

ERNEST CZOGAŁA, KRYSZTIAN RESPONDEK

Katedra Dynamiki Układów Mechanicznych

CIENKOŚCIENNA ZAMKNIĘTA POWŁOKA WALCOWA OBCIĄŻONA MOMENTEM

Streszczenie: W pracy przeanalizowano problem przemieszczeń przy zginaniu cienkościemnej powłoki walcowej obciążonej ruchomym momentem. Rozpatrzono zagadnienie quasistatyki i dynamiki układów lepkosprężystych, wykorzystując analogię sprężysto-lepkosprężystą. Uzyskano wyrażenia na pole przemieszczeń rozpatrywanej powłoki. Dla przykładu szczegółowego dokonano obliczeń numerycznych na maszynie cyfrowej. Wyniki te zilustrowano dołączonymi wykresami.

Indeks ważniejszych oznaczeń

- E - moduł Younga materiału powłoki
 ν - liczba Poissona
 ρ - gęstość materiału powłoki
 δ - grubość powłoki
 R - promień krzywizny walcowej
 $l = \frac{L}{R}$ - długość zredukowana powłoki
 q - obciążenie zewnętrzne
 u, v, w - składowe pola przemieszczeń (styczne, wzdłużne, promieniowe)
 k - stała sprężysta podłoża powłoki.

1. Zagadnienie quasistatyki zamkniętej powłoki walcowej obciążonej momentem

Podstawą naszych rozważań będą równania różniczkowe cylindrycznej powłoki cienkościemnej [1]

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) u + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \varphi} + \nu \frac{\partial w}{\partial \xi} + R^2 \frac{1-\nu^2}{E\delta} q_1 = 0 \\
 & \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \varphi} + \left\{ \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + c^2 \left[2(1-\nu) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] \right\} v + \quad (1.1) \\
 & + \left\{ \frac{\partial}{\partial \varphi} - c^2 \left[(2-\nu) \frac{\partial^3}{\partial \xi^2 \partial \varphi} + \frac{\partial^3}{\partial \varphi^3} \right] \right\} w + R^2 \frac{1-\nu^2}{E\delta} q_2 = 0 \\
 & \nu \frac{\partial u}{\partial \xi} + \left\{ \frac{\partial}{\partial \varphi} - c^2 \left[(2-\nu) \frac{\partial^3}{\partial \xi^2 \partial \varphi} + \frac{\partial^3}{\partial \varphi^3} \right] \right\} v + \\
 & + (1 + c^2 \nabla^2 \nu^2) w - R^2 \frac{1-\nu^2}{E\delta} q_n = 0,
 \end{aligned}$$

gdzie:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}.$$

Równania te, przy założeniu, że całkowite obciążenie sprowadza się tylko do obciążenia promieniowego można przekształcić do postaci [1]

$$\begin{aligned}
 G_w \cdot u &= \Phi_u \cdot w \\
 G_w \cdot v &= \Phi_u \cdot w \quad (1.2)
 \end{aligned}$$

$$\Omega \cdot w = G_w R^2 \frac{1-\nu^2}{E\delta} q_n(\xi, \varphi, t)$$

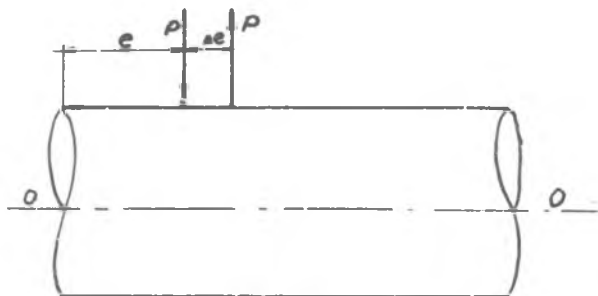
przy czym: G_w, Φ_u, Φ_v oraz Ω są operatorami różniczkowymi podanymi w pracach [1], [2].

Wielkość $q_n(\xi, \varphi, t)$ oznacza obciążenie promieniowe działające na powłokę. Przyjęto je w postaci momentu skupionego (rys. 1)

$$q_n = \frac{M}{R} \lim_{\Delta e \rightarrow 0} \frac{\delta(\xi - e) - \delta(\xi - e + \Delta e)}{\Delta e} = \frac{M}{R} \delta'(\xi - e), \quad (1.3)$$

gdzie:

$\delta'(\xi - e)$ - oznacza pochodną dystrybucji Diraca w miejscu $\xi = e$.



Rys. 1

Rozpatrując problem z uwzględnieniem podłoża sprężystego obciążenie promieniowe można zapisać:

$$q_n(\xi, \varphi, t) = q(\xi, \varphi, t) - kw(\xi, \varphi, t). \quad (1.4)$$

Podstawiając wyrażenie (1.4) do ostatniego równania układu (1.2) wykonując transformacje Laplace'a oraz wykorzystując analogię sprężysto-lepkosprężystą otrzymuje się

$$\frac{\bar{E}(s)\delta}{R^2[1-\bar{\nu}^2(s)]} \bar{Q}(s) \bar{w}(\xi, \varphi, s) = \bar{G}_W(s) \bar{q}(\xi, \varphi, s) - \bar{k}(s) \bar{G}_W(s) \bar{w}(\xi, \varphi, s). \quad (1.5)$$

Dla przegubowego zamocowania brzegów powłoki przemieszczenie promieniowe poszukujemy w postaci

$$w(\xi, \varphi, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \lambda_{nm} w_{nm}(t) \sin \frac{m\pi\xi}{l} \cos n\varphi, \quad (1.6)$$

gdzie:

$$\lambda_{nm} = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{dla } n = 0 \quad m \geq 1 \\ 1 & \text{dla } n \geq 1 \quad m \geq 1. \end{cases}$$

Wykonując na (1.6) transformację Laplace'a i wstawiając do (1.5) po porównaniu współczynników odpowiednich szeregów otrzymuje się

$$\bar{w}_{nm}(s) = \frac{\bar{q}_{nm}(s)}{k(s) + \frac{\bar{E}(s)\delta}{R^2[1-\bar{\nu}^2(s)]} \cdot \frac{\bar{Q}_{nm}(s)}{\bar{G}_{nm}(s)}}. \quad (1.7)$$

Ostatecznie pole przemieszczeń u, v, w powłoki można zapisać w postaci macierzowej

$$\begin{pmatrix} \bar{u}(\xi, \varphi, s) \\ \bar{v}(\xi, \varphi, s) \\ \bar{w}(\xi, \varphi, s) \end{pmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \lambda_{nm} \frac{\bar{q}_{nm}(s)}{k(s) + \frac{\bar{E}(s)\delta}{R^2[1-\bar{\nu}^2(s)]} \cdot \frac{\bar{Q}_{nm}(s)}{\bar{G}_{nm}(s)}} \begin{pmatrix} \bar{F}_{nm}(s) \\ \bar{G}_{nm}(s) \\ \bar{F}_{nm}(s) \\ \bar{G}_{nm}(s) \\ \bar{F}_{nm}(s, \varphi) \end{pmatrix}, \quad (1.8)$$

gdzie:

$$F_{umn}(\xi, \varphi) = \cos \frac{m\pi\xi}{l} \cos n\varphi$$

$$F_{vmn}(\xi, \varphi) = \sin \frac{m\pi\xi}{l} \sin n\varphi$$

$$F_{wmn}(\xi, \varphi) = \sin \frac{m\pi\xi}{l} \cos n\varphi.$$

W dalszej części pracy posłużono się funkcjami Greena [2], które można zapisać w formie

$$\begin{pmatrix} \bar{u}^{-1}(x, \psi, \xi, \varphi, s) \\ \bar{v}^{-1}(x, \psi, \xi, \varphi, s) \\ \bar{w}^{-1}(x, \psi, \xi, \varphi, s) \end{pmatrix} = \frac{2}{\pi l R} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \lambda_{nm} \frac{\sin \frac{m\pi x}{l}}{k(s) + \frac{\bar{E}(s)\delta}{R^2 [1-\bar{\nu}^2(s)]} \frac{Q_{nm}(s)}{\bar{c}_{wmn}(s)}} \begin{pmatrix} \frac{\bar{\Phi}_{umn}(s)}{\bar{c}_{umn}(s)} F'_{umn}(\xi, \varphi - \psi) \\ \frac{\bar{\Phi}_{vmn}(s)}{\bar{c}_{vmn}(s)} F'_{vmn}(\xi, \varphi - \psi) \\ F'_{wmn}(\xi, \varphi - \psi) \end{pmatrix}, \quad (1.9)$$

gdzie:

$$F'_{umn}(\xi, \varphi - \psi) = \cos \frac{m\pi\xi}{l} \cos n(\varphi - \psi)$$

$$F'_{vmn}(\xi, \varphi - \psi) = \sin \frac{m\pi\xi}{l} \sin n(\varphi - \psi)$$

$$F'_{wmn}(\xi, \varphi - \psi) = \sin \frac{m\pi\xi}{l} \cos n(\varphi - \psi).$$

Dla dowolnego obciążenia przyjmując $q(x, \psi, t) \hat{=} \bar{q}(x, \psi, s)$ przemieszczenia można określić formami całkowymi

$$\begin{pmatrix} u(\xi, \varphi, t) \\ v(\xi, \varphi, t) \\ w(\xi, \varphi, t) \end{pmatrix} = R^2 \int_S \int_0^t \begin{pmatrix} u^1(x, \psi, \xi, \varphi, t-\tau) \\ v^1(x, \psi, \xi, \varphi, t-\tau) \\ w^1(x, \psi, \xi, \varphi, t-\tau) \end{pmatrix} q(x, \psi, \tau) dx d\psi d\tau, \quad (1.10)$$

gdzie:

$$\begin{pmatrix} u^1(x, \psi, \xi, \varphi, \tau) \\ v^1(x, \psi, \xi, \varphi, \tau) \\ w^1(x, \psi, \xi, \varphi, \tau) \end{pmatrix} = \mathcal{L}^{-1} \begin{pmatrix} \bar{u}^1(x, \psi, \xi, \varphi, s) \\ \bar{v}^1(x, \psi, \xi, \varphi, s) \\ \bar{w}^1(x, \psi, \xi, \varphi, s) \end{pmatrix}.$$

2. Przypadek podłoża lepkosprężystego

W dalszych rozważaniach ograniczono się do przypadku podłoża lepkosprężystego, przyjmując związek

$$\bar{k}(\tau) = \alpha \bar{E}(s). \quad (2.1)$$

Uwzględniając warunek nieściśliwości $\bar{v}(s) = v = \frac{1}{2}$ oraz przyjmując model reologiczny Voigta $\bar{E}(s) = E_0(1 + \lambda s)$ [3] funkcje Greena przyjmą postać

$$\begin{pmatrix} u(\xi, \varphi, t) \\ v(\xi, \varphi, t) \\ w(\xi, \varphi, t) \end{pmatrix} = \frac{2}{\pi R} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \lambda_{nm} \frac{e^{-\lambda \frac{t}{R}} \sin \frac{n\pi x}{l}}{E_0 \lambda \left[\alpha + \frac{\delta}{R^2(1-\nu^2)} \frac{Q_{nm}}{G_{nm}} \right]} \begin{pmatrix} \frac{\Phi_{1nm}}{G_{nm}} P'_{1nm}(\xi, \varphi - \nu) \\ \frac{\Phi_{2nm}}{G_{nm}} P'_{2nm}(\xi, \varphi - \nu) \\ P'_{3nm}(\xi, \varphi - \nu) \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

Podstawiając (2.2) do (1.10) przemieszczenia dla dowolnego obciążenia można zapisać

$$\begin{pmatrix} u(\xi, \varphi, t) \\ v(\xi, \varphi, t) \\ w(\xi, \varphi, t) \end{pmatrix} = \frac{2R}{\pi L} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \lambda_{nm} \frac{1}{E_0 \lambda \left[\alpha + \frac{\delta}{R^2(1-\nu^2)} \frac{\Omega_{nm}}{G_{wmm}} \right]} \int_0^t \int_0^s \begin{pmatrix} \frac{\Phi_{wmm}}{G_{wmm}} P'_{wmm}(\xi, \varphi - \psi) \\ \frac{\Phi_{vmm}}{G_{wmm}} P'_{vmm}(\xi, \varphi - \psi) \\ P'_{wmm}(\xi, \varphi - \psi) \end{pmatrix} \cdot \\ \cdot q(x, \psi, \tau) \epsilon^{-\frac{t-\tau}{\lambda}} \sin \frac{m\pi x}{l} dx d\psi d\tau. \quad (2.3)$$

3. Obciążenie ruchomym momentem

Dla momentu ruchomego obciążenie przyjęto w postaci

$$q(x, \psi, \tau) = \frac{M_0}{R^2} \delta'(x-x_1) \delta(\psi - \omega\tau) \quad (3.1)$$

co odpowiada wirowaniu momentu M_0 ze stałą prędkością kątową ω .

Po scałkowaniu z (2.3) otrzymano następujące wyrażenia na pole przemieszczeń

$$\begin{pmatrix} u(\xi, \varphi, t) \\ v(\xi, \varphi, t) \\ w(\xi, \varphi, t) \end{pmatrix} = -\frac{2M_0}{L^2 R} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \lambda_{nm} \frac{m \cos \frac{m\pi x_1}{L}}{E_0 \lambda \left[\alpha + \frac{\delta}{R^2(1-\nu^2)} \frac{\Omega_{nm}}{G_{wmm}} \right]} \begin{pmatrix} \frac{\Phi_{wmm}}{G_{wmm}} \cos \frac{m\pi \xi}{l} \\ \frac{\Phi_{vmm}}{G_{wmm}} \sin \frac{m\pi \xi}{l} \\ \sin \frac{m\pi \xi}{l} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 & \cdot \frac{\lambda n \omega}{\lambda^2 n^2 \omega^2 + 1} \left[\frac{1}{\lambda n \omega} \cos n(\varphi - \omega t) - \sin n(\varphi - \omega t) - e^{-\frac{t}{\lambda}} \left(\frac{1}{\lambda n \omega} \cos n\varphi - \sin n\varphi \right) \right] \\
 & \cdot \frac{\lambda n \omega}{\lambda^2 n^2 \omega^2 + 1} \left[\frac{1}{\lambda n \omega} \cos n(\varphi - \omega t) + \cos n(\varphi - \omega t) - e^{-\frac{t}{\lambda}} \left(\frac{1}{\lambda n \omega} \sin n\varphi + \cos n\varphi \right) \right] \\
 & \cdot \frac{\lambda n \omega}{\lambda^2 n^2 \omega^2 + 1} \left[\frac{1}{\lambda n \omega} \cos n(\varphi - \omega t) - \sin n(\varphi - \omega t) - e^{-\frac{t}{\lambda}} \left(\frac{1}{\lambda n \omega} \cos n\varphi - \sin n\varphi \right) \right]
 \end{aligned} \quad (3.2)$$

4. Drgania powłoki lepko-sprężystej

W ogólnych rozważaniach opisujących stan równowagi powłoki uwzględniono siły bezwładności, przez co obciążenie promieniowe wyrazi się w postaci

$$q_n(\xi, \varphi, t) = q(\xi, \varphi, t) - kw(\xi, \varphi, t) - \rho \delta \frac{\partial^2 w(\xi, \varphi, t)}{\partial t^2}. \quad (4.1)$$

Po podstawieniu (4.1) do (1.2) przy jednoczesnym wykonaniu transformacji Laplace'a oraz skorzystaniu z analogii sprężysto-lepko-sprężystej otrzymano

$$\begin{aligned}
 \frac{\bar{E}(s) \delta}{R^2 [1 - \bar{\nu}^2(s)]} \bar{Q}(s) \bar{w}(\xi, \varphi, s) + \bar{k}(s) \bar{Q}_W(s) \bar{w}(\xi, \varphi, s) + \bar{G}_W(s) S^2 \bar{w}(\xi, \varphi, s) = \\
 = \bar{G}_W(s) \bar{q}(\xi, \varphi, s)
 \end{aligned} \quad (4.2)$$

przy czym założono zerowe warunki początkowe.

Dla omawianego przypadku funkcje Greena wyrażają się następująco

$$\begin{pmatrix} \bar{u}^{-1}(x, \psi, \xi, \varphi, s) \\ \bar{v}^{-1}(x, \psi, \xi, \varphi, s) \\ \bar{w}^{-1}(x, \psi, \xi, \varphi, s) \end{pmatrix} = \frac{2}{4LR} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \lambda_{mn} \frac{\sin \frac{m\pi x}{L}}{1} \frac{\frac{\bar{\Phi}_{1mn}(s)}{G_{wmm}(s)} P'_{1mn}(\xi, \varphi - \psi)}{\frac{\bar{\Phi}_{2mn}(s)}{G_{wmm}(s)} P'_{2mn}(\xi, \varphi - \psi)} \cdot (4.3) \frac{P'_{3mn}(\xi, \varphi - \psi)}{G_{wmm}(s)}}$$

Pole przemieszczeń dla dowolnego obciążenia wyraża się identycznymi formami całkowymi jak (1.10).

5. Przypadek obciążenia powłoki ruchomym momentem przy uwzględnieniu modelu reologicznego Voigta

Przyjmując dla podłoża lepkosprężystego analogiczny związek jak (2.2), z (4.3) otrzymuje się w zależności od częstości drgań własnych powłoki oraz czasu relaksacji

$$\begin{pmatrix} u(\xi, \varphi, t) \\ v(\xi, \varphi, t) \\ w(\xi, \varphi, t) \end{pmatrix} = - \frac{2M_0}{L^2 R_0 \delta} \sum_{m,n} \lambda_{mn} \frac{\sin \frac{m\pi x_1}{L}}{\sqrt{\omega_{mn}^2 (\omega_{mn}^2 \frac{\lambda^2}{4} - 1)}} \begin{pmatrix} \frac{\Phi_{1mn}}{G_{wmm}} \cos \frac{m\pi \xi}{L} \cdot \left\{ \frac{1}{a_{2mn}^2 + n^2 \omega^2} \right. \\ \frac{\Phi_{2mn}}{G_{wmm}} \sin \frac{m\pi \xi}{L} \cdot \left\{ \frac{1}{a_{2mn}^2 + n^2 \omega^2} \right. \\ \left. \sin \frac{m\pi \xi}{L} \cdot \left\{ \frac{1}{a_{2mn}^2 + n^2 \omega^2} \right. \right. \end{pmatrix}$$

$$\cdot \left[a_{2mn} \cos n(\varphi - \omega t) - n \omega \sin n(\varphi - \omega t) - e^{-a_{2mn} \cdot t} (a_{2mn} \cos n\varphi - n \omega \sin n\varphi) \right]$$

$$\cdot \left[a_{2mn} \sin n(\varphi - \omega t) + n \omega \cos n(\varphi - \omega t) - e^{-a_{2mn} \cdot t} (a_{2mn} \sin n\varphi + n \omega \cos n\varphi) \right]$$

$$\cdot \left[a_{2mn} \cos n(\varphi - \omega t) - n \omega \sin n(\varphi - \omega t) - e^{-a_{2mn} \cdot t} (a_{2mn} \cos n\varphi - n \omega \sin n\varphi) \right]$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{2 M_0}{L R_0 \delta} \sum_{\substack{m, n \\ mn \frac{\Delta^2}{4} < 1}} \lambda_{mn} \frac{\sin \frac{m \Delta x_i}{1}}{\sqrt{\omega_{mn} (1 - \omega_{mn} \frac{\Delta^2}{4})}} \left\{ \begin{aligned} & \frac{\varphi_{1mn}}{G_{1mn}} \cos \frac{m \Delta t}{1} \left\{ \frac{b_{1mn}}{c_{1mn}^2 + b_{1mn}^2} \right. \\ & \frac{\varphi_{2mn}}{G_{2mn}} \sin \frac{m \Delta t}{1} \left\{ \frac{b_{2mn}}{c_{2mn}^2 + b_{2mn}^2} \right. \\ & \sin \frac{m \Delta t}{1} \left\{ \frac{b_{1mn}}{c_{1mn}^2 + b_{1mn}^2} \right. \end{aligned} \right. \\
 & \cdot \left[\frac{c_{1mn}}{b_{1mn}} \sin n(\varphi - \omega t) - \cos n(\varphi - \omega t) - e^{-c_{1mn} t} \left(\frac{c_{1mn}}{b_{1mn}} \sin d_{1mn} - \cos d_{1mn} \right) \right] \\
 & \cdot \left[\frac{c_{2mn}}{b_{2mn}} \cos n(\varphi - \omega t) + \sin n(\varphi - \omega t) - e^{-c_{2mn} t} \left(\frac{c_{2mn}}{b_{2mn}} \cos d_{2mn} + \sin d_{2mn} \right) \right] \\
 & \cdot \left[\frac{c_{1mn}}{b_{1mn}} \sin n(\varphi - \omega t) - \cos n(\varphi - \omega t) - e^{-c_{2mn} t} \left(\frac{c_{1mn}}{b_{2mn}} \sin d_{1mn} - \cos d_{1mn} \right) \right] \\
 & + \frac{b_{2mn}}{c_{1mn}^2 + b_{2mn}^2} \left[\frac{c_{1mn}}{b_{2mn}} \sin n(-\varphi + \omega t) - \cos n(\varphi - \omega t) - e^{-c_{1mn} t} \left(\frac{c_{1mn}}{b_{2mn}} \sin d_{2mn} - \cos d_{2mn} \right) \right] \left. \right\} \\
 & - \frac{b_{1mn}}{c_{2mn}^2 + b_{1mn}^2} \left[\frac{c_{2mn}}{b_{1mn}} \cos n(\varphi - \omega t) + \sin n(\varphi - \omega t) - e^{-c_{2mn} t} \left(\frac{c_{2mn}}{b_{1mn}} \cos d_{2mn} + \sin d_{2mn} \right) \right] \left. \right\} \\
 & + \frac{b_{2mn}}{c_{1mn}^2 + b_{2mn}^2} \left[\frac{c_{1mn}}{b_{2mn}} \sin n(-\varphi + \omega t) - \cos n(\varphi - \omega t) - e^{-c_{1mn} t} \left(\frac{c_{1mn}}{b_{2mn}} \sin d_{2mn} - \cos d_{2mn} \right) \right] \left. \right\} , \\
 & - \frac{1}{a_{1mn}^2 + n^2 \omega^2} \left[a_{1mn} \cos n(\varphi - \omega t) + n \sin n(\varphi - \omega t) - e^{-a_{1mn} t} (a_{1mn} \cos n\varphi - n \sin n\varphi) \right] \\
 & - \frac{1}{a_{1mn}^2 + n^2 \omega^2} \left[a_{1mn} \sin n(\varphi - \omega t) + n \cos n(\varphi - \omega t) - e^{-a_{1mn} t} (a_{1mn} \sin n\varphi + n \cos n\varphi) \right] + \\
 & - \frac{1}{a_{1mn}^2 + n^2 \omega^2} \left[a_{1mn} \cos n(\varphi - \omega t) - n \sin n(\varphi - \omega t) - e^{-a_{1mn} t} (a_{1mn} \cos n\varphi - n \sin n\varphi) \right]
 \end{aligned}$$

gdzie:

$$a_{1mn} = \frac{1}{2} \omega_{mn} \lambda \pm \sqrt{\omega_{mn} \left(\omega_{mn} \frac{\lambda^2}{4} - 1 \right)}$$

$$b_{1mn} = -\sqrt{\omega_{mn} \left(1 - \omega_{mn} \frac{\lambda^2}{4} \right)} \mp n\omega$$

$$c_{mn} = \frac{1}{2} \omega_{mn} \lambda$$

$$d_{1mn} = \sqrt{\omega_{mn} \left(1 - \omega_{mn} \frac{\lambda^2}{4} \right)} \cdot i \pm n\phi$$

6. Przykład liczbowy

Do obliczeń szczegółowych przyjęto następujące parametry powłoki:

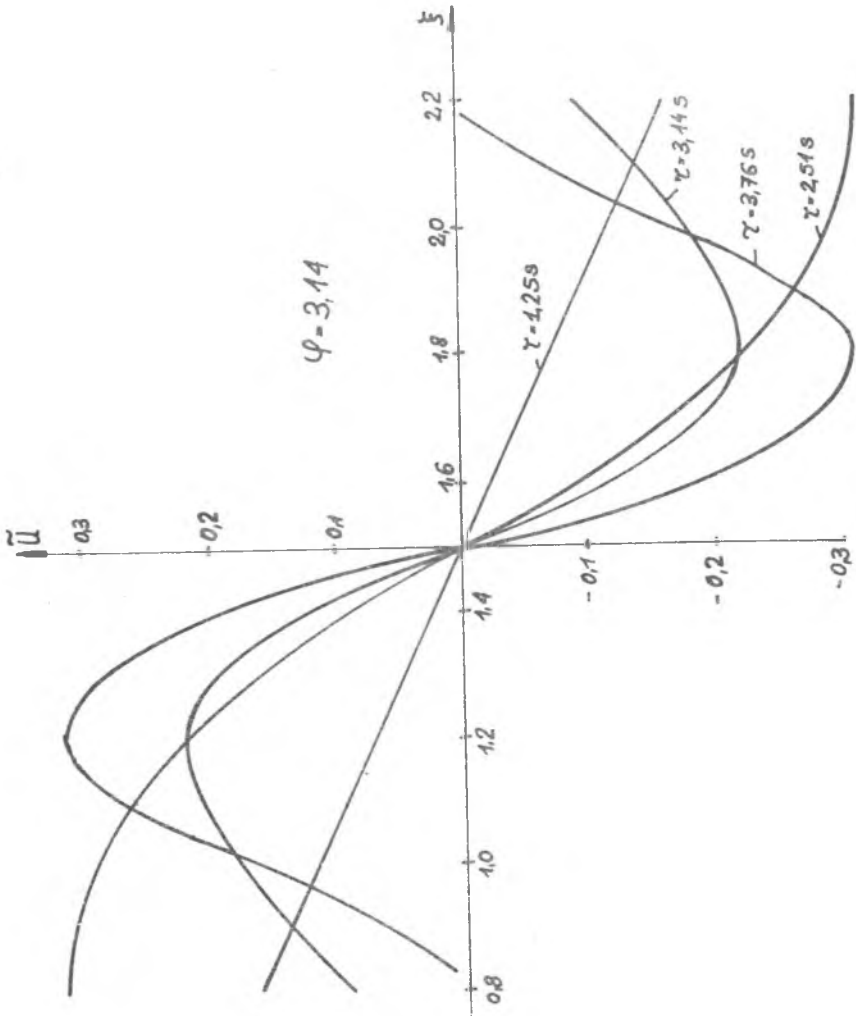
$$c^2 = \frac{\delta^2}{12R^2} = 0,00025, \quad \nu = \frac{1}{2}, \quad 1 = \frac{L}{R} = 3,14.$$

Uzyskano zredukowane pole przemieszczeń zagadnienia quasistatycznego dla wirującego momentu (rys. 1).

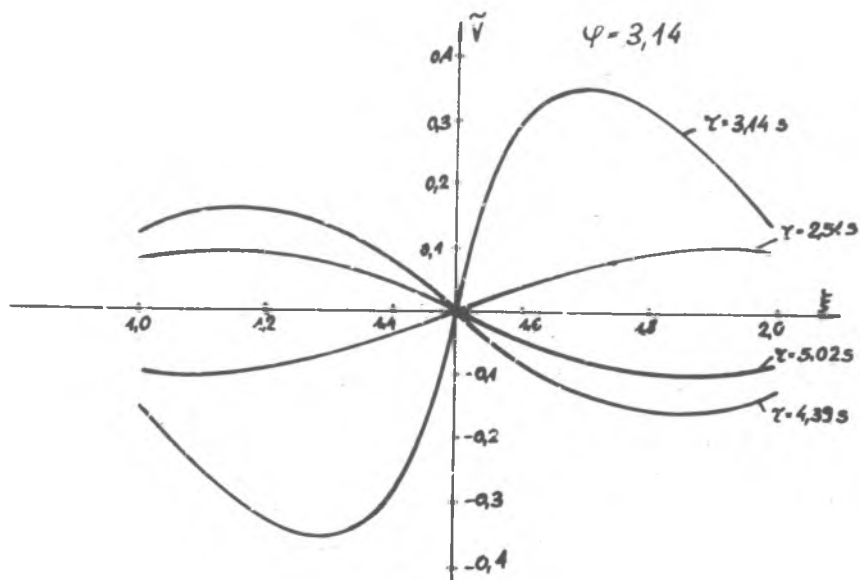
Wielkości:

$$\begin{pmatrix} \bar{u}(\xi, \varphi, t) \\ \bar{v}(\xi, \varphi, t) \\ \bar{w}(\xi, \varphi, t) \end{pmatrix} = \frac{L^2 \text{Re} \delta}{2M_0} \begin{pmatrix} u(\xi, \varphi, t) \\ v(\xi, \varphi, t) \\ w(\xi, \varphi, t) \end{pmatrix}$$

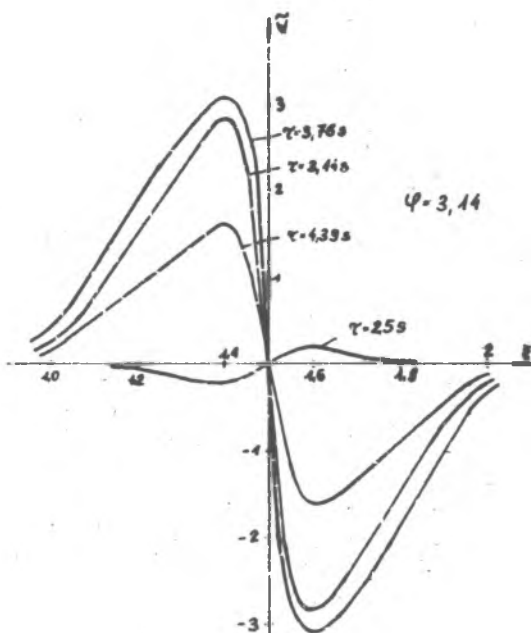
przedstawiono na rys. 2-4.



Rys. 2



Rys. 3



Rys. 4

Na podstawie uzyskanych wyników można określić położenie ekstremów ww. pola przemieszczeń. Obserwuje się również efekty .lepkosprężyste, tzn. cpóźnianie się ekstremum przemieszczenia w stosunku do przebiegu obciążenia. Z upływem czasu zauważa się również zbliżanie ekstremów przemieszczeń stycznych i wzdłużnych do punktu przyłożenia momentu.

LITERATURA

- [1] SKALMERSKI B. - Problemy statyki i dynamiki powłok walcowych użebrowanych. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. Nr 73 Mechanika, Gliwice 1963.
- [2] SKALMERSKI B., CZOGAŁA E. - Zagadnienia dynamiki pewnego lepkosprężystego układu mechanicznego. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. nr 179, Mechanika, Gliwice 1967.
- [3] NOWACKI W. - Teoria Pełzania, Arkady, Warszawa 1963.

С о д е р ж а н и е

В работе приводится описание перемещений при изгибе тонкостенной цилиндрической оболочки, нагруженной подвижным моментом.

На основе использования упруго-лепкоупругой аналогии рассматривается проблема квазистатическая и динамическая. Получено поле перемещений рассматриваемой оболочки. На вычислительной машине сделаны вычисления для чисел примера иллюстрируемого приведенными диаграммами.

S u m m a r y

In this paper a problem of the displacements of the thin cylindrical shells loaded with a moving moment is analysed. The quasistatic and dynamic phenomena by the application of the elastic-viscoelastic-analogy is discussed.

The terms for displacement field of the shell are obtained. In the particular case the numerical calculations on the digital computer are made. The results are plotted on the figures enclosed.