Kinobild experimentieren könne.

Der dritte Vortrag von Prof. Gebhardt wird an anderer Stelle besprochen.

In der Sitzung der mathematischen Abteilung sprach Herr Prof. Schrader über die synthetische und analytische Behandlung der Kegelschnitte. Im Interesse der Konzentration und Vereinfachung des Unterrichts möchten beide Methoden nicht nach-, sondern nebeneinander Verwendung finden. Die in dieser Richtung vorgehenden Bücher sind meist für Schulzwecke zu hoch. Auch die drei Kegelschnitte können von Anfang an nebeneinander behandelt werden, damit ihre gemeinsamen Eigenschaften klar vorangestellt werden. Als gemeinsame Definition empfiehlt sich die auf den Brennpunkten beruhende. Brennpunkte und Leitlinien werden zunächst am Kegel erklärt; die Sätze, die in der Schule synthetisch abgeleitet sind, mögen dann zu Hause analytisch errechnet werden. Dabei ist aber auch das Zeichnen nicht zu vernachlässigen. Eine schöne Anwendung der Kegelschnitte bietet die graphische Auflösung der Gleichungen dritten und vierten Grades, bei der man eine auf Gelatinepapier gezeichnete Parabel auf eine Schar von gleichseitigen Hyperbeln legt. Für den zweiten Teil der Kegelschnittslehre (Pol und Polare, Sätze von Pascal und Brianchon) ist die analytische Behandlung für die Schule zu umfangreich; da tritt dann die Ableitung entweder aus dem Kreis oder mit Hilfe der Geometrie der Lage ein.

Hierauf sprach Herr Oberlehrer Dr. Kluge-Lissa über diophantische Gleichungen zweiten Grades. Den Ausgangspunkt bildete die von Gauß in den Disquis. arithm. art. 200 gegebene Formel für die fortlaufenden Lösungen der sog. Pellschen Gleichung $t^2 - Du^2 = +1$. Wenn diese Formel in den einschlägigen Lehrbüchern und Kompendien keine Aufnahme gefunden hat, so mag das einen doppelten Grund haben. Einmal stehen die von Gauß gegebenen Symbole t_n, u_n in keinem unmittelbaren Zusammenhang mit der bekannten Dirichletschen Lösung, dann aber gilt sie nicht für die Gleichung $t_n^2 - Du_n^2 = (-1)^n$. Es wurde nun dieser Gaußsche Algorithmus zunächst aus der Dirichletschen Lösung abgeleitet, dann wurde auf Grund eines vom Vortragenden auf der Posener Philologenversammlung Oktober 1911 gegebenen Algorithmus die entsprechende Formel für

$$t_n^2 - Du_n^2 = (-1)^n$$

aufgestellt und an einem Beispiel erörtert [$D = k^2 + 1 = 10$]. Die resultierenden Wertepaare lieferten dann gleichzeitig die Fundamentalwerte für

$$D = \lambda^2 (k^2 + 1); \; [= 40, 90, 160, 250].$$

Zum Schluß wies der Vortragende auf einige Identitäten hin, durch die sich die Fundamentalwerte T, U unmittelbar aus der Natur der Zahl D elementar bestimmen lassen, und die der Legendreschen Tabelle ein organisches Gepräge verleihen. Es dürfte von Interesse sein nachzuforschen, ob Legendre sich bei der Aufstellung seiner Tabelle solcher Identitäten bedient hat. Die am Schlusse seiner Tabelle gegebenen Bemerkungen lassen eher das Gegenteil vermuten.

Im Auftrage und auf Einladung des Vorstandes fanden am Nachmittag des 29. Mai zwei Vorträge über einheitliche Bezeichnungsweisen in der Elementarmathematik und in der Physik statt. Den ersten hielt Herr Dr. Lietzmann-Barmen. Er erörterte, welche Gründe für einheitliche Bezeichnungen sprechen und welche Wahl zu treffen sei. Wenn jemand a^b für $a + b$ schreibt, so kann man ihn nicht mit logischen Gründen überzeugen, aber man wird ihn nicht ernst nehmen und wenn, wie in einem Programm von 1909, jemand $df(x)$ statt $\frac{df(x)}{dx}$ schreibt, so kann man nur mit dem Kopf schütteln. Eine Regelung der Bezeichnungen scheint geboten, es schadet nichts, wenn die natürliche Zuchtwahl künstlich beschleunigt wird. Maße und Gewichte sind in Deutschland ohne Punkt zu schreiben, bei Dezimalbrüchen ist ein Komma zu setzen. Es handelt sich bei dieser Frage auch darum, welche Typen der Drucker braucht wie δ, d, ∂, $\triangle$, $=$, $\equiv$. Ferner: soll man $\sim$ oder $\approx$ für „angenähert gleich" setzen, soll das Aehnlichkeitszeichen $\sim$ oder $\backsim$ gemacht werden, soll man — was sehr empfehlenswert erscheint — das englische Zeichen $\therefore$ für „folglich" einführen? Soll man schreiben dürfen „die $\triangle\triangle$ sind $\cong$"? Sollen Punkte mit großen, Linien überall mit kleinen lateinischen Buchstaben bezeichnet werden? Wie steht es mit den festen Bezeichnungen π, e, i; r, p; a und b für die Achsen der Ellipse? Eine Warnung vor zuviel Regulierung ist hier am Platze. Soll man Rechenschemata vorschreiben, norddeutsche oder süddeutsche Subtraktion (eine Rundfrage ergab das Stimmenverhältnis 1:1)? Wie weit sollen die Namen der Gebilde verdeutscht werden?

Damit sind die Gebiete der Elementarmathematik gekennzeichnet. Die Hochschulmathematik kann keinesfalls mit hineinbezogen werden, ein Blick auf die Vektoranalysis lehrt das. Zur Schulmathematik muß man aber rechnen die Infinitesimalrechnung, Geometrie der Lage und Determinanten. Außerdem ist natürlich Sorge zu tragen, daß kein Widerspruch zwischen der Schulmathematik und der höheren entsteht, wie z. B. leicht bei der Bezeichnung algebraischer Zahlen! Endlich müssen auch die Volksschulen die Bezeichnungen nach ihrer Festlegung annehmen.

Was die Grundsätze anlangt, nach denen die Festsetzung der Bezeichnungen geschehen soll, so muß zuerst anerkannt werden, daß da, wo die Gewohnheit bereits entschieden hat, nichts geändert werden darf. Aber trotzdem wird eine Fülle strittiger Fälle bleiben. Sollen sie durch Abstimmung entschieden werden? Wonach soll die Majorität berechnet werden, nach den Lehrbüchern oder nach den Schulen? Soll man auf die erste historische Schreibweise zurückgehen? Euler hat 1720 die Bezeichnungen tang, tag, tg, tng nebeneinander. Manche Bezeichnungen ergeben sich aus drucktechnischen Rücksichten, aus Erwägungen der Augenhygiene und endlich aus ästhetischen Gründen. Mit einem Hinweis darauf, daß der DAMNU sich demnächst mit der Frage beschäftigen soll, schloß der Vortragende seine Darlegungen.

Ueber die physikalischen Beziehungen sprach Herr Prof. Heyne-Berlin. Ursprünglich sollte der Berliner Verein zur Förderung des physikalischen Unterrichts die Frage bis zu einem gewissen Abschluß gebracht haben, aber die schwere Erkrankung des Herrn Poske kam hindernd dazwischen. So konnte der Vortragende nur für seine Person sprechen. Wenn auch keine engen Fesseln angestrebt werden sollen, so müssen doch gewisse Richtlinien feststehen. Allgemein üblich ist g für die Fallbeschleunigung, i und e beim Ohmschen Gesetz. Ziemlich allgemein sind s und t für Weg und Zeit, T für die Schwingungsdauer, m für die Masse.

Die Bedürfnisse der Schule sind anders geartet als die der Hochschule, namentlich soweit Ingenieure

Architekten usw. in Frage kommen. Bei diesen muß die Formel fertig sein zur Anwendung, in der Schule soll sie abgeleitet und nicht schematisch verwendet werden; die Zahl der immer fertig für den Gebrauch vorliegenden Formeln muß da möglichst beschränkt werden. Sehr praktisch sind die Bezeichnungen, die Helm in seiner Mechanik anwendet, wo dem g der Schwerebeschleunigung das Gewicht G, der Beschleunigung p die Kraft P entspricht. Für Arbeit oder Energie, für spezifische Wärme usw. besondere Bezeichnungen festzusetzen, ist nicht nötig. Beim Ohmschen Gesetz bietet der Widerstand einige Schwierigkeit, w und r sind beide im Gebrauch. Der Redner schlägt zum Schluß vor, daß die Verfasser von Lehrbüchern unter sich die einfachsten Bezeichnungen festlegen möchten und daß jeder in seinem Kreise die Sache fördern solle.

In der Diskussion ergriff zunächst der Vorsitzende, Direktor Bode-Frankfurt a. M., das Wort und führte kurz aus, daß, wenn die Mathematiker sich einigen, dies auch für die Physiker unbedingt nötig sei. Wer das bezweifle, dem fehle das Mitleid mit den Schülern. Wenn in eine IIa Schüler aus zehn verschiedenen Schulen kämen, so hätten sie zehn verschiedene Bezeichnungen und müßten umlernen.

Herr Prof. Pietzker macht die Bemerkung, daß vom Patentamt die Indizes rechts oben, wie Exponenten, geschrieben werden. Er macht aber weiter auf einen bemerkenswerten Unterschied aufmerksam: in der Mathematik sind die Zeichen log, tan, sin, γ usw. Abkürzungen von bestimmten Operationen oder Funktionen, in der Physik muß jede Bezeichnung besonders erklärt werden und zwar jedesmal.

Herr Prof. Gebhardt-Dresden bestätigt, daß etwas geschehen müsse, es müsse ein Kanon aufgestellt werden. Als Uebergangsbestimmungen ist notwendig, daß 1. alle Fachkollegen einer Anstalt dieselben Bezeichnungen brauchen und 2. daß dies die Bezeichnung des eingeführten Lehrbuches ist.

Herr Weise rät zur Vorsicht, man möge nicht zu schnell vorgehen.

Auf Vorschlag des Vorsitzenden beschloß die Versammlung, daß die weitere Bearbeitung der Frage für die Mathematik dem vom DAMNU gewählten Ausschuß, dem sieben Vereinsmitglieder angehören, und für die Physik dem von der Berliner physikalischen Ortsgruppe gewählten Ausschuß unter Zuziehung von Herrn Direktor Grimsehl-Hamburg übertragen werde mit dem Auftrag, in der nächsten Hauptversammlung über das Ergebnis zu berichten.

Den Schluß des wissenschaftlichen Teiles bildeten einige glänzende Experimentalvorträge am Mittwochnachmittag und Donnerstagvormittag im physikalischen und chemischen Institut der Universität unter Vorsitz der Herren Prof. Pietzker und Direktor Grimsehl.

Herr Prof. Spies-Posen führte ein elektrodynamisches Pendel vor, das unter Anwendung von Gewichten zur Strommessung dienen kann, das zweitens zusammen mit einem Vergleichspendel zur Demonstration des Elektrizitätszählers nach Aron und endlich drittens als Resonanzpendel verwendbar ist. Eine zweite Versuchsreihe betraf die elektrische Resonanz mit besonderer Darstellung der Schwebungen. An dritter Stelle wurden die orzillatorischen Entladungen nach Feddersen vorgeführt. Der Redner schloß mit sehr klaren und durch interessante Experimente belebten Ausführungen über die durch mechanische Koppelung erzeugten Schwebungen. Die Apparate, deren genauere Beschreibung demnächst in den Unt.-Bl. und in der Ztschr. f. d. phys. und chem. Unterr. erfolgt, werden von dem Mechaniker Förster-Posen gebaut.

Herr Direktor Grimsehl betont in seiner Einleitung, daß im Unterrichte die elektrolytischen Versuche ebenso wie die Messungen von Wärmemengen unbequem sind, weil Zeit dazu gehört. Seine Bemühungen waren daher darauf gerichtet, durch passende Versuchsanordnungen unbeschadet der Deutlichkeit und Klarheit der Ergebnisse die Zeitdauer möglichst zu verkürzen. Er stellte Na aus geschmolzenem $Na\,HO$ dar, den Zinkbaum in einer dünnen horizontalen Schicht; Bleichlorid gibt in geschmolzenem Zustande Blei und Chlor. Andere Versuche betrafen die Leitfähigkeit, Konzentrationsänderungen und endlich die Elektrolyse von Kochsalz.

Herr Prof. Schmidt behandelte in seinem Vortrag über elektrische Resonanzvorgänge zunächst in einer längeren mathematischen Einleitung die Theorie der elektrischen Schwingungen und integrierte die dabei aufgestellten Differentialgleichungen. Die so erhaltenen Ergebnisse wurden dann durch elegante Experimente (Frequenzmessungen bei Aenderung von Kapazität und Widerstand usw.) erprobt. Zum Schluß ging er auf die Stoßerregung der drahtlosen Telegraphie ein, die durch Versuche mit dem Oszillographen illustriert wurden. A. Witting.

Verzeichnis der Teilnehmer an der XXI. Hauptversammlung in Halle a. S.

(*** Anzahl der begleitenden Damen.)

1. Ackermann,* Hofrat Dr. ing., Leipzig
3. Albert, Oberl. Dr., Zwickau
4. Apel,* Prof., Halle a. S.
5. Apold, Prof., Bernburg
6. Bahrdt, Oberl. Dr., Gr.-Lichterfelde
7. Balkenhol, Oberl., Witten
8. Beck, Prof. Dr., Leipzig
9. Beyse, Prof. Dr., Bochum
10. Biedermann, Hofrat Prof. Dr., Dresden
11. Biereye,* Prof., Gr.-Lichterfelde
13. Bochow, Dir. Dr., Nordhausen
14. Bode, Dir. Dr., Frankfurt a. M.
15. Brendel, Stadtschulrat, Halle a. S.
16. Brode, stud. math., Halle a. S.
17. Bühring, Prof. Dr., Wernigerode
18. Bungers,* Oberl. Dr., Halle a. S.
20. Cario, Oberl. Dr., Halle a. S.
21. Dankwortt, Prof. Dr., Magdeburg
22. Darnahl, stud. math., Halle a. S.
23. Depold, cand. rer. nat., Halle a. S.
24. Diesing, Prof. Dr., Halle a. S.
25. Doermer, Oberl. Dr., Hamburg
26. Dorn, Geh. Rat Prof. Dr., Halle a. S.
27. Dreßler, Prof., Dresden
28. Dürll, Oberl. Dr., Leipzig
29. Edler,* Prof. Dr., Halle a. S.
31. Ecknig, Oberl., Brandenburg a. H.
32. Engel, Oberl., Halle a. S.
33. Engler, Oberl. Dr., Bochum
34. Fink, Prof. Dr., Frankfurt a. M.
35. Fischer, Prof. Dr., München
36. Fricke, Prof. Dr., Bremen
37. Friedrich, Prof., Solingen
38. Fritzsche, Oberl. Dr., Halle a. S.
39. Gebhardt, Prof. Dr., Halle a. S.

40. Gebhardt, Prof. Dr., Dresden
41. Gerhardt, Prof. Dr., Potsdam
42. Giesing,* Oberl. Dr., Halle a. S.
44. Götting, Prof. Dr., Göttingen
45. Grävinghoff, Dr., Arzt, Halle a. S.
46. Greiner, Oberl., Halle a. S.
47. Grimsehl, Dir. Prof., Hamburg
48. Günther, Oberl. Dr., Halle a. S.
49. Gutzmer,*** Prof. Dr., Halle a. S.
53. Haacke, Prof. Dr., Wohlau
54. Haffner, Prof. Dr., Erlangen
55. Haßeroth, Prof., Züllichau
56. Herrmann, stud. rer. nat., Halle a. S.
57. Hertzberg, Prof. Dr., Halle a. S.
58. Heß, Prof. Dr., Nürnberg
59. Heyne, Prof., Berlin
60. Höhnemann, Prof. Dr., Landsberg a. W.
61. Hollaender, Prof. Dr., Hildesheim
62. Holtze, Prof., Naumburg a. S.
63. Hornbogen, Prof., Pößneck
64. Kämpfer, Prof. Dr., Leipzig
65. Kampe, Prof., Halle a. S.
66. Karsten,* Prof. Dr., Halle a. S.
68. Kaufholz, Prof. Dr., Goslar a. H.
69. Kieseler,* Oberl., Erfurt
71. Kleber, Prof. Dr., Dresden
72. Kleint, Obl. Dr., Frankfurt a. O.
73. Klotz, Prof. Dr., Bitterfeld
74. Kluge, Oberl. Dr., Lissa i. P.
75. Koch, Prof., Auerbach i. V.
76. Kolb, Prof. Dr., Wetzlar
77. Krüß, Fabrikant Dr., Hamburg
78. Lampe, Cand. d. h. L., Erfurt
79. Lange, Oberl. Dr., Forst i. L.
80. Lehmann, Oberl. Dr., Eutin
81. Levin, Dir. Dr., Braunschweig
82. Lier, Oberl. Dr., Adlershof
83. Lietzmann, Oberl. Dr., Barmen
84. v. Lilljeström, Prof., Osterode a. H.
85. Lindemann, Oberl., Halle a. S.
86. Lindenmaier, Oberl., Sondershausen
87. Lippold, Oberl., Torgau
88. Löwenhardt,* Prof. Dr., Halle a. S.
90. Löwenhardt, Elisabeth, stud. med., Halle a. S.
91. Löwenhardt, W., Ref., Halle a. S.
92. Lorey,* Dir. Dr., Leipzig
94. Lorey, Dir., Frankfurt a. M.
95. Ludwig, Prof., Frankfurt a. O.
96. Meinicke, Oberl. Dr., Stettin
97. Melchior, Prof. Dr., Fulda
98. Meyer, Prokurist, Leipzig
99. Möhle, Dir. Dr, Hagen i. W.
100. Mosch, Oberl. Dr., Berlin
101. Münch, Geh. Schulrat Dr., Darmstadt
102. Nöllner, Prof. Dr., Zwickau
103. Oels,* Prof. Dr., Halle a. S.
105. Paschen, Oberl. Dr., Bochum
106. Petzold, Reall. Dr., Glauchau a. H.
107. Pietzker, Prof., Nordhausen
108. Post, stud. math., Halle a. S.
109. Presler,*** Prof., Hannover
113. Presler, O, stud. math, Göttingen
114. Puff, Prof. Dr., Krefeld
115. Quelle, Verlagsbuchhändler, Leipzig
116. Rabes, Oberl. Dr., Halle a. S.
117. Reiße, Oberl., Stralsund
118. Richm, Prof. Dr., Halle a. S.
119. Rühlmannn, Prof., Halle a. S.
120. Salle,* Dr., Verlagsbuchhändl., Berlin
122. Schimmer, Oberl. Dr., Chemnitz
123. Schmid,* Bastian, Oberl. Dr., Zwickau
125. Schmidt, K., Prof. Dr., Halle a. S.
126. Schoenichen, Prof. Dr., Schöneberg-Berlin
127. Schotte, Oberl., Chemnitz
128. Schotten,* Dir. Dr., Halle a. S.
130. Schrader,* Prof. Dr., Halle a. S.
132. Schröder, Oberl., Halle a. S.
133. Schröder, W., Oberl. Dr., Zeulenroda
134. Schulze,* Prof., Wollstein i. P.
136. Schumacher,* Cand. phil., Altenburg
138. Schweinfurth, Oberl., Detmold
139. Seifert, Oberl., Zwickau
140. Spieß, Prof. Dr., Posen
141. Sporbert, Oberl., Dresden
142. Stade,** Prof., Halle a. S.
145. Stäckel, Geheimrat Prof. Dr., Karlsruhe i. B.
146. Staudinger, Dr., Halle a. S.
147. Strodtmann, Dir. Dr., Wilhelmsburg
148. Suchsland, Prof. Dr., Halle a. S.
149. Tafelmacher, Dir., Dessau
150. Taubert,* Oberl. Dr., Dessau
152. Thaer, Dir. Dr., Hamburg
153. Thesing, Dr., Leipzig
154. Thesing, Rose, Dr. med., Leipzig
155. Thomas, Oberl., Leipzig
156. Timerding, Prof. Dr., Braunschweig
157. Timpe, Prof. Dr., Charlottenburg
158. Vorländer,* Prof. Dr., Dir. d. chem. Inst., Halle a. S.
160. Votsch, Oberl. Dr., Delitzsch
161. Wagemann,* Oberl., Kalbe a. S.
163. Wagner,* Prof. Dr., Halle a. S.
165. Wahle, Dir. Dr., Delitzsch
166. Walckling,*** Oberl., Halle a. S.
170. Walther, Prof. Dr., Halle a. S.
171. Walther, Prof., Traben-Trarbach
172. Wangerin,*** Geh. Reg.-R. Prof. Dr., Halle a. S.
176. Warmbach,* Physiker, Dresden
178. Weise, Prof., Halle a. S.
179. Wildgrube,* Oberl., Halle a. S.
181. Winkler, Prof., Leipzig
182. Winter,* Prof., Neumünster
184. Witting, Prof. Dr., Dresden

Bücher-Besprechungen.

Gibson, Charles, und Günther, Hanns, Was ist Elektrizität? Stuttgart, Franckhsche Verlagshandlung. 100 S. Geh. 1,00 M.

Ein neues Büchlein zu 1 M der rühmlich bekannten Kosmos-Gesellschaft der Naturfreunde liegt uns vor, das wie seine vielen Brüder mit schmuckem Titelbild zur erfolgreichen Popularisierung der Naturwissenschaften beitragen wird. Es ist die Umarbeitung eines englischen Werkchens des an erster Stelle genannten Verfassers. In ihm erzählt uns, dem neusten Stande der Wissenschaft angepaßt, ein Elektron, eine jener kleinsten elektrischen Einheiten, sein Leben und Treiben in der Natur und im Dienste des Menschen. Die Vorzüge der englischen Darstellungsweise, eine große Anschaulichkeit und Plastizität, die für unser wissenschaftliches Empfinden manchmal vielleicht allzukühn und allzu selbstsichere Versinnlichung und Mechanisierung der Aethervorgänge kommen hier zum vollen Ausdruck. Der Erfolg hat ja dieser Art der Betrachtung gerade in der letzten Zeit wieder häufig recht gegeben; ist es ferner doch auch für den naturwissenschaftlich Interessierten, der nicht über tiefe mathematische Bildung verfügt, der einzige Weg, in das Verständnis der stets anziehenden elektrischen und magnetischen Erscheinungen einzudringen. Daher kann man die Neuerscheinung als einen glücklichen Griff nur begrüßen. Spielen die Elektronen in der Wissenschaft schon seit über zehn Jahren eine beherrschende Rolle, so sind unsere elementaren Lehrbücher und volkstümlichen Darstellungen der Lehre bisher kaum gefolgt. Hier aber ist der neue Begriff an die Spitze gestellt, „vorhanden auf Erden waren die Elektronen von Anfang der Dinge“, und an der Hand dieses leitenden Ariadnefadens werden wir kurz im Plaudertone durch die Ge-

schichte und Grunderscheinungen der Reibungs- und Volta-Elektrizität, des Magnetismus, der elektrischen Wellen, der elektromagnetischen Lichttheorie und Spektroskopie hindurchgeführt. Eine Reihe erläuternder Abbildungen, teilweise von historischem Interesse, meist in gehobener Ausführung begleiten „die Erzählungen der Elektronen.“ W. Hillers (Hamburg).

* * *

W. Scheffer, Wirkungsweise und Gebrauch des Mikroskops. 113 S. Leipzig und Berlin 1911, B. G. Teubner.

Das Büchlein gibt zunächst eine kurze Darstellung der theoretischen Grundlagen, die zum Verständnis der Wirkungsweise des Mikroskops nötig sind. Zu diesem Zwecke wird auf den ersten 20 Seiten das Wichtigste über Lagen- und Größenbeziehungen von Objekt und Bild bei einem Linsensystem, über Strahlenbegrenzung durch Blenden und über die Verwirklichung der Abbildung mitgeteilt. Daran schließt sich eine Darstellung der Wirkungsweise der Objektive, die namentlich die Vorzüge der neueren Apochromate vor den früher allein üblichen Achromaten hervorhebt. Hierauf wird der Strahlengang im Okular und die gemeinsame Wirkung von Okular und Objektiv besprochen, wobei die allgemeinen Erörterungen durch eine dem Mikrokatalog des Zeißwerks entnommene Tabelle über Apochromate und Kompensationsokulare mit Angabe ihrer optischen Eigenschaften illustriert werden. Die folgenden Abschnitte erläutern eingehend die Hilfsvorrichtungen des Mikroskops: den Tubus, die Säule mit den Triebbewegungen, den Objekttisch und insbesondere die Beleuchtungseinrichtungen, woran sich eine Beschreibung der Mikroskopierlampen, der Meß- und Zähleinrichtungen und der Zeichenapparate schließt. Nach einigen Anweisungen über Mikrophotographie und Mikroprojektion (insbesondere eine eingehendere Darstellung der Objektbeleuchtung) folgt zum Schluß eine Besprechung der Einrichtungen für Dunkelfeldbeleuchtung und Ultramikroskopie.

Das Büchlein wird jedem, der mit dem Mikroskop zu arbeiten hat, durch die eingehende Beschreibung der einzelnen Teile und ihrer Funktionen von großem Nutzen sein. Ob allerdings „jedermann, auch ohne besondere Vorkenntnisse“, d. h. also wohl ein Leser, dessen Kenntnisse dem in den üblichen Schulbüchern über geometrische Optik Gesagten entsprechen, den theoretischen Darlegungen des Buches überall wird folgen können, scheint mir recht zweifelhaft. So glaube ich z. B. nicht, daß jemand, dem die Begriffe „Gesichtsfeldblende“ und „Aperturblende“ fremd sind, auf Grund der knappen Darstellung auf S. 7 eine rechte Vorstellung davon bekommen wird. Gewisse Vorkenntnisse aus den Theorien Abbes dürften zum vollen Verständnis des Buches doch wohl notwendig sein.

Lony (Hamburg).

* * *

Gerhard Kowalewski, Prof. Dr., Die komplexen Veränderlichen und ihre Funktionen. Leipzig 1911, B. G. Teubner.

Das Buch ist klar und leicht verständlich geschrieben und kann sehr gut dazu dienen, in die Theorie der Funktionen komplexer Veränderlicher einzuführen. Es enthält auch mancherlei, was sich im Unterrichte hier und da verwenden läßt; z. B. die Abschnitte über die Exponentialfunktion, den Logarithmus und über einfache Abbildungen. H. W. E. Jung (Hamburg).

* * *

E. Löffler, Ziffern und Ziffernsysteme der Kulturvölker. (Mathem. Bibliothek von Lietzmann & Witting 1). Leipzig und Berlin 1912, B. G. Teubner. 93 S. 0,80 M.

Der Verfasser stellt sich die Aufgabe, die Geschichte der Ziffern und Ziffernsysteme, welche bisher zerstreut in den größeren Werken über Geschichte der Mathematik und des Rechnens oder in besonderen Abhandlungen mühsam zu finden war, zusammenzustellen und seine eigenen Ideen über die Zusammenhänge diesen Ergebnissen anzufügen. Er kommt damit einem in weiten Kreisen empfundenen Bedürfnis entgegen und man kann nur dankbar sein, hier eine wohlgelungene Uebersicht über die Ziffernsysteme der Babylonier, Aegypter, Griechen, Römer, Semiten, Inder und Chinesen zu finden. Er weiß auch die große Kulturtat, welche die Ausbildung des indischen Ziffernsystems darstellt, in überzeugender Weise ins Licht zu stellen. Seine Angaben über die Herleitung des Sexagesimalsystems und die Einführung der griechischen Buchstabenziffern sind freilich infolge neuerer Untersuchungen nicht mehr haltbar, aber im wesentlichen darf man seine Kombinationen als gelungene Erklärungen annehmen. Das zum Schluß gegebene Verzeichnis der Literatur enthält die wichtigeren Publikationen, welche diese Fragen betreffen, nahezu vollständig und bietet darum auch dem wissenschaftlich weitersuchenden Forscher gute Anweisung. Wir wünschen dem Buche weite Verbreitung und glauben, daß jeder Leser dem Verfasser für die klare Darstellung nur dankbar sein kann.

Hoppe (Hamburg).

* * *

G. Pécsi, Die falschen Gesetze über die Bewegung, welche bislang als Grundlage der Naturwissenschaften dienten, und die wahren Gesetze über die Bewegung. 1911.

Gewiß, man kann die Newtonsche Mechanik angreifen, sie in Zweifel ziehen, ihre Begründung mangelhaft finden, aber man kann es nicht durch Experimente mit der auf 30 oder 100 m verlängerten Atwoodschen Fallmaschine. Hoppe (Hamburg).

* * *

H. Jenker, Rätsel aus Erd- und Himmelskunde. Berlin 1910, Oehmigke. 159 S. 3,— M, geb. 4,— M.

Ein kurzweiliges Buch! 427 gereimte Rätsel und 125 Rätselfragen aus dem Gebiet der Geographie und Astronomie. Natürlich nicht alle gleichwertig, aber zum Teil sogar poetisch, jedenfalls alle anregend und amüsant. Es wird so manche Stunde mit ödem Gesellschaftsspiel und Rätselraten verbracht, hier hat man guten Stoff, der mit der Erholung auch Anregung bietet. Wenn auch nicht alle so leicht zu raten sind wie Nr. 376:

Streichst du dem gräßlichsten der Schlunde
das zweite Zeichen aus,
so wird er zahm fast wie die Hunde
und lebt mit dir im Haus,

so gibt doch ein beigefügtes Antwortenheft auch für die schwierigen die Lösung. Für Jung und Alt durchaus empfehlenswert. Hoppe (Hamburg).

* * *

J. Carlebach, Lewi ben Gerson als Mathematiker. Berlin 1910, Lamm. 238 S. 5,— M.

Durch S. Günthers Untersuchungen über den bis dahin unbekannten Verfasser einer Reihe von Handschriften, welche Regiomontan besessen hatte,

wurde festgestellt, daß Lewi ben Gerson, geb. 1288 in der Provence, ein hervorragender Vertreter der mathematischen Wissenschaften im Mittelalter gewesen ist. Aus den Münchener Handschriften wurde 1908 in der Dissertation von Carlebach die Algebra dieses jüdischen Gelehrten herausgegeben, 1909 folgte dann „die Praxis des Rechnens", deutsch herausgegeben von Golde (Frankfurt a. M.). Das Interesse, welches die wissenschaftliche Geschichtsforschung an diesen Publikationen nahm, veranlaßte den Herausgeber, jetzt ausführlicher über den Gelehrten zu berichten. Das Buch zerfällt in zwei Teile. Im ersten gibt derselbe eine Biographie, im zweiten den Traktat über harmonische Zahlen und Proben aus der Algebra. An Einzelheiten ist zu erwähnen, daß wir Lewi, wenn nicht die Erfindung des Jakobsstabes und der Dunkelkammer, so doch ihre Einführung im Abendlande verdanken. Er lehrt die Beweglichkeit der Apogäen aller Planeten. Er verbindet die griechische Sehnenrechnung mit der indischen Sinusberechnung, er kritisiert den bis dahin unfehlbaren Euklid, er behandelt die Kombinationslehre zum ersten Male in präziser Form, er gibt eine Methode mit Sexagesimalbrüchen die Quadratwurzeln auszuziehen usw. Kurz, der mathematische Inhalt und die Form der Darstellung erregen unser Interesse und zeitigen den Wunsch, daß die Gesamtheit seiner mathematischen Arbeiten, soweit sie noch vorhanden sind, veröffentlicht werden möchten. Sie sind für die Geschichte der Mathematik im 13. Jahrhundert von fundamentaler Bedeutung!

Hoppe (Hamburg).

Zur Besprechung eingetroffene Bücher.

(Besprechung geeigneter Bücher vorbehalten.)

Bardey, Dr. E., Arithmetische Aufgaben nebst Lehrbuch der Arithmetik f. Metallindustrieschulen bearb. von S. Jacobi und A. Schlie. Leipzig, Teubner. geb. M 2.60.
Beckurs, August, Bestimmungstafeln f. einheimische Samenpflanzen und die häufigsten Gefäßsporenpflanzen. Leipzig, A. Pichlers Wwe. & Sohn. M 1.60.
Braude, L. F., Ueber eine Verallgemeinerung des Begriffes der Mannheimischen Kurve. Inaug.-Diss. Heidelberg.
Büttner, A., Anleitung für den Rechen- und Raumlehreunterricht. 22. Aufl. Leipzig, Ferdinand Hirt & Sohn.
Crantz, P., Arithmetische Aufgaben für Lyzeen und Studienanstalten. Leipzig, Teubner. geb. M 1.40.
—„— Planimetrie zum Selbstunterricht. Ebenda. geb. M 1.25.
—„— Arithmetik und Algebra zum Selbstunterricht. II. 2. Aufl. Ebenda. geb. M 1.25.
Dammer, U., Unsere Blumen und Pflanzen im Zimmer. Ebenda. geb. M 1.25.
Darwin, George Howart, Ebbe und Flut. 2. Aufl. Ebenda. geb. M 8.—.
Dortmunder Arbeitsschule. Ein Beitrag zur Reform des Volksschulunterrichts. Herausgegeben vom Kollegium der Augustaschule. Ebenda. M 2.80.
Eckelhart, Prof. Franz, Differential- und Integralrechnung. Wien, A. Pichlers Wwe. & Sohn. M 0.85.
Eichinger, A., Die Pilze. Leipzig, Teubner. M 1.25.
Enriques, Fragen der Elementargeometrie. Deutsche Ausgabe von H. Thieme. I. Ebenda. M 10.—.
L'Enseignement Mathématique, Revue Internationale, dirigée par C. A. Laisant et H. Fehr avec la collaboration de A. Buhl. XIII, 4—6; XIV, 1. Paris, Gauthier-Villars.
Erler, W., Die Elemente der Kegelschnitte in synthetischer Behandlung. 7. Aufl. von Dr. M. Zacharias. Leipzig, Teubner. M 1.50.
Féderation de l'Enseignement moyen officiel de Belgique. Congrès international de l'Enseignement moyen. Année 1910.
Fehr, H., Compte rendu du Congrès de Milan 1911. Genève.
Franz, Dr. V., Küstenwanderungen. Biologische Ausflüge. Leipzig, Teubner. M 3.—.
Girndt, M., Leitfaden d. bautechnischen Algebra. Ebenda. M 1.50.
Göschen, J. G., Verlagskatalog für Mathematik u. verwandte Wissenschaften. Sommer 1907—1911. Leipzig.
Graebner, Prof. Dr. P., Vegetationsschilderungen. Leipzig, B. G. Teubner.
Grimsehl, Dir. Prof., Lehrbuch der Physik. 2. Aufl. Ebenda. geb. M 16.—.
Grünbaum, Dr. H., Funktionenlehre und Elemente der Differential- und Integralrechnung. 3. Aufl. Stuttgart, Fr. Grub.
Hennig, Dr. R., Gut u. schlecht Wetter. Leipzig, Teubner. M 1.25.
Himmel, Prof. P., Bautechnische Physik. Ebenda. geb. M 3.80.
Hochheim, A., Aufgaben aus der analytischen Geometrie der Ebene. 4. Aufl. I A: M 2.60; I B: M 2.40; III A: M 1.80. III B: M 2.40.
Jahnke, Prof. Dr. E., Die Mathematik an Hochschulen für besondere Fachgebiete. IMUK IV, 7. Leipzig, Teubner. M 1.80.
Janson, O., Skizzen und Schemata für den zoologisch-biologischen Unterricht. Ebenda. M 10.—.
Klein, F., Aktuelle Probleme der Lehrerbildung. Ebenda. M 1.20.
Kraepelin, Prof. Dr. K., Naturstudien in der Sommerfrische. Ebenda. geb. M 3.60.
—„— Leitfaden für den zoologischen Unterricht. 6. Aufl. Ebenda. geb. M 4.80.
Kommerell, V. und K., Analytische Geometrie. II. Teil. Tübingen, H. Laupp.
Kowalewski, Die komplexen Veränderlichen und ihre Funktionen. Leipzig, Teubner. M 13.—.
Krause, A., Die Sonne. Ebenda. M 1.25.
Lassar, Cohn, Die Sicherstellung der Ernährung der Menschheit. Hamburg, Leopold Voß. M 0.80.
Lehmann, Die Kinematographie, ihre Grundlagen und ihre Anwendungen. Leipzig, Teubner.
Lehmann, M., Die Spinnerei. Ebenda. M 1.25.
Leubuscher, Geh.-R. Dr. G., Ueber die Notwendigkeit der Ausbildung der Lehrer in der Gesundheitspflege. DAMNU, Heft 7. Ebenda. M 0.50.
Lichtblau und Knotta, Methodik des Rechenunterrichts. Breslau, F. Hirt.
—„— Methodik des Raumlehreunterrichts. Ebenda.
Lietzmann, Dr. W., Stoff und Methode des Rechenunterrichts in Deutschland. IMUK V, 1. Leipzig, Teubner.
—„— Bericht über die Tätigkeit des DAMNU 1910. Ebenda. M 0.50.
Link, Dr. Th., Das Deutsche Museum im Dienste des physikalischen Unterrichts. München, Max Kellerer. M 0.80.
Löb, Prof. Dr. W., Einführung in die Biochemie. Leipzig, Teubner. M 1.25.
Löffler, E., Ziffern und Ziffernsysteme der Kulturvölker alter und neuer Zeit. Ebenda. M 0.80.
Lorey, Prof. Dr. W., Staatsprüfungen und praktische Ausbildung der Mathematiker. Ebenda. M 3.20.
Masche, W., Physikalische Uebungen. 2 Teile. M 0.60, M 0.80. Ebenda.
Meyer, D., Entwickelung und Ziele des Unterrichts an unseren höheren Allgemeinschulen und Technischen Hochschulen. Sonderabdruck a. d. Ztschr. des Vereins Deutsch. Ingenieure.
Mie, Dr. G., Moleküle, Atome, Weltäther. Leipzig, Teubner. M 1.25.
Müller, Prof. Dr. F. v., Welche Mittelschulbildung ist für das Studium der Medizin wünschenswert? DAMNU, Heft 8. Ebenda. M 0.50.
Müller, Prof. Dr. Hubert, Koordinatenbegriff und Kegelschnitte. Metz, G. Scriba.
Nimführ, Dr. R., Die Luftschiffahrt. Leipzig, Teubner.
Oppenheim, Prof. Dr. S., Probleme der modernen Astronomie. Ebenda. M 1.25.
Pécsi, Prof. Dr. G., Die falschen Gesetze über die Bewegung, welche bislang als Grundlage der Naturwissenschaften dienten, und die wahren Gesetze über die Bewegung.
Petzold, Ernst, Naturkunde für höhere Mädchenschulen. Heft 3. Leipzig, A. Pichlers Wwe. & Sohn. M 2.—.
Pfuhl, F., Der Pflanzengarten, seine Anlage und seine Verwertung. Leipzig, Quelle & Meyer. geb. M 2.80.
Pichler, A., Witwe & Sohn, Die Lehrmittel für den Unterricht in der Naturgeschichte.
Radunz, Ing. K., Vom Einbaum zum Linienschiff. Leipzig, Teubner.
Rebenstorff, Prof. H., Physikalisches Experimentierbuch. II. Teil. Ebenda. geb. M 3.—.
Reitz, Dr. A., Nahrungsmittel und Fälscherkünste. Stuttgart, Kosmos. M 0.75.
—„— Die Milch und ihre Produkte. Leipzig, Teubner. M 1.25.
La Revue de l'Enseignement des Sciences. F. Marotte. V, 45—49.
Rusch, F., Himmelsbeobachtungen mit bloßem Auge. Leipzig, Teubner. M 3.50.
Schäffer, Dr. C., Natur-Paradoxe. 2. Aufl. Ebenda. geb. M 3.—.
Scheid, Prof. Dr. K., Chemisches Experimentierbuch. Ebenda. geb. M 13.—.
Schenkling, K., Taschenbuch für Käfersammler. Leipzig, O. Leiner. M 3.50.
Schilling, Dir. Dr. C., und Meldau, Dr. H., Der mathematische Unterricht an den deutschen Navigationsschulen. IMUK IV, 4. Leipzig, Teubner.
Schimmack, Dr. R., Die Entwickelung der mathematischen Unterrichtsreform in Deutschland. IMUK III, 1. Ebenda. M 3.60.
Schülke, Prof. A., Aufgabensammlung aus der reinen und angewandten Mathematik. I. 2. Aufl. Ebenda. M 2.20.
Schulz, Georg E. F., Anleitung zu photographischen Naturaufnahmen. Ebenda. M 3.—.
Schuster, Prof. Dr. M., Trigonometrie. 2. Aufl. von Dr. W. Lietzmann. Ebenda. M 1.80.
—„— Geometrische Aufgaben. Ausgabe B. 3. Aufl. Ebenda.
Steuer, Prof. Dr. A., Leitfaden d. Planktonkunde. Ebenda. geb. M 8.—.
Sommerfeld, Dr. P., Milch und Molkereiprodukte. Leipzig, Quelle & Meyer. geb. M 1.25.

Ausgegeben 10. Juli 1912.