

ADAM BATSCH

DYNAMIKA HYDRAULICZNEGO UKŁADU NAWROTNEGO  
CIĘŻKICH OBRABIAREK

Streszczenie: Omówiono po krótkce układy nawrotne stosowane w ciężkich obrabiarkach oraz wskazano na główne zalety i wady tych układów. W dalszej części poddano analizie dynamicznej hydrauliczny układ nawrotny z pompą o regulowanej wydajności. Na podstawie tej analizy wyjaśniono przebieg procesu nawracania, przedstawiono zależności opisujące przebieg od strony kinematycznej oraz ustalono podstawowe zależności konieczne przy projektowaniu tego typu układu. W oparciu o te zależności dokonano przeliczenia przykładu liczbowego. W zakończeniu podano wnioski wynikające z przeprowadzonej analizy kinematycznej.

## 1. WSTĘP

W wielu obrabiarkach, a w szczególności tam, gdzie ruch główny jest ruchem prostoliniowo-zwrotnym zachodzi konieczność zmiany kierunku ruchu zespołu roboczego. Proces ten złożony z hamowania zespołu do prędkości równej zero, a następnie z rozruchu tegoż zespołu do prędkości ustalonej w kierunku powrotnym, zwany jest nawracaniem zespołu. Nawracanie dokonywane jest różnymi sposobami, zależnie od rodzaju stosowanego napędu, prędkości ruchów zespołu, jego masy oraz zainstalowanej mocy. Tak więc stosuje się nawracanie mechaniczne za pomocą sprzęgieł ciernych lub sprzęgieł i hamulców, za pomocą zmiany kierunku wirowania silnika napędzającego układ, wreszcie za pomocą spe-

cyjnych układów hydraulicznych w przypadku zastosowania hydraulicznych układów napędowych. Znanych jest wiele sposobów i rozwiązań konstrukcyjnych zmierzających do zapewnienia właściwego przebiegu procesu nawracania, z których każdy posiada pewne zalety i wady.

W przypadku obrabiarek w ogólności, a w szczególności obrabiarek ciężkich, takich np. jak strugarki bramowe, układ nawrotny winien zapewnić krótkie czasy hamowania i rozruchu, krótkie drogi hamowania i rozruchu (wybiegi), nawracanie zespołu w określonych miejscach z dużą dokładnością i w końcu, co jest niemniej ważne, możliwie małe straty energetyczne. Straty te, aczkolwiek w porównaniu z energią zużytą w procesie skrawania są niewielkie i w zasadzie nie przekraczają kilku procent, mają jednak duże znaczenie i decydują w wielu przypadkach o przydatności układu do pewnych konkretnych zadań. Straty te, będące źródłem ciepła wydzielanego w mechanizmie nawrotnym, powodują rozgrzewanie układu, co w konsekwencji może prowadzić nawet do zniszczenia tych mechanizmów. Szczególnie wyraźnie obserwuje się to w przypadku sprzęgieł ciernych oraz silników elektrycznych, które zastosowane do celów zmiany kierunku ruchu przy pewnej zbyt dużej częstotliwości nawrotów zostają zniszczone skutkiem powstania nadmiernie wysokiej temperatury.

Znacznie lepsze pod tym względem są układy ze sprzęgłami o stopniowo przełączanej prędkości oraz z silnikami o prędkości regulowanej w sposób stopniowy, czy też bezstopniowy. Układy te, chociaż znacznie korzystniejsze pod względem energetycznym, są jednak stosunkowo drogie, a sterowanie nimi nastęrcza sporo kłopotów natury zarówno konstrukcyjnej, jak i eksploatacyjnej, co między innymi jest przyczyną niezbyt częstego stosowania tych rozwiązań w praktyce konstrukcyjnej.

Do celów nawrotnych często są stosowane układy hydrauliczne. Co prawda w ogólności nie można powiedzieć, że układy te pozbawione są wad układów mechanicznych czy elektrycznych, jednakże stwarzają one jakoby z natury rzeczy lepsze warunki wymiany ciepła, przez co straty energetyczne spowodowane zmianą kierunku ruchu nie ograniczają w sposób tak zdecydowany ich przydatności.

Spośród całego szeregu różnych układów hydraulicznych bardzo często, szczególnie właśnie w ciężkich obrabiarkach, stosowany jest układ nawrotny z pompą o regulowanej wydajności. Sterowanie wydajności pompy może odbywać się zasadniczo albo na drodze sprzężenia zwrotnego między zespołem napędzonym a pompą, albo poprzez stopniową zmianę wydajności pompy.

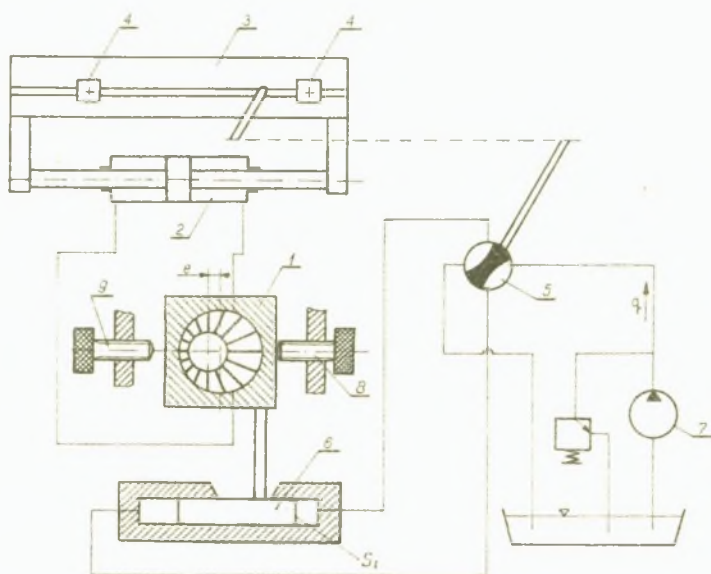
Pomimo dość szerokiego rozpowszechnienia napędów hydraulicznych projektowanie układów nawrotnych nastrocza wiele trudności. Wynika to stąd, że brak jest podstaw teoretycznych pozwalających na obliczanie, chociażby nawet przybliżone, takich układów pod względem kinematycznym i dynamicznym.

Celem artykułu jest wyjaśnienie kinematyki i dynamiki hydraulicznego układu nawrotnego z pompą o wydajności zmiennej w sposób ciągły, a następnie ustalenie pewnych zależności pozwalających na obliczanie takich układów.

## 2. ANALIZA KINEMATYCZNA HYDRAULICZNEGO UKŁADU NAWROTNEGO Z POMPĄ O REGULOWANEJ WYDAJNOŚCI

Układ złożony jest z silnika hydraulicznego o stałej chłonności oraz z pompy regulowanej. Zmiana wydajności pompy odbywa się za pomocą tłoka hydraulicznego, powodującego przestawianie mimosrodo pompy z dodatniego, poprzez zero, na ujemny. W ten sposób wydajność pompy zmienia się liniowo, ponieważ szybkość

tłoka zmieniającego wydajność pompy jest stała. Schemat tego układu przedstawia rys. 1.



Rys. 1. Schemat ideowy hydraulicznego układu nawrotnego

Pompa o regulowanej wydajności 1 napędza silnik hydrauliczny 2. Do stołu obrabiarki 3 przymocowane są dwa zderzaki 4, które w skrajnych punktach przesterowują zawór rozdzielczy 5. Zawór ten, zasilany przez pompę dodatkową 7, kieruje olej do cylindra tłoka 6, a ten z kolei powoduje przestawienie wydajności pompy głównej 1. Pompa 1 zaopatrzona jest w dwa zderzaki 8 i 9, z których jeden ogranicza wydajność tej pompy w kierunku ruchu roboczego, a drugi w kierunku powrotnym.

W czasie nawrotu wydajność pompy 1 jest zmieniana w sposób ciągły. Ponieważ w przypadku pompy mimośrodowej jej wydajność jest wprost proporcjonalna do mimośrodu, a ponadto szybkość

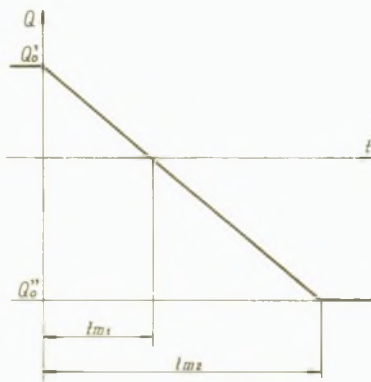
tłoka 6 jest stała, przeto w czasie nawrotu wydajność pompy 1 może być zapisana jako liniowa funkcja czasu ( $t$ )

$$Q = Q'_0 - at, \quad (1)$$

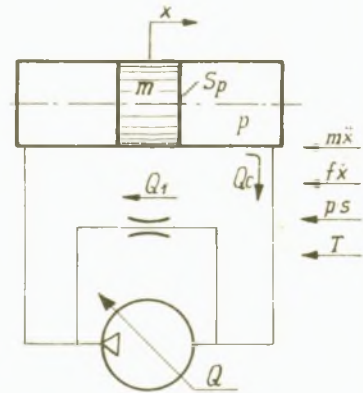
gdzie:

- $Q'_0 = e_1 c$  - wydajność pompy w chwili rozpoczęcia hamowania,
- $e_1$  - mimośród pompy w chwili rozpoczęcia hamowania,
- $a = c \frac{q}{S_1}$  - szybkość zmiany wydajności pompy,
- $c$  - stała zależna od wymiarów geometrycznych pompy,
- $q$  - wydajność pompy pomocniczej 7 (rys. 1),
- $S_1$  - powierzchnia tłoka 6 sterującego wydajnością pompy głównej (rys. 1).

Funkcja (1) opisuje zmianę wydajności pompy od chwili  $t = 0$  do czasu, gdy pompa osiągnie maksymalną nastawioną wydajność w kierunku powrotnym. Wykres tej zależności przedstawia rys. 2.



Rys. 2. Wykres zmiany wydajności pompy głównej w czasie nawrotu



Rys. 3. Schemat obliczeniowy układu hydraulicznego w czasie nawrotu

Czas sprowadzenia wydajności pompy do zera, oznaczony przez  $t_{m_1}$ , można obliczyć z równania (1) podstawiając  $Q = 0$ . Wówczas otrzymamy

$$t_{m_1} = \frac{Q'_0}{a}. \quad (2)$$

Całkowity czas przesterowania pompy znajdziemy również z równania (1) podstawiając  $Q = -Q''_0$ .

Wyniesie on

$$t_{m_2} = \frac{Q'_0 + Q''_0}{a}. \quad (3)$$

W celu przeprowadzenia analizy kinematycznej układu nawrotnego konieczne jest ułożenie równania różniczkowego ruchu.

Równanie to ułożymy dla następujących założeń:

1<sup>o</sup> - Pomija się wpływ ściśliwości cieczy, co jest równoznaczne z założeniem, że przepływ wywołany ściśliwością

$$Q_s = \frac{V}{B} \frac{dp}{dt} = 0,$$

gdzie:

$V$  - objętość oleju,

$B$  - moduł sprężystości oleju,

$p$  - ciśnienie.

2<sup>o</sup> - Przepływ spowodowany nieszczelnościami w układzie jest proporcjonalny do ciśnienia, czyli

$$Q_1 = kp,$$

gdzie:

- $Q_1$  - wydajność oleju przepływającego przez nieszczelności,  
 $k$  - współczynnik przecieków.

Jeżeli założyć, że największe przecieki wykazuje pompa, to współczynnik  $k$  może być określony następująco:

$$k = \frac{Q_o(1 - \eta_v)}{P_{\max}}$$

gdzie:

- $Q_o$  - wydajność pompy,  
 $\eta_v$  - sprawność wolumetryczna pompy,  
 $P_{\max}$  - ciśnienie, przy którym podana jest wartość  $\eta_v$ .

Rys. 3 przedstawia schemat rozkładu sił i przepływów w omawianym przypadku w czasie hamowania.

Na rysunku tym oznaczono:

- $S$  - powierzchnia tłoka silnika hydraulicznego,  
 $m$  - masa układu napędowego,  
 $p$  - ciśnienie w układzie,  
 $x$  - droga silnika hydraulicznego,  
 $T$  - siła tarcia Coulomba,

$$T = T_o \text{sign } \dot{x}$$

- $T_o$  - wartość bezwzględna siły tarcia Coulomba,  
 $f$  - współczynnik tarcia lepkiego,  
 $f\dot{x}$  - siła oporu lepkiego,  
 $m\ddot{x}$  - siła bezwładności,  
 $pS$  - siła ciśnienia oleju,  
 $Q_c$  - natężenie przepływu wywołane zmianą objętości:

$$Q_c = S\dot{x}.$$

Równanie ciągłości strugi ma postać

$$Q_c = Q + Q_1 \quad (4)$$

lub

$$S\dot{x} = Q'_0 - at + kp. \quad (4a)$$

Równanie różniczkowe ruchu układu napędowego ma postać:

$$m\ddot{x} + f\dot{x} + pS + T = 0 \quad (5)$$

Stąd możemy wyliczyć ciśnienie

$$p = -\frac{m}{S}\ddot{x} - \frac{f}{S}\dot{x} - \frac{T}{S},$$

a następnie wstawić do równania (4a). Otrzymamy wówczas po uporządkowaniu równanie różniczkowe ruchu w postaci:

$$\ddot{x} + \frac{kf + S^2}{km}\dot{x} = \frac{Q'_0 S - kT}{km} - \frac{aS}{km}t$$

Wprowadzając oznaczenia

$$\frac{kf + S^2}{km} = F, \quad \frac{Q'_0 S}{km} = P', \quad \frac{T_0}{m} = \mu^*, \quad \frac{aS}{km} = \alpha$$

równanie różniczkowe można napisać w postaci

$$\ddot{x} + F\dot{x} = P' - \mu^* \text{sign } \dot{x} - \alpha t, \quad (6)$$

lub

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} + F\dot{x} &= P' - \mu^* - \alpha t \quad \text{dla } \dot{x} > 0, \\ \ddot{x} + F\dot{x} &= P' + \mu^* - \alpha t \quad \text{dla } \dot{x} < 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$



Rozwiążemy pierwsze z równań (7) za pomocą transformacji Laplace'a. W związku z tym otrzymamy

$$X(s) = \frac{P' - \mu^*}{s^2(s+F)} - \frac{\alpha}{s^3(s+F)} + \frac{x_0}{s} + \frac{v_0}{s(s+F)}, \quad (7a)$$

gdzie:

- $X(s) = \mathcal{L}[x(t)]$  - jest transformata funkcji  $x(t)$ ,  
 $s$  - parametr transformacji,  
 $x_0, v_0$  - wartości początkowe przemieszczenia i prędkości.

Jeżeli przyjmiemy  $x_0 = 0$ , to z równania ruchu dla chwili poprzedzającej bezpośrednio hamowanie (ruch ustalony,  $\ddot{x} = 0$ ) wynika

$$v_0 = \frac{P - \mu^*}{F}, \quad \left[ v_0' = \frac{P' - \mu^*}{F}; \quad v_0'' = \frac{P'' - \mu^*}{F} \right].$$

Wstawiając te warunki początkowe do równania (7a), a następnie rozkładając jego prawą stronę na ułamki proste, otrzymamy

$$X(s) = \frac{\alpha}{F^3} \frac{1}{s+F} - \frac{\alpha}{F} \frac{1}{s^3} + \left( \frac{P' - \mu^*}{F} + \frac{\alpha}{F^2} \right) \frac{1}{s^2} - \frac{\alpha}{F^3} \frac{1}{s}. \quad (8)$$

Z kolei wykonujemy transformację odwrotną. W rezultacie okazuje się, że funkcja opisująca ruch układu w czasie hamowania ma postać następującą:

$$x(t) = \frac{\alpha}{F^3} (e^{-Ft} - 1) - \frac{\alpha}{2F} t^2 + \left( \frac{P' - \mu^*}{F} + \frac{\alpha}{F^2} \right) t. \quad (9)$$

Różniczkując powyższą funkcję raz i drugi względem czasu otrzymamy kolejno:  
 szybkość

$$\dot{x} = \frac{\alpha}{F^2} (1 - e^{-Ft}) + \frac{P' - \mu^* - \alpha t}{F} \quad (10)$$

oraz przyspieszenie

$$\ddot{x} = \frac{\alpha}{F} (e^{-Ft} - 1). \quad (11)$$

Funkcje powyższe są słuszne w przedziale  $[0, t_h]$ , gdzie  $t_h$  oznacza czas hamowania, który można wyznaczyć z równania  $\dot{x}(t_h) = 0$ .

Po zahamowaniu układu nastąpi jego rozruch w kierunku przeciwnym. Funkcje opisujące ruch układu w tym okresie można otrzymać przez rozwiązanie drugiego spośród równań (7), uwzględniając nowe warunki początkowe. Jednak korzystniej będzie dokonać przesunięcia rachuby czasu o wartość  $t_h$ . Wydajność pompy wówczas wyrazi się zależnością

$$Q = Q'_0 - a(t + t_h).$$

Postępując podobnie jak poprzednio otrzymamy równanie różniczkowe ruchu, którego rozwiązaniem, przy warunkach początkowych  $x(0) = 0$  oraz  $\dot{x}(0) = 0$ , jest funkcja:

$$x = 0 \quad \text{dla} \quad t \leq t'$$

oraz

$$x = \frac{\alpha}{F} \left\{ \frac{t-t'}{F} - \frac{(t-t')^2}{2} - \frac{1}{F^2} [1 - e^{-F(t-t')}] \right\} \quad \text{dla} \quad t > t'. \quad (12)$$

Szybkość i przyspieszenie wyrażają się zależnościami

$$\dot{x} = 0 \text{ dla } t \leq t'$$

oraz

$$\dot{x} = \frac{\alpha}{F} \left[ \frac{1}{F} (1 - e^{-F(t-t')}) - t + t' \right] \text{ dla } t > t', \quad (13)$$

$$\ddot{x} = 0 \text{ dla } t \leq t'$$

oraz

$$\ddot{x} = \frac{\alpha}{F} \left[ e^{-F(t-t')} - 1 \right] \text{ dla } t > t'. \quad (14)$$

W równaniach powyższych  $t'$  jest tzw. czasem martwym, w okresie którego wydajność pompy wzrośnie na tyle, by w połączeniu z nieszczelnościami układu była w stanie wywołać ciśnienie niezbędne do pokonania sił tarcia suchego. Tę wielkość można wyliczyć na podstawie następującego rozumowania: Układ będący w spoczynku może ruszyć dopiero wówczas, gdy siła ciśnienia pokona opory tarcia suchego, czyli gdy

$$|pS| > |T|.$$

Zatem

$$|p| > \left| \frac{T}{S} \right|.$$

Ciśnienie w rzeczywistym układzie, gdzie istnieją nieszczelności, można wyliczyć ze wzoru określającego wartość przecieków

$$Q = kp.$$

Zatem aby układ mógł rozpocząć ruch, wydajność musi spełniać warunek

$$|Q| > \left| \frac{T_k}{S} \right|.$$

Ponieważ zaś

$$Q = Q'_0 - a(t + t_h),$$

przeto układ ruszy w kierunku powrotnym dopiero po czasie

$$t > \frac{T_{0k}}{as} + \frac{Q'_0}{a} - t_h$$

lub

$$t > \frac{\mu^*}{\alpha} + t_{m_1} - t_h.$$

Z prawej strony tej nierówności otrzymaliśmy wielkość nazwaną poprzednio czasem martwym:

$$t' = \frac{\mu^*}{\alpha} + t_{m_1} - t_h, \quad (15)$$

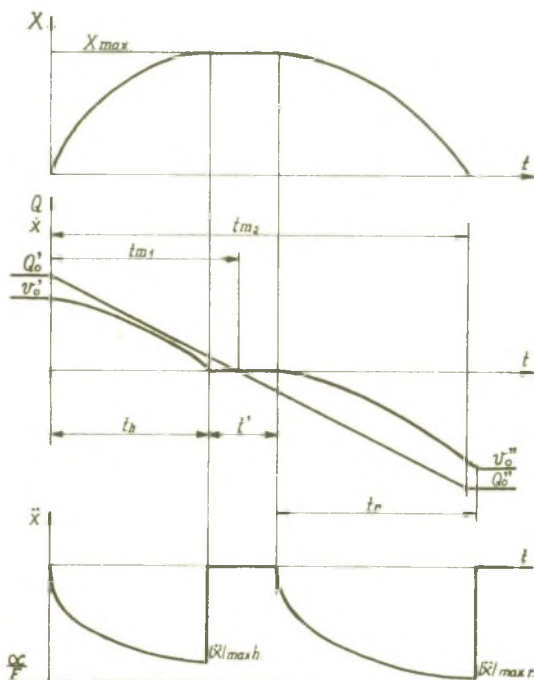
gdzie

$$t_{m_1} = \frac{Q'_0}{a}.$$

Jest to więc czas, który upłynie od chwili zatrzymania układu do chwili ruszenia w kierunku powrotnym.

Rozpatrywane dotychczas dwa procesy składające się na pojęcie nawrotu, tzn. hamowanie i rozruch, mogą być złożone razem w jeden przebieg.

Wykresy funkcji (9), (10), (11) i (12), (13), (14), opisujących ruch układu w czasie nawrotu, pokazane są na rysunku 4. Na rysunku tym między innymi przedstawiony jest przebieg prędkości na tle funkcji zmiany wydajności pompy.



Rys. 4. Wykresy drogi, szybkości i przyspieszenia w czasie nawrotu

Wielkość  $t_r$ , zaznaczona na wykresie prędkości, oznacza czas rozruchu układu, który upływa od chwili ruszenia zespołu do chwili uzyskania prędkości ruchu ustalonego w kierunku przeciwnym, innymi słowy do punktu, w którym krzywa obrazująca przebieg szybkości w czasie rozruchu przecina prosta  $\dot{x} = -v_0''$ .

Zarówno czas hamowania, jak i czas rozruchu wyznacza się za pomocą wzorów opisujących prędkość układu. Jeżeli do równania (10) wstawić  $\dot{x} = 0$ ,  $t = t_h$ , zaś do równania (13)  $\dot{x} = -v''_0$ ,  $t = t_r$  i odjąć czas martwy, to otrzymamy zależność:

$$\frac{\alpha}{F} (1 - e^{-Ft_h}) + P' - \mu^* - \alpha t_h = 0,$$

$$\frac{\alpha}{F} \left[ t_r - \frac{1}{F} (1 - e^{-Ft_r}) \right] = -v''_0,$$

z których można wyznaczyć czas hamowania i czas rozruchu. Wstawiając  $v''_0 = \frac{P'' - \mu^*}{F}$  do drugiego z powyższych równań otrzymamy po elementarnych przekształceniach

$$1 + \frac{(P' - \mu^*)F}{\alpha} - Ft_h - e^{-Ft_h} = 0, \quad (16)$$

$$1 + \frac{(P'' - \mu^*)F}{\alpha} - Ft_r - e^{-Ft_r} = 0. \quad (17)$$

Funkcje (16) i (17) mają identyczną postać, zatem zarówno czas hamowania jak i czas rozruchu opisane są tą samą zależnością.

Przyjmując oznaczenia

$$\left. \begin{array}{l} Ft_h \\ Ft_r \end{array} \right\} = \tau,$$

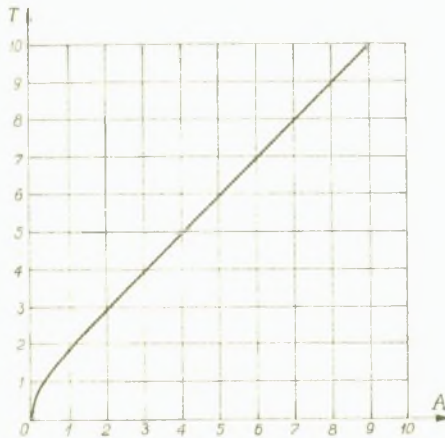
$$\left. \begin{array}{l} \frac{(P' - \mu^*)F}{\alpha} \\ \frac{(P'' - \mu^*)F}{\alpha} \end{array} \right\} = A,$$

otrzymamy jedną zależność, określającą obydwie te czasy zależnie od wartości  $P$  ( $P'$  lub  $P''$ ) w postaci

$$1 + A - \tau - e^{-\tau} = 0. \quad (18)$$

Jednakże obliczenie czasu hamowania czy rozruchu na podstawie funkcji (18) jest uciążliwe. W celu określenia czasu przebiegu nieustalonego wykonano wykres funkcji (18), podany na rys. 5. Na podstawie tego wykresu, znając wartość  $A$ , można określić wielkość czasu zredukowanego  $\tau$ , a następnie obliczyć czas hamowania lub rozruchu jako

$$t_{h(r)} = \frac{\tau}{F}.$$



Rys. 5. Wykres funkcji  $1 + A - \tau - e^{-\tau} = 0$

Wykres funkcji (18) wskazuje, że dla  $A > 2$  można przyjąć, iż funkcja  $\tau = \tau(A)$  jest liniowa, czyli ma postać

$$1 + A - \tau = 0.$$

Wówczas czasy hamowania i rozruchu mogą być wyliczone ze wzorów

$$t_h = \frac{P' - \mu^*}{\alpha} + \frac{1}{F} = t_{m_1} - \frac{kT}{aS} + \frac{1}{F},$$

$$t_r = \frac{P'' - \mu^*}{\alpha} + \frac{1}{F} = t_{m_2} - t_{m_1} - \frac{kT}{aS} + \frac{1}{F}.$$

Całkowity czas nawrotu, będący sumą czasu rozruchu, czasu hamowania oraz czasu martwego, określony jest w tym przypadku wzorem

$$t_n = t_{m_2} + \frac{1}{F}.$$

Gdy sprawność wolumetryczna układu jest duża, a więc gdy duży jest współczynnik  $F$ , wartość  $\frac{1}{F}$  w porównaniu z czasem  $t_{m_2}$  może być pominięta i wówczas można przyjąć, że układ zachowuje się tak, jakby był idealnie szczelny (przypadek taki rozważony jest w dalszej części pracy).

Ważną wielkością przy projektowaniu hydraulicznych układów nawrotnych jest droga hamowania. Wielkość ta, oznaczona na wykresie drogi (rys. 4) symbolem  $x_{\max}$ , może być wyliczona na podstawie funkcji (9) po podstawieniu  $t = t_n$ .



Wówczas otrzymujemy

$$x_{\max} = \frac{\alpha}{F^3} (e^{-Ft_h} - 1) - \frac{\alpha}{2F} t_h^2 + \left( \frac{P' - \mu^*}{F} + \frac{\alpha}{F^2} \right) t_h. \quad (19)$$

Na uwagę zasługuje również maksymalne przyspieszenie, jakie może wystąpić podczas ruchu zwrotnego. Oczywiście chodzi tu o maksymalną bezwzględną wartość przyspieszenia, która może wystąpić bądź w czasie rozruchu, bądź też w czasie hamowania

$$\left. \begin{aligned} |\ddot{x}|_{\max_h} &= \frac{\alpha}{F} (1 - e^{-Ft_h}), \\ |\ddot{x}|_{\max_r} &= \frac{\alpha}{F} (1 - e^{-Ft_r}). \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

W przypadku np. strugarek, gdzie szybkość ruchu jałowego zawsze jest większa od szybkości ruchu roboczego, maksymalne przyspieszenie wystąpi w czasie rozruchu przy przechodzeniu z prędkości roboczej na jałową lub w czasie hamowania przy przechodzeniu z prędkości jałowej na roboczą.

Całe dotychczasowe rozważania dotyczyły układu rzeczywistego, obciążonego nieszczelnościami, w których największy udział ma sama pompa. Z powodu tych nieszczelności wzory są dość skomplikowane, a posługiwanie się nimi nieco uciążliwe.

Jednym z uproszczeń, które można wprowadzić w przypadku obliczeń wstępnych, jest pominięcie wpływu nieszczelności układu. Założenie, że układ hydrauliczny jest idealnie szczelny jest co prawda dosyć dalekie od rzeczywistości, jednakże przyjmuje się go przy wstępnych obliczeniach konstrukcyjnych.

Przyjmując, że układ jest idealnie szczelny otrzymamy z równania ciągłości strugi, po elementarnych przekształceniach, funkcję szybkości

$$\dot{x} = \frac{Q'_0}{S} - \frac{a}{S} t. \quad (21)$$

Ponieważ

$$\frac{Q'_0}{S} = v'_0,$$

przeto możemy napisać

$$\dot{x} = v'_0 - \frac{a}{S} t. \quad (21a)$$

Całkując równanie (21a) i przyjmując warunek początkowy  $x(0) = 0$  otrzymamy funkcję przemieszczeń w postaci

$$x = v'_0 t - \frac{a}{2S} t^2. \quad (22)$$

Natomiast różniczkując funkcję szybkości względem czasu otrzymujemy przyspieszenie

$$\ddot{x} = -\frac{a}{S}. \quad (23)$$

Zatem przyspieszenie osiąga maksymalną wartość

$$|\ddot{x}|_{\max} = \frac{a}{S}. \quad (23a)$$

Czas hamowania określony jest wzorem

$$t_h = \frac{Q'_0}{a} = \frac{v'_0 S}{a}. \quad (24)$$

Jest on równoznaczny z czasem  $t_{m_1}$ , w którym wydajność pompy zostanie sprowadzona do zera.

Czas rozruchu natomiast będzie wynosił

$$t_r = \frac{Q''_0}{a} = \frac{v''_0 S}{a}. \quad (25)$$

Całkowity czas nawrotu, równy sumie czasów hamowania i rozruchu, wynosi

$$t_n = t_h + t_r = \frac{Q'_0 + Q''_0}{a} = \frac{(v'_0 + v''_0)S}{a} \quad (26)$$

skąd widać, że jest on równoznaczny z czasem  $t_{m_2}$ , w którym wydajność pompy zostaje zmieniona z maksymalnej w kierunku roboczym  $Q'_0$ , na maksymalną w kierunku powrotnym  $Q''_0$ .

Droga hamowania może być wyliczona ze wzoru

$$x_{\max} = \frac{v_0^2 S}{2a}. \quad (27)$$

## 3. PRZYKŁAD

Rozpatrujemy układ hydrauliczny przedstawiony na rys. 1 o następujących danych:

- masa zespołu roboczego  $m = 1000 \text{ kg},$
- szybkość maksymalna robocza  $v'_0 = 30 \text{ m/min},$
- szybkość maksymalna jałowa  $v''_0 = 60 \text{ m/min},$
- współczynnik tarcia suchego w przewodnicach  $\mu = 0,18,$
- siły tarcia suchego w uszczelkach  $T_1 = 50 \text{ kg},$
- sprawność wolumetryczna układu  $\eta_v = 0,75 \text{ przy } p = 50 \text{ kg/cm}^2$   
i  $Q = 300 \text{ l/min},$
- powierzchnia tłoka  $S = 80 \text{ cm}^2$
- spadek ciśnienia w przewodach  $p = 4 \text{ kg/cm}^2 \text{ przy } Q =$   
 $= 300 \text{ l/min},$
- wybieg silnika hydraulicznego przy hamowaniu z prędkości roboczej powinien wynosić  $\sim 4 \text{ cm}$

$$k = 0,0255 \frac{\text{cm}^4 \text{ s}}{\text{kg}},$$

$$f = \frac{pS^2}{Q} = 5040 \frac{\text{kg}}{\text{s}},$$

$$T = 227000 \frac{\text{kg cm}}{\text{s}^2},$$

$$Q'_0 = 4155 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}; \quad Q''_0 = 8235 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}.$$

Ze wzoru (27)  $a = 2500 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}^2},$

$$t_{m_1} = 0,166 \text{ s}; \quad t_{m_2} = 0,495 \text{ s},$$

$$P' = 13100 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}; \quad P'' = 26200 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2},$$

$$\mu^* = 227 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}; \quad \alpha = 80000 \frac{\text{cm}}{\text{s}^3},$$

$$F = 260 \text{ s}^{-1},$$

$$t_h = 0,163 \text{ s}; \quad t_r = 0,328 \text{ s}; \quad t' = 0,0058 \text{ s},$$

$$t_n = 0,5 \text{ s}.$$

Ze wzoru (19)  $x_{\max} = 4,12 \text{ cm}.$

Ze wzoru (27)  $x_{\max} = 4 \text{ cm}.$

Błąd przybliżonego obliczenia drogi hamowania

$$\delta_{x_{\max}} = 3\%.$$

Ze wzoru (20)  $|\ddot{x}|_{\max} = 307 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}.$

Ze wzoru (23a)  $|\ddot{x}|_{\max} = 312 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}.$

Błąd przybliżonego obliczenia maksymalnego przyspieszenia

$$\delta_{x_{\max}} = -1,62\%$$

#### 4. WNIOSKI

Nieszczelności w układzie hydraulicznym powodują wzrost czasów hamowania i rozruchu oraz wybiegów, a ponadto są przyczyną zmniejszenia sił bezwładności w czasie nawrotu. W przybliżonych obliczeniach konstrukcyjnych wpływ nieszczelności układu może być pominięty, a wyliczone wówczas czasy i wybiegi należy traktować jako wartości minimalne. W rzeczywistości wartości te mogą być większe.

Omówiony sposób zmiany kierunku ruchu zapewnia łagodne przejście od szybkości roboczej do jałowej i odwrotnie, a obciążenia dynamiczne, występujące w tym układzie podczas nawrotu, w porównaniu do obciążeń dynamicznych występujących w innych układach nawrotnych są niewielkie.

Ponieważ wykazano, że przebieg szybkości w przypadku istnienia nieszczelności bardzo niewiele odstępuje od tegoż przebiegu dla układu idealnie szczelnego, przeto można przypuszczać, że straty energetyczne spowodowane zmianą kierunku ruchu są bardzo małe i mogą być pominięte.

#### LITERATURA

- [1] Guillon N.: Teoria i obliczanie układów hydraulicznych, WNT Warszawa 1967 r.
- [2] Chaimowicz E.M.: Hidropriwody i gidroawtomatika stankow, Mašgiz, Moskwa 1953 r.

## ДИНАМИКА ГИДРАВЛИЧЕСКОЙ РЕВЕРСИВНОЙ СИСТЕМЫ

## Р е з ю м е

Во введении даётся краткое описание реверсивных систем применяемых в тяжёлых станках и указываются основные достоинства и недостатки этих систем.

В дальнейшей части приводится динамический анализ гидравлической реверсивной системы с насосом регулируемой производительности. На основании этого анализа был выяснен процесс реверсирования в рассматриваемом случае, приводятся зависимости описывающие течение с кинематической точки зрения и были установлены основные зависимости необходимые при проектировании этой системы. Опираясь на эти зависимости был произведен расчет конкретного численного примера.

В заключении статьи представлены выводы истекающие из произведенного кинематического анализа.

## DYNAMIC OF THE HYDRAULIC RECIPROCATING ASSEMBLY

## S u m m a r y

As introduction is given a short description of reciprocating arrangements applied in heavy machine tools, indicating the main advantages and disadvantages of the considered assemblies.

The following text concerns a dynamic analysis of the reciprocating assembly with variable-delivery pump. On the ground of this analysis is explained the reciprocating process of the considered assembly. There are also included the relations describing the process from the kinematic point of view and the fundamental dependences desirable for designing the assembly are represented. Basing upon these dependences an example of determined figures is calculated.

In the end the article includes conclusions derived from the above kinematic analysis.