ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1975

Seria: Mechanika z. 57 Nr kol. 445

Maciej Szewczyk
Instytut Budowy Maszyn

FORMUŁOWANIE RÓWNAŃ I ANALITYCZNA METODA BADAŃ DYNAMIKI HYDRAULICZNEGO SILNIKA KROKOWEGO

Streszczenie. Omówiono zasadę pracy hydraulicznego napędu impulsowego oraz dokonano podziału hydraulicznych silników krokowych ze względu na ilość faz roboczych i budowę. Przytoczono równanie dynamiki dla modelu silnika o zębach prostych a następnie wskazano na możliwość rozwiązania równania na maszynie cyfrowej. W końcowej części przytoczone i omówione zostały typowe odpowiedzi modelu hydraulicznego silnika krokowego na 1 impuls i na ciąg impulsów ciśnienia.

Wstęp

W ostatnich latach obserwuje się intensywny rozwój napędów impulsowych, które dzięki swym zaletom znalazły zastosowanie w wielu dziedzinach techniki, m.in. w napędach posuwów obrabiarek sterowanych numerycznie. Podstawowy zespół napędu impulsowego składa się z generatora impulsów oraz silnika krokowego. W zależności od czynnika przenoszącego impulsy z generatora do silnika krokowego, napędy impulsowe dzielą się na elektryczne, pneumatyczne i hydrauliczne.

Wspólną cechą wszystkich napędów impulsowych jest to, że podany do silnika impuls napięcia, ciśnienia powietrza lub oleju, zostaje w nim przetworzony na odpowiednie przemieszczenie kątowe bądź liniowe o stałej wartości pod warunkiem, że impuls ten reprezentuje odpowiedni poziom wartości i występuje w czasie odpowiednio długim. Silnik krokowy jest przetwornikiem cyfrowo-analogowym, w którym przebyta droga jest proporcjonalna do ilości impulsów, natomiast prędkość ruchu jest liniową funkcją częstotliwości zasilania. Jak dotąd, w zastosowaniach technicznych spotyka się jedynie elektryczne napędy impulsowe lub napędy stanowiące skojarzenie elektrycznego napędu impulsowego z hydraulicznym wzmacniaczem momentu, tzw., napędy elektrohydrauliczne. Napędów impulsowych pracujących na zasadzie czysto pneumatycznej lub hydraulicznej w zastosowaniach praktycznych nie stosuje się, aczkolwiek w literaturze 1,2 można napotkać wzmianki na temat laboratoryjnych opracowań takich napędow.

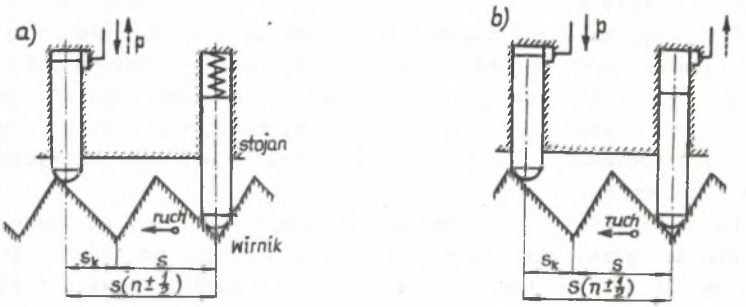
Na całokształt cech eksploatacyjnych napędu impulsowego największy wpływ posiadają własności dynamiczne organu wykonawczego napędu tj. silnika krokowego. Znane i stosowane elektryczne silniki krokowe (ESK) charakteryzują się znacznymi prędkościami obrotowymi wałów, co związane jest ściśle

z wysokimi częstotliwościami zasilania. Zasadniczą wadą ESK jest mały moment obrotowy rozwijany na wale, skąd wynika konieczność stosowania hydraulicznych wzmacniaczy momentu.

Celem pracy jest wstępna analiza cech napędu impulsowego, pracującego na zasadzie czysto hydraulicznej. Mając na uwadze korzystny stosunek momentu rozwijanego przez wszystkie silniki hydrauliczne do jednostki ich objętości, spodziewano się osiągnąć również w tym przypadku znaczny moment na wale hydraulicznego silnika krokowego (HSK), co pozwoliłoby wyeliminować konieczność stosowania wzmacniacza momentu. Przypuszczać należy, że z uwagi na mniejszą szybkość przenoszenia impulsów przez czynnik hydrauliczny (olej), tego rodzaju napęd impulsowy będzie wolniejszy w działaniu, co w wielu przypadkach zastosowań HSK może mieć znaczenie drugorzędne.

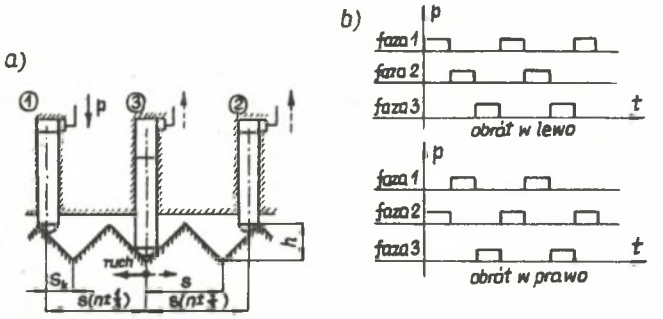
Podział i zasada pracy hydraulicznych silników krokowych

Wg ilości faz roboczych hydrauliczne silniki krokowe dzielą się na jednofazowe, dwufazowe oraz trój- i wielofazowe. W silniku jednofazowym (rys. 1a) podanie impulsu ciśnienia na tłoczek czynny wywołuje przemieszczenie

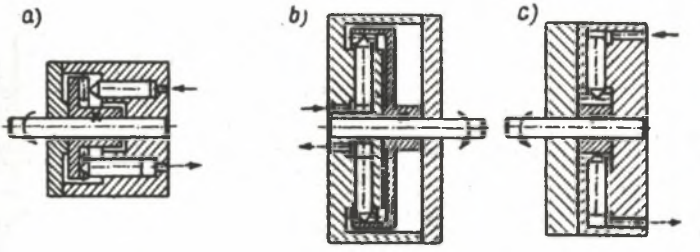


Rys. 1. Zasada pracy HSK:
a - z jedną fazą roboczą, b - z dwoma fazami roboczymi

wirnika o wartość kroku ψ_k. Następny krok zostaje wykonany po zaniku ciśnienia p, pod wpływem energii sprężyny. W silniku dwufazowym (rys. 1b), krokowy ruch wirnika następuje pod wpływem podawanego ciśnienia na dwie fazy robocze. Obydwa typy silników posiadają jeden kierunek ruchu. Silniki trójfazowe (rys. 2a) oraz wielofazowe posiadają uzębienie symetryczne oraz pozwalają na zmianę kierunku ruchu wirnika przez zmianę kolejności podawania impulsów ciśnienia na poszczególne fazy (rys. 2b). Sposób usytuowania tłoczków względem wirnika pozwala rozróżniać hydrauliczne silniki krokowe osiowe (rys. 3a) oraz promieniowe (rys. 3b i c).



Rys. 2. Hydrauliczny silnik krokowy o trzech fazach roboczych:
a - zasada pracy, b - schemat zasilania przy zmiennym kierunku obrotów



Rys. 3. Schemat budowy HSK:
a - w układzie osiowym, b - c - w układzie promieniowym

Mając na uwadze równomierne obciążenie wirnika oraz celowość zwiększenia momentu obrotowego, można budować HSK o zwielokrotnionych fazach lub łączyć kilka pojedynczych jednym wałem, tworząc w ten sposób silnik wielosekcyjny.

Wartość kroku HSK jest zależna od liczby zębów z wirnika oraz ilości faz k

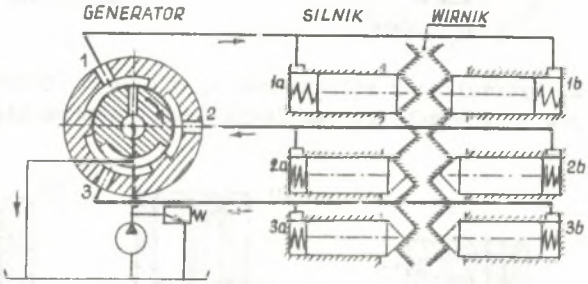
$$\varphi_k = \frac{2\pi}{zk} \text{ rad}, \tag{1}$$

natomiast prędkość obrotowa n_s wału silnika jest funkcją częstotliwości zasilania f wg zależności

$$n_s = \frac{\varphi_k}{60} f \qquad \text{w obr/min., jeśli } f \text{ w Hz.} \tag{2}$$

Równanie dynamiki HSK o zębach prostych

Poddany analizie dynamicznej model HSK, którego zasadę działania pokazano na rys. 4 jest odzwierciedleniem modelu eksperymentalnego. Posiada $z = 30$ zębów prostych o kącie rozwarcia $2\alpha = 90^{o}$ oraz sześć tłoczków o średnicy $d = 10$ mm rozmieszczonych w korpusie przeciwsobnie na promieniu $R = 25$ mm. Wg przyjętych kryteriów podziału eksperymentalny model HSK zaliczyć należy do silników trójfazowych ($k = 3$), o zwielokrotnionych fazach ($w = 2$).

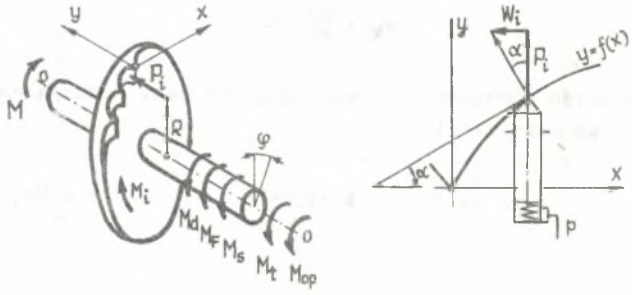


Rys. 4. Zasada pracy eksperymentalnego napędu impulsowego

Punktem wyjścia do rozważań nad dynamiką HSK jest ogólne równanie równowagi momentów względem osi wirnika (rys. 5)

$$M_d + M_F + M_t + M_s + M_{op} - M = 0 \tag{3}$$

w którym: M_d - jest momentem dynamicznym, M_F - momentem sił tarcia lepkiego, M_s - momentem sił sprężyn dociskających tłoczki do bieżni wirnika, M_t - momentem sił tarcia suchego, M_{op} - momentem oporów ruchu silnika natomiast M - jest momentem czynnym, pochodzącym od ciśnienia oleju.



Rys. 5. Model obciążenia wału HSK momentami zewnętrznymi

Zakładając, że tłoczki współpracujące z wirnikiem nie tracą kontaktu z bieżnią w żadnej fazie ruchu oraz przyjmując proporcjonalną zależność sił tarcia lepkiego od prędkości ruchu a także charakter oporów tarcia suchego zgodny z modelem Coulomba, otrzymano następujące zależności szczegółowe:

Zredukowany moment dynamiczny silnika

$$M_d = J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = J\ddot{\varphi}, \tag{4}$$

gdzie:

$$J = J_o + kwm \frac{4h^2}{s^2} R^2;$$

Zredukowany moment tarcia lepkiego silnika

$$M_F = F \frac{d\varphi}{dt} = F\dot{\varphi}, \tag{5}$$

gdzie:

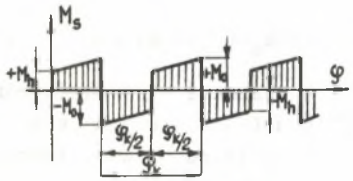
$$F = \xi_o + kw\,\xi \frac{4h^2}{s^2} R^2;$$

Zredukowany moment tarcia suchego silnika

$$M_t = M_T \operatorname{sign} \dot{\varphi}\ , \tag{6}$$

gdzie:

$$M_T = M_{to} + kw\ T \frac{2h}{s} R.$$



Rys. 6. Przebieg momentu od sił sprężyn w funkcji drogi kątowej wału HSK o trzech fazach roboczych

Moment wywołany działaniem sprężyn M_s jest funkcją okresową (rys. 6) zależną od drogi kątowej φ. Funkcję tę da się zapisać w każdym przedziale o długości $\frac{\varphi_k}{2}$ za pomocą wyrażenia

$$M_s = C\varphi + M_s', \tag{7}$$

w którym C jest zastępczym współczynnikiem sztywności sprężyn, natomiast M_s reprezentuje wartość stałą lecz różną dla każdego rozpatrywanego przedziału.

Moment czynny M jest również funkcją okresową (rys. 7). Wartość tego momentu zależy od chwilowej wartości ciśnienia zasilania natomiast jego zwrot zależy zarówno od drogi kątowej wału silnika jak i od kolejności podawa-

nia impulsów na poszczególne fazy. Wartość bezwzględną momentu czynnego określa zależność

$$M_c = wS \frac{2h}{s} R\, p. \tag{8}$$

W równaniach (4), (5), (6) i (8) przyjęto oznaczenia:

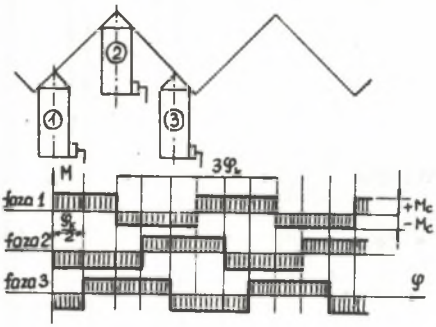
J_o, m - moment bezwładności wirnika i masa zastępcza jednego tłoczka;

ξ_o, ξ - współczynniki tarcia lepkiego w ruchu obrotowym i prostoliniowym;

M_{to}, T - moment tarcia suchego wirnika oraz siła tarcia suchego jednego tłoczka;

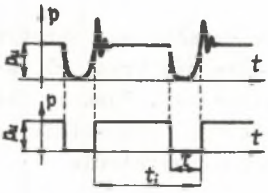
h, s - wysokość i podziałka uzębienia;

S, t - pole powierzchni tłoczka oraz czas.



Rys. 7. Okresowy charakter funkcji momentu czynnego M(φ)

Przeprowadzona analiza zasilania HSK w oparciu o konstrukcję generatora impulsów hydraulicznych oraz proces przekazywania impulsów do silnika pozwoliła ustalić przebieg funkcji ciśnienia na linii zasilania HSK. Funkcja ta jest dość złożoną. Z tego powodu do rozważań analitycznych przyjęto przebieg uproszczony w postaci funkcji prostokątnej z opóźnieniem τ (rys. 8).



Rys. 8. Istota uproszczeń rzeczywistej funkcji ciśnienia na linii zasilania HSK

Podstawiając wyliczone momenty do równania (3) otrzymuje się

$$J\ddot{\varphi} + F\dot{\varphi} + C\varphi = M(\varphi) - M_s' - M_{op} - M_T \operatorname{sing} \dot{\varphi} \tag{9}$$

Równanie (9) posiada charakter równania różniczkowego o współczynnikach stałych lecz z uwagi na funkcje nieciągłe po prawej stronie, jest analitycznie możliwe do rozwiązania tylko w takim przedziale czasu, w któtym suma wartości funkcji po prawej stronie równania przyjmuje wartość niezmienną. Przedziałem obliczeniowym może być punkt lub przedział czasu ograniczony dwoma nieciągłościami którejkolwiek z funkcji po prawej stronie równania. Ostatecznie więc można napisać, że:

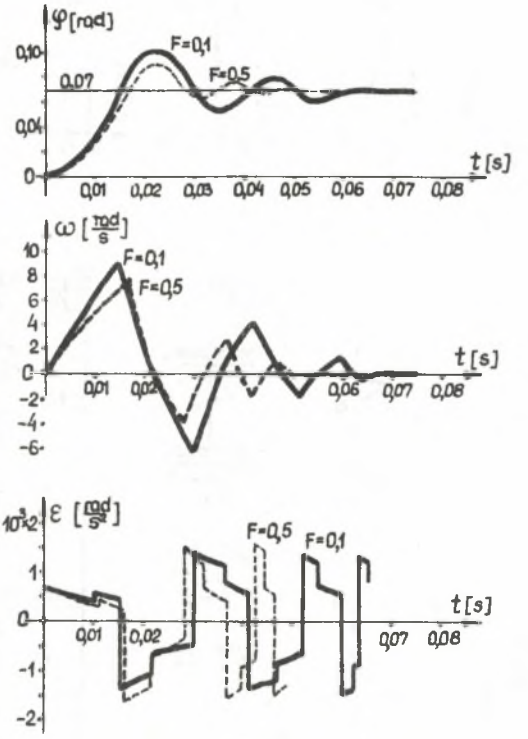
$$J\ddot{\varphi} + F\dot{\varphi} + C\varphi = M_n\,(t, \varphi, \dot{\varphi}, p, M_s', M_{op}, M_T), \tag{10}$$

gdzie:

M_n = const w przedziale obliczeniowym.

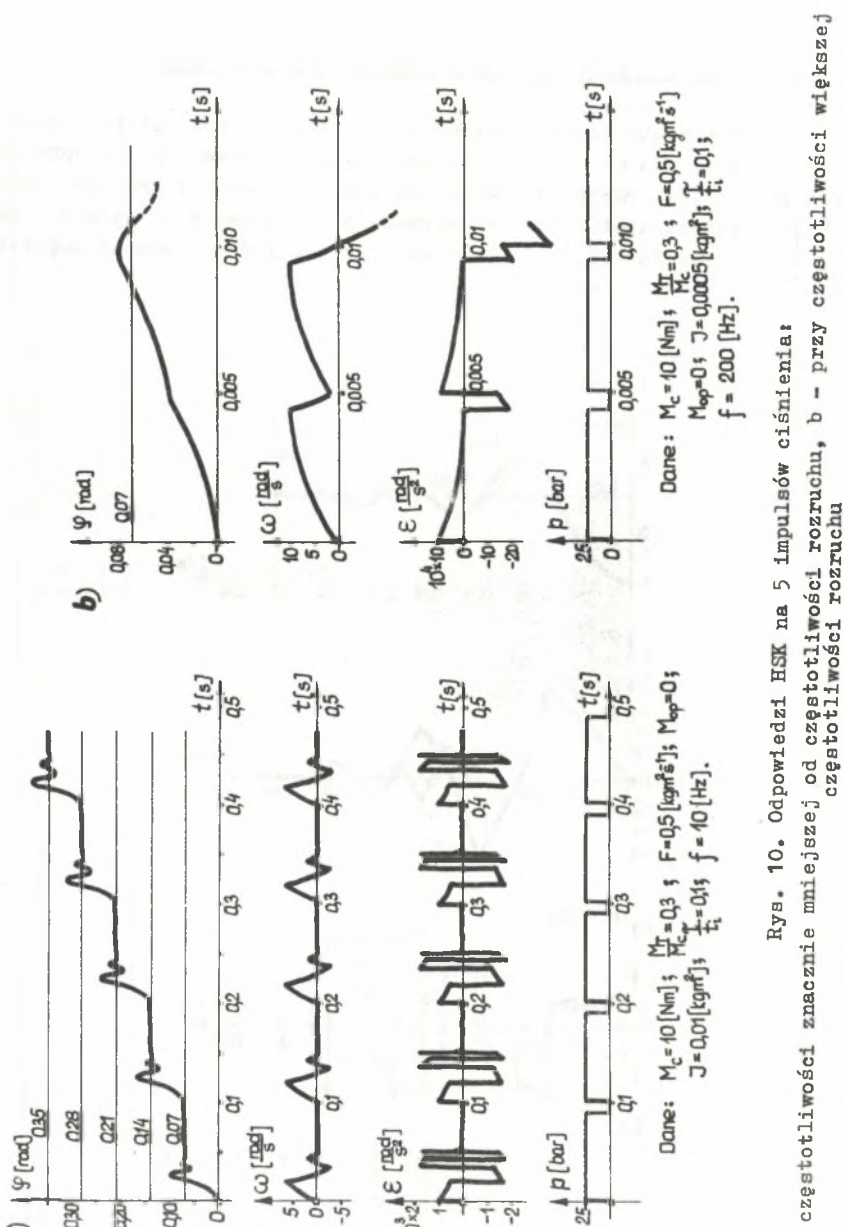
Odpowiedź HSK na 1 impuls ciśnienia oraz na ciąg impulsów

W celu wyznaczenia drogi, prędkości i przyspieszenia kątowego wału HSK w funkcji czasu, dla określonych parametrów obciążenia silnika opracowano program rozwiązania równania (10) na maszynę cyfrową (program zamieszczono w [3]). Program został tak skonstruowany, że pozwala wyznaczyć odpowiedź HSK na 1 impuls ciśnienia oraz na ciąg impulsów o zadanej częstotliwości.



Dane: $M_c = 10$ [Nm]; $\frac{M_T}{M_c} = 0,3$; $F = 0,1$ i $0,5$ [kgm²s⁻¹]; $J = 0,01$ [kgm²]; $M_{op} = 0$.

Rys. 9. Odpowiedzi HSK na 1 impuls ciśnienia dla przykładowych danych



Rys. 10. Odpowiedzi HSK na 5 impulsów ciśnienia:
a - przy częstotliwości znacznie mniejszej od częstotliwości rozruchu, b - przy częstotliwości większej od częstotliwości rozruchu

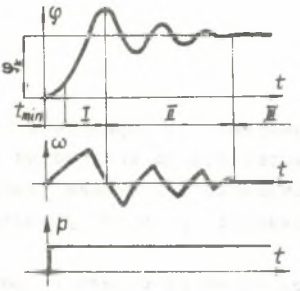
Niektóre wielkości występujące w równaniu (10), są dla konkretnego silnika niezmienne. Należą do nich wymiary geometryczne silnika oraz wielkości określające sprężyny. W programie rozwiązania równania (10) przyjmują one wartości charakterystyczne dla zbudowanego modelu HSK. I tak, $\varphi_k = 0{,}07$ rad, $C = 7{,}15 \frac{Nm}{rad}$, $M_h = 0{,}1$ Nm, $M_o = 0{,}25$ Nm, natomiast wartość momentu czynnego związana jest z ciśnieniem zależnością $M_c = 0{,}392\ p$, w której p wyrażone jest w barach zaś M_c w Nm.

Przebieg drogi φ, prędkości ω i przyspieszenia kątego ε modelu HSK w czasie dla przykładowych parametrów obciążenia oraz przewidywanych wartości współczynnika F przedstawiają rys. 9 i 10, natomiast na rys. 11 pokazano typową postać odpowiedzi HSK na 1 impuls ciśnienia (momentu czynnego). Z punktu widzenia dynamiki silnika przebieg ten jest bardzo istotny. Wyróżnić w nim można 3 ważne przedziały czasowe (rys. 11):

I - w którym występuje przyrost drogi kątowej wału HSK a prędkość kątowa jest dodatnia;

II - w którym wał HSK oscyluje wokół położenia $\varphi = \varphi_k$ oraz

III - w którym położenie wału HSK jest ustabilizowane a prędkość kątowa równa się zero.



Rys. 11. Typowy przebieg drogi i prędkości kątowej HSK po podaniu 1 impulsu ciśnienia

Jeśli każdy następny impuls ciśnienia zostanie podany w przedziale III, przebieg odpowiedzi HSK będzie indentyczny dla każdego impulsu (rys. 10a). Sytuacja taka wystąpi przy zasilaniu HSK ciągiem impulsów o małej częstotliwości.

Podanie drugiego impulsu w czasie mieszczącym się w przedziale I, w którym prędkość wału jest dodatnia, spowoduje przyspieszenie ruchu. Podany do HSK ciąg impulsów o odpowiedniej częstotliwości może więc powodować ciągłe przyspieszanie aż do osiągnięcia tzw. biegu synchronicznego. Dalszy wzrost częstotliwości (skracanie czasu trwania impulsów) jest ograniczony takim minimalnym czasem t_{min} (rys. 11), przy którym silnik "zgubi" krok po jednym, niekiedy po kilku impulsach (rys. 10b).

Jeśli czas trwania impulsu będzie taki, że początek następnego impulsu przypadnie na przedział II, w którym prędkość może być ujemna, to należy się liczyć z tym, że silnik będzie pracował niestabilnie. Objawem niestabilnej pracy HSK w tym zakresie częstotliwości będzie systematyczne "gubienie" kroków a nawet zatrzymanie ruchu. Należy sądzić, że ten przedział częstotliwości będzie dla HSK bardzo niekorzystny.

Badanie odpowiedzi HSK na ciąg impulsów pozwala wyznaczyć największą częstotliwość, przy której silnik dokonuje rozruchu bez gubienia kroku. Częstotliwość ta, nazywana częstotliwością rozruchu, jest jedną z ważniejszych wielkości określających walory silnika krokowego. Oprócz tego, korzystając z równania (9) można wyznaczyć inne, nie mniej ważne wielkości eksploatacyjne HSK, do których należy częstotliwość graniczna oraz częstotliwość zatrzymania. Analiza matematyczna pozwoli więc określać walory eksploatacyjne projektowanych silników krokowych a także może stanowić istotny element konstruowania HSK dla konkretnych wymagań.

LITERATURA

[1] Trifonow O,N..- Stanki i Instrument XXXI, 8, 1960, 12.
[2] Prokeš J. - Ölhydraulik und Pneumatik 10, 12, 1966, 439.
[3] Szewczyk M. - Praca doktorska, Inst. Bud. Maszyn, Politechnika Śląska, 1974.

СОСТАВЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЙ ДИНАМИКИ ШАГОВОГО ДВИГАТЕЛЯ

Р е з ю м е

Описывается принцип действия гидравлического импульсного привода и производится классификация гидравлических шаговых двигателей по количеству рабочих фаз и по устройству. Приводится уравнение динамики для модели двигателя с прямыми зубьями, а затем описывается возможность решения уравнения на ЭВМ.

В заключительной части приводится и описываются типичные ответы гидравлической модели шагового двигателя на 1 импульс и на ряд импульсов давления.

FORMULATING EQUATIONS AND ANALYTICAL METHOD
FOR HYDRAULIC STEPPING MOTORS DYNAMICS TEST

S u m m a r y

The principle of operation a fluid impulse drive is described and a division of hydraulie stepping motors is brought about regarding their structure and duty phase number. A dynamic equation for a model of the motor with straight teeth is quoted and a possibility for it's solution by a computer is stated. At the and of the article typical responses of a hydraulic stepping motor model on 1 pressure impulse and a pulse train are quoted and discussed.