

ZBIGNIEW KRÓLIKOWSKI

Wyższa Szkoła Marynarki Wojennej. Gdynia

NOWY SPOSÓB PRZEDSTAWIANIA KRZYWYCH ROZMIESZCZENIA WĘGLA  
PO OBRÓBCE CIEPLNO-CHEMICZNEJ STALI

**Streszczenie:** W celu skonstruowania krzywych rozmieszczenia węgla w stali obrabianej cieplno-chemicznie zaproponowano stosowanie siatki laplaso-regularnej z trzema różnymi skalami na osi rzędnych. Na takiej siatce dystrybuanty rozkładu normalnego są prostymi. Ponieważ krzywe rozmieszczenia węgla są także dystrabantami rozkładu normalnego, przeto można je łatwo wykreślić i to zarówno dla próbek przy nawęglaniu jak i po odwęgleniu.

### 1. Wstęp

Przy opracowywaniu problemów dyfuzji zachodzącej w roztworach stałych metali trzeba niekiedy przedstawić krzywe rozkładu normalnego (dystrybuanty rozkładu normalnego), które charakteryzują rozmieszczenie pierwiastków dyfundujących. Kreślenie takich krzywych w oparciu o tablice całki prawdopodobieństwa Gaussa nie jest wprawdzie trudne, ale bardzo żmudne.

Celem pracy jest przedstawienie uproszczonego sposobu konstruowania krzywych rozkładu normalnego, a także przedyskutowanie jego przydatności dla przedstawiania wyników analiz chemicznych i do obliczania rozmieszczenia węgla w stali po obróbce dyfuzyjnej.

### 2. Rozmieszczenie węgla w warstwach dyfuzyjnych

Problemem najbardziej typowym i rozważanym najczęściej przy obróbce cieplno-chemicznej stali jest dyfuzja węgla w nawęglanej i odwęglanej stali. Jak wykazano w pracy [1] krzywe rozmieszczenia węgla wyrażone są następującymi wzorami:

a) po nawęglaniu

$$E(x) = \frac{c(x)}{c_1} = 1 - \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^p \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy = 1 - 2 \Phi(p) \quad (1)$$

b) po odwęglaniu

$$C(x) = \frac{c(x)}{c_1} = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^p \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy = 2 \Phi(p), \quad (2)$$

gdzie:

$c(x)$  - stężenie węgla w stali po obróbce dyfuzyjnej, przeprowadzonej w temperaturze stałej  $T$ , po czasie  $t$  [s] dyfuzji, w odległości  $x$  [cm] od brzegu próbki;

$c_1$  - oznacza przy nawęglaniu największe teoretycznie osiągalne stężenie węgla na powierzchni próbki dla danej temperatury  $T$ ; dla stali określa się je z przecięcia izotermy  $T$  z krzywą SE układu Fe-Fe<sub>3</sub>C; przy odwęglaniu  $c_1$  oznacza zawartość węgla przed obróbką (stężenie nominalne);

$y$  - zmienna całkowania;

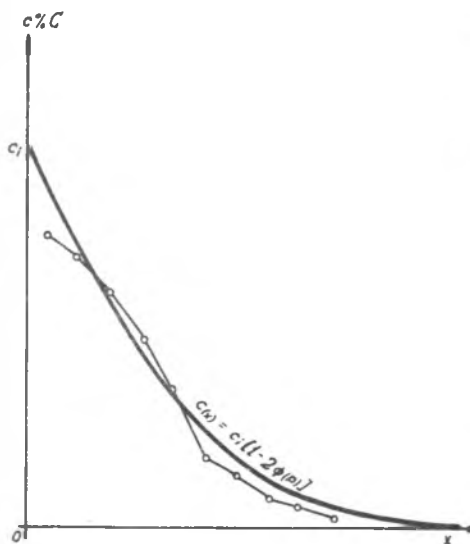
$p$  - parametr całki prawdopodobieństwa, który określony jest wzorem:

$$p = \frac{x}{\sqrt{2Dt}}. \quad (3)$$

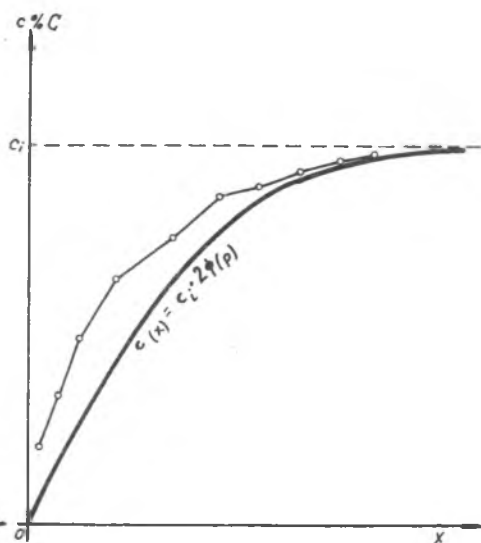
gdzie:  $D$  - współczynnik dyfuzji węgla w badanej stali.

Współczynnik dyfuzji węgla w stali zależy między innymi od temperatury dyfuzji i od stężenia węgla w materiale podłoża. Ponieważ na samym wstępie przyjęto, że rozpatruje się dyfuzję zachodzącą w temperaturze stałej, pozostaje zatem zależność:  $D = f(c)$ , jeśli pominąć inne czynniki, jak wielkość ziarna stali, obecność pierwiastków stopowych itp.

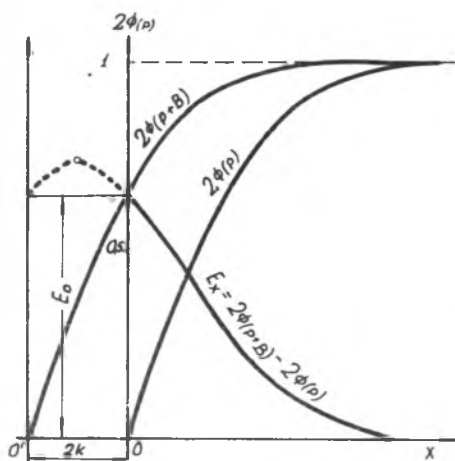
Wartość parametru całki prawdopodobieństwa  $p$  zależy również od stężenia węgla w strefie dyfuzyjnej, a więc krzywa rozmieszczenia węgla po obróbce dyfuzyjnej tylko w przybliżeniu odpowiada dystrybuancie rozkładu normalnego (rys. 1 i 2). Takie zniekształcenie krzywych rozmieszczenia węgla w porównaniu z dystrybuantami prowadzi do tego, że na powierzchniach próbek po nawęglaniu nie uzyskuje się stężenia  $c_1$ , będącego największą zawartością węgla w austenicie dla temperatury nawęglania, lub - po odwęglaniu, całkowitego wypalenia węgla ( $c = 0\%$ ).



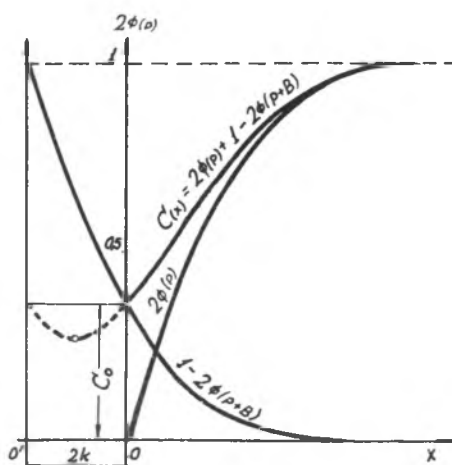
Rys. 1. Porównanie teoretycznej krzywej rozmieszczenia węgla po nawęglaniu z wynikami analiz chemicznych cienkich warstw



Rys. 2. Porównanie teoretycznej krzywej rozmieszczenia węgla po odwęglaniu z wynikami analiz chemicznych cienkich warstw



Rys. 3. Konstrukcja krzywej rozmieszczenia węgla po nawęglaniu według równania (4) w układzie konwencjonalnym



Rys. 4. Konstrukcja krzywej r rozmieszczenia węgla po odwęglaniu według równania (5) w układzie konwencjonalnym

Dla dokładniejszego przedstawienia analitycznego krzywych dyfuzji węgla po nawęglaniu, jednak dla stałej wartości współczynnika dyfuzji  $D$ , (tzn. niezależnej od stężenia węgla) Slattenschek [2, 3] przedstawił tę krzywą jako różnicę dwu składowych, które można interpretować w ten sposób, że jedna charakteryzuje wyniki idealnego nawęglania, tzn. aż do osiągnięcia na powierzchni próbki stężenia  $c_1$ , a druga - wyniki procesu przeciwstawiającego się nawęglaniu, czyli procesu odwęglania. Rzeczywiste rozmieszczenie węgla po nawęglaniu można więc traktować jako wypadkową obydwu procesów składowych.

Po zastąpieniu całki błędu Gaussa, (którą stosował Slattenschek) przez całkę prawdopodobieństwa Gaussa (ponieważ tablice dla tej ostatniej są łatwiej dostępne) i przyjęciu jako materiału podłoża czystego żelaza, krzywa rozmieszczenia węgla w strefie nawęglonej określona jest wzorem:

$$E(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{p+B} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy - \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^p \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy =$$

$$(4)$$

$$= 2 \Phi(p+B) - 2 \Phi(p).$$

Przystosowując rozważania Slattenscheka do odwęglania autor [4] wprowadził podobne równanie krzywej rozmieszczenia węgla w strefie odwęglonej:

$$C(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^p \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy + 1 - \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{p+B} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy =$$

$$(5)$$

$$= 2 \Phi(p) + 1 - 2 \Phi(p+B),$$

gdzie:

$B$  - czynnik określający intensywność oddziaływania ośrodka czynnego (nawęglającego lub odwęglającego).

Równania (4) i (5) wykreślił przedstawił na rys. 3 i 4.

Po podstawieniu do równań (4) i (5) wartości  $x = 0$ , określa się stężenia uzyskane na powierzchniach - odpowiednio:

$$\text{po nawęglaniu } E(0) \equiv E_0 = 2 \emptyset (B), \quad (6)$$

$$\text{po odwęglaniu } C(0) \equiv C_0 = 1 - 2 \emptyset (B). \quad (7)$$

Równania (6) i (7) mogą posłużyć do określenia wielkości  $B$  dla danej temperatury i ośrodka czynnego na podstawie eksperymentalnie wyznaczonych  $E_0$  i  $C_0$ .

W oparciu o rozważania Slattenscheka wielkość  $B$  określona jest równaniem:

$$B = \frac{2k}{\sqrt{2Dt}}, \quad (8)$$

gdzie:

$2k$  jest przesunięciem początków krzywych składowych, jak na rys. 3 i 4.

Ponieważ według założenia Slattenscheka, wartość  $D$  jest niezależna od stężenia węgla, więc także i parametr całki prawdopodobieństwa nie będzie od niego zależał, a więc  $p$  jest proporcjonalne do  $x$

$$p = A x = \frac{x}{\sqrt{2Dt}}. \quad (9)$$

Stąd współczynnik proporcjonalności  $A$  wynosi

$$A = \frac{1}{\sqrt{2Dt}} \quad (10)$$

zaś czynnik charakteryzujący ośrodek czynny

$$B = 2k A. \quad (11)$$

Jak wynika z równań (4) i (5), składowe są dystrybuantami rozkładu normalnego i posiadają parametry  $p$  niezależne od stężenia węgla, o czym mówi równanie (9). Skonstruowanie rzeczywistych krzywych rozmieszczenia węgla nie jest więc trudne, jeśli znane są warunki dyfuzji: materiał podłoża, czas, tempe-

ratura oraz ośrodek czynny, co tłumaczy się na wielkości fizyczne potrzebne do obliczeń jako współczynnik dyfuzji  $D$ , zależny od temperatury  $T$  i czas  $t$  oraz wielkość  $B$ .

Wspominano już, że posługiwanie się konwencjonalnym układem współrzędnych  $x, y = 2 \Phi(p)$  połączone jest ze żmudnym konstruowaniem dystrybuant rozkładu normalnego, w oparciu o tablice wartości całki prawdopodobieństwa Gaussa [5]. Aby to ułatwić można zastosować specjalną siatkę, wzorowaną na stosowanej w rachunku statystycznym siatce laplaso - regularnej [6].

### 3. Konstrukcja siatki laplaso-regularnej i przedstawienie na niej dystrybuant rozkładu normalnego

W dotychczas stosowanym "konwencjonalnym" układzie współrzędnych na osi odciętych przedstawiono odległości  $x$  od brzegu, a na osi rzędnych wartości całki prawdopodobieństwa, odpowiadające względnym stężeniom węgla po odwęgleniu:

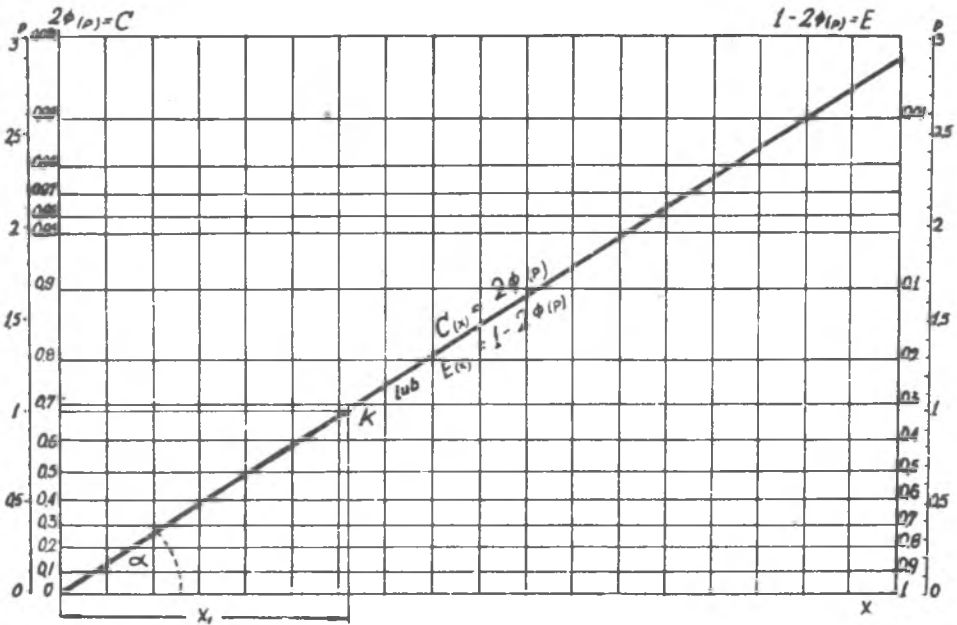
$$C(x) = \frac{c(x)}{c_1} = 2 \Phi(p). \quad (2a)$$

Jak wynika z tego równania, a także z tablic wartości całki prawdopodobieństwa Gaussa [5], każdej wartości  $p$  odpowiada tylko jedna wartość  $2 \Phi(p)$ . Ważna więc jest także zależność odwrotna [6]

$$p = V(C(x)). \quad (12)$$

Wobec tego można na osi rzędnych wprowadzić funkcję (12), a układ współrzędnych  $x, y = p = V(C(x))$  będzie posiadał na obydwu osiach skalę równomierną. Aby jednak ułatwić bezpośrednie odczytywanie na osi rzędnych wartości całki prawdopodobieństwa, naniesiono dodatkowo skalę nierównomierną, podającą wartości  $2 \Phi(p)$  dla poszczególnych  $p$ , jak to przedstawiono na rys. 5 i następujących.

Ponieważ nie jest możliwe objęcie na osi rzędnych całego zakresu wartości  $2\Phi(p)$ , tj. od 0 do 1, gdyż dla  $2\Phi(p) = 1$  wartość parametru  $p = +\infty$ , ograniczono się więc do  $p = 3$ , dla którego  $2\Phi(p) = 0,998$ . Skala nierównomierna naniesiona na oś rzędnych (rys. 5) wykazuje przeto zagęszczenia dla małych wartości całki prawdopodobieństwa, zmniejszające się przy rosnących wartościach  $2\Phi(p)$ .



Rys. 5. Siatka laplaso - regularna i konstrukcja dystrybuanty rozkładu normalnego  $C(x) = 2\Phi(p)$  - według skali C, lub  $E(x) = 1 - 2\Phi(p)$  według skali E.

Na siatce w ten sposób konstruowanej dystrybuanta rozkładu normalnego (2a) przedstawiona jest prostą o równaniu

$$p = Ax, \tag{13}$$

gdzie: A jest współczynnikiem proporcjonalności, który odpowiada tangensowi kąta  $\alpha$  nachylenia prostej do osi x.

Uwzględniając (9) i (10) otrzymujemy

$$A = \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{2Dt}}. \quad (14)$$

Równanie (14) umożliwia skonstruowanie prostej  $p = Ax$  jeśli znana jest wielkość współczynnika dyfuzji  $D$  i czas obróbki dyfuzyjnej  $t$ . Najprościej będzie jednak, zamiast obliczać kąt  $\alpha$ , wyznaczyć współrzędną  $x_1$  punktu  $K$  (rys. 5), dla którego rzędna wynosi  $p = 1$  (czyli  $C(x_1) = 0,683$ ). Odcięta  $x_1$  wyznacza się ze wzoru (9), podstawiając  $p = 1$ , mianowicie

$$x_1 = \sqrt{2Dt} = \frac{1}{A}. \quad (15)$$

Przedstawienie funkcji

$$E(x) = 1 - 2 \phi(p) \quad (1a)$$

na siatce laplaso - regularnej jest nieco bardziej kłopotliwe, ze względu na konieczność uwzględniania wartości dopełniających do jedności.

Ażeby uniknąć tej niedogodności siatkę laplaso - regularną uzupełniono skalą  $E$ , przedstawiającą wartości dopełniające do 1. Na rys. 5 skala  $E$  jest naniesiona z prawej strony wykresu. W ten sposób skonstruowana siatka laplaso - regularna umożliwia przedstawianie dystrybuant, określonych zarówno równaniem (1a) jak i (2a), jako prostych. Należy jednak zwrócić baczną uwagę na stosowanie właściwej skali ( $C$  lub  $E$ ), jeśli na jednym wykresie występują funkcje wyrażane obydwoma równaniami (1a) i (2a).

W pracy niniejszej, dla uniknięcia ewentualnych pomyłek, przyjęto jednakowe oznaczenia dla krzywych i odpowiednich skal:

- a) dla krzywej nawęglania  $E(x)$ ; odpowiadająca skala  $E$ ,
- b) dla krzywej odwęglania  $C(x)$ ; odpowiadająca skala  $C$ .



4. Konstruowanie rzeczywistych krzywych rozmieszczenia węgla po obróbce dyfuzyjnej na siatce laplaso - regularnej.

Wykreślanie dystrybuant rozkładu normalnego na siatce laplaso - regularnej sprowadza się do obliczenia, na podstawie znanych wielkości  $D$  i  $t$ , z równania (15) odciętej  $x_1$  punktu  $K$ , którego rzędna wynosi  $p = 1$  (lub  $C = 0,683$ ).

Ponieważ - jak to wskazują równania (4) i (5) - rzeczywiste rozmieszczenia węgla po obróbce ciepło - chemicznej są albo różnicą (przy nawęglaniu), albo sumą (przy odwęglaniu), więc konstrukcja takich krzywych nie powinna sprawiać trudności. Konieczna jest tu jednak znajomość wartości  $B$ , czynnika charakteryzującego intensywność działania ośrodka. Wielkość  $B$  należy określić doświadczalnie dla każdego materiału podłoża i ośrodka czynnego z równań (6) i (7).

Według badań autora [7], przeprowadzonych dla dwu gatunków stali nadeutektoidalnych (N11 i LH15) odwęglanych w powietrzu w zakresie istnienia austenitu, można przyjąć, że  $B$  jest liniową funkcją temperatury odwęglania. Można także wykorzystać stężenia węgla na powierzchni próbek po obróbce ciepło-chemicznej ( $E_0$  i  $C_0$ ) podawane w literaturze.

Dla próbek nawęglanych składowa główna, charakteryzująca proces nawęglania, którą na podstawie wzoru (4) można określić równaniem

$$C_1(x) = 2 \phi(p)$$

na siatce laplaso - regularnej przedstawiona jest prostą

$$p_1 = x \operatorname{tg} \alpha, \quad (16)$$

zaś składowa charakteryzująca proces hamujący odwęglania

$$C_2(x) = 2 \phi(p+B)$$

prostą równoległą do poprzedniej, ale przesuniętą o odcinek  $2k$

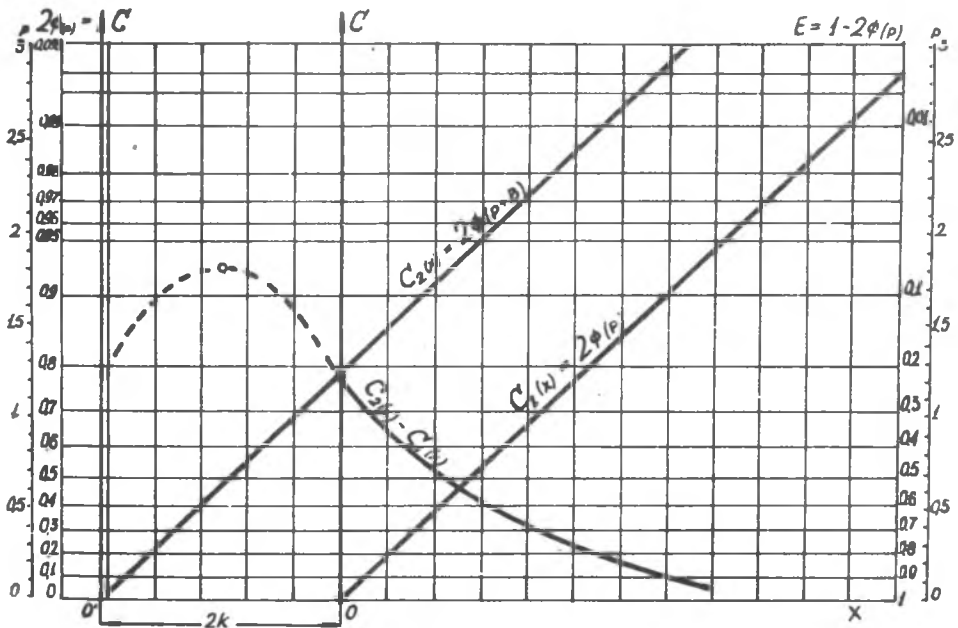
$$p_2 = (x+2k) \operatorname{tg} \alpha.$$

Dla wyznaczenia krzywej rozmieszczenia węgla po nawęglaniu należy odczytać z lewej skali nierównomiernej ( $C = 2 \phi(p)$ ) wartości  $C_2(x)$  i  $C_1(x)$  i następnie odjąć je od siebie:

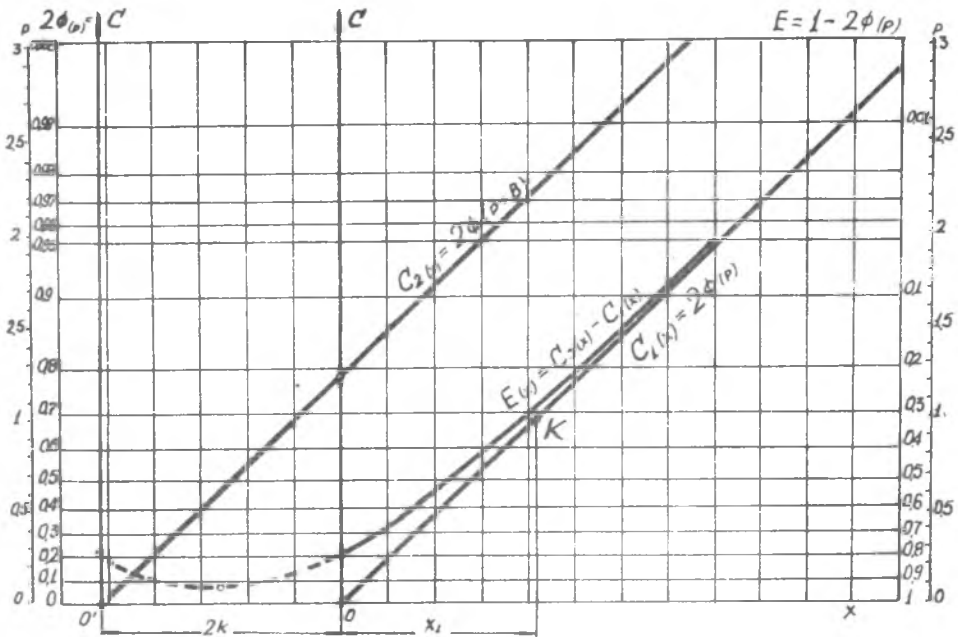
$$E(x) = C_2(x) - C_1(x).$$

Uzyskane wartości nanosi się na wykres, albo na siatkę laplaso - regularną, albo na układ konwencjonalny ( $x, y = 2 \phi(p)$ ).

Gdy na siatce laplaso - regularnej uzyskane wyniki nanosi się według skali lewej ( $C = 2 \phi(p)$ ), to wówczas krzywa rozmieszczenia węgla będzie przecinała obydwie składowe (rys. 6), jeżeli zaś wykorzystana się skalę prawą ( $E = 1 - 2 \phi(p)$ ), to wówczas składowa główna (16) jest asymptotą krzywej skonstruowanej (rys. 6 i 7).



Rys. 6. Schemat konstrukcji krzywej rozmieszczenia węgla po nawęglaniu, jako różnicy składowych  $C_2(x)$  i  $C_1(x)$  w oparciu o skalę  $C$



Rys. 7. Schemat konstrukcji krzywej rozmieszczenia węgla po nawęglaniu jako różnicy składowych  $C_2(x)$  i  $C_1(x)$  w oparciu o skalę  $E$

Konstruowanie krzywej rozmieszczenia węgla po odwęglaniu jest nieco bardziej skomplikowane. Równanie zawiera składową główną, przedstawiającą wynik odwęglania, wyrażoną jako

$$C_2(x) = 2 \phi(p),$$

którą należy wykreślać w oparciu o skalę nierównomierną z lewej strony ( $C = 2 \phi(p)$ ). Równanie tej składowej ma postać

$$p_2^2 = x \operatorname{tg} \alpha.$$

Składową procesu hamującego (nawęglania) czyli

$$E_1(x) = 1 - 2 \phi(p+B)$$

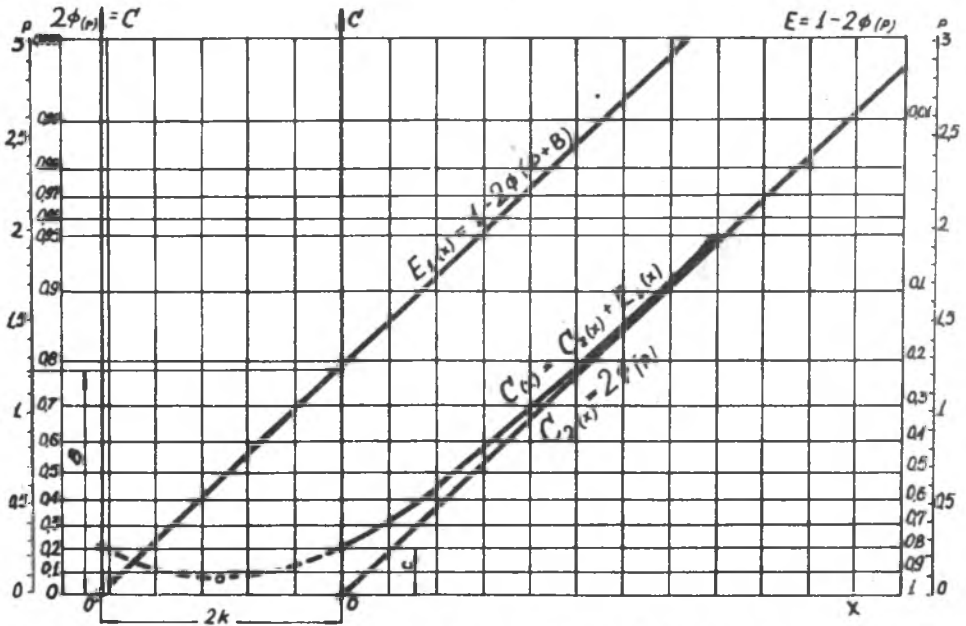
wykreśla się w oparciu o skalę z lewej strony ( $E = 1 - 2\phi(p)$ ).  
W ten sposób uzyskuje się prostą

$$p'_1 = (x+2k) \operatorname{tg}\alpha.$$

Dla wyznaczenia krzywej rozmieszczenia węgla po nawęgleniu odczytuje się na odpowiednich skalach wartości  $C_2(x)$  (skala C) i  $E_1(x)$  (skala E), sumując je

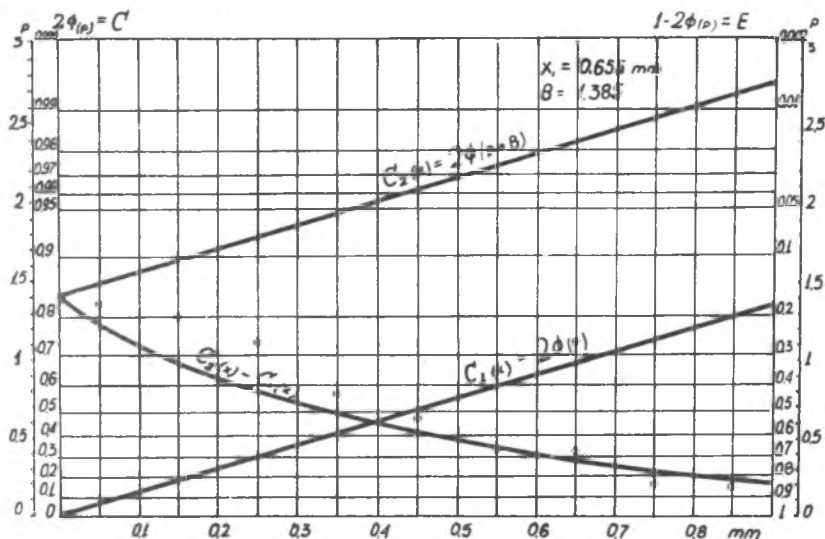
$$C(x) = C_2(x) + E_1(x),$$

a następnie nanosi się na siatkę laplaso - regularną według skali C. Wynik otrzymany przedstawiono na rys. 8.

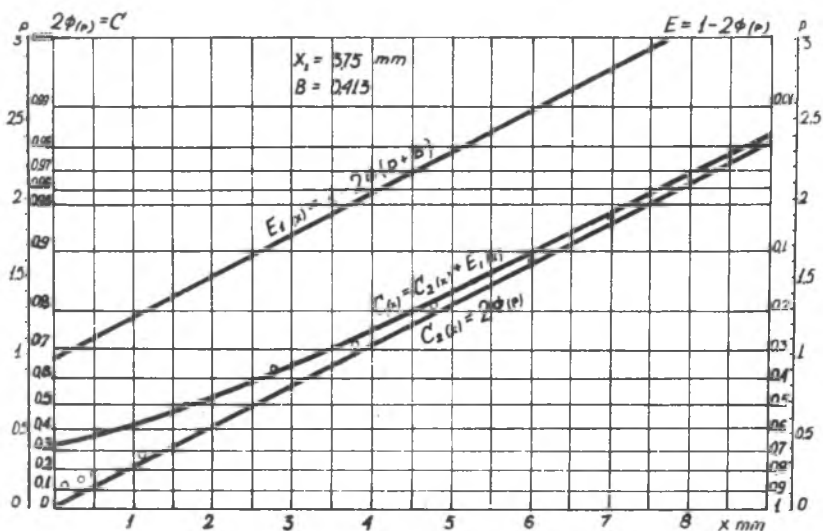


Rys. 8. Schemat konstrukcji krzywej rozmieszczenia węgla po odwęglaniu, jako sumy składowych  $E_1(x)$  i  $C_2(x)$  w oparciu o skalę C

Z porównania rys. 7 i 8 wynika, że jeżeli krzywą rozmieszczenia węgla po nawęgleniu przedstawić za pomocą skali E, to wówczas otrzymany wykres jest identyczny jak dla krzywej rozmieszczenia węgla po odwęglaniu.



Rys. 9. Porównanie przebiegu teoretycznie obliczonej krzywej rozmieszczenia węgla po nawęglaniu - z wynikami analiz chemicznych cienkich warstw próbki stali węglowej o zawartości ok. 0,18% C, nawęglonej w proszku w temperaturze 900°C przez czas 4 h [2, 3]



Rys. 10. Porównanie przebiegu krzywej teoretycznie obliczonej zawartości węgla po odwęglaniu z wynikami analiz chemicznych cienkich warstw próbki stali ŁH15, odwęglonej w powietrzu w temperaturze 1100°C przez czas 12 h [4, 7]

Dla sprawdzenia przedstawionej metody wykreślenia krzywych rozmieszczenia węgla po obróbce dyfuzyjnej porównano wyniki obliczeń teoretycznych z wynikami analiz chemicznych cienkich warstw przy czym dla nawęglania wykorzystano dane Slattenscheka [2, 3], zaś dla odwęglania - dane autora [4, 7]. Porównania dokonano graficznie, co przedstawiono na rys. 9 i 10.

## 5. Wnioski

1. Siatka laplaso - regularna skonstruowana dla przedstawiania wyników dyfuzji umożliwia wykreślenie dystrybuant rozkładu normalnego w postaci odcinków prostych.
2. Składowe krzywych dyfuzji węgla w stali, które są dystrybuantami rozkładu normalnego, na przedstawionej siatce są prostymi.
3. Wyznaczenie prostej przedstawiającej główną dystrybuantę sprowadza się do obliczenia odciętej  $x_1$  jednego punktu K. Drugą składową przeprowadza się równolegle, uwzględniając przesunięcie  $2k$  na osi odciętych, lub  $B$  (ewentualnie  $C_0$ , czy  $E_0$ ) na osi rzędnych.
4. Wyniki obliczeń krzywych rozmieszczenia węgla, przedstawione przy pomocy siatki laplaso - regularnej, wykazują zgodność z wynikami doświadczalnymi.

## LITERATURA

- [1] STAUB F., KRÓLIKOWSKI Zb.: Dyfuzja składników przy odwęglaniu stali chromowej ŁH15; Zesz.Nauk.Pol.Śl. "Mechanika z. 29" Gliwice - 1967.
- [2] SEITH W.: Diffusion in Metallen, Berlin - 1955.
- [3] SLATTENSCHKEK A.: Hartereitechnische Mitteilungen, 1, 85 (1941), 2, 110 (1943); 3, 99 (1944); 5, 174 (1949).

- [4] KRÓLIKOWSKI Zb.: Próba matematycznego przedstawienia rozmieszczenia węgla w stalach odwęglanych; referat na IV Konferencji Naukowej WSMW, Gdynia, czerwiec 1969.
- [5] BRONSZTEJN I., SIEMIENDIAJEW K.: Poradnik encyklopedyczny matematyka, WNT, Warszawa 1959.
- [6] KOTLARSKI I.: Rachunek prawdopodobieństwa dla inżynierów, WN Warszawa 1966.
- [7] KRÓLIKOWSKI Zb.: Mechanizm odwęglania stali nadeutektoidalnych wygrzewanych w powietrzu w zakresie austenitu - praca hab. Zesz.Nauk.Pol.Sl. "Mechanika 37" 1969.

НОВЫЙ СПОСОБ ИЗОБРАЖЕНИЯ КРИВЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛЕРОДА  
ПОСЛЕ ТЕРМОХИМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ СТАЛИ

Р е з ю м е

Автор предлагает применять для конструирования кривых распределения углерода в термохимически обработанной стали лапласо-кубическую решётку с тремя шкалами на оси ординат:

- а) равномерной шкалой представляющей интеграл вероятности Гаусса -  $p$ ,
- б) неравномерной шкалой приводящей значения интеграла вероятности  $C = 2\Phi(p)$ , (отвечающим значениям  $p$  на предыдущей шкале),
- в) второй неравномерной шкалой со значениями дополняющими интеграл вероятности до 1,  $E = 1 - 2\Phi(p)$ .

На такой решётке дистрибуанты нормального распределения являются прямыми наклоненными под углом  $\alpha$  к оси  $x$ . Так как составляющие кривых распределения углерода являются тоже дистрибуантами нормального распределения, они могут быть вычерчены простым способом, что даёт возможность легко определить кривые распределения углерода как для образцов подвергаемых науглероживанию, так и для обезуглероживаемых образцов.

EIN NEUES VERFAHREN BEI DER HERSTELLUNG VON KOHLENSTOFFVER-  
TEILUNGSKURVEN IM STAHE NACH DER WAHRMEBEHANDLUNG

Z u s a m m e n f a s s u n g

Der Verfasser schlägt vor bei der herstellung der Kohlenstoff-  
verteilungskurven im Währmebehandeltem Stähle das Laplace -  
regulares Netz mit drei Skalas an der Ordinatenachse zur Ver-  
wenden, und namlich:

- a) die gleichmassige Skala, mit dem Parameter -  $p$  der Gausschen  
Wahrscheinlichkeitsintergrale,
- b) die ungleichmassige Skala, mit dem Wert der Gausschen Wahr-  
scheinlichkeitsintergrale  $C = 2 \Phi(p)$ ,
- c) die zweite gleichmassige Skala, mit den nachfüllenden Wer-  
ten der Gausschen Wahrscheinlichkeitsinterglale biszu 1;  
 $E = 1 - 2 \Phi(p)$ .

Dieses Verfahrens ermöglicht eine sehr einfache darstellung  
der Kohlenstoffrerteilungskurven im Stahle, so nach der Auf-  
kohlung, wie auch entkohlung.