ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1969
Seria: MECHANIKA z. 40 Nr kol. 260

JÓZEF WOJNAROWSKI

O PEWNYM SPOSOBIE OKREŚLENIA TŁUMIENIA WEWNĘTRZNEGO GUMY MIĘKKIEJ PRZY WYMUSZONYCH DRGANIACH SKRĘTNYCH

Streszczenie: Przedstawiono sposób wyznaczania tłumienia wewnętrznego gumy miękkiej FU-03 przy wymuszonych drganiach skrętnych układu. Uzyskane wyniki badań dotyczą próbek o kształcie walcowym.

1. Wstęp

Zainteresowanie gumą, jako materiałem konstrukcyjnym, ciągle wzrasta. Jest to wynikiem zdolności gumy do znacznych odkształceń sprężystych przy równoczesnym dużym tłumieniu drgań. W nowoczesnej technice guma znajduje zastosowanie na elementy sprężynujące, w izolacji drgań i posadowieniu sprężystym, w tłumieniu fal dźwiękowych, w budowie przyrządów do tłoczenia i w wielu innych urządzeniach.

Jeśli obciążymy element gumowy poniżej granicy wytrzymałości i później go odciążymy, to przyjmie on prawie pierwotną postać. Krzywa odciążenia leży jednak poniżej krzywej obciążenia. Oznacza to, że energia odzyskana jest mniejsza od pracy włożonej. Strata energii, której miarą jest pole pętli histerezy, głównie wskutek tarcia wewnętrznego wywołuje przyrost temperatury gumy, a wytworzone ciepło przechodzi do otoczenia. Przy zmiennych obciążeniach, wskutek słabego przewodnictwa cieplnego gumy, jej temperatura może osiągnąć znaczne wartości [1]. Dlatego zmienne obciążenia dla sprężyn gumowych należy

ustalać znacznie poniżej dopuszczalnych obciążeń statycznych. Charakter i wielkość tłumienia wewnętrznego gumy są szczególnie ważne przy jej stosowaniu na sprężyny i tłumiki. Konstruktor, który chce zastosować sprężyny lub amortyzatory gumowe musi znać m.in. własności tłumiące gumy przy różnego rodzaju odkształceniach. Pozwala to na wyznaczenie dopuszczalnych obciążeń dynamicznych sprężyn gumowych, przy których może panować ich równowaga termiczna w procesie drgań, a równocześnie na uzyskanie znacznej trwałości tych elementów.

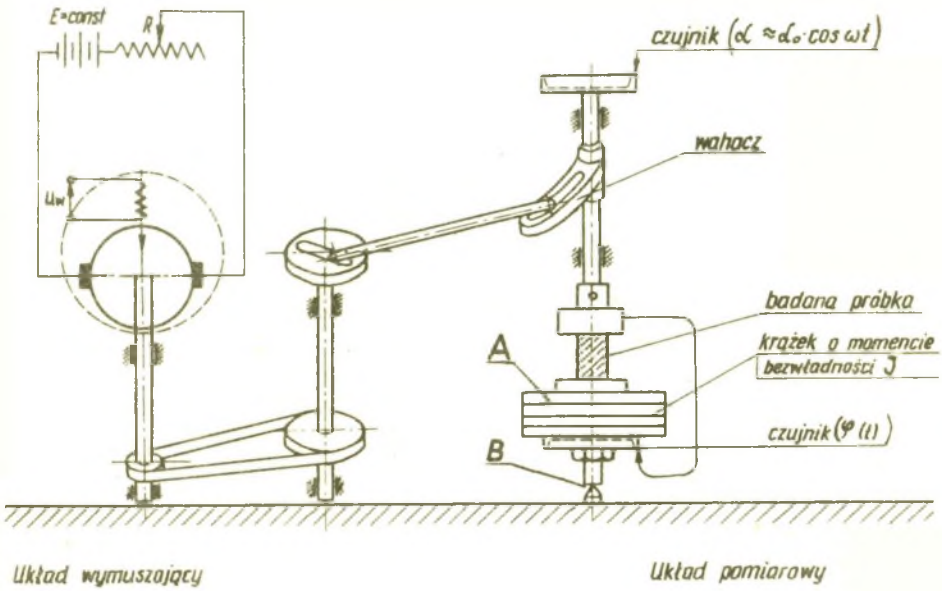
W pracy określono tłumienie właściwe walcowych próbek wykonanych z gumy miękkiej FU-03 przy odkształceniu skrętnym w temperaturze 20°C. Guma zastosowana na próbki posiadała następujące własności mechaniczne:

wytrzymałość na rozciąganie	169 kG/cm^2,
wydłużenie względne przy rozciąganiu	700%
twardość	45 ± 5° Sh.

2. Urządzenie do badań

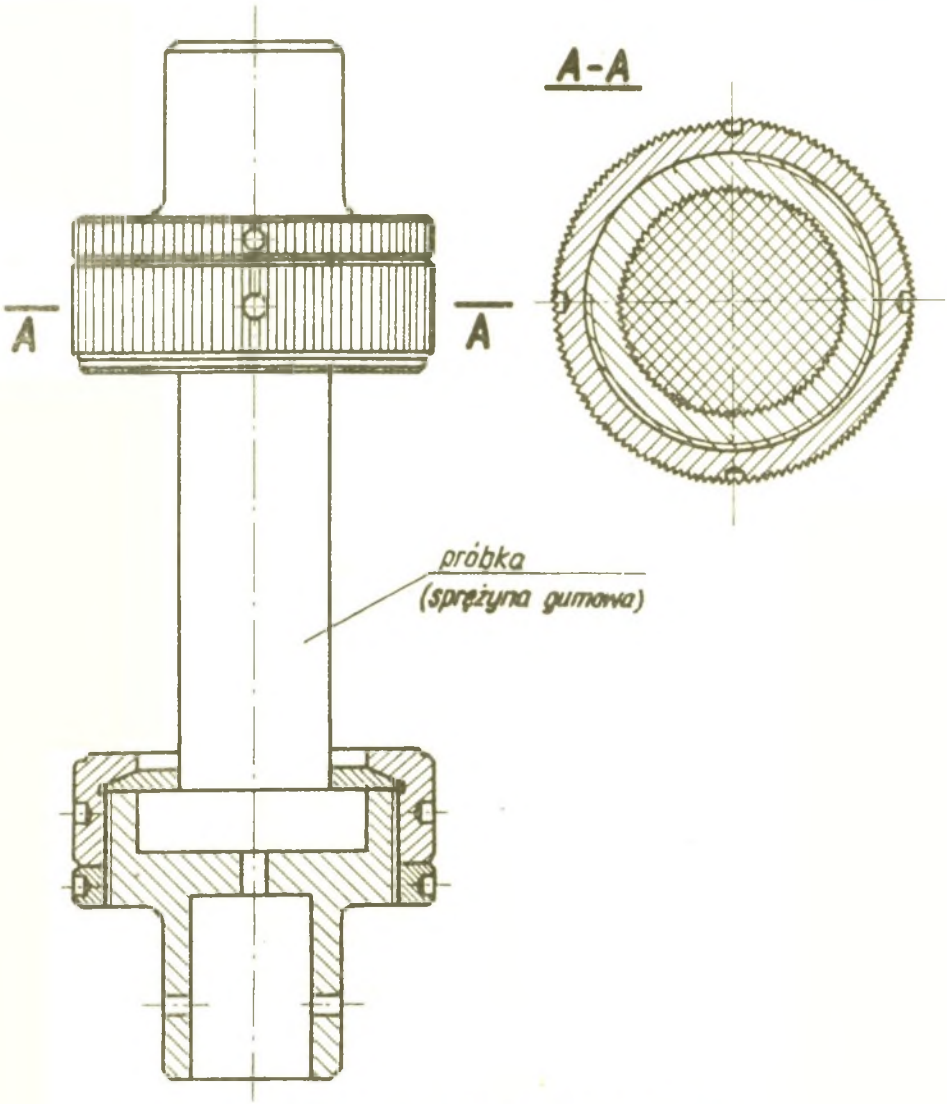
Do badań użyto tej samej aparatury co w pracy [2]. Stanowisko pomiarowe (rys. 1) było układem o rozdzielonej sprężystości i bezwładności. Próbka gumowa, której sposób zamocowania pokazano na rysunku 2, spełniała rolę elementu sprężystego odkształcanego skrętnie. Masowy moment bezwładności próbki J_p w porównaniu z momentem bezwładności krążka J był bardzo mały i wynosił 0,002 J. Na urządzeniu tym można było wzbudzać swobodne oraz kinematycznie wymuszone drgania układu z możliwością skokowej zmiany amplitudy i ciągłej zmiany częstości wymuszenia. Wzbudzanie drgań swobodnych realizowano przez wstępne skręcenie krążka A i następne zwolnienie go bez prędkości początkowej. Przy drganiach wymuszonych stałą częstość wymuszenia (ω) uzyskiwano dzięki zastosowaniu bocznikowego silnika

prądu stałego o sztywnej charakterystyce i dużej rezerwie mocy. Amplitudę wymuszenia kinematycznego zmieniano przez zmianę długości ramienia wahacza. Rysunek 3 potwierdza, że przebieg wymuszenia kinematycznego był typu harmonicznego $\alpha = \alpha_0 \cos \omega t$.



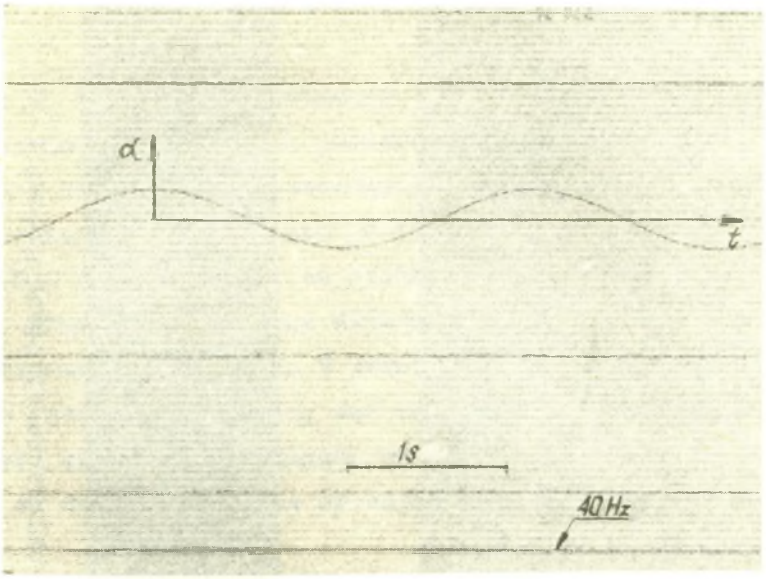
Rys. 1. Schemat stanowiska pomiarowego

Podczas drgań względny kąt skręcania próbki $\varphi(t)$ mierzono obrotowym potencjometrem i zapisywano na 4 kanałowym rejestratorze firmy Kelvin-Hughes oraz na oscyloskopie firmy Orion. W wyniku pomiaru współczynnika tarcia ruchowego w punkcie podparcia B (rys. 1) oraz analizy wskazań amplitudy drgań zanikających ustalono, że tłumienie w układzie pomiarowym w porówna-



Rys. 2 Sposób zamocowania próbki

niu z tłumieniem wewnętrznym sprężyny gumowej nie przekraczało 5%. Klasa zastosowanych przyrządów zapewniała pomiar amplitudy z dokładnością do 2% i wskazania okresu drgań z dokładnością do 1%. Oscylogramy odczytywano na specjalnym mikroskopie

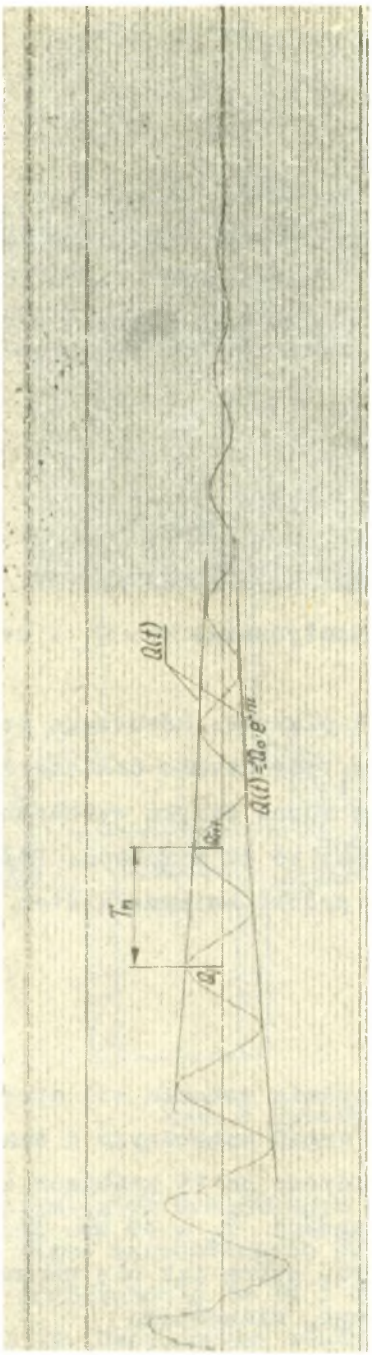


Rys. 3. Przebieg wymuszenia kinematycznego $\alpha = \omega_o \cdot \cos\omega t$

firmy Zeissa z dokładnością do 0,5 mikrona. Równowagę termiczną sprężyny gumowej to znaczy stan, gdy ciepło tracone do otoczenia w czasie jednego cyklu było równe ciepłu wytwarzanemu w tym samym czasie w próbce uzyskiwano po 30 minutach. Pomiary przeprowadzano dopiero wtedy, gdy próbka osiągnęła stan równowagi termicznej.

3. Analiza wyników badań

Na całość badań składa się: wyznaczanie momentu sił sprężystych $M(\varphi)$, realizacja oraz rejestracja drgań swobodnych i kinematycznie wymuszonych. Badania przeprowadzono na 15 próbkach walcowych o średnicy $d_o = 20$ mm i długości $l_o = 40$ mm. Najpierw określono charakterystykę sprężystą, która jak się okazało była słabo nieliniowa typu miękkiego, mianowicie

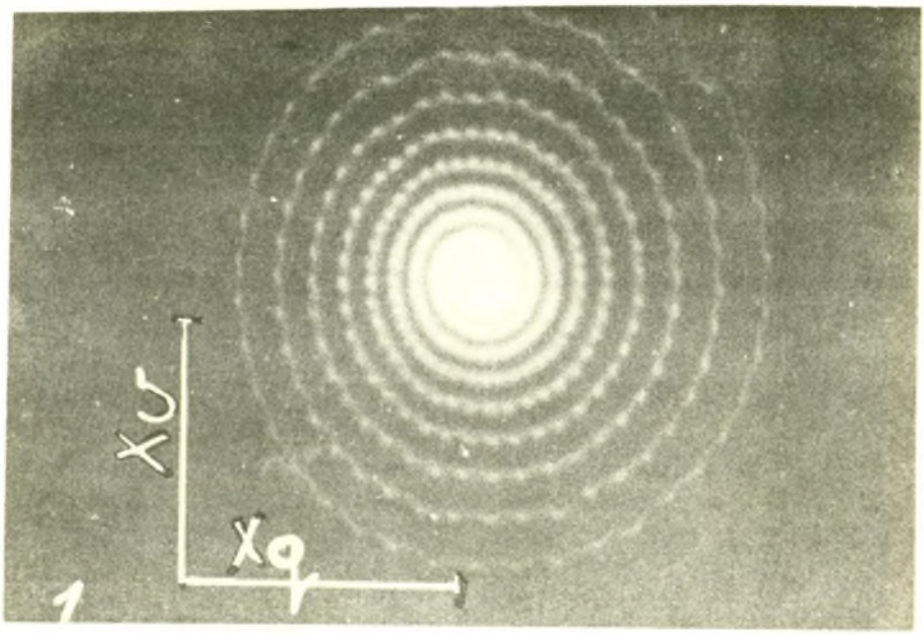


Rys. 4. Oscylogramy drgań swobodnych układu ze sprężyną gumową

$$M = 1{,}1531\varphi - 0{,}0009\,\varphi^3 \quad [\mathrm{kGcm}] \tag{1}$$

gdzie φ mierzone w radianach.

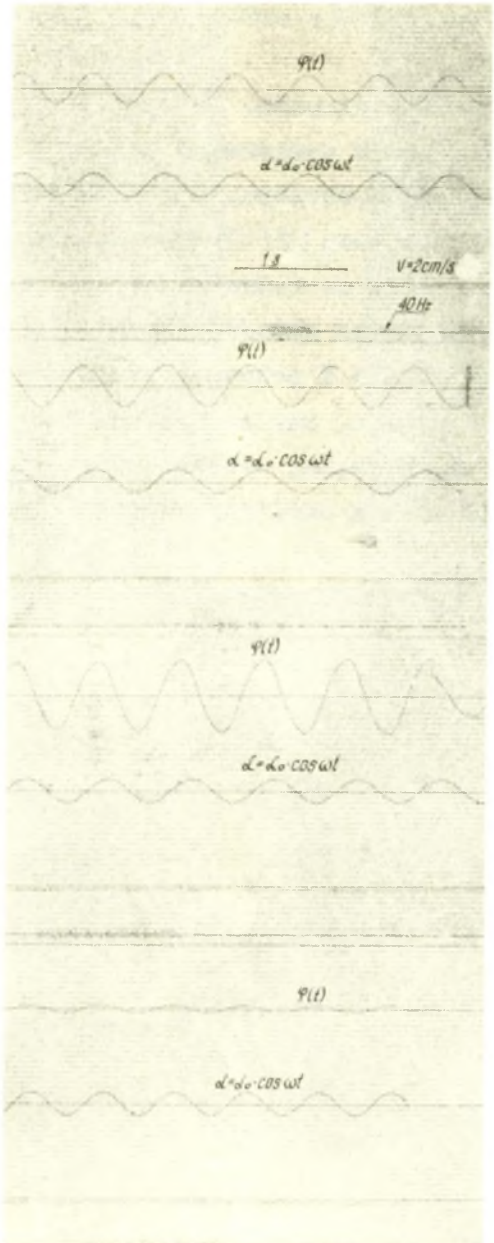
Następnie na stanowisku pomiarowym (rys. 1) przeprowadzono kolejno w czasie drgań swobodnych i wymuszonych rejestrację kąta skręcenia w funkcji czasu $(\varphi(t))$ oraz na płaszczyźnie fazowej $(\varphi, \dot{\varphi})$. Dla przykładu na rysunkach 4 i 5 przedstawiono oscylogramy drgań zanikających układu w funkcji czasu i na płaszczyźnie fazowej. Na rysunku 6 pokazano oscylogramy wymuszonych drgań ustalonych układu, zaś na rysunku 7 oscylogram wejścia na cykl graniczny. Przegieg wykresów drgań zanikających wskazuje na słabe tłumienie sprężyny gumowej. Portret fazowy tych



Rys. 5. Oscylogram trajektorii fazowej

$x_q \cong 1{,}8307$ [rad/cm]

$x_v \cong 14{,}5229$ [rad s^{-1}/cm]



Rys. 6. Oscylogramy ustalonych drgań wymuszonych układu ze sprężyną gumową

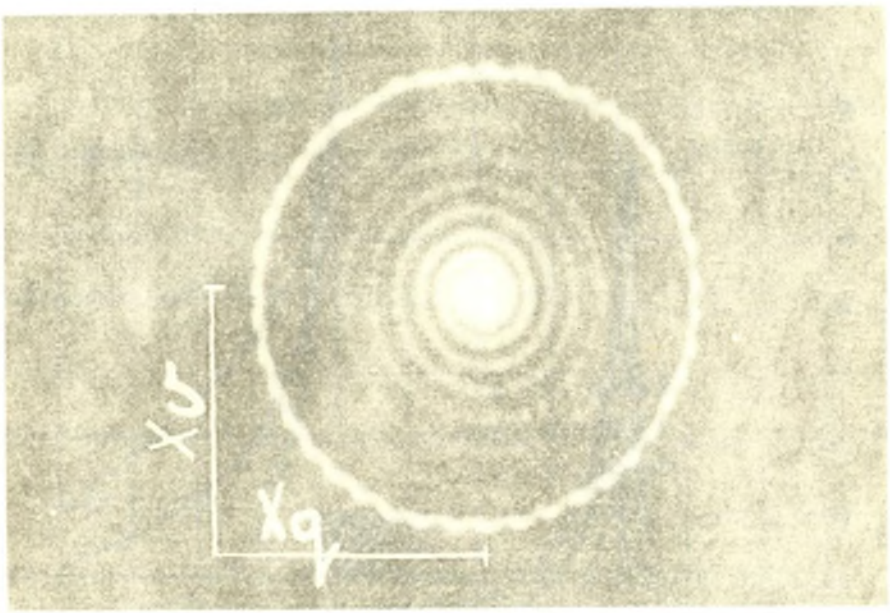
drgań jest zbliżony do spirali logarytmicznej (rys. 5). Jeśli przeto założymy, że równanie obwiedni drgań tłumionych ma postać $Q(t) = \pm Q_o e^{-nt}$ [4], to tłumienie układu można scharakteryzować logarytmicznym dekrementem drgań zanikających (rys. 4)

$$\Delta = \ln \frac{Q_i(t)}{Q_{i+1}(t + T_n)} \tag{2}$$

gdzie:

$Q_i(t)$, $Q_{i+1}(t+T_n)$ - oznaczają bezwzględne wartości dwu kolejnych, maksymalnych skręceń krążka od środka drgań,

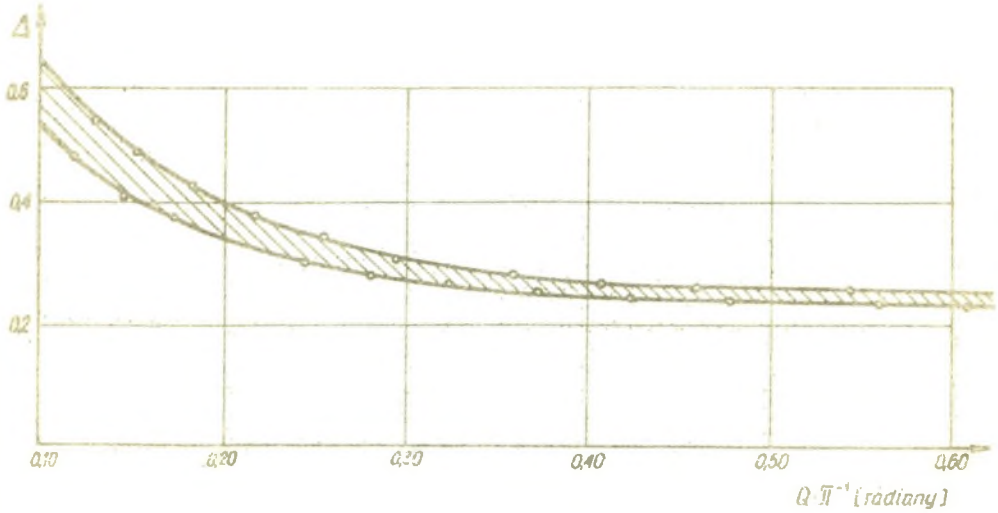
T_n - okres drgań zanikających.



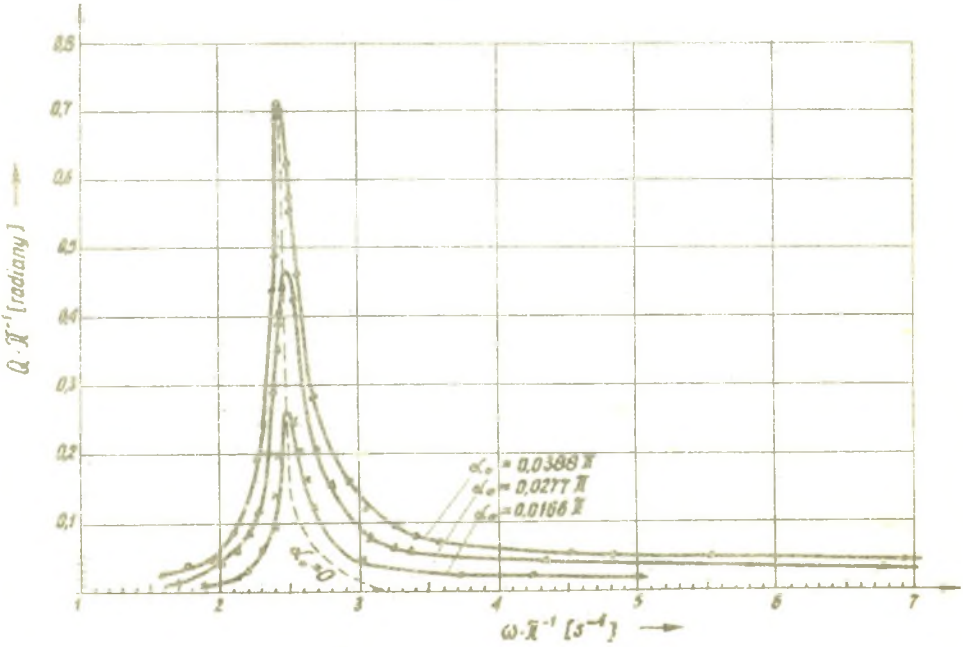
Rys. 7. Oscylogram wejścia na cykl graniczny

$x_q \cong 1{,}8307$ [rad/cm]

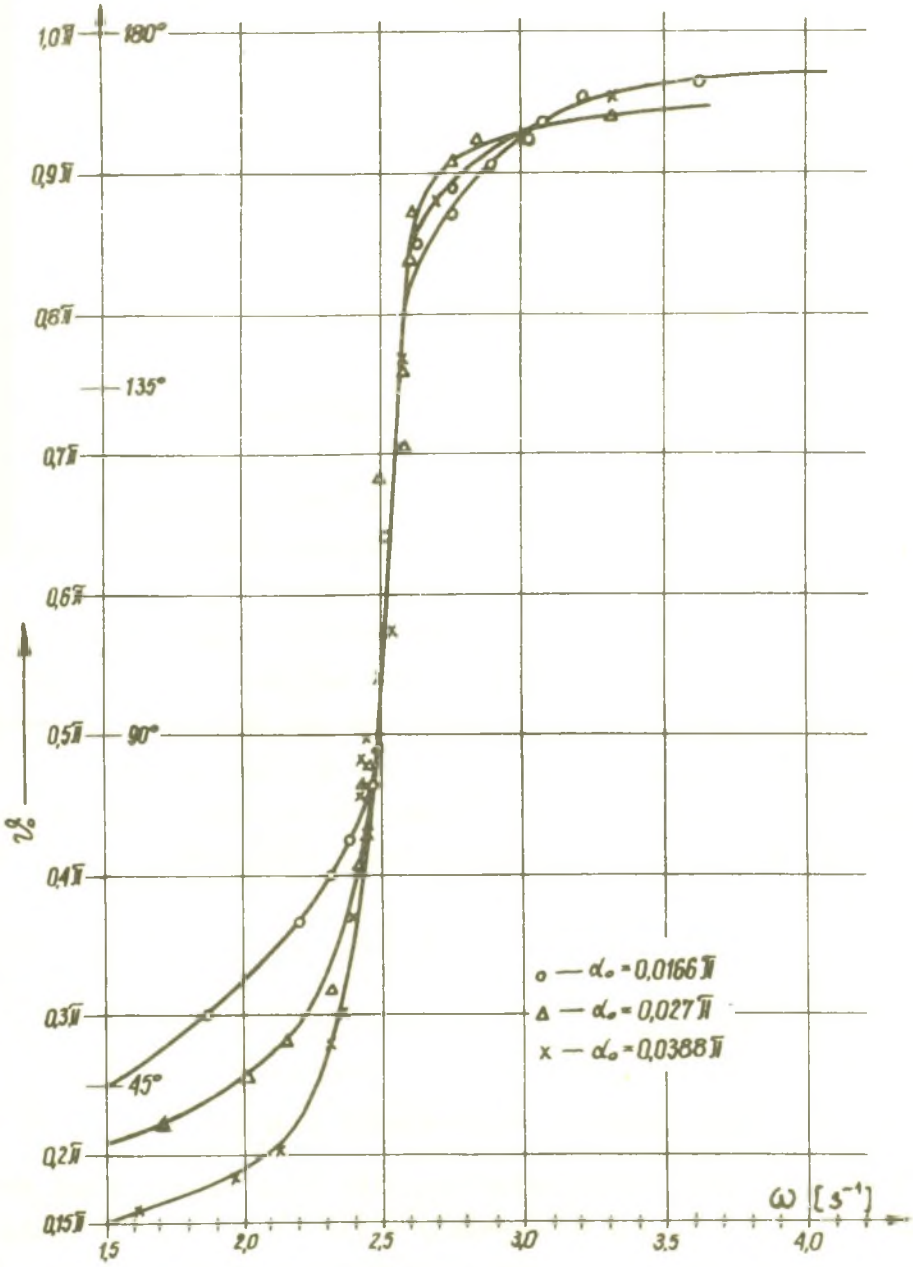
$x_v \cong 14{,}5229$ [rad s^{-1}/cm]



Rys. 8. Zależność dekrementu tłumienia od amplitudy drgań



Rys. 9. Krzywe rezonansowe przy trzech różnych amplitudach wymuszenia kinematycznego α_0



Rys. 10. Krzywe przesunięcia fazowego przy trzech różnych amplitudach wymuszenia kinematycznego α_0

W oparciu o wzór (2) sporządzono wykresy logarytmicznego dekrementu (rys. 8). Wykres ten wskazuje, że dekrement maleje ze wzrostem amplitudy i mało zmienia się w zakresie ich większych wartości. Dzięki temu, zważywszy na duże odkształcenia gumy miękkiej można przyjąć, że moment sił tłumieniowych badanej gumy jest zbliżony do momentu sił oporu lepkiego, czyli

$$M_R = \eta \cdot \dot{\varphi}, \tag{3}$$

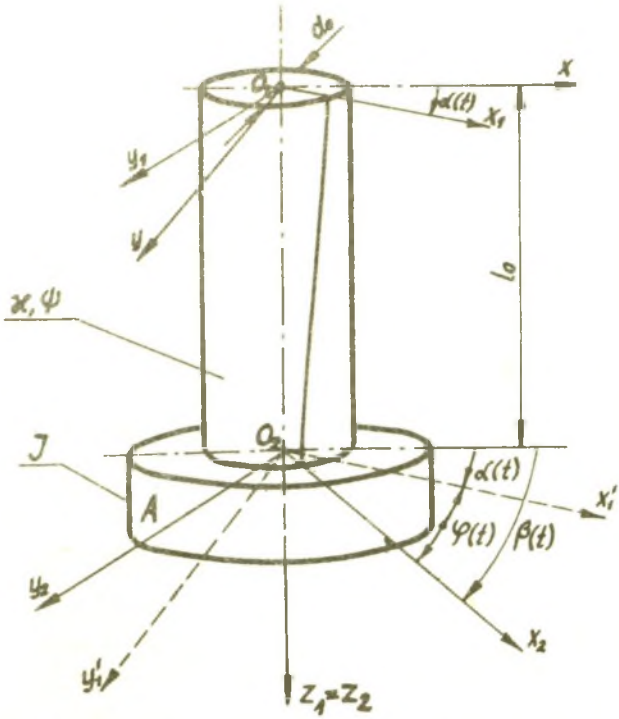
gdzie: η - oznacza współczynnik charakteryzujący tłumienie lepkie drgań skrętnych w [kGcm s], $\dot{\varphi}$ - prędkość kątowa krążka liczona względem górnej powierzchni czołowej sprężyny w $[s^{-1}]$. Do podobnego wniosku można dojść na podstawie wykresów krzywych rezonansowych (rys. 9) i przesunięć fazowych ϑ_0 (rys. 10), sporządzonych na podstawie oscylogramów ustalonych drgań kinematycznie wymuszonych. Z wykresów tych widzimy, że dla gumy miękkiej FU-03 krzywe te są zbliżone do analogicznych krzywych uzyskanych z rozwiązania równania drgań dla modelu Voigta-Kelvina [5]. Przyjmiemy więc wstępnie do dalszych rozważań model reologiczny sprężyny gumowej opisany równaniem

$$M = \eta \cdot \dot{\varphi} + \varkappa \cdot \varphi, \tag{4}$$

gdzie $\varkappa = 1{,}1531$ (por. (1)).

4. Określenie współczynnika rozpraszania energii

Dla przeprowadzenia teoretycznej analizy przyjmujemy układ zastępczy, składający się ze sprężyny w kształcie walca o średnicy d_0 i długości l_0 oraz ze stalowego krążka A (rys. 11) o momencie bezwładności J. Górny koniec sprężyny, z którym



Rys. 11. Zastępczy układ mechaniczny

wiążemy ruchomy układ odniesienia, może być nieruchomy albo może wykonywać drgania harmoniczne, określone funkcją

$$\alpha(t) = \alpha_0 \cos\omega t. \tag{5}$$

Jako współrzędną uogólnioną przyjmujemy przemieszczenie kątowe φ krążka A, które jest obrotem układu ruchomego $O_2x_2y_2z_2$ związanego z dolną czołową powierzchnią sprężyny, względem układu ruchomego $O_1x_1y_1z_1$ związanego z ruchomą górną powierzchnią czołową sprężyny gumowej. Wtedy

$$\varphi(t) = \beta(t) - \alpha(t), \tag{6}$$

gdzie $\beta(t)$ oznacza bezwzględny kąt skręcenia krążka A.

Zależność (6), po uwzględnieniu (5) i dwukrotnym zróżniczkowaniu względem czasu, przyjmuje postać

$$\ddot{\varphi}(t) = \ddot{\beta}(t) + \alpha_0 \omega^2 \cos \omega t. \tag{7}$$

Równanie równowagi dynamicznej krążka ma postać

$$J\ddot{\beta} + M = 0. \tag{8}$$

Po podstawieniu zależności (4) i (7) do równania (8) otrzymujemy

$$J\ddot{\varphi} + \eta\dot{\varphi} + \varkappa\varphi = \omega^2 J \alpha_0 \cos \omega t, \tag{9}$$

albo

$$\ddot{\varphi} + 2n \cdot \dot{\varphi} + k^2\varphi = \omega^2 \alpha_0 \cos\omega t \tag{9a}$$

gdzie $2n = \frac{\eta}{J}$, $k^2 = \frac{\varkappa}{J}$.

Rozwiązanie równania (9), dla ustalonych drgań wymuszonych, przyjmują znaną postać

$$\varphi(t) = Q \cos(\omega t + \vartheta_0), \tag{10}$$

gdzie amplitudę Q i przesunięcie fazowe ϑ_0 określają zależności

$$Q = \frac{\alpha_0 \omega^2}{\sqrt{(k^2 - \omega^2)^2 + 4n^2\omega^2}} \tag{11}$$

$$\operatorname{tg} \vartheta_0 = \frac{2n\omega}{k^2 - \omega^2}. \tag{12}$$

Zauważmy, że dla przyjętego modelu energia, rozproszona w czasie jednego cyklu, wynosi

$$E_d = \int_0^T M_R \cdot d\varphi = \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \eta \dot{\varphi}^2 dt = \pi \eta Q^2 \omega, \tag{13}$$

jest więc proporcjonalna do kwadratu amplitudy i do częstości ustalonych drgań wymuszonych. Dane doświadczalne [6,7] wskazują, że energia rozproszona przez gumę w czasie jednego cyklu odkształcenia nie zależy od częstości drgań w szerokim przedziale jej zmiany. Zatem w miejsce współczynnika tłumienia lepkiego drgań skrętnych η wprowadzimy współczynnik rozpraszania energii Φ [4]. Wtedy równanie różniczkowe drgań skrętnych (9) przyjmuje postać

$$J\ddot{\varphi} + \mathcal{H} \frac{\psi}{2\pi\omega} \dot{\varphi} + \mathcal{H}\varphi = \omega^2 J \cdot \alpha_0 \cos \omega t. \tag{14}$$

Dla tak przyjętego modelu energia rozproszona jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy drgań i nie zależy od częstości wymuszenia. Podstawiając teraz do wzoru (11) $2n = \frac{k^2 \psi}{2\pi\omega}$ otrzymujemy wzór na amplitudę ustalonych drgań wymuszonych dla modelu liniowego ciała lepko-sprężystego

$$Q = \frac{\alpha_0 \omega^2}{\sqrt{(k^2 - \omega^2)^2 + \psi^2 \frac{k^4}{4\pi^2}}}. \tag{15}$$

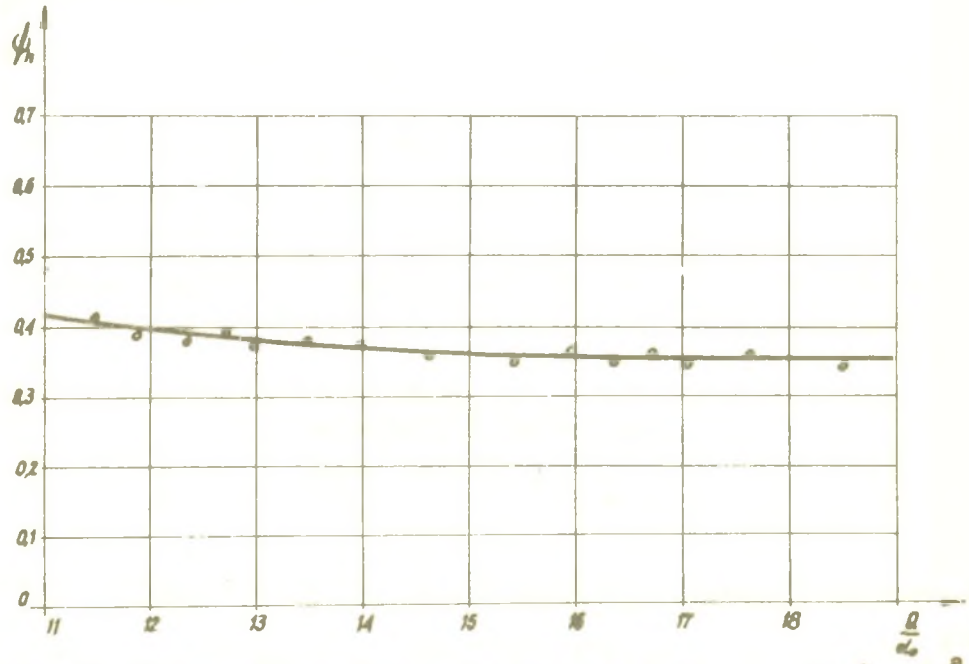
Ze wzoru (15) możemy wyznaczyć współczynnik rozpraszania energii

$$\psi = \frac{2\pi}{Q k^2} \sqrt{\alpha_0^2 \omega^4 - Q^2 (k^2 - \omega^2)^2}, \tag{16}$$

który dla przypadku rezonansu, tzn. gdy $\omega = k$, przyjmuje postać

$$\psi_h = \frac{2 \cdot \pi \cdot \alpha_o}{Q}. \tag{17}$$

Współczynnik ten jest miarą pola pętli histerezy i określa tłumienie wewnętrzne gumy. Wykorzystując wzór (17) obliczono współczynnik rozpraszania energii. W tym celu dla określonych amplitud α_o rejestrowano amplitudy drgań skrętnych przy częstościach rezonansowych. Otrzymane wyniki przedstawiono na rysunku 12. Z rysunku tego widać, że dla współczynnika rozpraszania energii ψ_h otrzymano zmienne wartości. Ponieważ zmiany te nie są zbyt duże, to dla zagadnień technicznych można podaną metodę obliczeń współczynnika charakteryzującego pole pętli histerezy wykorzystać w obliczeniach łączników gumowych pracujących na skręcanie.



Rys. 12. Zależność współczynnika rozpraszania energii ψ_n od $\frac{a}{\alpha_o}$

5. Wnioski

1. Na podstawie przeprowadzonych badań ustalono, że dla gumy miękkiej logarytmiczny dekrement drgań zanikających maleje ze wzrostem amplitudy, a jego obrazem graficznym są krzywe wklęsłe.

2. W zbadanym zakresie amplitud stwierdzono, że guma miękka FU-03 spełnia założenia umownego modelu liniowego ciała lepko-sprężystego. Oznacza to, że w gumie miękkiej dominuje efekt sprężysty nad zjawiskiem tłumieniowym.

3. Możliwość przyjęcia umownego modelu liniowego dla gumy miękkiej, pozwala stosować opisaną metodę do określenia współczynika rozpraszania energii ψ_h będącego miarą tłumienia wewnętrznego.

4. Przy analizie maszyn wibracyjnych można wykorzystać podaną metodę do obliczeń pola pętli histerezy łączników pracujących na skręcanie.

LITERATURA

[1] Göbel E.F.: Berechnung und Gestaltung von Gummifedern, Berlin 1955.

[2] Wojnarowski J.: Wyznaczenie dynamicznej charakterystyki pręta gumowego przy obciążeniach skrętnych. Rozprawa doktorska, fotokopie. Bibl. Pol. Śląskiej, Gliwice 1964.

[3] Wojnarowski J.: Charakterystyka sprężysta walca gumowego przy skręcaniu. Zesz. Nauk. Pol. Sl. nr 147, Mechanika z. 25, 1965.

[4] Panowko I.G.: Wnutriennije trienije pri kolebanijach uprugich sistem, Moskwa 1960.

[5] Kin N. Tong: Tieoria miechaniičeskich kolebanij, Moskwa 1963.

[6] Treloar L.R.C.: The Physics of Rubber Elasticity, Oxford 1958.

[7] Sorokin E.S.: Metod učeta nieuprugogo soprotiwlienija matieriałow, Issl. po dinamikie sooruzenij, Moskwa 1951.

О НЕКОТОРОМ СПОСОБЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ МЯГКОЙ РЕЗИНЫ ПРИ ВОЗМУЩАЮЩИХ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЯХ

Р е з ю м е

В работе описывается способ определения внутреннего трения мягкой резины ФУ-03 в процессе возмущающих крутильных колебаний системы. Полученные результаты исследований относятся к образцам о цылиндрической форме.

CERTAIN OF DETERMINING OF THE INTERNAL SOFT RUBBER DAMPING WITH FORCED TORSIONAL VIBRATIONS

S u m m a r y

In the paper certain means of determination of the internal soft rubber FU-03 damping in the process of forced torsional vibrations system have been considered. The result of the experiments regard to a circular cilinder of specimens.