Jahrgang XVIII. 1912. No. 8.

Unterrichtsblätter
für
Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

Begründet unter Mitwirkung von **Bernhard Schwalbe** und **Friedrich Pietzker**,
von diesem geleitet bis 1909, zurzeit herausgegeben von
Prof. Dr. **A. Thaer**,
Direktor der Oberrealschule vor dem Holstentore in Hamburg.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 57.

Redaktion: Alle für die Redaktion bestimmten Mitteilungen und Sendungen werden nur an die Adresse des Dir. Thaer, Hamburg 36, erbeten.
Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (5 Mk. Jahresbeitrag) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Königswortherstraße 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 8 Nummern ist 4 Mark, für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift unentgeltlich; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhdlg. zu beziehen. Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermäßigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Nachdruck der einzelnen Artikel ist, wenn überhaupt nicht besonders ausgenommen, nur mit genauer Angabe der Quelle und mit der Verpflichtung der Einsendung eines Belegexemplars an den Verlag gestattet.

Inhalt: Die beiden Wege zur Ableitung der barometrischen Höhenformel. Von Prof. Dr. Emil Schulze in Berlin (S. 141). — Die Wirkungen des Radiums auf den Organismus. Von Dr. V. Franz in Cronberg i. T. (S. 143). — Ueber Talsperrenplankton. Von Dr. phil. Georg Schneider in Fulda a. d. Rhön (S. 146). — Die anschaulich-geometrische Methode der Quadratwurzelausziehung. Von Dr. R. Hunger in Dresden (S. 151). — Zum euklidischen Beweis des pythagoreischen Lehrsatzes. Von Oberlehrer M. Linnich in Kiel (S. 152). — Goniometrische Gleichungen. Von Oberlehrer H. Milz in München-Gladbach (S. 153). — Das Foucaultsche Pendel. Von Dr. G. Berkhan in Hamburg (S. 154). — Kleinere Mitteilungen (S. 155). — Bücherbesprechungen (S. 155). — Zur Besprechung eingetroffene Bücher (S. 160). — Anzeigen.

Die beiden Wege zur Ableitung der barometrischen Höhenformel.

Von Prof. Dr. Emil Schulze (Berlin).

Zur Ableitung der barometrischen Höhenformel denkt man sich bekanntlich eine vom Erdboden bis zur Oberfläche des Luftmeeres reichende Luftsäule in Schichten zerlegt. Ohne Hilfe der Infinitesimalrechnung kann das Ziel auf zwei Wegen erreicht werden: man setzt alle Schichten entweder von gleichem Volumen oder von gleichem Gewicht voraus. Obgleich beide Wege gangbar sind, wird im Unterricht nur der erste Weg beschritten, und doch hat, wie hier näher ausgeführt werden soll, auch der zweite Weg seine Vorzüge.

Zunächst soll die Lösung mit Hilfe der Infinitesimalrechnung herbeigeführt werden. Irgendeine der Luftschichten habe die Höhe dh, das Gewicht dq und das spezifische Gewicht s; in der Höhe dieser Schicht sei der Barometerstand b, in der nächsthöheren sei er um db verringert. Hat die Schicht den Querschnitt f, so ist $dq = s \cdot f \cdot dh$; andererseits ist dq gleich dem Gewicht einer Quecksilbersäule vom Querschnitt f und der Höhe db, und daher ist $dq = \sigma \cdot f \cdot db$, wo σ das spezifische Gewicht des Quecksilbers ist. Nach dem Mariotteschen Gesetz ist $\frac{b}{b_0} = \frac{s}{s_0}$, wo $b_0 = 760$ mm und s_0 Barometerstand und spezifisches Gewicht der Luft am Erdboden seien. Aus den drei Gleichungen ergibt sich

$$1)\ dh = \frac{\sigma \cdot b_0}{s_0} \cdot \frac{db}{b} \quad \text{und daher} \quad 2)\ h = \frac{\sigma \cdot b_0}{s_0} \cdot \int_{b_h}^{b_0} \frac{db}{b},$$

$$3)\ h = A \cdot (\log b_0 - \log b_h), \quad \text{wo } A = \frac{\sigma \cdot b_0}{s_0 \cdot \log e} \text{ ist.}$$

Der Gang der Untersuchung hat gezeigt, daß bei Verwendung der Infinitesimalrechnung die Höhenformel gefunden worden ist, ohne daß über die Höhe oder das Gewicht der Schichten eine bestimmte Annahme gemacht worden ist.

Schlagen wir jetzt denselben Gang ein, verzichten aber auf die Hilfe der Infinitesimalrechnung, so gelangen wir zu der der Gleichung 2) entsprechenden Summenformel

$$4)\ h = \frac{\sigma \cdot b_0}{s_0} \cdot \sum_{\mu=1}^{\mu=h} \frac{b_{\mu-1} - b_\mu}{b_\mu} =$$

$$= \frac{\sigma \cdot b_0}{s_0} \cdot \left(\frac{b_{h-1} - b_h}{b_h} + \frac{b_{h-2} - b_{h-1}}{b_{h-1}} + \cdots \frac{b_0 - b_1}{b_1} \right).$$

Die Summierung der Reihe gelingt ziemlich leicht bei der Annahme, daß alle Schichten gleiches Gewicht haben, denn in diesem Fall sind die Differenzen $b_0 - b_1$, $b_1 - b_2$, $\cdots$ gleich groß gemäß der Gleichung $\triangle q = \sigma \cdot f \cdot \triangle b$. Haben die Schichten dagegen gleiches Volumen, so sind die Differenzen von ungleicher Größe, und daher gelingt die Summierung nicht, wir kommen auf diesem Wege zunächst nicht weiter.

Wir verfolgen jetzt den neuen Weg. Wir setzen

$$b_0 - b_1 = b_1 - b_2 = \cdots = d,$$

so ist

$$b_{h-1} = b_h + d,\ b_{h-2} = b_h + 2\,d,\ \cdots,\ b_0 = b_h + h\,d.$$

Wir führen noch $\frac{b_h}{d} = n$ ein und erhalten

$$5)\quad h = \frac{\sigma \cdot b_0}{s_0} \cdot \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \cdots \frac{1}{n+h-1}\right).$$

Damit wir die Dichte in einer Schicht als konstant ansehen können, müssen wir d äußerst klein, also n ungeheuer groß annehmen. Nun gilt für ein sehr großes z annähernd die Gleichung

$$l(z+1) - l(z) = \frac{1}{z},\ \text{denn}$$

$$l(z+1) - l(z) = l\left(\frac{z+1}{z}\right) = l\left(1 + \frac{1}{z}\right) = \frac{1}{z} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{z^2} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{z^3} - \cdots$$

Hiernach ist annähernd

$$l(n+1) - l(n) = \frac{1}{n},\quad l(n+2) - l(n+1) = \frac{1}{n+1},$$

$$l(n+3) - l(n+2) = \frac{1}{n+2},\ \cdots$$

$$l(n+h) - l(n+h-1) = \frac{1}{n+h-1}.$$

Addieren wir diese Gleichungen, so ist

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \cdots \frac{1}{n+h-1} = l(n+h) - l(n) = l\,\frac{n+h}{n} =$$

$$= l\left(\frac{b_0}{b_h}\right) = \frac{1}{\log e} \cdot (\log b_0 - \log b_h).$$

Setzen wir den gefundenen Wert in Gleichung 5) ein, so lautet die Endformel

$$6)\quad h = A \cdot (\log b_0 - \log b_h),\ \text{wo}\ A = \frac{\sigma \cdot b_0}{s_0 \log e}\ \text{ist.}$$

Die Gleichungen 3) und 6) stimmen genau überein. Hiernach ist uns auch ohne Hilfe der Integralrechnung durch Einhalten desselben Ganges wie bei deren Verwendung die Ableitung der barometrischen Höhenformel gelungen, allerdings nur unter der Annahme, daß die Schichten gleiches Gewicht haben, während wir bei der Annahme, daß die Schichten gleiches Volumen, bezw. gleiche Höhe haben, diesen Gang nicht einhalten konnten. Doch gelangen wir bekanntlich auch hier zum Ziele, wenn wir die Gleichung 1)

$$\triangle h = \frac{\sigma \cdot b_0}{s_0} \cdot \frac{b_{\mu-1} - b_\mu}{b_\mu}$$

auf die Form $b_\mu = k \cdot b_{\mu-1}$ bringen und hieraus die Gleichung $b_h = k^h \cdot b_0$ ableiten, so daß wir erhalten

$$7)\quad h = B \cdot (\log b_0 - \log b_h),\ \text{wo}\ B = \frac{\triangle h}{\log\left(1 + \frac{s_0 \cdot \triangle h}{\sigma \cdot b_0}\right)}\ \text{ist.}$$

Von den Konstanten A und B der Gleichungen 6) und 7) gibt die Konstante

$$A = \frac{\sigma \cdot b_0}{s_0 \cdot \log e} = \frac{13{,}597 \cdot 76}{0{,}001\,293 \cdot 0{,}4343}\ cm = 18\,406\ m$$

den genauen Wert an, während der Wert für die Konstante B nur ein angenäherter ist und mit dem von A um so genauer übereinstimmt, je kleiner wir $\triangle h$ wählen. Wir erkennen das, wenn wir den Ausdruck für B umformen:

$$B = \frac{1}{\log\left(1 + \frac{s_0 \cdot \triangle h}{\sigma \cdot b_0}\right)^{\frac{1}{\triangle h}}} = \frac{\sigma \cdot b_0}{s_0 \cdot \log\left(1 + \frac{s_0 \cdot \triangle h}{\sigma \cdot b_0}\right)^{\frac{\sigma \cdot b_0}{s_0 \cdot \triangle h}}} =$$

$$= \lim_{\triangle h = 0} \frac{\sigma \cdot b_0}{s_0 \cdot \log e}.$$

Nach der Definition von e nähert sich der Wert von B um so mehr dem von A, je größer $\frac{\sigma \cdot b_0}{s_0 \cdot \triangle h}$ wird. Da $\frac{\sigma}{s_0} \cdot b_0$ fast gleich 8000 m ist, so genügt schon die in den meisten Lehrbüchern gemachte Annahme $\triangle h = 1\ m$, um für B einen Wert zu erhalten, der dem von A sehr nahe kommt.

Im Vorhergehenden ist die Höhenformel 6) bezw. 7) auf zwei ganz verschiedenen Wegen ermittelt worden. Beide Wege besitzen ihre Vorzüge. Der alte im Unterricht ausschließlich verfolgte Weg führt etwas schneller als der neue zum Ziel und erfordert geringere mathematische Vorkenntnisse; unterwegs findet man das hübsche Sätzchen: „Wenn die Höhen in arithmetischer Reihe wachsen, nehmen die Barometerstände in geometrischer Reihe ab“.

Der Vorzug des neuen Weges besteht darin, daß wir das Ziel vom ersten Schritt an vor uns haben und beim Fortschreiten nicht aus dem Auge verlieren. An die Spitze der Untersuchung stellen wir die Gleichung

$$h = \delta_1 + \delta_2 + \cdots + \delta_h,$$

wo $\delta_1, \delta_2, \cdots$ die Höhen der Schichten bedeuten, formen den Ausdruck um und gelangen über die Gleichungen 4) und 5) zum Ziel, zur Gleichung 6). Auf dem alten Wege ist das Ziel versteckt; ganz unerwartet tritt die Höhe als Exponent einer Potenz auf ($b_h = k^h \cdot b_0$) und diesem glücklichen Zufall ist die Auffindung der Höhenformel zu danken. Meines Erachtens ist der Vorzug des neuen Weges vor dem alten, das planmäßige Vorgehen, so groß, daß die Schüler, die die mathematischen Vorkenntnisse dazu haben, den neuen Weg geführt werden müßten; das vorhin erwähnte Sätzchen läßt sich hinterher aus der Endformel leicht ableiten.

Haben die Schüler hinreichende Kenntnisse in der Integralrechnung, so ist es natürlich am zweckmäßigsten, die Höhenformel mit ihrer Hilfe zu gewinnen.

Uebrigens finden wir auf dem neuen Wege ebenfalls ein Sätzchen. Aus der Gleichung 1)

$$\triangle h = \frac{\sigma \cdot b_0 \cdot \triangle b}{s_0} \cdot \frac{1}{b}$$

folgt der Satz: „Wenn die Barometerstände in arithmetischer Reihe abnehmen, so sind die Höhenzunahmen umgekehrt proportional den Barometerständen. Beispielsweise müssen wir an der Meeresküste bekanntlich 10,5 m hoch

steigen, um ein Sinken des Barometers um 1 mm zu erreichen; nach obigem Satze müssen wir an einem Ort, wo der Barometerstand 600 mm beträgt, $\frac{760}{600} \cdot 10{,}5$ m hoch steigen, damit das Barometer ebenfalls um 1 mm sinkt.

Zum Schluß sei bemerkt, daß der im Vorhergehenden als „neuer Weg" bezeichnete Weg in Wirklichkeit der ältere ist, denn er ist schon von Mariotte 1678 beschritten worden, wie ich erst hinterher, als ich diesen Aufsatz schon eingereicht hatte, gefunden habe. Nur insofern als der Weg „im Unterricht" noch unbegangen ist, darf er als neu bezeichnet werden. Die von Mariotte aufgestellte Formel ist sehr ungenau und praktisch nicht verwendbar, hauptsächlich deshalb, weil ihm die Summierung der Höhen der einzelnen Schichten nur unvollkommen gelungen ist. Die jetzt im Unterricht übliche Ableitung rührt von Deluc (1762) her; sie brachte die von Mariotte in Vergessenheit.

Die Wirkungen des Radiums auf den Organismus.

Von Dr. V. Franz (Cronberg i. T.)

Die Tatsache, daß das Radium mit seinen verschiedenartigen Strahlen sehr ungleiche, oft scheinbar launenhafte Wirkungen auf lebende Gewebe ausübt, dürfte der Anlaß dafür sein, daß Biologen sich mit diesen Einwirkungen bis jetzt weniger beschäftigt haben als Mediziner; für den Arzt war die Hoffnung auf praktisch verwertbare Resultate stets ein neuer Antrieb zu Untersuchungen über die Wirkungen dieser merkwürdigen Substanz, und manches Ergebnis ist auch bereits auf dem Gebiete der Radium-Heilkunde (Radium-Therapie) gewonnen worden. Beim Mediziner müssen wir daher zu Rate gehen, wenn wir nach einer abgerundeten Darstellung der Ergebnisse mit Radiumwirkung fahnden, und hierzu dürfte Gelegenheit gegeben sein in dem soeben erschienenen „Grundriß der Radium-Therapie und der biologischen Radiumforschung"*) von S. Loewenthal, einem Arzte, welcher unter den Radiumforschern in der ersten Reihe steht. Wir wollen im Folgenden aus diesem Werke einiges über die biologischen Wirkungen der radioaktiven Substanzen herausgreifen, zuvor aber noch kurz die Natur der verschiedenen Strahlungen ins Gedächtnis zurückrufen.

Das Radium sendet bekanntlich unter schwacher Licht- und Wärmeentwicklung drei Arten von unsichtbaren Strahlen aus, die α-Strahlen, die β-Strahlen und die γ-Strahlen. Die erstgenannten sind die am wenigsten durchdringenden, ihre Intensität wird schon durch dünne Luftschichten wesentlich geschwächt, und durch dickere bezw. durch ein äusserst dünnes Aluminiumblatt werden sie bereits völlig absorbiert. Sie bestehen aus positiv geladenen Atomen des Elements Helium.

Die β-Strahlen dagegen bestehen lediglich aus negativ geladenen Elektronen, sind viel durchdringender und werden durch einen Magneten in viel stärkerem Grade und nach entgegengesetzter Richtung als die vorigen abgelenkt.

Die γ-Strahlen endlich sind die am stärksten durchdringenden; im magnetischen Felde werden sie im Gegensatz zu den beiden vorigen nicht beeinflußt, ebenso wenig durch elektrische Kräfte. Diese Umstände im Verein mit ihrem ausserordentlichen Durchdringungsvermögen lassen annehmen, daß die γ-Strahlen nicht aus abgeschleuderten materiellen Teilchen bestehen, sondern ähnlich den Röntgenstrahlen aus unregelmäßigen Impulsen des Aethers.

Außer diesen drei Strahlungen im eigentlichen Sinne sendet jedoch das Radium noch eine sogenannte „Emanation" aus, welche ein farbloses, chemisch völlig indifferentes Gas ist, das die Eigenschaften des Radiums hat, sich in ein Glasgefäß einschließen läßt, in andere Gase oder Flüssigkeiten hineindiffundiert usw.

Diese radioaktiven Wirkungen gehen vom Radium und seinen Verbindungen aus, ähnliche, größtenteils schwächere von verwandten Metallen wie dem Thorium und dem Aktinium. Das Polonium, von welchem man oft hört, geht gleich manchen anderen Substanzen aus der Radiumemanation durch bestimmte Umwandelungen hervor.

Was nun die Wirkungen des Radiums und zunächst der Strahlungen desselben auf Organismen betrifft, so sind diese, wie schon gesagt, sehr verschiedener Art, sie können nämlich je nach dem Stärkegrade die ganze Skala der Reizwirkungen von der Anregung und Erhöhung des Stoffwechsels und der Lebensfunktionen bis zu schwachen und starken Schädigungen, ja bis zum Tode der beeinflußten Organismen oder Gewebe durchlaufen. Die Unterschiede der Wirkung hängen teils natürlich von der Stärke der angewandten Dosis, teils von dem unterschiedlichen Verhalten der einzelnen Gewebsarten ab. Von diesen allgemeinen Gesichtspunkten aus sind die im Folgenden spezieller zu besprechenden beobachteten Tatsachen aufzufassen.

Da erwähnen wir zunächst noch im Anschluß an eine jüngst erschienene Arbeit von Molisch*), daß im November- oder Dezembermonat die noch schlummernden Endknospen von Fliederzweigen und einigen anderen Pflanzen (Tulpen-

*) Wiesbaden, Bergmann 1912. 255 Seiten.

*) H. Molisch: Ueber das Treiben von Pflanzen mittels Radium. Sitzungsberichte der Wiener Akademie der Wissenschaften, 1912.

baum, Pimpernuß) — doch längst nicht bei allen zum Versuche verwandten Arten — durch eintägige Bestrahlung mittels aufgelegter radiumhaltiger Glasröhrchen zum vorzeitigen Austreiben nach einem Monat gebracht werden konnten, daß also die Ruheperiode der Pflanzen, wie der Vergleich mit Kontrollpflanzen zeigte, eine Abkürzung erfuhr, während länger dauernde Bestrahlung hemmend, schädigend oder gar tötend auf die Pflanze wirkte.

In anderweitigen Versuchen sind bestrahlte Pflanzenblätter verwelkt und schließlich abgefallen, und Pflanzensamen, welche in trockenem oder vornehmlich in gequollenem Zustande bestrahlt wurden, kamen nicht zur Auskeimung. Dagegen wurde bei Vicia faba und Brassica napus zuweilen auch wiederum eine Beschleunigung der Keimung und des Wachstums beobachtet.

Nicht minder deutlich sind die Wirkungen der Radiumstrahlung auf Bakterien; so wurde mit kräftigen Radiumpräparaten ein Stillstand im Wachstum des Bazillus prodigiosus, des Hervorrufers des Bluthostien-Wunders erzielt, bei den Bazillen der Cholera und des Typhus sowie des Milzbrandes sogar eine völlige Abtötung. Zu diesen nur scheinbar sehr erfreulichen Tatsachen muß Loewenthal vom Standpunkte des Arztes leider bemerken, daß wir von den bakterientötenden Wirkungen des Radiums für die praktische Medizin einstweilen nichts zu hoffen haben, weil geringe Dosen wirkungslos, stärkere aber gleichzeitig zerstörend für die Gewebe des menschlichen Körpers sind.

Interessant ist wohl, daß Radiumstrahlen auch einige Gifte zu zerstören, d. h. ihrer giftigen Eigenschaften zu berauben vermögen. Dies gilt sowohl von dem Gift des tollwütigen Hundes, sowie von dem der Cobra (Brillenschlange), doch wiederum nur bei hinreichend starker Bestrahlung. Die von den Bakterien gelieferten Gifte (Toxine) scheinen jedoch nach den bisher vorliegenden Untersuchungen, z. B. am Dipherietoxin, nicht geschädigt zu werden.

Verschiedenartig ist auch die Wirkung des Radiums auf die Fermente des tierischen Körpers, jene Stoffe, welche, selbst wenn in sehr geringer Menge vorhanden, beliebig große Mengen bestimmter chemischer Verbindungen spalten können. Eine Aktivierung des Fermentes, eine Beschleunigung seiner spaltenden, abbaufördernden Wirkung ist insbesondere bei dem autolytischen Ferment nachgewiesen worden, dessen Tätigkeit darin besteht, isolierte tote Teile von Organismen auch bei Anschluß bakterieller Fäulnis allmählich zu verflüssigen oder zu verdauen, und welches im normalen Leben, wie man annimmt, die Aufgabe haben dürfte, in Hungerzuständen Eiweißsubstanzen des eigenen Körpers zu verdauen und somit Lebensenergie zu gewinnen. Einige der sonstigen Verdauungsfermente, z. B. das Pepsin unseres Magens und Trypsin der Bauchspeicheldrüse, erwiesen sich unempfindlich für Radium, andere wurden stark geschädigt.

Die Radiumstrahlung beeinflußt auch — das sei noch hervorgehoben, bevor wir zum Einfluß auf lebende tierische Gewebe übergehen — das Lecitin, die wichtige im Nervensystem, im Eigelb, im Blute und fast allen tierischen Säften in Verbindung mit Eiweißkörpern vorkommende Stickstoffverbindung. Sie zerfällt unter Einwirkung des Radiums und erfährt gleichzeitig dabei eine chemische Veränderung, so daß sie, eingespritzt, im lebenden Organismus die Strahlenreaktion noch „nachahmt."

Einwirkungen des Radiums auf sich entwickelnde tierische Organismen sind von verschiedenen Forschern angestellt worden. Die ersten Untersuchungen hierüber stammen von Bohn, welcher an Eiern des Seeigels Strongylocentrotus lividus Störungen der Entwicklung auftreten sah, wie alsdann auch Perthes an den Eiern des Pferdespulwurms. In diesen Versuchen wie in den späteren, welche Schaper und Bohn an Fröschen anstellten, war stets eine Hemmung der Entwicklung bald am ganzen Organismus bald an seinen einzelnen Teilen zu bemerken, so daß die verschiedensten Mißbildungen ohne bestimmte Regel auftraten, auch konnte an unbefruchteten Froscheiern die parthenogenetische Entwicklung hervorgerufen werden, in Uebereinstimmung mit der Annahme R. Hertwigs und zahlreicher anderer Forscher, daß die Befruchtung im wesentlichen auf eine Entwicklungserregung des Eies hinauskomme. An sich regenerierenden Teilen wurde jedoch wiederum die Hemmung der Lebensvorgänge festgestellt. Auch an befruchteten Hühnereiern wurden durch Bestrahlung Entwicklungsstörungen und Mißbildungen erzielt.

Es ist vielleicht schon bekannt, das Oskar Hertwig unlängst diese Untersuchungen auf breiterer Basis an verschiedenen Amphibien- und Seeigeleiern wieder aufgenommen hat. Er stellte insbesondere fest, daß die stets erst nach einer gewissen Latenzperiode bemerkbare Wirkung des Radiums nicht nur je nach dem Entwicklungsstadium des Eies verschieden ausfällt, sondern daß, wie Serienschnitte erkennen lassen, zuerst das Zentralnervensystem, dann die Sinnesorgane und dann die Muskulatur geschädigt werden. Hinreichend lange dauernde (mehrstündige) Bestrahlung kann somit an Stelle funktionsfähiger Hirn- und Rückenmarksubstanz an deren Stelle nur noch indifferente Rundzellen mit stark veränderten Kernen erscheinen lassen, ja es können, wenn auch noch die Sinnesorgane und die Muskelfasern in gleicher Weise unausgebildet bleiben, nerven- und muskellose Monstra entstehen, in denen nur noch die resistenteren vegetativen Gewebe, wie Stützgewebe, Gallerte, Deckepithel zu-

standekommen. — An Spermatozoen von Seeigeln war keine Einwirkung einer 24stündigen Bestrahlung mit Radium erkennbar, wohl aber zeigten die mit solchem Samen befruchteten Eier eine verlangsamte Entwicklung und Mißbildung, ganz als ob sie selbst mit Radium bestrahlt worden wären.

Schon aus diesen Hertwig'schen Versuchen geht deutlich die „elektive", d. h. auf verschiedene Gewebsarten verschiedene Wirkung des Radiums hervor, welche sich denn auch bei Behandlung erwachsener Organismen zeigte.

Auch am fertigen Organismus ist gerade das Zentralnervensystem relativ empfindlich. Bestrahlte Mäuse starben nach 3—5 Wochen, wobei sie im Gehirn entzündliche Zustände und im Rückenmark degenerative Veränderungen — wahrscheinlich die Folgen überwundener Entzündungen — erkennen ließen. Aehnliche Wirkungen rief die Einbringung von kleinen Radiumbehältern in die Schädelkapsel von Hasen hervor; nicht minder wurden bei Sinnesorganen die Nervenzellen (im Auge) oder die Nervenendigungen (im Ohr) durch Radiumstrahlung zerstört.

Nächst dem Nervengewebe ist das Drüsengewebe im allgemeinen stark angreifbar für Radium, wenn auch unter sich mit großen Verschiedenheiten. Was speziell die Geschlechtsdrüsen betrifft, so übt das Radium auf die Samenfäden des Meerschweinchens — im Gegensatze zu denen der Seeigel, wovon wir oben sprachen — bei direkter Bestrahlung oder bei Einwirkung auf den Hoden des lebenden Tieres deutliche destruktive Wirkungen aus, ja es kann der ganze Hoden atrophieren, in welchem Falle die mikroskopische Untersuchung die Zerstörung seiner ganzen feineren Struktur erkennen läßt.

Die Niere wird durch Radiumbestrahlung geschädigt.

Starken Schädigungen sind auch die Lymphdrüsen und die blutbereitenden Organe zugänglich, so z. B. die Milz, welche ein besonders wichtiges blutbereitendes Organ in unserem Körper ist.

Bestrahlungen der Leber führten zur fettigen Degeneration dieses Organes, Schleimhaut- und Speicheldrüsen sind mit positivem Erfolge bestrahlt worden.

Im ganzen sind Niere, Nebenniere, und Muskeln, Knorpel und Blutgefäße weniger empfindlich als das Nervengewebe und die Mehrzahl der Drüsen, relativ unempfindlich dagegen sind die Speicheldrüsen der Mundhöhle und die Bauchspeicheldrüse.

Man sieht, daß diese Ergebnisse über die Bestrahlung des fertigen Organismus mit denjenigen an Embryonen in großen Zügen übereinstimmen, daß insbesondere die mehr „vegetativen" Gewebe im Tierkörper im allgemeinen weniger unter der Radiumstrahlung leiden als die „animalischen".

Beim Tier und Menschen sind ferner „Allgemeinwirkungen" durch Radiumbestrahlung bemerkt worden. Die Haltung von Mäusen oder Kaninchen in einem Käfig, an dessen Deckel ca. 30 mg. Radiumbromid befestigt waren, hatte oft baldige Mattigkeit, spätere Störungen des Nervensystems, Verlust der Hautbehaarung, Auftreten von Geschwüren und Erlöschen des Geschlechtstriebes zur Folge, also eine Vielzahl von Schädigungen, die nach Vorstehendem nicht mehr verwundert. Beim Menschen kann nach intensiver Bestrahlung Durchfall, Erbrechen, tiefe Schlafsucht und rapider Kräfteverfall eintreten.

Wir haben nun noch die biologischen Wirkungen der Radium-Emanation zu betrachten. Dieses Gas kann zunächst Tiere wie z. B. Mäuse oder Frösche, die es einatmen müssen, regelrecht vergiften, außerdem kann es im großen und ganzen ähnliche Erscheinungen wie die Strahlung des Radiums hervorrufen — besteht es doch selbst aus Radium bezw. aus radioaktiver Substanz — doch ist infolge seiner viel weniger kondensierten Wirkung relativ häufiger die anregende und für das Wachstum förderliche Einwirkung auf den Organismus zu bemerken, als bei der direkten Bestrahlung.

So ergab sich beim autolytischen Ferment, welches wir schon oben erwähnten, bei Zusatz von Emanation wiederum eine Steigerung seiner Wirksamkeit; eine solche ergab sich auch, allerdings nach anfänglicher Hemmung, bei dem zuckerspaltenden „diastatischen" Ferment des Speichels, bei dem Ferment der Bauchspeicheldrüse usw.

Bei Bakterien ist wiederum namentlich die tötliche Wirkung zu verzeichnen, doch ist leider wiederum hinzuzufügen, daß die hierbei wirksame Dosis erst eine viel größere ist, als dem menschlichen Körper zuträglich wäre.

Das Wachstum erwies sich im Gegensatze zu den Versuchen mit Radiumstrahlung unter der Einwirkung der Emanation häufiger gefördert, namentlich bei geringen Emanationsmengen. Es dürfte dies wahrscheinlich im wesentlichen auf der Aktivierung der Fermente beruhen.

Beim Menschen wurde u. a. nach mehrstündigem Aufenthalt im Emanatorium ein anfänglicher Anstieg der Zahl der weißen Blutkörperchen mit darauf folgender, anhaltender Verminderung derselben beobachtet, wobei sich jedoch nicht ohne weiteres sagen läßt, ob dies für den Organismus etwas ungünstiges oder etwas günstiges bedeutet. Die Gerinnungsfähigkeit des Blutes wird durch Inhalation von Radiumemanation, durch geeignete Trinkkuren oder durch Verabreichung von Emanation

unter die Haut in eklatanter Weise gesteigert. Auf das Herz wirkt das Gas vornehmlich im Sinne einer Steigerung der Erweiterungsphase des Herzschlages. Sehr im ungewissen sind wir noch über die Einwirkung der Radiumemanation auf das Nervensystem, wo am ehesten bei geringeren Konzentrationen eine schlafmachende Wirkung, bei gewissen Nervenleiden auch eine schmerzstillende Wirkung anerkannt werden kann. Andererseits aber gibt es auch einen einwandfreien Fall eines japanischen Soldaten, der nach Verletzung am Beine eine sehr starke Ueberempfindlichkeit der Haut gegen alle möglichen Reize besaß, und bei dem jedesmal durch Annäherung eines Radiumpräparates mit Sicherheit ein lebhafter Schmerz im Beine erzeugt wurde.

Daß die Bergkrankheit nicht nur von der Luftverdünnung, sondern gleichzeitig auch von ihrem Radiumgehalte abhängen mag, kann man vielleicht auf Grund der Tatsache annehmen, daß gewisse Talbildungen und Spalten im Hochgebirge, aus denen zweifellos wie aus der ganzen Erdoberfläche, nur in verstärktem Maße, Radiumemanation ausstrahlt, den Ausbruch der Bergkrankheit begünstigen.

Die naheliegende Frage jedoch, ob die Witterungsempfindungen bei disponierten Personen (Barometersturzvorhersage, Gewitterempfindung usw.) vielleicht sämtlich durch den wechselnden Emanationsgehalt der Atmosphäre zu erklären sind, scheint sich nicht zu bejahen.

Schließlich wäre möglich, daß ein gewisser Radiumgehalt unserer Umgebung geradezu für uns und alle Tiere und Pflanzen eine Lebensnotwendigkeit wäre, geradeso wie dies z. B. vom Sauerstoff der Luft und vom Wasser und vom Salz gilt, und nicht minder vom Eisen, vom Jod, von der Kieselsäure bezw. dem Silicium und manchem anderen absolut lebenswichtigen Element, dessen Unentbehrlichkeit uns erst eine verfeinerte physiologische Forschung kennen gelehrt hat. Ob aber in dieser Weise der gesunde Mensch des Radiums bedarf, ist eine gegenwärtig sehr schwer zu entscheidende Frage, die natürlich für den Arzt längst nicht das Interesse hat, wie die Frage, in wieweit dem kranken Organismus durch Radium geholfen werden kann.

Ueber Talsperrenplankton.

Vortrag, gehalten auf der 84. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte zu Münster i. W.

Von Dr. phil. Georg Schneider (Fulda a. Rhön).

Forel bezeichnet als See im weiteren Sinne „eine allseitig geschlossene, in einer Vertiefung des Bodens befindliche, mit dem Meere nicht in direkter Kommunikation stehende stagnierende Wassermasse“. Nach dieser Definition wäre jeder Wassertümpel ein See im kleinen, da ja die Größenverhältnisse außer acht gelassen sind. Man hat deshalb weiter unterschieden:

1. „Seen im engeren Sinne, d. h. solche Seen, die eine Zentrale Region besitzen, in welcher die Tiefe des Wassers genügend groß ist, um das Eindringen der vadalen Flora auszuschließen“.
2. „Weiher, das sind Seen von so geringer Tiefe, daß die submerse vadale Flora überall Fuß fassen kann“.
3. „Sümpfe sind endlich Weiher von so geringer Tiefe, daß sich überall die durch ihre über den Wasserspiegel emporreichenden Triebe ausgezeichnete Sumpfflora entwickeln kann.“ Dazwischen hat man noch Mittelglieder geschaffen, die Seenteiche und die Teichseen.

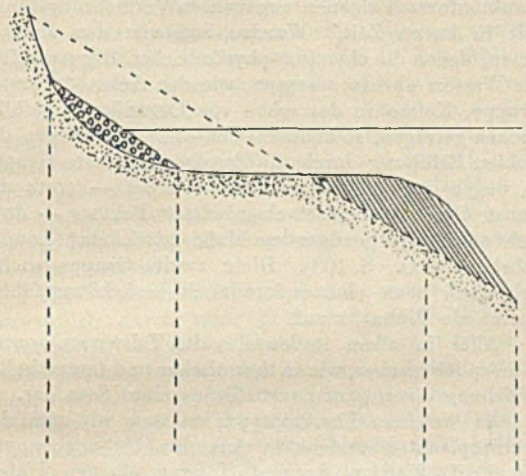
Nach dieser Definition müssen wir die Talsperren als Seen im engeren Sinne bezeichnen. Und doch finden sich zwischen Talsperre und See eine Reihe eingreifender Unterschiede, die Talsperre stellt einen ganz neuen Typus eines Binnensees dar.

1. Zunächst sind bei beiden die Abflußverhältnisse grundverschieden. Ein See hat stets oder doch in der Regel einen oberflächlichen Abfluß. Eine Talsperre hat dagegen nur ausnahmsweise zu Zeiten des höchsten Wasserstandes ihren Abfluß in der Höhe des Wasserspiegels; sie hat durchweg ihren Abfluß an der tiefsten Stelle des Wassers, an der Sohle des Sperrenbettes. „Eine Talsperre ist also ein künstlicher See, der aus einem Bachlauf durch Aufstauung hinter einer das Tal durchquerenden Mauer entsteht und dessen Ausfluß nur kurze Zeit im Jahre einen oberflächlichen Ueberlauf über die Mauerkante darstellt, den weitaus größten Teil des Jahres aber willkürlich zu öffnenden oder zu schließenden, an der tiefsten Stelle der Mauer befindlichen Rohren entströmt“. (Landw. Jahrb., 1911, S. 538.) In den Abflußverhältnissen liegt also der prinzipielle Unterschied zwischen See und Talsperre und „aus diesen verschiedenartigen Abflußverhältnissen lassen sich die gesamten hydrographischen und hydrobiologischen Unterschiede zwischen Talsperre und natürlichem See ableiten.“ (Landw. Jahrb., 1911, S. 538.)

Eine weitere Eigentümlichkeit der Talsperre sind die Wasserschwankungen, die hier bedeutend größer sind als im See. Zweck der Sperre ist ja die Aufstauung von Wasser in der Regenzeit und feuchten Periode, das dann in der trockenen Sommerperiode zur Regulierung des unteren Flußlaufes und zur Krafterzeugung wieder abgelassen wird. Ende Winter und Anfang Frühjahr hat also das Wasser den höchsten Stand; von da sinkt der Wasserspiegel ständig. Die Schwankungsgröße kann so 15—25 und mehr Meter betragen. Infolge dieser beträchtlichen Schwankungen kann sich natürlich keine flache Uferschar ausbilden. Bei einem See bleibt der Wasserstand annähernd konstant. Der Wellenschlag trifft das Ufer immer in gleicher Höhe; es wird so mit der Zeit das Ufer untergraben und eine Brandungshohlkehle bilden. Die untergrabenen Erd- und Gesteinsmassen stürzen zuletzt ein und lagern sich auf der Seeböschung ab. Durch dieses fortgesetzte Verfahren wird sich schließlich eine flache, oft breite Uferbank ausbilden.

Bei einer Talsperre ist die Bildung einer solchen Uferbank ganz ausgeschlossen. Hier sinkt der Wasserspiegel zu schnell und läßt so den Wellenschlag nicht genügend auf das Ufer einwirken. „Das Fehlen einer typischen Küstengliederung hat wiederum äußerst wichtige Folgen für die Fauna und Flora der Talsperren“ (Landw. Jahrb. 1911, S. 567). Die flache Uferzone ist der Standort für die Wasserpflanzen des Ufers. Einen See sehen wir meist von einem grünen

Gürtel solcher Wasserpflanzen umzogen. In diesen Pflanzenwucherungen entwickelt sich eine reiche Kleintierwelt, die hier reiche Nahrung und Schutz findet. Gerade in der flachen Uferzone entwickelt sich das reichste pflanzliche und tierische Leben, die flache Uferbank ist der produktivste Teil des ganzen Seebeckens. Fehlt aber, wie bei der Talsperre, diese flache Uferzone, so kann sich kein Pflanzenwuchs entwickeln. Mit dem Fehlen der Uferflora fällt auch die reiche Uferfauna fort und damit die produktivste Stelle des Wasserbeckens. Die sogenannte Litoralfauna der Seen fehlt also den Talsperren. „Die gleiche Tierwelt zieht sich vom Ufer die Böschung hinab bis in die dunkle Tiefe, Litoral und Abyssal sind in der Talsperre von fast den gleichen Organismen besiedelt" (Landw.



Strand Uferbank Halde
(– – – – bedeutet das ursprüngliche Ufer).
Schema einer Seeküste (nach Forel).

Jahrb. 1911, S. 566.) Und doch haben auch diese Wasserschwankungen auch wieder einen günstigen Einfluß auf die Bildung von Nahrung; wir könnten uns ja sonst nicht den Planktonreichtum mancher Sperren erklären. „Der moderne Teichwirt sucht den Ertrag seiner Fischteiche durch periodische Trockenlegung (das Sömmern der Teiche) künstlich zu heben" (Steuer, Planktonkunde 1910, S. 114). Das wird in den Talsperren auf natürliche Weise durch die großen Wasserschwankungen erreicht. Ganze Uferstrecken werden freigelegt; „der Boden trocknet aus, Licht, Wärme und Kälte können auf ihn einwirken; er lockert sich wieder, unter der Mitwirkung der Bakterien wird er aufgeschlossen und von neuem zur Bildung von Nahrung für die Organismen angeregt" (Land. Jahrb. 1911, S. 570.) Auf den trocken gelegten Uferstrecken entwickelt sich eine bestimmte Flora, bestehend aus:

Gnaphalium uliginosum,
Polygonum persicaria,
Ranunculus flammula,
Spergula arvensis u. a.

Steigt der Wasserspiegel wieder, so kommen diese Pflanzen alle unter Wasser, sterben ab, faulen und „bilden so neue Nahrung für die Bodentiere der Talsperre" (Landw. Jahrb. 1911, S. 571).

Eine besondere Bedeutung haben diese starken Wasserschwankungen noch für das Talsperrenplankton. Eine Reihe von Wassertieren bildet Dauer- oder Wintereier, welche die für erwachsene Tiere ungünstigen Lebensbedingungen wie Frost und trocknende Hitze überstehen und so die Art erhalten. Hierher gehören die Daphniden mit ihren sogenannten Ephippien. Zu ihrer Entwickelung müssen diese Eier aus dem Wasser heraus ins Trockene und in den Bereich des Frostes kommen. Bei einem See wirft ein starker Wellengang die Eier leicht über das flache Ufer ins Trockene; die Frühjahrsschnee- und Eisschmelze bringt sie wieder zurück ins Wasser. Die steilen Uferhänge der Talsperren verhindern ein solches Verfahren. Hier bleiben aber die Eier beim Rückgang des Wassers ganz von selbst auf dem Strande hängen; im Frühjahr nimmt sie dann das steigende Wasser wieder auf, nachdem sie durch den Frost und die Kälte des Winters den Anstoß zu ihrer Entwickelung erhalten haben.

„Von größter Bedeutung für die Entfaltung und Verbreitung des Planktons sind endlich die Stromverhältnisse" (Steuer, a. a. O., S. 106). Außer den im See auftretenden Strömungen, hervorgerufen durch Einfließen von Wasser, durch Winde usw. finden wir bei den Talsperren noch eine ihnen eigentümliche Strömung. Bei einem See werden die oberen Wasserschichten durch den Ausfluß abgeführt, die unteren Schichten bleiben in Ruhe. Bei einer Talsperre werden dagegen gerade die unteren Schichten abgelassen, die oberen Schichten stürzen sozusagen ein und wie in einem Trichter fließt das Wasser ab. Diese eigenartigen Strömungen geben natürlich dem Talsperrenwasser eine besondere thermische Stratifikation, die ja Lozeron geradezu verantwortlich macht für die biologische Schichtung des Planktons. Die Talsperren gehören zu den sogenannten temperierten Seen; aber unter ihnen nehmen sie in thermischer Beziehung eine ganz besondere Stellung ein. Im Winter zeigt die Talsperre gerade wie ein See die verkehrte thermische Schichtung. Im Frühjahr werden nun die oberen Wasserschichten allmählich erwärmt und durch Konvektionsströmungen zur Tiefe geführt; es herrscht schließlich in der ganzen Wassersäule eine gleichmäßige Temperatur von 4°. Die noch weiter erwärmten oberen Schichten werden nun nicht mehr in die Tiefe geführt, da sie ja leichter sind als das Tiefenwasser; wir beobachten die direkte thermische Stratifikation, oben wärmer als in der Tiefe. Gleichzeitig damit tritt die sogenannte Sprungschicht auf, die allmählich von der Oberfläche zur Tiefe wandert; „sie kann auch von wesentlichem Einfluß auf die Planktonverteilung sein". In einem See können wir diese Sprungschicht oder Thermokline bis zum Spätherbst, ja bis November beobachten, bis sich die oberen Schichten wieder abgekühlt haben und durch Konvektionsströmungen nach der Tiefe geführt werden, bis die umgekehrte Schichtung wieder einsetzt" (Steuer, a. a. O., S. 63). Anders bei der Sperre. Hier ist die Sprungschicht schon von Juli oder August ab verschwunden; „bei direkter Schichtung herrscht von der Oberfläche bis zur Tiefe ein annähernd gleichmäßiges Temperaturgefälle, und damit ist ein prinzipieller Unterschied zwischen dem natürlichen See und der Talsperre gegeben". (Landw. Jahrb., 1911, S. 595.) Diese eigenartigen thermischen Verhältnisse in den Talsperren sind wieder bedingt durch die Art des Abflusses des Talsperrenwassers. Die unteren Schichten, die in einem See von genügender Tiefe Winter wie Sommer 4° haben, werden abgeleitet, die oberen Schichten werden in die Tiefe gezogen. Gegenüber den Seen werden also in den Talsperren im Sommer die warmen höheren Wassermassen das Tiefenwasser bedeutend erwärmen, im Winter dagegen

die kalten oberen Schichten eine starke Abkühlung des Grundwassers hervorrufen. Zum Vergleich seien einige Sommertemperaturen angeführt:

Holzmaar (20 m) = 6.1°
Glörtalsperre (20 m) = 13.5°
Oestertalsperre (20 m) = 13.7°
Versetalsperre (19 m) = 13.2°.

Im März, also im Winter 1909, fanden sich Tiefentemperaturen zwischen 2.5° und 1.7°. Wir können also die thermischen Eigenheiten der Talsperren so zusammenfassen: „Die in der Talsperre im Frühjahr auftretende Sprungschicht wird durch die Vertikalströmungen, die der Tiefenablaß hervorruft, allmählich hinabgezogen und vernichtet. Auf diese Weise gewinnen die tiefen Wasserschichten der Sperre im Sommer eine außerordentlich hohe Temperatur; die gleiche Ursache erniedrigt im Winter die Bodentemperatur bedeutend unter 4°". (Landw. Jahrb., 1911, S. 597.) Diese den Sperren eigentümliche thermische Stratifikation, diese eigenartigen Temperaturverhältnisse müssen aber vor allem auf die vertikale Verbreitung des Planktons wirken.

Charakteristisch ist ferner die Zusammensetzung der Talsperrenfauna. Im Anschluß an Forel haben wir in einem See folgende Regionen zu unterscheiden:

1. „Eine Ufer- oder Vadalregion:
2. eine Tiefen-, Grund- oder Profundalregion;
3. eine limnetische Region, die Region des offenen Wassers, der Tummelplatz des Limnoplanktons", (Steuer, a. a. O., S. 396) jede mit typischen Vertretern.

Ganz anders in der Talsperre. „Hier können wir weder von einer eigentlichen Ufer-, noch von einer eigentlichen Tiefenfauna sprechen" (Landw. Jahrb. 1911, S. 639). Es sammeln sich zwar mitunter in dem Equisetum- oder Batrachium-Rasen der flachen durchsonnten Uferpartien die auch im Plankton frei lebenden Copepoden und Daphniden, Tendipedidenlarven, Schwimmkäfer usw.; aber ihre Individuenzahl ist so gering, daß sie gegenüber der oft stark entwickelten Litoralfauna der Seen gar nicht in Betracht kommen können. Wir vermissen auch eine eigentliche Tiefenfauna; so werden wir die Tiefenrhizopoden der Seen hier vergeblich suchen, vielleicht wegen des Mangels an Schlammablagerungen in der Sperrentiefe. Es sind vielmehr Litoral, Pelagial und Abyssal, wenigstens im eigentlichen Sperrenbecken, von einer einheitlichen Fauna besiedelt. Diese Fauna stammt zum großen Teil, das Plankton durchweg — die Zuflußbäche führen kein Plankton — aus Wasserbecken, die mit der Talsperre in keiner Verbindung stehen. Von hier sind sie durch passiven Transport, also durch Winde, Vögel usw. in die Sperre geführt worden. „Es hat sich also eine Tierwelt in den Sperren angefunden, die aus leicht verschleppbaren Formen besteht, aus Formen auch, die eine große Anpassungsfähigkeit zeigen; Tiere kleiner Teiche, ja Pfützen, Tiere langsam fließender Gewässer, haben es verstanden, sich den ganz andersartigen Verhältnissen der Talsperren anzupasssen. Typische Bewohner großer Seebecken haben wir in den Sperren noch nicht gefunden" (Ber. d. bot. u. zool. Ver. f. Rheinl.-Westf. 1909, S. 102/103.)

In dieser Art der Besiedelung liegt vielleicht auch die Erklärung für die merkwürdigen Verschiedenheiten im Plankton zwischen den einzelnen Sperren. Die geographischen, chemischen und physikalischen Verhältnisse zweier Sperren sind oft gleich, und doch zeigen beide zur gleichen Jahreszeit oft ganz verschiedenartiges Plankton. Dominierende Formen der einen Sperre können in der anderen kaum oder gar nicht vorkommen. So nimmt Gymnodinium in den Talsperren des Wuppergebietes eine vorherrschende Stellung ein, „während wir diese Peridinee in den westfälischen Sperren des Sauerlandes nicht fanden, obwohl beide Gebiete nur durch eine schmale Wasserscheide getrennt sind". (Schneider, das Plankton der westf. Talsperren des Sauerlandes, 1912, S. 4.) Woher diese Verschiedenheiten?

„Nun, es ist sehr wohl möglich, daß, als die Sperre zum ersten Male sich füllte, die Dauerformen gewisser Arten in größerer Anzahl zufällig in das Becken verschleppt wurden; die Arten nahmen Besitz von dem jungfräulichen Wasser und erfüllten es kraft der den Planktonformen eigenen ungeheuren Vermehrungsfähigkeit in kurzer Zeit. Wurden nun von den anderen Arten, denen die chemisch-physikalischen Eigenschaften des Wassers ebenso zusagten, wie den Arten der ersten Gruppe, Keime in das schon von Organismen gefüllte Becken getragen, so konnten sich diese eben wegen der dichten Erfüllung durch die Formen der ersten Gruppe — wegen des „biocoenotischen" Faktors — trotz der Gunst des „physikalisch-chemischen" Faktors — doch nicht oder nur in genügendem Maße entwickeln" (Landw. Jahrb., a. a. O., S. 103). Diese zweite Gruppe suchte sich dann eben eine andere noch besiedelungsfähige Sperre als Wohnsitz auf.

Alles in allem stellen also die Talsperren sowohl in morphologischer, wie in thermischer und faunistischer Beziehung einen ganz neuen Typus eines Sees dar.

Zu welchem Planktontypus müssen wir nun das Sperrenplankton rechnen? Aus den Untersuchungen von Prof. Kolkwitz und unseren eigenen Untersuchungen — andere Untersuchungen von Talsperrenplankton liegen noch nicht vor — nehmen die folgenden Arten eine ausschlaggebende Stellung in dem Talsperrenplankton ein:

Aus der Gruppe der Peridiniaceae:
Gymnodinium palustre; ○
der Bacillariaceae:
Asterionella gracillima; +
der Chlorophyceae:
Eudorina elegans,
Pandorina morum,
Volvox aureus;
der Mastigophora:
Mallomonas ploesli, +
Dinobryon sertularia,
Synura uvella;
der Cladocera:
Daphne longispina,
Ceriodaphnia pulchella, +
Bosmina longirostris;
der Copepoda:
Diaptomus gracilis,
Cyclops Leuckarti; ○
der Rotatoria:
Polyarthra platyptera,
Asplanchna priodonta, ⊙
Synchaeta pectinata,
Conochilus unicornis, +

○ = hauptsächlich oder nur bei Kolkwitz vorkommend;
+ = hauptsächlich oder nur bei uns vorkommend.

„Diese angeführten Planktonten spielen allerdings nicht in jeder Sperre eine ausschlaggebende Rolle: aber gerade die Formen, die zur Charakteristik des

Sperrenplanktons nötig sind, nämlich die Chlorophyceen, wurden in allen Sperren gefunden." (Schneider, a. a. O., S. 80.) Man hat nun eine Reihe von Planktontypen aufgestellt, die untereinander verschieden sind durch das Vorherrschen oder Verschwinden mancher Arten; man unterscheidet so ein Seen- oder Limnoplankton, Meeres- oder Haliplankton, Teich- oder Heleoplankton, Fluß- oder Potamoplankton.

„Wir wollen das Potamoplankton als eine biologische Gruppe oder Biocoenose von Schwebewesen definieren, die in fließendem Wasser lebt und vorzüglich durch Bacillariaceen (Asterionella, Melosira, Synedra, Fragilaria, Stephanodiscus) und Rotatorien (Asplanchna, Brachionus, Anuraea, Gastropus, Polyarthra, Synchaeta) repräsentiert wird" (Steuer, a. a. O., S. 410). Zu dieser Type können wir das Sperrenplankton nicht rechnen.

Quirmbach fand im Dortmund-Ems-Kanal und in der Werse ein Plankton, das eine Mittelstellung zwischen Teich- und Flußplankton einnimmt. In ihm fehlt von den Copepoden: Diaptomus, dafür ist Eurytemora velox ein häufiger Planktont. Von den Diatomeen sind nur Fragilaria capucina und Tabellaria fenestrata var. asterionelloides vertreten, die Chlorophyceen fehlen gänzlich. Dem gegenüber sind aber im Sperrenplankton die Chlorophyceen ausschlaggebend. In ihm fehlt auch Eurytemora velox, die Diatomeen sind aber mit anderen Formen vertreten.

Das Teich- oder Tümpelplankton unterscheidet sich namentlich durch seine größere Mannigfaltigkeit an Mikrophyten vom Seenplankton. Während weiter die Schizophyceen hier wie dort in gleichen Arten vertreten sind, fällt im Heleoplankton noch besonders die reiche Beteiligung gewisser Rotatorien aus den Gattungen Brachionus, Schizocerca und Pedalion auf." (Steuer, a. a. O., S. 406.) Im Heleoplankton spielen eine hervorragende Rolle Arten der Gattung Bosmina, Acroperus, Alona, Alonella, Chydorus und Diaptomus vulgaris; die Diatomaceen treten gegenüber den Desmidiaceen ganz in den Hintergrund. Bei einer Charakteristik des Sperrenplanktons scheidet also auch das Teich- oder Heleoplankton aus: wir müssen also das Sperrenplankton als Seenplankton bezeichnen.

„Spezifische Organismen, welche in Deutschland nur in Sperren vorkämen und deshalb als ausgesprochene Talsperrenorganismen bezeichnet werden könnten, sind nicht aufgefunden worden, da die Talsperre ihrem allgemeinen Charakter nach in den allgemeinen Typus der Seen gehören." (Kolkwitz, zur Biologie der Talsperren, Berlin, 1911, S. 315.)

In dem Seenplankton hat man wieder Unterabteilungen geschaffen. So unterscheidet Huitfeldt-Kaas zwischen Chlorophyceen-Seen und Schizophyceen-Seen. „Die Chlorophyceen-Seen zeichnen sich durch einen im Verhältnis zur Mächtigkeit ihres Phytoplanktons großen Reichtum an Chlorophyceen aus, wie auch durch entsprechende Armut oder vollständigen Mangel an Schizophyceen" (Huitfeldt-Kaas, Planktonundersögelser i norske vande, S. 181.) Gerade wegen dieses Mangels an Schizophyceen unterscheidet Kolkwitz die von ihm untersuchten Sperren von den Seen der norddeutschen Tiefebene. Auch in den westfälischen Sperren des Sauerlandes treten die Schizophyceen ganz zurück. Wir müssen demnach die Talsperren als Chlorophyceen-Seen bezeichnen.

Wir haben früher die Talsperren charakterisiert als Seen, die aber in morphologischer, thermischer und faunistischer Beziehung einen ganz neuen Typus eines Sees darstellen. Ebenso sagen wir hier: die Talsperren beherbergen ein Plankton, das dem Plankton der Chlorophyceen-Seen ähnlich ist; aber in der temporalen und vertikalen Verteilung des Planktons stellen sie einen besonderen Typus dar. Die den Sperren eigentümlichen Strömungen, die entstehen durch den Tiefenablaß und den Wärmeaustausch der verschieden temperierten Wasserschichten, müssen doch offensichtlich auf die Verteilung von Organismen mit nur geringer oder keiner Eigenbewegung, wie sie die Planktonten darstellen, von bedeutendem Einfluß sein. Die Unterschiede in der Planktonverteilung zwischen Seen und Talsperren müssen wir noch kurz besprechen.

Nach Steuer scheinen für das weitverbreitete beratium hirundinella eingipfelige Kurven mit einem Maximum zur Zeit der höchsten Stagnation und Wassertemperatur die Regel zu sein. In den Sperren konstatierten wir dagegen deutlich zwei Maxima, das erste im April, das zweite im September.

Asterionella gracillima müssen wir für die Sperren als eine sehr variable Form bezeichnen; jede Sperre zeigt ihre Eigentümlichkeit in der Entwickelung von Asterionella. Kein Planktonforscher hat meines Wissens in dem Auftreten von Asterionella eine solche Verschiedenheit und Unregelmäßigkeit gefunden. Vielleicht hängt das damit zusammen, daß in den Sperren noch keine konstanten Verhältnisse eingetreten sind. Vielleicht rührt diese Unregelmäßigkeit auch her von den eigenartigen Strömungs- und Wasserstands-Verhältnissen; denn nach den Untersuchungen des Amerikaners Whipple „sind die wichtigsten Vorbedingungen für ein üppiges Diatomeenwachstum, abgesehen von den entsprechenden Temperaturen, genügende Mengen von Nitraten und freie Luftzirkulation, beide Bedingungen sind aber während der Perioden der Wasserzirkulation gegeben". (Steuer, a. a. O., S. 540.) Die Wasserabgabe in den einzelnen Sperren und die sich daraus ergebende Strömung und Zirkulation ist aber nicht Jahr für Jahr und für alle Sperren dieselbe. In trockenen Jahren muß der Sperrenwärter mehr Wasser ablassen als in feuchten Jahren. Es wechselt also die Zirkulation von Jahr zu Jahr, von Sperre zu Sperre und damit eine der Vorbedingungen für ein üppiges Diatomeenwachstum.

Steuer führt Diaptomus gracilis als Beispiel einer typisch dicyklischen Form an. „In der Regel ist das Frühlingsmaximum das bedeutendere und pflegt in die Zeit von April bis Juli zu fallen. Die Entwickelung des Nebenmaximums kann sich von September an bis in den April verschieben" (Steuer, a. a. O., S. 550). Ganz anders ist der Entwickelungsgang in den Sperren. Im April, Mai erscheint Diaptomus im Plankton, erreicht im Herbst, zwischen September und Dezember das Maximum und ist im Herbst verschwunden.

Von größerem Einfluß werden die Eigentümlichkeiten der Talsperren auf die vertikale Verbreitung des Planktons sein, gerade die Temperaturverhältnisse wirken ja vor allem auf die vertikale Verteilung.

Nach Steuer können wir die Seen bezüglich der Schichtenfolge — wir können eine Rotatorien-, Copepoden-, Cladoceren-Zone usw. unterscheiden — in zwei Gruppen einordnen. Die erste Gruppe ist vertreten in den Seen der norddeutschen Ebene, die zweite in den Alpenseen.

In den Seen nach dem Typus der norddeutschen Seen „sammelt sich die Hauptmasse des Planktons in den oberflächlichsten Wasserschichten an, die im Lu-

zerner See und noch mehr im Neuenburger See nahezu organismenfrei sind. In den Alpenseen treffen wir relativ planktonreiche Zonen erst in 2 bis 5 m Tiefe". (Steuer, a. a. O., S. 336.) Die große Lichttiefe der klaren Alpenseen macht ein reiches Leben in diesen Schichten möglich. Diese Unterschiede in der vertikalen Plankton-Verteilung zwischen beiden Seengruppen sind offenbar begründet „in der verschiedenen Klarheit des Wassers, in der da und dort wechselnden Menge gelöster organischer Substanzen, in der verschiedenen Lichtintensität usw." (Steuer, a. a. O., S. 340).

An gelösten Stoffen sind nun die Talsperrenwasser bedeutend ärmer sowohl als die norddeutschen wie die Alpenseen. In bezug auf die Durchsichtigkeit stehen die Sperren „zwischen den Seen der Voralpen und denen der norddeutschen Tiefebene" (Land. Jahrb., 1911, S. 605.), und hinsichtlich der Klarheit des Wassers kommen sie wohl näher den norddeutschen Seen. Trotzdem zeigen die Sperren, wenn wir zunächst das Plankton als Ganzes ohne Scheidung in Phyto- und Zooplankton betrachten, eine den Alpenseen ähnliche vertikale Verteilung; sie sind allerdings in den oberen Wasserschichten nicht so planktonarm wie jene, ja im Frühjahr liegt die Zone der größten Planktondichte noch oberhalb 2 m in 1 m Tiefe. Wie in den Alpenseen bewegt sich auch in den Sperren vom Frühjahr bis zum Herbst hin die Zone der größten Dichte des Planktons von der Oberfläche bis in eine Tiefe von etwa 7 m. Unterschiede zwischen Alpenseen und Talsperren ergeben sich aber, wenn wir Phyto- und Zooplankton getrennt behandeln. In den Alpenseen ist „die oberste 2 bis 5 m Schicht gewöhnlich fast ganz azoisch zu nennen". (Steuer, a. a. O., S. 344.) Das Phytoplankton ist darüber geschichtet. In den Sperren fanden wir aber folgende Schichtung:

„20—50 cm 1 m 2 m	Rotatorien; Copepoden;
3 m	Chlorophyceen; Peridineen;
4 m	Bosmina; Daphne;
5 m 6 m 7 m	Mastigophora".

(Schneider, a. a. O., S. 74.) Das Zooplankton ist also zum großen Teil oberhalb des Phytoplanktons. Diese Eigenart der Sperren in der vertikalen Verteilung des Planktons läßt sich meiner Ansicht nach gut erklären durch die durch den Tiefenablaß und die besondere thermische Stratifikation der Sperren bewirkten Strömungen. Vom Frühjahr bis zum Herbst hin, solange das Wasser abgelassen wird, findet ja ein fast konstanter Strom von der Oberfläche zur Tiefe statt. Während nun das Phytoplankton infolge des Mangels einer Eigenbewegung oder doch wegen seiner unzureichenden Lokomotionsmittel in seiner vertikalen Verteilung in hohem Grade von den jeweiligen Strömungen abhängig ist, sehen wir das Zooplankton mit seinen verschiedenen Schwimmorganen befähigt, selbst die ihnen zusagenden Schichten aufzusuchen." (Steuer, a. a. O., S. 343/344.) In den Sperren wird also das Phytoplankton mehr und mehr in die Tiefe gezogen, während das Zooplankton dem Strome mehr Widerstand entgegensetzen kann. Deshalb also die besondere vertikale Verteilung des Planktons in den Talsperren. Ein schönes Beispiel, wie prompt selbst auf kleinere äußere Einflüsse ein Phytoplanktont reagiert, liefert uns Eudorina elegans.

Von Einfluß auf die vertikale Verteilung des Planktons ist auch der Unterschied in der Ausbildung der Sprungschicht zwischen Sperren und Seen. Wir sahen die Thermokline oder Sprungschicht in den Sperren schon von Juli und August ab, in den Seen aber erst von November ab verschwinden. Die Sprungschicht kann aber von wesentlichem Einfluß auf die Planktonverteilung sein. Deutlich sehen wir z. B. in der Haspersperre, wie beim Eintritt der Sprungschicht eine rapide Abnahme von Ceriodaphnia pulchella und Copepodennauplien erfolgte. Es werden sich sicher noch mehr solcher Unterschiede ergeben in der Planktonverteilung zwischen Sperren und Seen, wenn noch mehr Untersuchungen von Talsperrenplankton vorliegen.

Ganz kurz will ich noch eingehen auf die Fragen nach der Produktivität der Talsperren und auf die Bedeutung des Talsperrenplanktons für die Fischerei.

In der jährlichen Entwickelung des Planktons konnten wir zwei Maxima — Ende Mai und Ende September, das letzte kleiner — konstatieren. Aehnliche Resultate liegen auch aus den Untersuchungen des Genfer Sees, des großen Plöner Sees, des Löwentins usw. vor. „Die heißesten und kältesten Monate sind also am wenigsten günstig für die Vermehrung; eine mittlere Temperatur scheint am besten zu sein." (E. Yung, Genfer See.) Vergleichen wir nun das Plankton der Glörsperre seiner Quantität noch mit den von Apstein untersuchten Seen Holsteins! Apstein rechnet z. B. den Dobersdorfer See, der am 31. Mai 1891 unter 1 qm Oberfläche bis zu einer Tiefe von 20 m ein Planktonvolumen von 707 ccm hatte, zu den planktonreichen Seen, den kleinen Plöner See dagegen, der am 5. Juni 1892 unter 1 qm Oberfläche bis zu einer Tiefe von 26 m ein Volumen von 91 cm hatte, zu den planktonarmen Seen. „Die Glörsperre lieferte am 29. Mai 1909 in einer Wassersäule von 1 qm Oberfläche und nur 10 m Tiefe — also halb soviel wie im Dobersdorfer See — ein Volumen von 1134.80 cm. Wir können also die Glörsperre als eine planktonreiche Sperre bezeichnen" (Schneider, a. a. O., S. 87).

Gegenüber der Glörsperre treten allerdings die anderen Sperren im Planktonreichtum mitunter sehr zurück. „Aber wenn vielleicht unsere Talsperren auch etwas geringere Erträge liefern müßten, als natürliche Seen von der gleichen Größe, so muß die Talsperre ihrer Produktivkraft nach doch zum mindesten in die Ertragsklasse der „mittelmäßigen", in vielen Fällen sogar in die der „guten" Seen eingereiht werden" (Landw. Jahrb. 1911, S. 688).

Ich darf vielleicht noch hinzufügen, welche Mengen einer Art das gesamte Sperrenwasser beherbergen kann. Am 9. März 1909 enthielt die Glörsperre bei einem Stauinhalt von 1.11 Millionen cbm und einer Stauhöhe von 23 m neben anderen Arten:

211 404 400 000 Eudorina,
439 400 000 Cyclops und
3 558 000 000 Polyarthra.

Am 29. Mai 1909 enthielt dieselbe Sperre bei einem Stauinhalte von 1.96 Millionen cbm und einer Stauhöhe von 28 m neben anderen Arten:

318 820 000 000 000 Asterionella,
1 435 000 000 000 Eudorina.

„Um einen besseren Begriff dieser Zahlen zu bekommen, sei eine andere Ueberlegung angestellt. Die durchschnittliche Zellenlänge von Asterionella beträgt 74.20 μ.

Legen wir nun die Asterionellen-Kolonien der Glörsperre sämtlich in einer Reihe aneinander, so erhalten wir am 29. Mai 1909 eine Kette von 47 000 000 km. Der Umfang des Aequators beträgt 40 076 km. Die Kette der Asterionellen geht also etwa 1200 mal um den Aequator herum oder ein Asterionellenband von 18 cm Breite geht einmal um den Aequator" (Schneider, a. a. O., S. 88).

Was schließlich die Bedeutung des Sperrenplanktons für die Fischerei betrifft, so haben wir zwar die Beobachtung gemacht, daß die planktonische Ernährung der Talsperrenforellen besonders im Herbst, wenn die Daphnienproduktion in manchen Sperren ein Maximum erreicht, gar keine Seltenheit ist; ferner, daß Phoxinus laevis in manchen Monaten wie August und September ein typischer Planktonfresser ist. „Trotzdem müssen wir betonen, daß das Plankton der Talsperren ohne große Bedeutung für die Ernährung der Fische, wie der Bodentiere — also indirekt der Fische — ist" (Ber. d. bot. u. zool. Ver. a. a. O., S. 107).

Als Resultat haben also die Untersuchungen an den Talsperren ergeben: die Talsperre ist zwar ein See; sie stellt aber in morphologischer, thermischer und faunischer Beziehung einen ganz neuen Typus eines Sees dar. Das Plankton der Talsperren ist nach seiner Zusammensetzung ein Seenplankton; es stellt aber in der temporalen und vertikalen Verteilung einen besonderen Typus dar. Die Talsperren liefern wenigstens mittelmäßige, wenn nicht reiche Erträge an Plankton. Für die Ernährung der Fische ist das Sperrenplankton ohne große Bedeutung.

Die anschaulich-geometrische Methode der Quadratwurzelausziehung

der Griechen scheint trotz Max Simons Hinweis ziemlich in Vergessenheit geraten zu sein. Sie rührt nach Cantor I, S. 461, von Theon her; es ist höflicher und interessanter und wohl kein Unrecht gegen Theon, sie seiner Tochter Hypatia zuzuschreiben, die damit die Reihe der „donne matematiche" (Loria) bis zur Sonja Kowalewska eröffnet. Schon diese Mitteilung pflegt bei den Untersekundanern lebhaftes Interesse hervorzurufen und vielleicht fällt der Hinweis auf Kingsleys Roman „Hypatia" in einem solchen Augenblick auf einen vorbereiteten Boden.

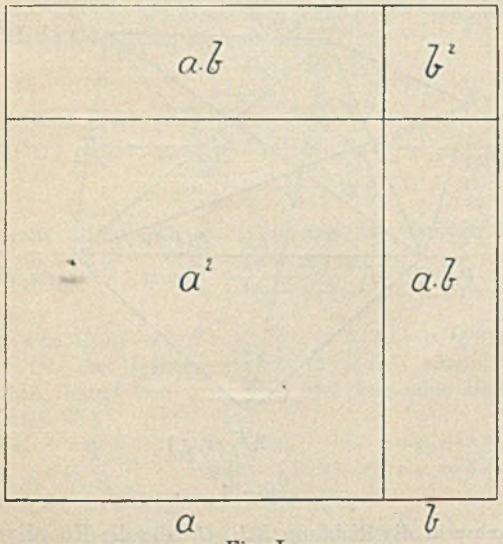


Fig. I.

Die Methode selbst bedarf keiner Vorbereitung, wenn die „Formel" $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ als die geometrische Tatsache (Quadrat!), die sie ja zunächst ist, in der Vorstellung der Schüler lebt (siehe Fig. I); d. h. wenn sie eben noch lebendige Form ist und noch nicht zur toten Formel geworden ist.*) — Soll also z. B. $\sqrt{5}$ gefunden werden, so ist die Quadratwurzel aus 5 zunächst unbekannt, d. h. $\sqrt{5} = x$, oder mit anderen Worten: es soll $x^2 = 5$ werden. Das Quadrat und das Wort Quadratwurzel müssen ja nun von selbst zur geometrischen Fragestellung führen: wir suchen die Seite eines Quadrates, dessen Flächeninhalt 5 Flächeneinheiten, etwa $5\,dm^2$, beträgt. Diese einfache Frage läßt sich, wie einige Versuche zum Erstaunen der Schüler zeigen, nicht sofort beantworten, aber über der Seite von $2\,dm$ würde ein Quadrat stehen, dessen Inhalt $4\,dm^2$, also dem verlangten ziemlich nahe wäre (Grenzbegriff!). Offenbar ist aber die Seite von $2\,dm$ zu klein, da ja noch $1\,dm^2$ an Fläche übrig bleibt. Dieser ist also zu einem Vergrößerungsanbau an das Quadrat von $2\,dm$ Seitenlänge zu verwenden — aber eben nach schon vorgeschriebenem Grundrißplan: das Ganze soll ja ein Quadrat werden. Dann muß also nach dem schon seit Untertertia eingeprägten und immer wieder benutzten Bilde (Fig. I) der Umbau aus zwei Rechtecken und einem Quadrat bestehen, und die einzige Frage ist, wie breit darf der Umbau sein? Nennen wir seine uns unbekannte Breite $y\,dm$, so haben die beiden Rechtecke den Inhalt $2 \cdot 2y\,dm^2$ und dazu kommt noch das Quadrat $y^2\,dm^2$; beide zusammen sollen gerade $1\,dm^2$ sein, also

$$4y + y^2 = 1.$$

Ist der Anbau nicht sehr breit, so wird auch unser Eckquadrat nicht sehr groß sein, und die beiden Rechtecke werden an Flächengröße überwiegen; wir können also sagen $4y\,dm^2$ muß etwa $1\,dm^2$ werden. (Daß nicht etwa immer das Eckquadrat gegen die beiden Rechtecke klein ist, zeigt man sofort mit einer leichten Abänderung der Fig. I [siehe Fig. II], die wohl deutlich genug zeigt, wie das Eckquadrat mit abnehmender

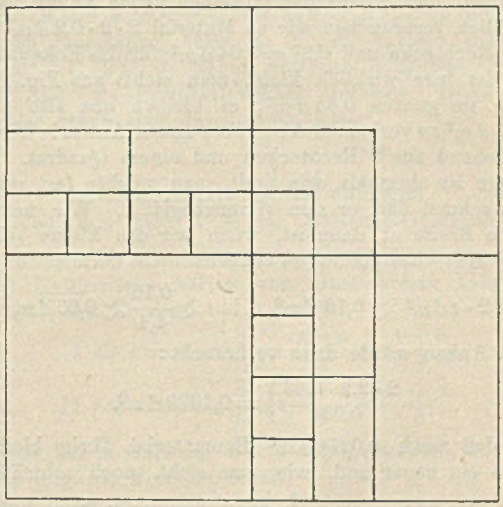


Fig. II.

*) Wie wichtig die Figur ist, zeigt sich noch darin, daß auf ihr die Lösung der quadratischen (natürlich!) Gleichung nach der Methode der Araber, die Auffindung der pythagoreischen „Zahlenkleeblätter" (J. E. Böttcher), der indische Beweis des Pythagoras, die geometrische Summation der Reihe der ungeraden Zahlen beruhen.

Anbaubreite, verglichen mit den beiden Rechtecken, rasch abnimmt. Ist aber das Verhältnis der Anbaubreite zur ursprünglichen Quadratseite nahezu 1, so ist das Eckquadrat, wie die Figur zeigt, nicht zu vernachlässigen.) Würde man nun $y = \frac{1}{4} = 0{,}25\ dm$ wählen,

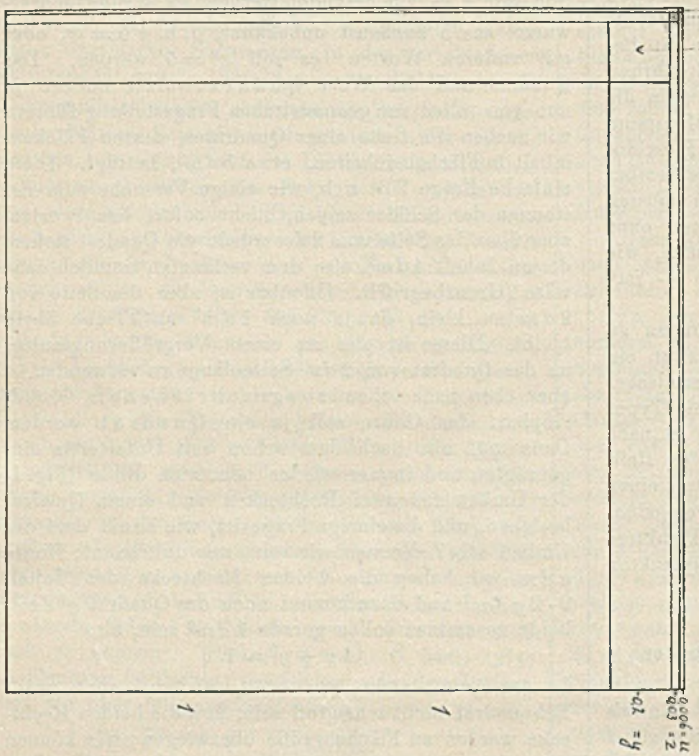


Fig. III.

so bliebe für das Eckquadrat nichts übrig; wir werden uns also mit der Breite des Anbaus gleich $0{,}2\ dm$ begnügen, und sollte noch ein Rest von Baumaterial bleiben: nun, so machen wir einen neuen Anbau. Tatsächlich verbrauchen wir an Material $2 \cdot 2 \cdot 0{,}2\ dm^2$ für die Rechtecke und $0{,}2^2 = 0{,}04\ dm^2$ für das Eckquadrat (es ist hier wirklich klein, man siehts aus Fig. III), d. h. im ganzen $0{,}84\ dm^2$; es bleiben uns also noch $0{,}16\ dm^2$ zu verbauen. Also einen neuen Anbau! Wieder bestehend aus 2 Rechtecken und einem Quadrat. Die Frage ist abermals, wie breit, man möchte fast sagen, wie schmal darf er sein (Grenzbegriff!). Wir nennen seine Breite z; dann ist, wenn wir das kleine (siehe Fig. III!) Eckquadrat z^2 zunächst nicht berücksichtigen $2 \cdot 2{,}2 \cdot z\ dm^2 \approx 0{,}16\ dm^2$, d. h. $z \approx \frac{0{,}16}{4{,}4} \approx 0{,}03\ dm$. Für den Anbau würde dann verbraucht:

$$\left.\begin{matrix} 2 \cdot 2{,}2 \cdot 0{,}03 \\ 0{,}03^2 \end{matrix}\right\} = 0{,}1329\ dm^2,$$

so daß noch $0{,}0271\ dm^2$ Baumaterial übrig bleiben. Also ein neuer und, wie man sieht, noch schmälerer Anbau! Ueber die $2\frac{1}{4}$ (Näherungswert!) kommen wir offenbar nicht hinaus! Ist die neue „Breite" u, so ist jetzt $2 \cdot 2{,}23 \cdot u\ dm^2 \approx 0{,}0271\ dm^2$ unter berechtigter Vernachlässigung (Fig. III) des kleinen Eckquadrates; d. h. u wird $0{,}006\ dm$ breit, ohne daß damit die 5 Quadratdezimeter völlig erreicht wären. Doch ist man ihnen, wie eine Figur auf Millimeterpapier gut zeigt, schon recht nahe.

Die Uebertragung dieser Methode in den Raum zur Kubikwurzelausziehung (Kubus!) ist selbstverständlich; aber, glaube ich, ziemlich selten angewandt. Es genügt ein Würfel mit einem doppelten Mantel von Umbauten, also im ganzen aus

$1 + 3 + 3 + 1 + 3 + 3 + 1$ Teilen:

3 Würfeln, 6 flachen Quadern, 6 langen Quadern, die sich außerordentlich oft in anderen Stunden auch einzeln verwenden lassen. Als Vorderansicht dieses Würfelmodells erscheint dann eine Figur, die der Fig. III entspricht.

Rudolf Hunger (Dresden).

Zum euklidischen Beweis des pythagoreischen Lehrsatzes.

Von Oberlehrer Max Linnich (Kiel.)

I. In Nr. 1 dieses Jahrganges, Seite 14, wird bei dem Satz: „Die Summe der über den Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks gezeichneten gleichseitigen Dreiecke ist gleich dem gleichseitigen Dreieck über der Hypotenuse" der Beweis gebracht, daß die benutzten drei Hilfslinien durch einen Punkt gehen. Es handelt sich hier um einen Spezialfall des folgenden Satzes: „Konstruiert man über den Seiten eines beliebigen Dreiecks drei ähnliche gleichschenklige Dreiecke und verbindet die entstandenen neuen Punkte mit den gegenüberliegenden Eckpunkten des ursprünglichen Dreiecks, so gehen die drei Verbindungslinien durch einen Punkt."

Der Beweis des Satzes läßt sich folgendermaßen analytisch durchführen. (Fig. 1). Der Koordinatenanfangspunkt werde in den Eckpunkt B gelegt, die

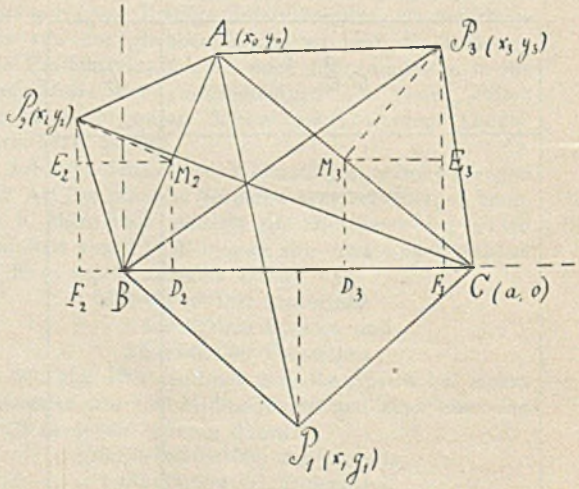


Fig. 1.

x-Achse in die Richtung BC. C habe die Koordinaten a, 0, A die Koordinaten x_0, y_0, der Basiswinkel der

gleichschenkligen Dreiecke sei δ. Es sind dann die Koordinaten des Punktes P_1:

$$x_1 = \frac{a}{2},\ y_1 = -\frac{a}{2}\operatorname{tg}\delta.$$

Daraus ergibt sich die Gleichung der Geraden AP_1

$$y - y_0 = \frac{y_0 + \frac{a}{2}\operatorname{tg}\delta}{x_0 - \frac{a}{2}}(x - x_0)$$

oder

$$x\left(y_0 + \frac{a}{2}\operatorname{tg}\delta\right) + y\left(\frac{a}{2} - x_0\right) - y_0\frac{a}{2} - x_0\frac{a}{2}\operatorname{tg}\delta = 0$$

oder

(1) $x(2y_0 + a\operatorname{tg}\delta) + y(a - 2x_0) - y_0 a - x_0 a\operatorname{tg}\delta = 0.$

Zur Berechnung der Koordinaten von P_2 bedenkt man, daß $P_2(x_2 y_2)$ auf der Mittelsenkrechten von BA liegt, die durch $M_2\left(\frac{x_0}{2}\frac{y_0}{2}\right)$ geht. Durch M_2 zieht man $M_2 D_2 \perp BC$ und $M_2 E_2 \perp P_2 F_2$. Es ist dann

$$\triangle P_2 E_2 M_2 \sim M_2 D_2 B.$$

Aus $P_2 M_2 : M_2 B = \operatorname{tg}\delta$ ergibt sich das Seitenverhältnis $= \operatorname{tg}\delta$. Mithin ist:

$$P_2 E_2 = B\ D_2 \cdot \operatorname{tg}\delta = \frac{x_0}{2}\cdot\operatorname{tg}\delta$$

$$M_2 E_2 = M_2 D_2 \cdot \operatorname{tg}\delta = \frac{y_0}{2}\cdot\operatorname{tg}\delta.$$

Es ist dann:

$$x_2 = B\ F_2 = B\ D_2 - E_2 M_2,$$
$$= \frac{x_0}{2} - \frac{y_0}{2}\operatorname{tg}\delta;$$
$$y_2 = P_2 F_2 = E_2 F_2 + E_2\ P_2,$$
$$= \frac{y_0}{2} + \frac{x_0}{2}\operatorname{tg}\delta.$$

Daraus ergibt sich die Gleichung der Geraden $P_2 C$:

$$y = \frac{\frac{y_0}{2} + \frac{x_0}{2}\operatorname{tg}\delta}{\frac{x_0}{2} - \frac{y_0}{2}\operatorname{tg}\delta - a}(x - a)$$

oder

$$y = \frac{y_0 + x_0\operatorname{tg}\delta}{x_0 - y_0\operatorname{tg}\delta - 2a}(x - a)$$

oder

(2) $x(y_0 + x_0\operatorname{tg}\delta) + y(y_0\operatorname{tg}\delta + 2a - x_0) - a y_0 - a x_0\operatorname{tg}\delta = 0.$

Als Koordinaten von P_3 ergeben sich auf ähnliche Weise wie bei P_2 unter Anwendung der Aehnlichkeit der Dreiecke $P_3 E_3 M_3$ und $M_3 D_3 C$:

$$x_3 = B\ D_3 + M_3 E_3,$$
$$= \frac{a + x_0}{2} + \frac{y_0}{2}\operatorname{tg}\delta;$$
$$y_3 = M_3 D_3 + E_3\ P_3,$$
$$= \frac{y_0}{2} + \frac{a - x_0}{2}\operatorname{tg}\delta.$$

Daraus ergibt sich die Gleichung der Geraden $P_3 B$:

$$y = \frac{y_0 + (a - x_0)\operatorname{tg}\delta}{a + x_0 + y_0\operatorname{tg}\delta}x$$

oder

(3) $x(x_0\operatorname{tg}\delta - a\operatorname{tg}\delta - y_0) + y(a + x_0 + y_0\operatorname{tg}\delta) = 0.$

Ob die Geraden (1) (2) (3) durch einen Punkt gehen, hängt von dem Wert der folgenden Determinanten ab:

$$\begin{vmatrix} 2y_0 + a\operatorname{tg}\delta & a - 2x_0 & a y_0 + a x_0\operatorname{tg}\delta \\ x_0\operatorname{tg}\delta + y_0 & 2a + y_0\operatorname{tg}\delta - x_0 & a x_0\operatorname{tg}\delta + a y_0 \\ x_0\operatorname{tg}\delta - y_0 - a\operatorname{tg}\delta & a + x_0 + y_0\operatorname{tg}\delta & 0 \end{vmatrix}$$

Durch Subtraktion der ersten Zeile von der zweiten erhalte ich:

$$\begin{vmatrix} 2y_0 + a\operatorname{tg}\delta & a - 2x_0 & a y_0 + a x_0\operatorname{tg}\delta \\ x_0\operatorname{tg}\delta - y_0 - a\operatorname{tg}\delta & a + x_0 + y_0\operatorname{tg}\delta & 0 \\ x_0\operatorname{tg}\delta - y_0 - a\operatorname{tg}\delta & a + x_0 + y_0\operatorname{tg}\delta & 0 \end{vmatrix}$$

Diese Determinante hat offenbar den Wert 0, woraus sich die Richtigkeit der Behauptung ergibt.

II. Daß der oben genannte Satz für aufgesetzte gleichseitige Dreiecke gilt, läßt sich auch folgendermaßen elementarer zeigen.

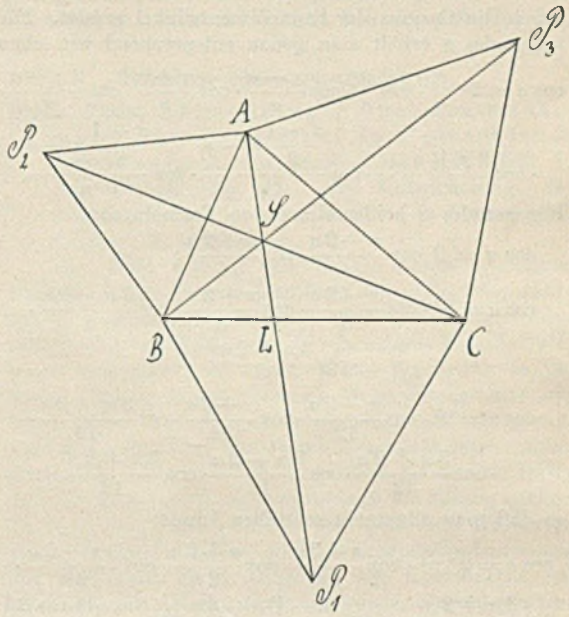


Fig. 2.

Man kann (Fig. 2) Dreieck ABP_1 durch Drehung um 60^0 mit B als Drehpunkt überführen in die Lage des Dreiecks $P_2 B C$. Bezeichne ich den Schnittpunkt von $P_2 C$ und $A P_1$ mit S_1, so ergibt sich $\sphericalangle CS_1 L = 60^0$. Bezeichne ich die Schnittpunkte von $P_3 B$ und $A P_1$ mit S_2, von $P_2 C$ und $P_3 B$ mit S_3, so ergibt sich auf ähnliche Weise $\sphericalangle L S_2 B = 60^0$ und $\sphericalangle B S_3 C = 120^0$. Es liegen demnach S_1 bezw. S_2, S_3 auf Kreisen, die BL bezw. LC, BC als Sehne und die Winkel 60^0 bezw. 60^0, 120^0 als Peripheriewinkel umfassen. Diese drei Kreise gehen aber durch einen Punkt.

Goniometrische Gleichungen.

Von Oberlehrer H. Milz (München-Gladbach).

Die in Nr. 1 der Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften von Oberlehrerin Illgner mitgeteilten Formeln

$$\text{I}\ \sin a = 4\sin\frac{a}{3}\sin\frac{\pi - a}{3}\sin\frac{\pi + a}{3},$$

$$\text{II}\ \cos a = 4\cos\frac{a}{3}\cos\frac{\pi - a}{3}\cos\frac{\pi + a}{3}$$

lassen sich in einfacher Weise verallgemeinern, wodurch man folgende Formeln erhält:

für gerades n:

$$\sin a = 2^{n-1}\cdot\sin\frac{a}{n}\cdot\sin\frac{\pi - a}{n}\cdot\sin\frac{\pi + a}{n}\cdot\sin\frac{2\pi - a}{n}\cdot$$
$$\cdot\sin\frac{2\pi + a}{n}\cdot\ldots\cdot\sin\frac{\frac{n}{2}\pi - a}{n},$$

für ungerades n:

$$\sin\alpha = 2^{n-1}\cdot\sin\frac{\alpha}{n}\cdot\sin\frac{\pi-\alpha}{n}\cdot\sin\frac{\pi+\alpha}{n}\cdot\sin\frac{2\pi-\alpha}{n}\cdot$$
$$\cdot\sin\frac{2\pi+\alpha}{n}\cdots\sin\frac{\frac{n-1}{2}\pi-\alpha}{n}\cdot\sin\frac{\frac{n-1}{2}\pi+\alpha}{n}.$$

Die entsprechenden Formeln für $\cos\alpha$ lassen sich aus den angegebenen Formeln gewinnen, indem man sie für den Winkel $\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ anwendet und dann alle Sinus durch die Cosinus der Komplementwinkel ersetzt. Für ungerades n erhält man genau entsprechend wie eben

$$\cos\alpha = 2^{n-1}\cdot\cos\frac{\alpha}{n}\cdot\cos\frac{\pi-\alpha}{n}\cdot\cos\frac{\pi+\alpha}{n}\cdot\cos\frac{2\pi-\alpha}{n}\cdot$$
$$\cdot\cos\frac{2\pi+\alpha}{n}\cdots\cos\frac{\frac{n-1}{2}\pi-\alpha}{n}\cdot\cos\frac{\frac{n-1}{2}\pi+\alpha}{n}.$$

Für gerades n heißen die ersten Formeln so:

$$\cos\alpha = 2\cos\frac{\pi-2\alpha}{4}\cdot\cos\frac{\pi+2\alpha}{4};$$
$$\cos\alpha = 2^3\cdot\cos\frac{\pi-2\alpha}{8}\cdot\cos\frac{\pi+2\alpha}{8}\cdot\cos\frac{3\pi-2\alpha}{8}\cdot$$
$$\cdot\cos\frac{3\pi+2\alpha}{8};$$
$$\cos\alpha = 2^5\cdot\cos\frac{\pi-2\alpha}{12}\cdot\cos\frac{\pi+2\alpha}{12}\cdot\cos\frac{3\pi-2\alpha}{12}\cdot$$
$$\cdot\cos\frac{3\pi+2\alpha}{12}\cdot\cos\frac{5\pi-2\alpha}{12}\cdot\cos\frac{5\pi+2\alpha}{12},$$

so daß man allgemein schreiben kann:

$$\cos\alpha = 2^{n-1}\cdot\cos\frac{\pi-2\alpha}{2n}\cdot\cos\frac{\pi+2\alpha}{2n}\cdot\cos\frac{3\pi-2\alpha}{2n}\cdot$$
$$\cdot\cos\frac{3\pi+2\alpha}{2n}\cdots\cos\frac{(n-1)\pi-2\alpha}{2n}\cdot\cos\frac{(n-1)\pi+2\alpha}{2n}.$$

Die Herleitung der Formeln gelingt dadurch, daß man die Formeln, die $\sin\alpha$ durch die Potenzen von $\sin\frac{\alpha}{n}$ und Binomialkoeffizienten als eine Summe darstellen, in ein Produkt verwandelt. Dies ist gleichbedeutend damit, daß die gleich Null gesetzte rechte Seite der Formel als Gleichung für $\sin\frac{\alpha}{n}$ aufgefaßt und nach $\sin\frac{\alpha}{n}$ aufgelöst wird. Die so auftretende Gleichung steht in engem Zusammenhang mit der Kreisteilungsgleichung, wie dies für $n=7$ gezeigt werden soll. Es ist hier

$$\sin\alpha = 7\sin\frac{\alpha}{7} - 56\sin^3\frac{\alpha}{7} + 112\sin^5\frac{\alpha}{7} - 64\sin^7\frac{\alpha}{7} =$$
$$= 64\sin\frac{\alpha}{7}\left(\frac{7}{64} - \frac{56}{64}\sin^2\frac{\alpha}{7} + \frac{112}{64}\cdot\sin^4\frac{\alpha}{7} - \sin^6\frac{\alpha}{7}\right).$$

Führt man in der Klammer statt $\sin^2\frac{\alpha}{7}$ ein $\cos^2\frac{\alpha}{7} = 1-\sin^2\frac{\alpha}{7}$, so erhält man

$$\cos^6\frac{\alpha}{7} - \frac{5}{4}\cos^4\frac{\alpha}{7} + \frac{3}{8}\cos^2\frac{\alpha}{7} - \frac{1}{64}.$$

Um diese Summe in Faktoren zu zerlegen, setzt man $\cos^2\frac{\alpha}{7} = x$ und löst die Gleichung

$$x^3 - \frac{5}{4}x^2 + \frac{3}{8}x - \frac{1}{64} = 0$$

nach x auf. Nun hat die bei der Kreisteilung für $n=7$ vorkommende Gleichung $y^3+y^2-2y-1=0$ die Wurzeln

$$y = 2\cos\frac{2\pi}{7}$$
$$y_1 = -2\cos\frac{3\pi}{7}$$
$$y_2 = -2\cos\frac{\pi}{7}.$$

(Weber und Wellstein, I^2, S. 358). Die Gleichung, deren Wurzeln die Hälfte dieser Wurzeln sind, lautet dann

$$y^3 + \frac{y^2}{2} - \frac{y}{2} - \frac{1}{8} = 0,$$

und die Gleichung, deren Wurzeln die Quadrate der Wurzeln dieser letzten Gleichung sind, ist

$$x^3 - \frac{5}{4}x^2 + \frac{3}{8}x - \frac{1}{64} = 0,$$

also die oben erhaltene Gleichung. Damit ist gezeigt, daß folgende Zerlegung richtig ist:

$$\frac{7}{64} - \frac{7}{8}\sin^2\frac{\alpha}{7} + \frac{7}{4}\sin^4\frac{\alpha}{7} - \sin^6\frac{\alpha}{7} = \left(\sin^2\frac{\pi}{7} - \sin^2\frac{\alpha}{7}\right)\cdot$$
$$\left(\sin^2\frac{2\pi}{7} - \sin^2\frac{\alpha}{7}\right)\left(\sin^2\frac{3\pi}{7} - \sin^2\frac{\alpha}{7}\right).$$

Da die einzelnen Klammerausdrücke sich je in Summe und Differenz der vorkommenden Sinus umwandeln lassen, kann man auf diese die bekannten Formeln anwenden, wodurch man $\sin\alpha$ in Form eines Produktes erhält, dessen Zahlenfaktor $64 = 2^6$ ist und dessen 7 Sinusfaktoren der oben angegebenen Formel entsprechen.

Mit den obigen Formeln ist auch der von Fräulein Illgner als merkwürdig bezeichnete Koeffizient 4 in der von ihr angegebenen Formel aufgeklärt.

Das Foucaultsche Pendel.

Von Dr. Gustav Berkhan (Hamburg).

Die Lehre vom Foucaultschen Pendel wird gewöhnlich durch den bekannten Versuch auf der Schwungmaschine eingeleitet, der die Erhaltung der Schwingungsebene zeigt. Dann werden die genau dem Versuch entsprechenden Verhältnisse an den Polen behandelt. So weit ist alles ganz einfach. Aber schon, wenn man die Dinge am Aequator untersucht, klafft m. E. in den meisten Darstellungen eine Lücke. Es wird nachgewiesen, daß der Meridian dort seine Richtung im Raume beibehält, aber übersehen oder wenigstens nicht genügend betont, daß die Ebene eines dort schwingenden Pendels tatsächlich ihre Richtung im Raume nicht beibehält; es müßte ja sonst das Pendel bald in einer schiefen Ebene schwingen und nach 12 Stunden sogar auf dem Kopfe stehen.

Einwandfrei scheint mir nur das Verfahren, die wahre Drehung der Erde in Komponenten zu zerlegen, deren eine um den Erdradius erfolgt, der durch den Beobachtungsort hindurchgeht. Aber die Zerlegung von Rotationen wird sich auf der Schule kaum behandeln lassen. Das folgende Verfahren hat den Vorzug, direkt ans Experiment anzuknüpfen, setzt allerdings den Begriff des Differentialquotienten (für die cos-Funktion) voraus. Ich meine aber: je öfter die Physik auf diesen Begriff führt, um so besser.

Im Lehrzimmer schwinge ein ebenes Fadenkugelpendel über dem Experimentiertisch*). Dann ist von vornherein klar, daß seine Schwingungsebene relativ zum Tische überhaupt keine andere Bewegung ausführen kann, als eine Drehung um die durch die Ruhelage des Pendels bezeichnete Gerade als Achse. Denn

*) Der eigentliche Versuch soll hiermit nicht ausgeführt werden.

die Schwingungsebene muß stets senkrecht zum Tische stehen und durch den Aufhängepunkt des Pendels hindurchgehen. Das Pendel kann also umgekehrt nur eine Bewegung der Erde anzeigen, bei der die genannte Achse als fest betrachtet wird, was aus dem Grunde erlaubt ist, weil alle Bewegung relativ ist.

Das wesentliche an der mehrfach genannten Achse ist nur, daß sie senkrecht steht. Wir können sie daher auch durch unseren stehenden Körper gelegt denken und kommen so auf die ganz subjektive Frage: wie bewegt sich die Erde in bezug auf meinen Körper? Da alle Erdorte von mir dieselbe Entfernung beibehalten, so kann die fragliche Bewegung nur eine Drehung sein, deren Sinn sich übrigens schnell ermitteln läßt. Denn sie kommt doch dadurch zustande, daß infolge der wahren Drehung der Erde die Orte nördlich von mir (auf der nördlichen Halbkugel) eine kleinere, die Orte südlich von mir eine größere west-östliche Geschwindigkeit haben als ich selber. Diese eilen mir also voraus, während jene hinter mir zurückbleiben. Die Erde dreht sich also im Sinne N-W-S-O-N um meine Körperachse. Schon dieses qualitative Ergebnis erscheint mir wichtig und ist dabei so mühelos zu erzielen, daß es auch Schülern der Unterstufe nicht vorenthalten zu werden braucht. Die Ableitung läßt sich übrigens durch Verwendung eines Meßtischblattes oder einer Generalstabskarte noch anschaulicher gestalten und hat überdies große Aehnlichkeit mit der Erklärung des Benzenbergerschen Versuches, bei dem auch der Unterschied in der Geschwindigkeit zweier Erdorte, die dabei nur senkrecht übereinander liegen, die Hauptrolle spielt.

Um die Winkelgeschwindigkeit der fraglichen Drehung zu ermitteln, brauchen wir die bisherigen qualitativen Darlegungen nur quantitativ zu verfolgen. Dabei genügt es, die Rechnung für einen einzigen Punkt durchzuführen, da die Winkelgeschwindigkeit für die eine Drehung, die wir betrachten, konstant ist. Um die Vorstellung zu festigen, fragen wir uns gleich: mit welcher Geschwindigkeit dreht sich die Oberfläche des Experimentiertisches unter dem Pendel vorbei — wie der Teller der Schwungmaschine bei dem oben erwähnten Versuch? Der Punkt A des Tisches, der senkrecht unter dem Aufhängepunkt des Pendels liegt, habe die geographische Breite φ, ein anderer Punkt B, genau nördlich von ihm, habe die Breite $\varphi + \triangle \varphi$. Der Radius der Erde sei r, ihre wahre Winkelgeschwindigkeit (um die Achse durch die Pole) sei w. Dann ist $r \cdot \triangle \varphi$ die Entfernung der beiden Punkte, d. h. der Radius des Kreises, den der eine um den anderen beschreibt. Die linearen Geschwindigkeiten der beiden Punkte sind $w \cdot r \cdot \cos \varphi$ und $w \cdot r \cdot \cos (\varphi + \triangle \varphi)$, also ist die relative lineare Geschwindigkeit von B in bezug auf A gleich der Differenz:

$$\begin{aligned} & w \cdot r \cdot \cos \varphi - w \cdot r \cdot \cos (\varphi + \triangle \varphi) \\ & = w \cdot r \, [\cos \varphi - \cos (\varphi + \triangle \varphi)]. \end{aligned}$$

Zum Schluß ergibt sich die gesuchte Winkelgeschwindigkeit als

$$\lim_{\triangle \varphi = 0} \frac{w \cdot r \cdot [\cos \varphi - \cos (\varphi + \triangle \varphi)]}{r \cdot \triangle \varphi} = w \cdot \sin \varphi.$$

Mit dieser Winkelgeschwindigkeit dreht sich also das Foucaultsche Pendel scheinbar im Sinne N-O-S-W-N herum.

Kleinere Mitteilungen.

Herrn Dr. H. Böttcher teilt mit, daß er von Herrn Dr. Zeisberg darauf aufmerksam gemacht worden ist, daß die „Anschauliche Summation geometrischer Reihen“ (vergl. Heft 5) schon von Herrn Milankowitsch in Schottens Zeitschrift 40 behandelt ist.

Herr Prof. Milarch teilt mit, daß Herr Prof. Graefe die Entwickelung der Binomialreihe (vergl. S. 94) in dem Lehrbuch der Elementarmathematik von Wittstein, 1872, Bd. 3, Abt. 1, S. 45, gefunden hat.

Bücher-Besprechungen.

Klein, Felix, Abhandlungen über den mathematischen Unterricht in Deutschland, veranlaßt durch die Imuk. Bd. III, Heft 1: **Schimmack, Dr. R.,** Die Entwickelung der mathematischen Unterrichtsreform in Deutschland. Leipzig, B. G. Teubner.

Das Heft verfolgt die Keime unserer heutigen mathematischen Unterrichtsreform bis in die 40er Jahre des 19. Jahrhunderts zurück. Bei den maßgebenden mathematischen Didaktikern der damaligen Zeit, Schellbach und Baltzer, spielt, soweit die Schule in Betracht kommt, die funktionale Betrachtungsweise gar keine Rolle. Daß dies die herrschende Auffassung war, bewies der Beschluß der damals neugegründeten mathematischen Sektion der Philologentage (Hannover 1864), daß die Mathematik nur insoweit in die Schule gehöre, als nicht von Veränderlichen die Rede sei. Wie durch diesen Beschluß zugleich auch die analytische Geometrie und überhaupt die Anwendung von Koordinaten auf lange von den Schulen verbannt wurde, obwohl einzelne energisch dafür eintraten, wie erst durch das Auftreten des bekannten Physiologen Dubois-Reymond (Kegelschnitte statt griechisches Skriptum!) und durch die Wirksamkeit von Hoffmann in seiner Zeitschrift allmählich ein Umschwung in der Auffassung eintrat, wie in diesem Auf- und Abwogen der Meinungen vereinzelt schon die ganze heutige Reformbewegung vorweggenommen wurde, wie allmählich, namentlich auch durch die Entwickelung der technischen Hochschulen und das Aufkommen der graphischen Methoden, der Gedanke zum Durchbruch kommt, daß der Funktionsbegriff das einheitliche Band sein müsse, das den ganzen auf der Schule behandelten Stoff umschlinge und durchdringe (Höfler), das alles wird durch zahlreiche Einzeltatsachen belegt. Die stärkere Betonung der Anwendungen, wie sie in den 90er Jahren sowohl in den Kreisen der Schulmathematiker (Richter-Wandsbeck) wie auch an der Hochschule („angewandte“ Mathematik) hervortrat, sowie die Forderungen der Ingenieure, wie sie in besonders scharfer Form von Riedler ausgesprochen wurden, blieben nicht ohne Einfluß auf den preußischen Lehrplan von 1901, in dem ein „Verständnis des Funktionsbegriffs“ gefordert wurde. Wie durch das Vorgehen der Biologen die ganze Frage des naturwissenschaftlich-mathematischen Unterrichts ins Rollen kam und in der „Breslauer Unterrichtskommission“ ein Organ zur Klärung dieser Fragen geschaffen wurde, dessen Beratungsergebnisse sich zu den „Meraner Vorschlägen“ verdichteten, wie daraus schließlich in Dresden ein ständiger „Deutscher Ausschuß für den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht“ (Damnu) wurde, in den die verschiedensten Fachverbände ihre Vertreter entsandten und dem sich

bald ein entsprechender Ausschuß für das technische Schulwesen zur Seite stellte, wie endlich entsprechende Strömungen in anderen Ländern mit der in Deutschland zu der Internationalen mathematischen Unterrichtskommission (Imuk) zusammenflossen (Rom 1908), die seit ihrem Bestehen auf breitester Grundlage eine möglichst sachliche und vielseitige Darstellung des derzeitigen Standes des Mathematikunterrichtes in den verschiedenen Ländern unternimmt, das alles liest man am besten in dem Heft selbst nach. Weiterhin wird dann geschildert, wie die Neugestaltungen im Schulwesen (Oberrealschulen) und die Frage der Ausbildung der Lehrkräfte die Reformbewegung beeinflußten und ihrerseits von dieser Antriebe empfingen. Ein Ueberblick über die schulmathematische Literatur etwa der letzten zehn Jahre zeigt dann, wie sich alle geschilderten Strömungen auch hier wiederspiegeln. Zum Schluß folgt ein Lehrplanentwurf für Oberrealschulen, wie er etwa dem Geiste der Reformbewegung entspricht.

Das Heft ist ein ausgezeichnetes Orientierungsmittel für alle diejenigen, die einen Ueberblick über die mannigfach ineinandergreifenden Strömungen gewinnen wollen, aus denen die Reformbewegung hervorgewachsen ist. Es verdient in den Kreisen der Mathematiklehrer weiteste Verbreitung. Lony (Hamburg).

* * *

Witting, Alexander, Der mathematische Unterricht im Königreich Sachsen.

In diesem, dem 2. Heft des zweiten Bandes der Abhandlungen der internationalen mathematischen Unterrichtskommission (Imuk) wird die Entwickelung und der Betrieb des mathematischen Unterrichts an den sächsischen Gymnasien und Realanstalten behandelt. Die Ausbildung und die Prüfung der Mathematiker an der Universität Leipzig und der Dresdner technischen Hochschule wird eingehend dargestellt. Nicht mit in den Kreis der Betrachtung gezogen sind die Lehrerseminare, die höheren Mädchenschulen und die technischen Mittelschulen Sachsens, sie werden in anderen Heften der Unterrichtskommission ihre Berücksichtigung finden. Im großen und ganzen weist das sächsische höhere Schulwesen der Gegenwart dieselben Formen und Züge wie das preußische auf, doch mögen einige Eigenheiten hervorgehoben werden: Die Vorschule ist in Sachsen unbekannt. Die Leiter der Vollanstalten führen den Titel Rektor, die Leiter der Nichtvollanstalten werden ebenso wie die der Volksschulen Direktoren genannt. Die Reifeprüfungen werden in Gegenwart eines königlichen Kommissars abgehalten, dazu kann an den Realschulen auch ein älterer Professor einer neunklassigen Anstalt ernannt werden. Eine merkwürdige Art der Gabelung findet sich an zwei Dresdner Anstalten; das Wettiner- und das König-Georg-Gymnasium spalten sich in eine gymnasiale und eine realgymnasiale Abteilung, die Primen gabeln sich dann nochmals in eine sprachlich-historische und eine mathematisch-naturwissenschaftliche Gruppe. Nach der Prüfungsordnung für das höhere Lehramt vom 1. Mai 1908 erstreckt sich die allgemeine Prüfung nur noch auf Pädagogik und Philosophie, weggefallen ist Religion und Deutsch, wie das auch schon Study und andere für Preußen vorgeschlagen haben. Sehr merkwürdig ist aber, daß in der im Jahre 1909 erschienenen Prüfungsordnung für die Kandidaten des höheren Lehramts an der Königl. Techn. Hochschule die deutsche Literatur in der allgemeinen Prüfung auf einmal wieder erscheint (vgl. S. 47 und 57). Seit Ostern 1910 besitzt Sachsen auch zwei Seminare, und zwar am Realgymnasium zu Annaberg und an der Oberrealschule zu Leipzig. Jedoch verweilen die Kandidaten hier nur ein halbes Jahr, sodaß die Gesamtausbildungszeit jetzt ein und ein halbes Jahr beträgt. Verhältnismäßig niedrig erscheint mir die Zahl der Mathematiker in leitender Stellung im sächsischen höheren Schulwesen; unter den 54 Direktoren der sächsischen Realanstalten (Realgymnasien, Real- und Oberrealschulen) finden sich 12 Mathematiker, das sind 22%, in Hamburg ist das Verhältnis wie 16 zu 6 oder 37,5%.

Schwabe (Hamburg).

* * *

Abhandlungen über den mathematischen Unterricht in Deutschland. Heft 4: Der mathematische Unterricht in den Gymnasien und Realanstalten der Hansestädte, Mecklenburgs und Oldenburgs, von Thaer, Geuther und Böttger. Leipzig 1912, B. G. Teubner.

Das Heft enthält „im wesentlichen das Ergebnis einer Umfrage, die nach dem für die süddeutschen Staaten bewährten Verfahren vorgenommen ist". Sie zeigt, wie in den Hansestädten durch weitgehende Freiheiten für Schule und Lehrer vielseitiges und lebhaftes Streben erzielt ist, wie in Mecklenburg durch die Persönlichkeit Seegers die Reform des mathematischen Unterrichts angebahnt worden, wie endlich in Oldenburg es Männern wie Harms und Schuster gelungen ist, der Reform des mathematischen Unterrichts die Wege zu ebnen. Ueber den gegenwärtigen Stand des mathematischen Unterrichts geben die ausführlich abgedruckten Lehrpläne und Stundenverteilungen zuverlässige Aufschlüsse. Ueber die Ziele, die noch zu erstreben sind, und über die Methoden des Unterrichts gehen die Ansichten der befragten Fachkollegen natürlich weit auseinander. Es ist nicht möglich, den reichen Inhalt aller Antworten im Rahmen einer Besprechung wiederzugeben. Ich beschränke mich auf eine Angabe der mannigfachen Gegenstände, auf die sie sich beziehen. Die Benutzung des Lehrbuches, des Demonstrationsapparates, des Modelles und seine Herstellung durch Schüler werden besprochen; die Propädeutik, die Anwendungen und die praktischen Uebungen erörtert; wir hören Vorschläge zur Entlastung der Schüler und zur Verwendung mathematischer Betrachtungen im naturwissenschaftlichen Unterricht, wir erfahren etwas über die Stellung der Kollegen zu den Vorschlägen der IMUK und zur Reifeprüfung. Endlich enthält die Abhandlung eine Darstellung über die praktische und theoretische Ausbildung der Lehramtskandidaten. Den Mathematikern der beteiligten Staaten kann das Studium der inhaltsreichen Abhandlungen warm empfohlen werden. Sie werden an vielen trefflichen Bemerkungen ihre Freude haben.

Dr. Winter (Hamburg).

* * *

Simon, Prof. Dr. **Max,** Analytische Geometrie der Ebene. 3. Aufl. 52 Fig. 195 S. Sammlung Göschen Nr. 65. Leipzig 1911. Pr. geb. M 0,80.

Analytische Geometrie des Raumes. 3. Aufl. 28 Fig. 208 S. Sammlung Göschen Nr. 89. Leipzig 1912. Pr. geb. M 0,80.

Der Name des Herrn Verfassers leistet für Gediegenheit und Eigenart der Werke Gewähr. In letzter Beziehung sei auf die Anwendung schiefwinkliger Koordinaten, auf die elegante Verbindung analytischer, synthetischer und konstruktiver Methoden zur Einschränkung umständlicher Rechnungen, auf das Hereinziehen höherer Kurven, algebraischer, wie transzendenter, in dem ersten Teil hingewiesen. Im zweiten werden Punkt- und Ebenen-Koordinaten von vornherein gleichmäßig verwendet, das Dualitätsprinzip wird konsequent durchgeführt, auf die allgemeine Behandlung der Flächen zweiten Grades (d. i. zweiter Ordnung) und zweiter Klasse, von Kegel und Zylinder folgt die besondere Behandlung der zentralen Flächen und der Paraboloide nebst ihrer Kubatur. Eigenartige, z. T. unzweifelhaft praktische Bezeichnungsweisen, verlangen ein gewisses Einstudieren. Deshalb sind die Bücher weniger zum Nachschlagen, als zum Durcharbeiten geeignet. Den meisten Nutzen gewähren sie, wenn man den Stoff schon im allgemeinen kennt und nun einmal im Zusammenhang erweiternd und vertiefend wiederholen will. A. T.

* * *

Fenkner, Lehrbuch der Geometrie für den Unterricht an höheren Lehranstalten. Ausgabe A. Teil 4: Analytische Geometrie. 220 S. Berlin 1912, Otto Salle. 2.40 M.

Das Buch bietet eine ziemlich ausführlich gehaltene, leicht verständliche Darstellung der analytischen Geometrie des Punktes, der Geraden und der Kegelschnitte und eine reiche Auswahl von Aufgaben, die nach den Jahresberichten höherer Lehranstalten im letzten Jahrzehnt in der Prüfung gestellt worden sind.

Der Stoff ist mit geradezu vorbildlicher Sorgfalt ausgewählt, angeordnet und bearbeitet. Wer das (übrigens sehr gut ausgestattete) Buch liest, wird darin den Niederschlag langjähriger Unterrichtspraxis erkennen. Vielleicht wird es der Leser bedauern, daß der Verfasser, dem eine glänzende Darstellungsgabe eigen ist, sich nicht hat entschließen können, einige höhere Kurven in sein Lehrbuch aufzunehmen. Der Verfasser hat es vermieden, „weil ihre Behandlung die über den Rahmen der Lehrpläne hinausgehende Kenntnis der Differentialrechnung voraussetzt". Der Rahmen ist aber schon hier und da durchbrochen, und für die Schulen, die die Differentialrechnung schon jetzt planmäßig lehren, wäre eine Darstellung höherer Kurven eine wertvolle Ergänzung gewesen.

Das Buch kann zum Gebrauch beim Unterricht und zum Selbststudium warm empfohlen werden.

Dr. Winter (Hamburg).

* * *

Löffler, E., Ziffern und Ziffernsysteme der Kulturvölker in alter und neuerer Zeit. (Mathematische Bibliothek von Lietzmann und Witting Nr. 1). IV und 94 S. Leipzig 1912, B. G. Teubner. 0.80 M.

Nach einer allgemein orientierenden Einleitung verbreitet sich der zweite Abschnitt über Rechnen und Bedeutung der Ziffernschrift; dann folgt im dritten die Darstellung der Zahlzeichen bei den Babyloniern, Aegyptern, Griechen, Römern, Semiten, Indern, Chinesen und Japanern, daran schließt sich eine vergleichende Uebersicht, eine Aufzählung der benutzten Literatur und ein kurzes Namenverzeichnis. Die Darstellung dieser Ziffernschriften, welche man sonst mühsam aus den Werken zur Geschichte der Mathematik heraussuchen muß, ist hier übersichtlich gegeben und wird manchem Leser sehr willkommen sein. Zu beanstanden wäre die Vermutung, daß das babylonische Sexagesimalsystem veranlaßt durch „Zahlenspielereien" der Priester wegen der Faktorenzerlegung von 60 erfunden sei. Eine Vermutung, die durch kein älteres Belegstück gestützt wird, während besonders durch die von Kugler beigebrachten astronomischen Tafeln, die Entstehung aus der Winkelmeßung streng nachweisbar ist. Woher der Verfasser weiß, daß das griechische Alphabet-Ziffernsystem gegen Ende des 8. Jahrhunderts in Milet erfunden sei, ist mir nicht klar. Griechische Zahlzeichen vor 500 a. Ch. sind bisher nirgends gefunden, und diese ältesten Inschriften benutzen das Alphabet nicht. Erst 425 tritt es auf, aber in Athen wird offiziell bis in die Mitte des 1. Jahrhunderts herodianisch geschrieben. Im übrigen ist diese Arbeit sehr empfehlenswert.. Hoppe (Hamburg).

* * *

Heyden Chr., Es ist Sonnenlicht. Köln, ohne Jahr.

Nach der Meinung des Verfassers sind die Kometen keine Himmelskörper, sondern „es ist die Strahlung der Sonne, die dadurch, daß sie durch Planeten teilweise verdeckt ist, eine Sichelstrahlung sendet, die durch Strahlenbrechung in den Schattenkegel anderer Planeten gelangt". Hoppe (Hamburg).

* * *

Poske, F., Unterstufe der Naturlehre. (Physik nebst Astronomie und Chemie.) Ausgabe A. 4. Auflage. 264 S., 325 Fig. Braunschweig 1912, Vieweg & Sohn. 2.80 M.

Poske, F., Oberstufe der Naturlehre. (Physik nebst Astronomie und mathematischer Geographie.) 3. Auflage. 359 S., 494 Fig. Braunschweig 1911. Vieweg & Sohn. 4.— M.

Beide Bücher sind nach dem Vorbild der Höflerschen österreichischen Lehrbücher bearbeitet. Für die Unterstufe war der Gesichtspunkt maßgebend, daß der Unterricht nicht bloß ein Auszug aus dem Lehrgang der Oberstufe darbieten darf und auf eine auch nur relative Vollständigkeit verzichten muß. Dieser sehr richtige Standpunkt hätte m. E. auch das Weglassen des ersten Abschnitts über die allgemeinen Eigenschaften der Körper gerechtfertigt. Andererseits vermisse ich eine neuzeitliche Darstellung der Wärmekraftmaschinen, und die neueren Anwendungen der Elektrizität, z. B. Dynamomaschine und Telegraphie ohne Draht, kommen den älteren gegenüber, z. B. Elektrisiermaschinen, galvanischen Elementen, zu schlecht weg. Hervorragend ist die knappe und klare Art der Darstellung, das Hervorheben des Wichtigsten durch verschiedene Druckarten und die Anführung zahlreicher Versuche, die der Schüler selbst mit Geräten des täglichen Gebrauches ausführen kann. Durch eine Hinzufügung eines Abschnittes über Astronomie, über die Hauptlehren der Chemie, leider ohne Berücksichtigung technologischer Prozesse, und durch einen Anhang von 123 Denkaufgaben ist das Buch ein hervorragendes Beispiel von Konzentration des Lehrstoffs.

In der Oberstufe ist leider die Benutzung der Differentialquotienten und Integrale vermieden, obgleich in der Mechanik von Grenzwerten und Differenzenquotienten Gebrauch gemacht wird. Die Gasgesetze sind

in ihrer Bedeutung für die Definition der Temperatur nicht einwandfrei erfaßt, das geht aus folgender Bemerkung hervor: „der absolute Nullpunkt ist ein bloß fingierter, er bezeichnet den Wärmegrad, bis zu dem ein Gas abgekühlt werden müßte, damit seine Spannung gleich Null würde. Dies ist bisher nicht gelungen, auch wäre damit die Möglichkeit anderweitig zu erreichender noch tieferer Wärmezustände nicht ausgeschlossen". Daß tatsächlich —273 gleichbedeutend mit — ∞ nach anderer Definition ist, geht aus einem Vergleich unserer Temperaturskala mit der Daltons hervor, wo die gleichen Grade jedesmal die gleiche Arbeit angeben, die beim Zusammendrücken des Gases geleistet werden muß. Die Luftspiegelungen werden neuerdings ohne Totalreflektion mit Berücksichtigung der Doppelbilder erklärt.

Selbstverständlich sollen diese Bemerkungen den Wert des Buches in keiner Weise herabsetzen. Besonders sei darauf hingewiesen, daß überall die neusten Resultate der Forschung und der Technik berücksichtigt sind. Interessant ist z. B. die Zusammenstellung der Wellenlängen sämtlicher Aetherschwingungen, in der nach den neuesten Untersuchungen noch die Röntgenstrahlen einzutragen sind.

P. Riebesell (Hamburg).

* * *

Fuss, Konrad, und **Hensold, Georg,** Lehrbuch der Physik. Zehnte Auflage. 587 Seiten mit 475 Abb. Freiburg 1912, Herder.

Das Buch bringt den Physiklehrstoff der Realschulen und Gymnasien und noch einiges mehr. Dabei ist das alles so ausführlich behandelt, daß sich das Buch besonders für den Selbstunterricht eignet, zumal viele und recht gute Abbildungen beigegeben sind. Die manchmal eigenartig anmutende Art der Darbietung erklärt sich wohl daraus, daß das Werk in erster Linie für Lehrerbildungsanstalten bestimmt ist. Hervorzuheben wären noch die geschichtlichen Rückblicke und die vielen Aufgaben.

Gg. Heinrich (Neustadt a. d. Haardt).

* * *

Schwidtal, Albrecht, Prof., Bergschuldirektor zu Tarnowitz, und **Teiwes, Carl,** Dipl.-Ingenieur, ord. Lehrer an der Bergschule zu Tarnowitz, Aufgaben-Sammlung zur technischen Mechanik und Festigkeitslehre für Bergschulen und andere Lehranstalten. Mit 150 Figuren. 2. Aufl. Leipzig, Friedrich Brandstetter. kart. 3.— M.

Das vorliegende Werkchen enthält im ersten Teile eine Reihe von Aufgaben aus dem Gebiete der technischen Mechanik und der Festigkeitslehre, und ist insbesondere für den Gebrauch an Bergschulen bestimmt. Im zweiten Teile des Buches sind die Lösungen mitgeteilt. Die Auswahl der Aufgaben ist zweckmäßig und scheint den dortigen Unterrichtsbedürfnissen zu entsprechen. Soll jedoch die Aufgabensammlung auch an anderen technischen Lehranstalten verwendet werden (wie ja auf dem Titel steht), ich erinnere an Bauschulen, an Maschinenbauschulen, so wäre die Aufnahme von Beispielen aus der Knickungslehre dringend zu fordern. Diesem Mangel könnte bei einer Neuauflage des Buches leicht abgeholfen werden.

Dipl.-Ing. A. Marx (Kaiserslautern).

* * *

Dr. Bastian Schmids naturwissenschaftliche Schülerbibliothek. Bd. 1 und 2: Physikalisches Experimentierbuch von Prof. **H. Rebenstorff,** Bd. 1: für jüngere und mittlere Schüler (231 S.) geb. 3 M, Bd. 2: für reife Schüler (178 S.) geb. 3 M. Leipzig, B. G. Teubner.

Jeder Lehrer der Physik findet unter seinen Schülern nicht wenige, die einen großen Teil der in der Schule gesehenen Versuche zu Hause wiederholen, soweit ihre Hilfsmittel und ihre Geschicklichkeit dazu ausreichen. Solchen Schülern kann das vorliegende Werk in seinen beiden Teilen ein trefflicher Führer sein. Es beschreibt eine schier unerschöpfliche Zahl von Versuchen aus allen Teilen der Physik, die meist mit den denkbar einfachsten Hilfsmitteln und fast ohne Kosten ausgeführt werden können. Ein großer Teil dieser einfachen Anordnungen ist von dem Verfasser selbst ersonnen (so ein Teil der Dampfdruckversuche, der beschriebenen Hygroskope, das Farbenthermoskop und seine vielfache Anwendung, die vielseitige Verwendbarkeit von Bleiblech u. ähnl). Dabei gibt das Buch nicht etwa trockene Rezepte von möglichster Kürze, sondern es verbindet die bei aller Knappheit völlig ausreichenden Anweisungen mit einer frischen und lebendigen Darstellung der durch die Versuche zu bestätigenden Gesetzmäßigkeiten, wobei meist an allbekannte Tatsachen und Beobachtungen angeknüpft wird. Dazwischen sind eine Unzahl praktischer Winke verstreut, und auch auf zu vermeidende Fehler oder gar Gefahren wird bei jeder Gelegenheit aufmerksam gemacht. Ueberall wo es angängig ist, weist der Verfasser darauf hin, wie die Versuche quantitativ ausgewertet werden können. Wie weit sich das Buch seine Ziele steckt, möge daraus hervorgehen, daß selbst Versuche über Aluminium-Gleichrichter (Graetzsche Drosselzellen), den lichtelektrischen Effekt, Kohärer u. ähnl. nicht fehlen. Möge das treffliche Buch an seinem Teile dazu beitragen, die deutsche Jugend zu gesundem Wirklichkeitssinn und praktischer Geschicklichkeit, zu schnellem Erfassen der Situation und zu ausdauernder Zähigkeit zu erziehen! Daß auch wohl die meisten Lehrer, die physikalische Uebungen leiten, mancherlei für diese Zwecke daraus entnehmen können, sei nebenher noch bemerkt.

Lony (Hamburg).

* * *

Dr. Bastian Schmids naturwissenschaftliche Schülerbibliothek. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner. Nr. 6: **K. Volk,** Geologisches Wanderbuch I, geb. in Leinw. 4,00 M. Nr. 14: **K. Scheid,** Chemisches Experimentierbuch I, geb. in Leinw. 3,20 M.

„Ein jubelndes, frohes Buch vom Wandern und Schauen" nennt sich K. Volks Geologisches Wanderbuch, und es hält, was es verspricht. Freude am Wandern und inniger Naturgenuß, der die Herrlichkeiten in der mannigfaltigen Gestaltung der Landschaft zu erkennen und in ihrer Bedingtheit durch die erdgestaltenden Kräfte zu begreifen sucht, tritt uns fast auf jeder Seite des kleinen Buches entgegen. Eine bessere Einführung in das Verständnis des heimischen Bodens und von diesem aus in die Grundlehren der Geologie kann der wandernden Jugend kaum geboten werden. Aber auch für den Laien, der sich für die Geologie interessiert, ist es eine ausgezeichnete Anleitung zu geologischen Beobachtungen auf Reisen; selbst der Lehrer der Geologie wird das Wanderbuch

mit Genuß lesen und manche wertvolle Anregung für seinen Unterricht daraus schöpfen. Am heimatlichen Bach entlang und am Baumaterial der Heimat beginnen die geologischen Studien, die dann mit selbstgefertigtem Winkelmesser und Kompaß fortgesetzt und schließlich auf die deutschen Mittelgebirge ausgedehnt werden. Beobachtungen im Felde und Arbeiten im Versuchsstübchen wechseln dabei fortgesetzt miteinander ab. Gute Abbildungen, Profile und Kärtchen erläutern den schwungvollen Text.

Das bekannte chemische Experimentierbuch von K. Scheid, das in wenig veränderter Form in die Schmidsche Sammlung aufgenommen worden ist, gehört zu den besten Beschäftigungsbüchern für die Jugend. Das bei unseren Jungen so sehr beliebte chemische Experimentieren wird von den Eltern darum so wenig geschätzt, weil es mit mancherlei Gefahren verknüpft ist. Dazu kommt, daß es meist planlos und daher ohne Gewinn für den Experimentierenden betrieben wurde. Das Scheidsche Buch, das alle ernsthaft gefährlichen Versuche ausschaltet und im übrigen genaue Anweisungen und Warnungen vor etwaigen Gefahren enthält, ist dazu berufen, den Betätigungsdrang der Jungen in geordnete Bahnen zu lenken, ihn nutzbringend zu verwerten und die Zahl der Unfälle beim häuslichen chemischen Arbeiten der Schüler erheblich einzuschränken.

Die beiden Bücher der Schmidschen Sammlung sollten in keiner Schülerbücherei fehlen; sie werden außerdem vielen unserer Jungens willkommene Weihnachts- oder Geburtstagsgeschenke sein.

L. Doermer (Hamburg).

* * *

Timerding, H. E., Die Naturwissenschaften und die Fortbildungsschulen. 12. Heft der Schriften des deutschen Ausschusses für den mathem. und naturw. Unterricht. 34 S. Leipzig, B. G. Teubner. M 1.20.

Der Verfasser und eine Anzahl bedeutender Mitarbeiter bringen in dem Heftchen eine knappe, aber inhaltsreiche und wertvolle Skizze über die Auswahl des naturwissenschaftlichen und mathematischen Stoffes und die Art seiner Behandlung auf den Fortbildungsschulen. Aus allen Gebieten scheint mir das Wichtige herausgenommen und an den Erfahrungskreis des Fortbildungsschülers angeknüpft. Besonders wertvoll erscheint mir die Betonung der Gesundheitslehre und die Forderung einer sexuellen Aufklärung vom hygienischen Standpunkte aus. Dr. P. Groebel (Hamburg).

* * *

Dortmunder Arbeitsschule. Ein Beitrag zur Reform des Volksschulunterrichts mit Stoffplanentwurf, Lehrbeispielen und zahlreichen Abbildungen. Herausgegeben vom Kollegium der Augustaschule. Leipzig und Berlin 1911, B. G. Teubner. 2,80 M.

Ein Buch, das den Namen Arbeitsschule mit Recht führt. Vom ersten bis zum letzten Schuljahr wird das Hauptgewicht darauf gelegt, daß sich die Schüler die Stoffe und Ergebnisse des Unterrichts selbst erarbeiten. Auf planmäßig festgelegten Beobachtungsgängen durch die engere Heimat wird der Unterrichtsstoff für die Naturkunde, Raumlehre und Heimatkunde von den Schülern selbst gewonnen; gemeinsam gesammelte Objekte werden in der Schule zeichnerisch und plastisch dargestellt. Grammatik und Rechtschreibung treten nicht als selbständige Fächer auf; sie werden geübt bei der mündlichen und schriftlichen Wiedergabe der Sachgebiete. Die Verfasser verwerfen mit Recht den Anschauungsunterricht „nach Bildern“ auf der Unterstufe. An seine Stelle tritt heimatlicher Sachunterricht, der auf der Unter- und Mittelstufe das Zentrum aller Fächer bildet zur Erzielung eines einheitlichen Gedankenkreises. Auch auf der Oberstufe werden die einzelnen Fächer, soweit solches angängig ist, in Beziehung zueinander gesetzt. Eine weise Stoffbeschränkung ermöglicht die gründliche, allseitige Verarbeitung des angefügten Lehrstoffes. Die beigegebenen Lehrproben wird jeder Schulmann mit Interesse und Nutzen lesen. E. Sierck (Hamburg).

* * *

Ghibu, Onisifor, Der moderne Utraquismus. Inauguraldissertation der Universität Jena.

Der moderne Utraquismus führt aus politischen Gründen schon in den unteren Volksschulklassen neben dem Unterricht in der Muttersprache zwangsweise den in der Staatssprache ein (Elsaß, Posen, Nordschleswig, Ungarn). Daß dieser Utraquismus vom rein pädagogischen Gesichtspunkt aus völlig zu verwerfen ist, ist so gut wie selbstverständlich; zu diesem Nachweis ist keine Doktorarbeit nötig, und darum hätte sich der Verfasser in diesem Punkte recht kurz fassen sollen. — Ebenso ist heutzutage wohl fast allen Gebildeten klar, daß der Staat unter normalen Verhältnissen keinerlei Zwang aus parteipolitischen Gründen auf die Schule ausüben darf. Das zu beweisen, hätte der Verfasser nicht nach scholastischer Art eine Fülle von Aussprüchen bedeutender Männer zu sammeln brauchen. — Die eigentlich schwierige Frage scheint mir vielmehr die zu sein: gibt es in gewissen Ausnahmefällen Gründe militärischer, volkswirtschaftlicher oder anderer Art, die stark genug sind, um einen Großstaat mit Recht veranlassen zu können, einer Minderheit andersprachiger Untertanen an der Grenze die Staatssprache mit Gewalt aufzuzwingen, selbst wenn diese Untertanen dabei eine Zeitlang eine kulturelle Einbuße erleiden. Diese staatswissenschaftliche Streitfrage von größter Bedeutung hat der Verfasser nur wenig berührt.

Dr. Groebel (Hamburg).

* * *

Karl Radunz, Ing., Vom Einbaum zum Linienschiff, Streifzüge auf dem Gebiete der Schiffahrt und des Seewesens. Dr. Bastian Schmids naturwissenschaftliche Schülerbibliothek, Band 11. Leipzig und Berlin 1912, B. G. Teubner.

Verfasser behandelt in diesem Buche die Entwicklung der Schiffahrt und der Schiffe von den ältesten bis auf unsere Zeiten. Bei den einfachsten Wasserfahrzeugen, dem Einbaum, beginnend, kommt er zu dem Seewesen des Altertums, der Schiffahrt und dem Schiffbau der Wikinger und endlich zu den Karavellen zur Zeit der großen Entdeckungsreisen. Es werden sodann einige Hilfsmittel der Schiffahrt behandelt, Kompaß, Sextant usw., und bevor Verfasser zur Betrachtung der Dampfschiffe übergeht, schildert er noch in großen Zügen die „gute, alte Zeit“, das Leben und Treiben auf den Segelschiffen des 16., 17. und 18. Jahrhunderts. Der 2. Teil des auch für Erwachsene recht interessant geschriebenen und mit vielen Illustrationen versehenen Buches handelt dann von dem Bau der Dampfschiffe,

der Verwendung der Elektrizität beim Schiffbau, der Einrichtung der Werften und endlich von der „Krone der schiffbaulichen Tätigkeit“, dem modernen Linienschiff. Dr. Ernst Behn (Hamburg).

* * *

Reitz, Dr. A., Die Milch und ihre Produkte. Band 362: Aus Natur und Geisteswelt. 8°, 104 S. Leipzig 1911, B. G. Teubner. geh. M 1.—, geb. M 1.25.

Dies kleine Werk, dem in hohem Maße die Prädikate „wissenschaftlich und gemeinverständlich“ zuerkannt werden müssen, beschäftigt sich mit dem Produkt des tierischen Körpers, dem, dank seiner besonderen Eigenschaften, eine so hohe Bedeutung für die Wohlfahrt der Menschheit zukommt. In gedrängter Kürze, ohne aber dadurch schwerer verständlich zu werden, gibt es uns einen vollständigen Ueberblick über die Bestandteile der Milch und ihrer Eigenschaften, über die Sekretion der Milchdrüsen des Rindes und den Einfluß von Rasse, Futter und anderen Faktoren. Hieran schließt sich eine Beschreibung der wichtigsten Analysen der Milch und ihrer Bestandteile an. In den folgenden Abschnitten wird die Gewinnung der Milch, der Milchhandel und die Verarbeitung eingehend besprochen. Auf die gewaltigen Milchmengen, die zur Herstellung der Margarine, der kondensierten Milch und der Milchpulver verwendet werden, wird ausdrücklich hingewiesen. Kefir und Yoghurt kommen zu ihrem Recht.

Dr. W. Thaer (Hann.-Münden).

* * *

Rothe, K. C., und **Schroeder, Dr. Chr.**, Handbuch für Naturfreunde. 2 Bde. Eine Anleitung zur praktischen Naturbeobachtung auf den Gebieten der Meteorologie, Geologie, Botanik, Blütenbiologie (I. Bd.); und der Planktonkunde, Zoologie und Lebendphotographie (II. Bd.). Stuttgart, Franckh. geb. M 3.80 und 4.20.

Das Handbuch ist nicht für Unterrichtszwecke bestimmt, auch kein Vademekum für Fachleute von der Art des Taschenkalenders für Chemiker, sondern wendet sich an Naturfreunde aller Art, in erster Linie wohl an Autodidakten, kann aber als Ratgeber auch dem Lehrer vielfach von Nutzen sein.

Gewöhnlich findet die Tätigkeit der nicht fachmännisch gebildeten Naturfreunde infolge praktischer Schwierigkeiten ein baldiges und unrühmliches Ende und hinterläßt als greifbares Ergebnis nur Kisten und Mappen, voll von ungeordnetem Sammlungsmaterial. An manche Gebiete, wie das der Geologie, allgemeinen Biologie, Physiologie und Psychologie wagen sich Laien überhaupt selten heran, weil sie nicht wissen, wo und wie sie angreifen sollen.

Hier bietet sich ihnen nun das „Handbuch“ als Führer an, der sie über das Wissenswerte orientiert, ihnen die Arbeitsfelder zeigt, auf denen sie Erfolge erwarten dürfen, und sie mit der Untersuchungs-, Beobachtungs- und Sammeltechnik, den Instrumenten und der Literatur vertraut macht. Auf diese Art will es die „Irregulären“ zur Mitarbeit mit dem stehenden Heere der Naturforscher heranziehen.

Da zwölf Verfasser an dem Werk beteiligt sind, so kann das Ganze natürlich auf Einheitlichkeit der Behandlung keinen Anspruch machen. Besonders gut durchgearbeitet, praktisch in der Anlage, knapp gefaßt und dabei gehaltvoll sind im ersten Bande die Abschnitte über Meteorologie (Prof. L. Weber) und Geologie (Dr. E. Meyer), im zweiten Bande die Planktonkunde (Prof. C. Apstein), die wirbellosen Tiere (Dr. L. Reh), die experimentelle Tierphysiologie (Prof. Chr. Schröder) und die Lebendphotographie (W. Köhler). In dem Abschnitt über Botanik kommt die praktische Anleitung, abgesehen von der Physiologie, zu kurz gegenüber dem dargebotenen Lehrstoff, der übrigens, was Gewebelehre und Morphologie anbelangt, in jedem botanischen Schulbuch zu finden und deshalb hier zu entbehren ist. Es ist eben unmöglich, die gesamte Anatomie, Organographie und Entwicklungsgeschichte der Pflanzen, die Lehre von der Zelle und die Anleitung zum Mikroskopieren auf etwa 60 Seiten zu behandeln, wie es hier versucht ist.

Umgekehrt gibt der Verfasser des Abschnitts über Wirbeltiere (24 Seiten) nur Hinweise auf Probleme und Anregungen, aber keine Anleitung zu Beobachtungen und Untersuchungen. Zootomische und bakteriologische Untersuchungsmethoden sind in dem Handbuch überhaupt nicht berücksichtigt. In den Literaturnachweisen dürfte eine Anmerkung über den Umfang und Preis der Werke dem Laien sehr willkommen sein.

W. Schwarze (Hamburg).

Zur Besprechung eingetroffene Bücher.

(Besprechung geeigneter Bücher vorbehalten.)

Fenkner, H., Lehrbuch der Geometrie. Teil IV: Analytische Geometrie. Berlin, Otto Salle. M 2.40.
Fischer, H., Die Bakterien. Naturwiss.-techn. Volksbücherei. Leipzig, Th. Thomas. M 0.20.
Fliedner, C., Aufgaben aus der Physik. 10. Aufl., bearb. von Prof. Dr. P. Bäuer. Braunschweig 1912, Friedr. Vieweg & Sohn. geb. M 3.50.
—„— Auflösungen dazu. 10. Aufl. Ebenda. geb. M 4.80.
Flotow, A. v., Einleitung in die Astronomie. Sammlung Schubert XV. Leipzig 1911, G. J. Göschen.
Forsyth, A. R., Lehrbuch der Differentialgleichungen. 2. Aufl. nach der dritten des englischen Originals von W. Jacobsthal. Braunschweig 1912, Friedr. Vieweg & Sohn. geb. M 21.50.
Frank, P., De los radios conjugados de una ellipse y de dos hyperboles conjugados. Buenos Aires.
Frank, K. S. J., Die Entwickelungstheorie im Lichte der Tatsachen. Freiburg i. Br. 1911, Herder. M 3.—.
Fricke, A., Naturlehre für höhere Mädchenschulen. I: M 1.10. II: M 1.50. III: M 1.10. Braunschweig 1911, E. Appelhans & Co.
Frommel, W., Radioaktivität. 2. Aufl. Sammlung Göschen. Leipzig 1911. M 0.80.
Fuß, K., und Hensold, G., Lehrbuch der Physik. 10. Aufl. Allg. Ausgabe. Freiburg i. B., Herder. geb. M 6.70.
Gebhardt, M., Die Geschichte der Mathematik im mathemat. Unterricht. IMUK III, 6. Leipzig 1912, Teubner. M 4.80.
Geck, E., Der mathemat. Unterricht im Königreich Württemberg. IMUK II, 3. Ebenda. M 2.60.
Geigel, R., Die Wärme. Bücher der Natur, herausgeg. von S. Günther. 10. Leipzig, P. Reclam jun.
Geitel, M., Entlegene Spuren Goethes. München 1912, R. Oldenburg. geb. M 6.—.
Gengler, J., Das Liebesleben in der Vogelwelt. Stuttgart, Strecker & Schröder. geb. M 1.40.
—„— Bilder aus dem Vogelleben. Leipzig 1911, Th. Thomas. M 0,60.
Glafey, H., Spinnen und Zwirnen. Leipzig 1911, Quelle & Meyer. geb. M 1.25.
Glöser, M., Lehrbuch der Arithmetik. 7. Aufl. 3 Hefte für die erste bis dritte Klasse. 1 K 20 h, 1 K, 2 K. Wien 1912, A. Pichlers Wwe & Sohn.
Gothan, W., Aus der Vorgeschichte der Pflanzen. Leipzig, Quelle & Meyer. M 1.80.
Grabers, Leitfaden der Körperlehre und Tierkunde. 6. Aufl., bearb. von Th. Altschul und R. Latzel. 1910. 7. Aufl., bearb. von Th. Altschul und F. Werner. 1912. Wien, Tempsky. geb. 4 K 70 h.
—„— Leitfaden der Tierkunde. Bearb. von R. Latzel. 6. Aufl. Ebenda. geb. 3 K 80 h.
Graebner, P., Vegetationsschilderungen. Dr. Bastian Schmids naturw. Schülerbibliothek. Leipzig 1912, Teubner. geb. M 3.—.
Großmann, M., Einführung in die darstellende Geometrie. 2. Aufl. Basel 1912, Helbing & Lichtenhahn. M 0.80.
Grünbaum, H., Der mathemat. Unterricht an den deutschen mittleren Fachschulen der Maschinenindustrie. IMUK IV, 1. Leipzig 1910, Teubner.
—„— Funktionenlehre und Elemente der Differential- und Integralrechnung. Stuttgart 1912, Fr. Grub. geb. M 4.—.

Ausgegeben 19. Dezember 1912.

BIBLIOTEKA POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

BIBLIOTEKA GŁÓWNA
Politechniki Śląskiej
P 850 10-12